

径向磁气组合轴承系统的动态性能

吴 炎, 谢振宇, 陈李成, 郝建胜

(南京航空航天大学 直升机传动技术国家重点实验室, 南京 210016)

摘 要: 为探究磁轴承失效时能否减轻转子跌落带来的损害, 将人字槽径向动压气体轴承引入磁轴承转子系统, 研究磁气组合轴承对系统动态性能的影响和动压气体轴承的支承特性。采用有限差分法和小扰动法求解气膜厚度方程和雷诺方程, 研究动压气体轴承的静动态特性。对磁轴承电磁力进行了分析, 采用磁轴承不完全微分 PID(比例-积分-微分)控制策略, 对系统进行了理论模态分析和试验模态分析, 完成了系统高速旋转试验, 测试了动压气体轴承在不同偏心率和转速下的承载力。结果表明, 引入动压气体轴承可提高系统的动态性能, 在磁轴承失效造成高速转子跌落瞬间, 偏心率趋近于 1, 两个径向动压气体轴承能够产生较大承载力, 减轻转子跌落造成的损害。

关 键 词: 磁轴承; 人字槽径向动压气体轴承; 雷诺方程; 不完全微分 PID 控制; 模态分析

中图分类号: V233.4⁺53

文献标志码: A

Dynamic performance of radial magnetic-gas bearing system

WU Yan, XIE Zhenyu, CHEN Licheng, HAO Jiansheng

(National Key Laboratory of Science and Technology on Helicopter Transmission,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: In order to explore whether the damage caused by rotor drop can be reduced in case of the failure of magnetic bearing, the herringbone groove radial dynamic pressure gas bearing was introduced into the magnetic bearing rotor system, and the influence of the magnetic-gas bearing on the dynamic performance of the system and the support characteristics of the dynamic pressure gas bearing were studied. The finite difference method and small disturbance method were used to solve the film thickness equation and Reynolds equation, and the static and dynamic characteristics of the dynamic pressure gas bearing were studied. The electromagnetic force of the magnetic bearing was analyzed. The incomplete differential PID (proportion integration differentiation) control strategy of the magnetic bearing was used. The theoretical and test modal analysis of the system was performed. The high-speed rotation test of the system was completed. The bearing capacity of dynamic pressure gas bearing under different eccentricity and rotating speed was tested. Results showed that introduction of dynamic pressure gas bearings can improve the dynamic performance of the system. At the moment when the high-speed rotor dropped due to the failure of the magnetic bearing, the eccentricity was close to 1. The two radial dynamic pressure gas bearings can produce larger bearing capacity and reduce the drop caused by the rotor damage.

收稿日期: 2020-11-19

作者简介: 吴炎(1995—), 男, 硕士, 主要从事磁悬浮轴承与空气悬浮轴承研究。

引用格式: 吴炎, 谢振宇, 陈李成, 等. 径向磁气组合轴承系统的动态性能[J]. 航空动力学报, 2021, 36(9): 1839-1850. WU Yan, XIE Zhenyu, CHEN Licheng, et al. Dynamic performance of radial magnetic-gas bearing system[J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(9): 1839-1850.

Key words: magnetic bearing; herringbone groove radial dynamic pressure gas bearing; Reynolds equation; incomplete differential PID control; modal analysis

磁轴承失效时,转子跌落会对磁轴承和转子造成严重损坏。因此在常规磁轴承转子系统中常设置间隙更小的滚动轴承作为保护轴承,避免转子与磁轴承直接碰撞^[1-2]。在系统正常运行时,滚动轴承不起任何作用。由于转子跌落时冲击较大,为增加允许跌落次数,一些设计人员采用价格昂贵的进口陶瓷球滚动轴承作为保护轴承^[3]。

人字槽径向动压气体轴承的润滑介质是气体,具有阻尼小、功耗低、污染少、寿命长等优点,适用于相对极端的环境,应用领域较广^[4-6]。但该轴承的承载力偏低,刚度偏弱^[7-8],加上理论分析难度较大,相关理论计算数据和试验数据比较少。

相比于全周动压气体轴承,人字槽径向动压气体轴承的刚度更高,稳定性更好^[9-11];相比于静压气体轴承,人字槽径向动压气体轴承结构相对简单,装配相对方便^[12-13]。本文以磁轴承和人字槽径向动压气体轴承构成的组合轴承作为研究对象,采用磁轴承作为主支承,人字槽径向动压气体轴承作为辅助支承,研究了不同偏心率和转速下人字槽径向动压气体轴承的支承特性、径向四点支承磁气组合轴承转子系统的动态性能,探究了大偏心率条件下人字槽径向动压气体轴承减少转子跌落时造成损害的可行性。为方便叙述,下文将人字槽径向动压气体轴承简称为动压气体轴承。

1 磁气组合轴承转子试验系统

系统机械装置组成如图1所示。在图1中,左径向磁轴承、右径向磁轴承和轴向磁轴承产生可

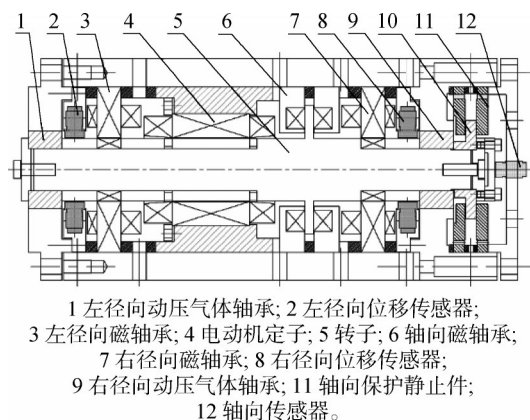


图1 系统机械结构示意图

Fig.1 Schematic diagram of the mechanical structure of the system

控电磁力,起主支承作用,左径向动压气体轴承和右径向动压气体轴承利用泵气效应、阶梯效应和动压效应提供额外的承载力和支承刚度,减小转子的振动,起辅助支承作用,并在径向磁轴承失效时提供支承力,减轻转子跌落带来的损失。

图1中转子主要设计参数:总长为337 mm,质量为4.85 kg,极转动惯量为 $1.68 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,直径转动惯量为 $5.04 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,额定转速为30 000 r/min。

2 磁轴承转子系统性能

2.1 磁轴承性能计算

单自由度方向上电磁力合力是关于电流 I 与位移 x 的二元函数,且为非线性方程。电磁力合力可表示为

$$F = 4\mu_0 A_0 N^2 \left[\frac{(I_0 + I_x)^2}{(x_0 - x)^2} - \frac{(I_0 - I_x)^2}{(x_0 + x)^2} \right] \cos \frac{\pi}{8} \quad (1)$$

式中磁轴承电磁力合力为 F ,真空磁导率 μ_0 为 $4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$,单极线圈匝数 N 为60,有效磁极面积 A_0 为 $1.2 \times 10^{-4} \text{ mm}^2$,线圈偏置电流 I_0 为2 A,磁轴承单边气隙 x_0 为0.25 mm,线圈控制电流为 I_x ,磁轴承转子位置变化量为 x 。

当转子振动较小时,气隙中磁感应强度在工作点附近近似呈线性变化,因此可以对电磁力公式进行线性化处理。对式(1)进行泰勒展开,忽略高阶项,并对结果进行化简,于是有

$$F = -k_x x + k_I I_x \quad (2)$$

式中 k_x 为磁轴承的等效位移刚度, k_I 为磁轴承的等效电流刚度

$$k_x = -\frac{4\mu_0 A_0 N^2 I_0^2}{x_0^3} \cos \frac{\pi}{8} = -5.1 \times 10^5 \text{ N/m} \quad (3)$$

$$k_I = \frac{4A_0 \mu_0 I_0 N^2}{x_0^2} \cos \frac{\pi}{8} = 63.7 \text{ N/A} \quad (4)$$

2.2 各环节传递函数

本文选择自制电涡流传感器作为磁气组合转子系统的位移传感器,其二次调理电路输出的电压信号范围为0~5 V,转子最大移动范围被限定在保护轴承范围内,总气隙为 $6 \times 10^{-5} \text{ m}$,则传感器的放大系数为

$$A_s = \frac{5}{6 \times 10^{-5}} \text{ V/m} = 8.33 \times 10^4 \text{ V/m} \quad (5)$$

位移传感器通带为 3.2 kHz, 设频率为 f , 则相应的时间常数为

$$T_s = \frac{1}{2\pi f} = 4.97 \times 10^{-5} \text{ s} \quad (6)$$

电涡流传感器可认为是 1 阶惯性环节, 不同气隙下传感器环节的传递函数为

$$G_s(s) = \frac{8.33 \times 10^4}{4.97 \times 10^{-5}s + 1} \quad (7)$$

数字控制器输出的电压信号范围是 $-5 \sim 5 \text{ V}$, 线圈中电流变化范围是 $0 \sim 4 \text{ A}$, 功率放大器的放大系数

$$A_p = 0.4 \text{ A/V} \quad (8)$$

经测试, 功率放大电路的通带约为 5 kHz, 可以得到功率放大器环节的时间常数

$$T_p = \frac{1}{2\pi f} = 3.18 \times 10^{-5} \text{ s} \quad (9)$$

功率放大器可近似为 1 阶惯性环节, 利用上述计算结果可得该环节的传递函数为

$$G_p(s) = \frac{A_p}{1 + T_p s} = \frac{0.4}{1 + 3.18 \times 10^{-5}s} \quad (10)$$

式中 $s = -i\omega_0$, 忽略重力影响并根据牛顿运动定律可得单自由度磁轴承转子系统的数学模型

$$m\ddot{x} = -k_x x + k_I I \quad (11)$$

式中 m 为悬浮质量, 对式 (11) 进行拉式变换, 设 $X(s)$ 和 $I_x(s)$ 分别为位移和电流的传递函数, 则单自由度磁轴承转子系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{X(s)}{I_x(s)} = \frac{k_I}{ms^2 + k_x} \quad (12)$$

不完全微分 PID (比例-积分-微分) 控制策略传递函数为

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{K_i}{T_i s} + \frac{K_d s}{1 + T_f s} \right) \quad (13)$$

式中 K_p 为比例系数, K_i 为积分系数, K_d 为微分系数, T_i 为积分时间常数, T_f 为低通滤波器部分的时间常数。

本文利用 MATLAB 的 Simulink 模块建立控制策略仿真模型, 通过 Simulink 仿真分析得到不完全微分 PID 控制参数, 如表 1 所示。

表 1 不完全微分 PID 控制参数

Table 1 Incomplete differential PID control parameters

K_p	K_i	K_d	$1/T_f$
7.1	105	0.001 24	424 000

在该组参数下, 当仿真时间为 0 s 时, 输入 2.5 V 的脉冲信号, 可以得到系统的输出波形, 如图 2 所示, 系统的调节时间为 0.025 s, 最大超调量为 13.068%。

在仿真时间为 0.03 s 时, 在偏差信号输入处加入幅值为 2.5 V 的脉冲信号, 系统的调节时间为 0.004 s, 最大超调量为 4.8%, 系统的调节时间较短, 超调量小于 25%, 说明系统动态性能优良, 且具有较好的抗干扰能力。

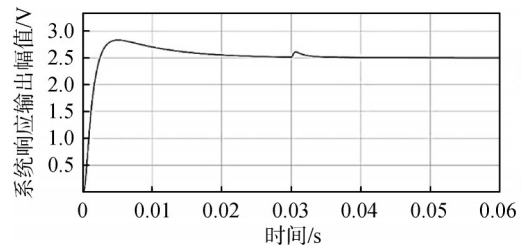


图 2 不完全微分 PID 控制响应

Fig.2 Incomplete differential PID control response

3 动压气体轴承性能分析

3.1 动压气体轴承参数确定

根据本文设计方案, 动压气体轴承的直径 $D = 55 \times 10^{-3} \text{ m}$, 轴承长度 $L = 24 \times 10^{-3} \text{ m}$, 平均气膜厚度 $h_r = 3 \times 10^{-5} \text{ m}$, 槽数 $N_c = 16$ 。

根据上述条件, 计算出动压气体轴承的长径比为

$$\lambda = \frac{L}{D} \quad (14)$$

动压气体轴承的可压缩系数为

$$\Lambda = \frac{6\eta_0\omega}{p_0} \left(\frac{R}{h_r} \right)^2 \quad (15)$$

式中 η_0 为 25 °C 时空气动力黏度, ω 为工作转速下的角速度 (rad/s), R 为动压气体轴承半径 (m), p_0 为环境压力 (Pa)。

代入相应参数可得, $\lambda = 0.44$, $\Lambda = 2.81$ 。按照所得结果, 在文献 [14] 中可以查到按最大稳定性优化的参数, 其中槽长比为 1, 槽宽比为 0.6, 槽深比为 2.6, 槽角圆整为 19°, 对小数进行圆整后, 可得槽宽 b_c 为 $4.32 \times 10^{-3} \text{ m}$, 槽深 h_c 为 $5 \times 10^{-5} \text{ m}$, 单边槽长 l_c 为 $6 \times 10^{-3} \text{ m}$ 。

3.2 雷诺方程建立

为简化方程建立过程, 提出如下假设: 气膜中空气为连续可压缩理想气体, 符合牛顿流体条件, 最小气膜厚度远大于气体分子平均自由程; 间隙

内体积力可忽略;沿气膜厚度方向上气体压力、黏度和密度的变化均忽略不计;忽略动压气体轴承内部的温度变化,并假设室温恒定;忽略极限偏心率条件下稀薄效应带来的影响^[15-16]。

雷诺方程是间隙内气体压力分布最基本的方程,通常从流体的运动微分方程进行推导。结合理想气体的状态方程,可得到柱坐标系下可压缩气体的广义曲面支承二元流动雷诺方程:

$$\frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{ph^3}{\eta} \cdot \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{ph^3}{\eta} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\omega \frac{\partial(ph)}{\partial \theta} + 12 \frac{\partial(ph)}{\partial t} \quad (16)$$

式中 θ 为圆周方向的弧度数(rad), p 为气膜的压强(Pa), h 为气膜厚度(m), η 为气膜中气体动力黏度((N·s)/m²), z 为轴承轴向坐标(m), t 为工作时间(s)。将式(16)无量纲化

$$Z = \frac{z}{L}; H = \frac{h}{h_r}; P = \frac{p}{p_0}; M = \frac{\eta}{\eta_0}; T = \nu t; \lambda = \frac{L}{D} \quad (17)$$

其中 ν 为扰动角速度(rad/s), Z 为无量纲轴向坐标, H 为无量纲气膜厚度, P 为无量纲的气膜压力, M 为无量纲动力黏度, T 为无量纲时间, λ 为长径比,设 γ 为无量纲扰动频率。

$$\begin{aligned} & \Delta H^2 \left(3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial H}{\partial \theta} + H \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} \right) + \frac{\Delta H^2}{4\lambda^2} \left(3 \frac{\partial P}{\partial Z} \cdot \frac{\partial H}{\partial Z} + H \frac{\partial^2 P}{\partial Z^2} \right) + \frac{\partial \Delta}{\partial Z} \left(\frac{1}{2\lambda^2} \cdot \frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{3PH^2}{4\lambda^2} \cdot \frac{\partial H}{\partial Z} \right) + \\ & H^2 \frac{\partial \Delta}{\partial \theta} \left(2H \frac{\partial P}{\partial \theta} + 3P \frac{\partial H}{\partial \theta} \right) + PH^3 \left(\frac{\partial^2 \Delta}{\partial \theta^2} + \frac{1}{4\lambda^2} \cdot \frac{\partial^2 \Delta}{\partial Z^2} \right) - \Lambda \left(\Delta \frac{\partial H}{\partial \theta} + H \frac{\partial \Delta}{\partial \theta} \right) = \Lambda \left(P \frac{\partial H}{\partial \theta} + H \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) - \\ & H^2 \left[H \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right)^2 + PH \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} + 3P \frac{\partial H}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial P}{\partial \theta} \right] - \frac{H^2}{4\lambda^2} \left[H \left(\frac{\partial P}{\partial Z} \right)^2 + PH \frac{\partial^2 P}{\partial Z^2} + 3P \frac{\partial H}{\partial Z} \cdot \frac{\partial P}{\partial Z} \right] \end{aligned} \quad (22)$$

3.3 气膜厚度方程建立

如图3所示,设内外壁两中心连线 O_1O_2 与载荷 W 方向为偏位角 φ ,偏心距 e 与平均气膜厚度 h_r 的比值为偏心率 ϵ , R_1 为转子半径, R_2 为外壁半径。在三角形 O_1O_2P 中,由于 e 的数量级远小于 R_2 ,因此可认为 $\cos \angle O_1PO_2 = 1$,忽略无穷小量,整理后可得无槽处无量纲气膜厚度为

$$H = 1 + \epsilon \cos \theta \quad (23)$$

同理,有槽处气膜厚度模型为

$$H = 1 + \epsilon \cos \theta + \frac{h_c}{h_r} \quad (24)$$

对整个气膜模型进行网格划分,并对网格节点进行分类。将气膜展开后沿周向分成 n_θ 份,有 $n_\theta + 1$ 个节点;沿轴向分成 n_z 份,有 $n_z + 1$ 个节

将式(17)代入式(16)中并进行简化,可得到无量纲动态雷诺方程:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{PH^3}{4\lambda^2} \cdot \frac{\partial P}{\partial Z} \right) = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (PH) + 2\gamma \Lambda \frac{\partial}{\partial T} (PH) \quad (18)$$

式(18)等号右边第2项为与时间有关的项,去掉该项即可得到静态雷诺方程,可利用牛顿迭代法近似计算求解轴承的承载力,去掉时间项后可将方程定义为压力函数 $F(P)$:

$$F(P) = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{PH^3}{4\lambda^2} \cdot \frac{\partial P}{\partial Z} \right) - \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (PH) \quad (19)$$

设 $F(P)$ 有近似根 P_n ,使 $F(P_n) \approx 0$ 且 $F'(P_n) \neq 0$,由微分中值定理可得迭代方程:

$$F(P_n)F'(P_n) = 0 \quad (20)$$

式中 n 为迭代次数; $\Delta = P_{n+1} - P_n$ 表示第 $n+1$ 次与第 n 次迭代之差。对 $F(P_n + \beta\Delta)$ 进行泰勒展开,同时对变量 β 进行求导:

$$\left. \frac{dF(P_n + \beta\Delta)}{d\beta} \right|_{\beta=0} = \delta F'(P) \quad (21)$$

联立式(20)和式(21),完全展开后合并同类项,化简后为

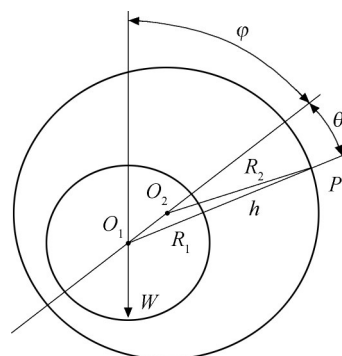


图3 转子相对位置示意图

Fig.3 Schematic diagram of relative rotor position

点。取 n_z 为槽宽的4倍, n_θ 为槽数的6倍。动压气体轴承网格划分如图4所示。

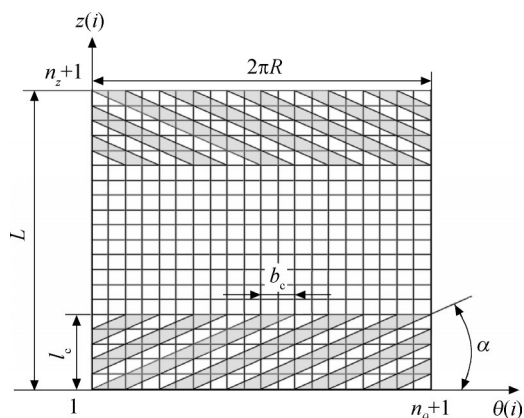


图4 动压气体轴承网格划分示意图

Fig.4 Schematic diagram of dynamic pressure gas bearing grid division

图4中, L 为动压气体轴承的轴向长度(m), l_c 为人字槽单边槽长(m), b_c 为人字槽槽宽(m), α 为槽角($^\circ$), $n_z+1, n_\theta+1$ 为节点数。对上述参数进行无量纲化:

$$L_c = \frac{l_c}{L}, \quad B_c = \gamma_c \frac{2\pi}{N_c}, \quad \gamma_c = \frac{N_c b_c}{2\pi R} \quad (25)$$

其中 L_c 为无量纲槽长, B_c 为无量纲槽宽, N_c 为槽数, γ_c 为槽宽比。令 $\kappa = \tan \alpha$,动压气体轴承上任意节点处于槽区的条件为

$$\begin{cases} -\kappa \left[\theta(i) - (n-1) \frac{2\pi}{N_c} \right] + 1 < z(j) \\ 1 - L_c < z(j) < 1 \\ z(j) < -\kappa \left[\theta(i) - (n-1) \frac{2\pi}{N_c} - B_c \right] + 1 \end{cases} \quad (26)$$

$$\begin{cases} \kappa \left[\theta(i) - (n-1) \frac{2\pi}{N_c} - B_c \right] < z(j) \\ 0 < z(j) < L_c \\ z(j) < \kappa \left[\theta(i) - (n-1) \frac{2\pi}{N_c} \right] \end{cases} \quad (27)$$

3.4 动态特性求解

采用小扰动法^[17]求解动压气体轴承的动态特性。其中,圆心可由偏位角 φ 和偏心率 ϵ 确定,将静态平衡时的圆心位置记为 (ϵ_0, φ_0) ,任意小扰动下圆心位置为 (ϵ, φ) ,则任意小扰动下转子轴颈处偏离静态工作点 O_{10} 后的位置如图5所示。

在复数范围内可相应表示为

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_0 + E = \epsilon_0 + E_0 e^{iT} \\ \varphi &= \varphi_0 + \Phi = \varphi_0 + \Phi_0 e^{iT} \end{aligned} \quad (28)$$

其中 E_0 为偏心率在复数域内变化的幅值, Φ_0 为偏位角在复数域内变化的幅值,则小扰动下气膜厚度的表达式为

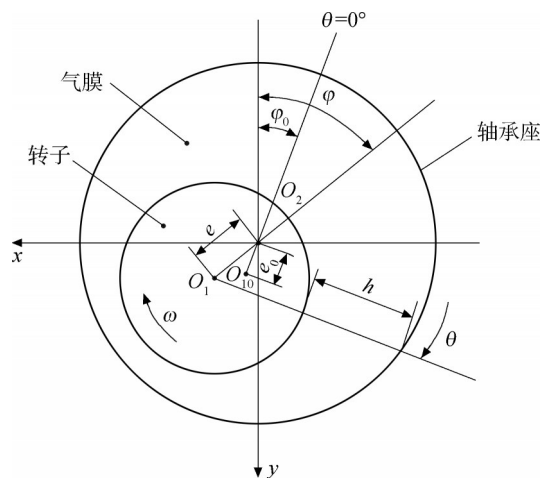


图5 小扰动下轴径位置示意图

Fig.5 Schematic diagram of shaft diameter position under small disturbance

$$H = H_0 + H_d = 1 + \epsilon_0 \cos \theta + (E_0 \cos \theta + \epsilon_0 \Phi_0 \sin \theta) e^{iT} \quad (29)$$

设在小扰动下无量纲气膜压力为

$$P = P_0 + P_d = P_0 + P_{d0} e^{iT} \quad (30)$$

其中 H_d 为动态气膜厚度, H_0 为无量纲平均气膜厚度, P_0 为无量纲环境压力, P_d 为动态气膜压力, P_{d0} 为动态气膜压力在复数域内变化的幅值,分别对气膜厚度和气膜压力求关于偏心率和偏位角的偏导,令

$$\begin{cases} P_E = \frac{\partial P_{d0}}{\partial E_0} \\ P_\Phi = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{\partial P_{d0}}{\partial \Phi_0} \\ H_E = \frac{\partial H_{d0}}{\partial E_0} \\ H_\Phi = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{\partial H_{d0}}{\partial \Phi_0} \end{cases} \quad (31)$$

分别将式(29)、式(30)和式(31)代入式(18)并进行化简,忽略其中的高阶无穷小项,对偏心率求导得到 P_E 的方程:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \theta} \left(P_0 H_0^3 \frac{\partial P_E}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{P_0 H_0^3}{4\lambda^2} \cdot \frac{\partial P_E}{\partial Z} \right) + \\ & \frac{\partial}{\partial \theta} \left(P_E H_0^3 \frac{\partial P_0}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{P_E H_0^3}{4\lambda^2} \cdot \frac{\partial P_0}{\partial Z} \right) + \\ & \frac{3\Lambda H_E}{H_0} \cdot \frac{\partial (P_0 H_0)}{\partial \theta} + 3P_0 H_0^3 \frac{\partial P_0}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{H_E}{H_0} \right) + \\ & \frac{3P_0 H_0^3}{4\lambda^2} \cdot \frac{\partial P_0}{\partial Z} \cdot \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{H_E}{H_0} \right) = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (H_0 P_E + P_0 H_E) + \\ & 2\gamma i \Lambda (H_0 P_E + P_0 H_E) \end{aligned} \quad (32)$$

关于 P_ϕ 的方程形式上与式(32)一致,关于 H_E 和 H_ϕ 对应的膜厚函数偏导数分别为

$$H_E = \cos \theta, H_\phi = \sin \theta \quad (33)$$

由于扰动幅度足够小,在该扰动范围内气膜可以等效认为是线性的弹簧及阻尼器,可用4个刚度系数和4个阻尼系数来表征:

$$\begin{aligned} -\int_0^1 \int_0^{2\pi} P_E \cos \theta d\theta dZ &= K_{y\epsilon} + i\nu C_{y\epsilon} \\ -\int_0^1 \int_0^{2\pi} P_E \sin \theta d\theta dZ &= K_{x\epsilon} + i\nu C_{x\epsilon} \\ -\int_0^1 \int_0^{2\pi} P_\phi \cos \theta d\theta dZ &= K_{y\theta} + i\nu C_{y\theta} \\ -\int_0^1 \int_0^{2\pi} P_\phi \sin \theta d\theta dZ &= K_{x\theta} + i\nu C_{x\theta} \end{aligned} \quad (34)$$

其中 K 代表无量纲动态刚度系数, C 为无量纲动态阻尼系数。直角坐标系下动压气体轴承的8个动力特性系数为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{yx} \\ k_{xy} & k_{yy} \end{bmatrix} &= \frac{RLP_0}{h_r} \begin{bmatrix} \sin \varphi_0 & \cos \varphi_0 \\ \cos \varphi_0 & -\sin \varphi_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{x\epsilon} & K_{y\epsilon} \\ K_{x\theta} & K_{y\theta} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{yx} \\ c_{xy} & c_{yy} \end{bmatrix} &= \frac{RLP_0}{h_r} \begin{bmatrix} \sin \varphi_0 & \cos \varphi_0 \\ \cos \varphi_0 & -\sin \varphi_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{x\epsilon} & C_{y\epsilon} \\ C_{x\theta} & C_{y\theta} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (35)$$

动态雷诺方程的边界条件与静态雷诺方程相同,求解边界条件为

$$\begin{cases} Z=0, P_E = P_\theta = 0 \\ Z=L, P_E = P_\theta = 0 \\ P_{E(\theta, Z)} = P_{E(\theta+2\pi, Z)} \\ P_{\phi(\theta, Z)} = P_{\phi(\theta+2\pi, Z)} \end{cases} \quad (36)$$

承载力计算公式为

$$\begin{cases} F_n = -p_0 RL \int_0^1 \int_0^{2\pi} (P-1) \cos \theta d\theta dZ \\ F_t = -p_0 RL \int_0^1 \int_0^{2\pi} (P-1) \sin \theta d\theta dZ \\ F_q = \sqrt{F_n^2 + F_t^2} \end{cases} \quad (37)$$

动压气体轴承的性能求解程序框图如图6所示。

3.5 动压气体轴承的动静态特性分析

动压气体轴承的相关参数如表2所示,将表中参数代入到文中第3.4节程序中,取轴向份数为104,周向份数为96。

计算后可得动压气体轴承的气膜厚度分布与气体压力分布分别如图7和图8所示。可以看出,楔形气膜沿周向展开时,气膜厚度总体呈余弦形状,因气体黏性产生局部压力升高,对转子起支撑作用,高压区存在气体泄漏,因此在靠近动压气体轴承边缘的位置压力越来越小直至与外界气压一

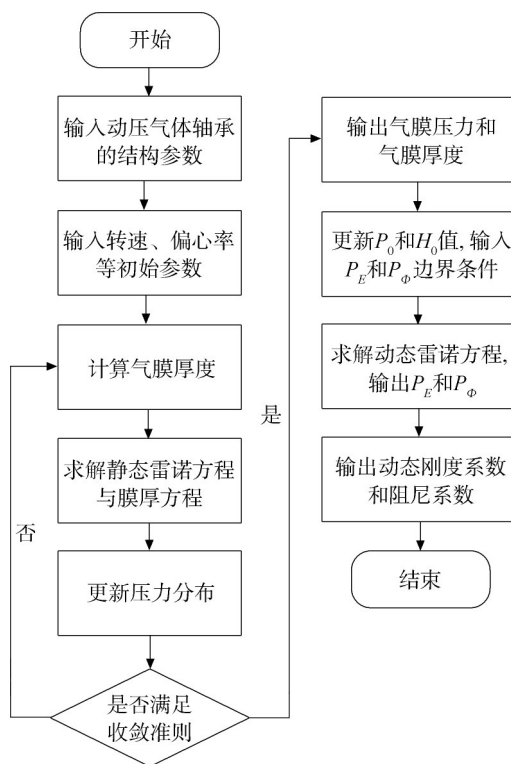


图6 MATLAB求解流程图

Fig.6 Flow chart of MATLAB solution

表2 动压气体轴承参数

Table 2 Parameters of dynamic pressure gas bearing

参数	数值
直径/mm	55
宽度/mm	24
膜厚/ μm	30
偏心率	0.6
转速/(r/min)	30 000
槽数	16
槽长/mm	6
槽宽/mm	4.32
槽深/ μm	50
槽角/($^\circ$)	19

致;气膜压力分布与人字槽分布有相关性,槽台交界处压力进一步升高。

承载力随转速变化关系如图9所示,承载力随转速线性增加。当偏心率为0.6时,转速6 000 r/min对应承载力为1.54 N,转速30 000 r/min对应承载力为17.2 N。

图10为承载力随偏心率变化的曲线,当偏心率较大时,承载力大幅增长,偏心率为0.6时两个

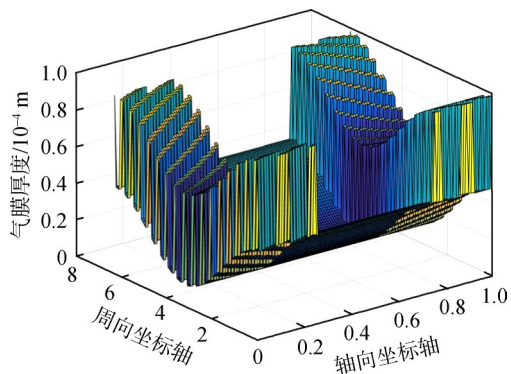


图7 气膜厚度分布情况

Fig.7 Gas film thickness distribution

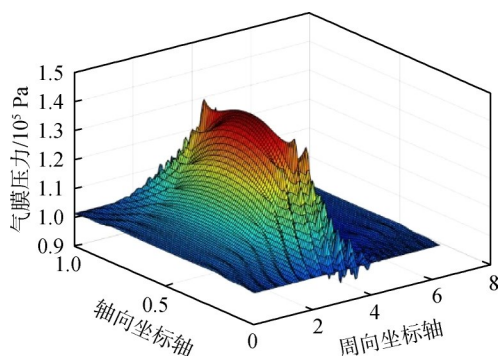


图8 气体压力分布情况

Fig.8 Gas pressure distribution

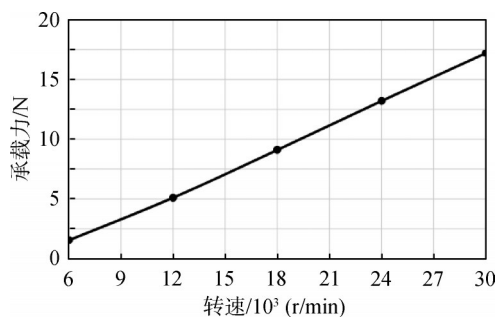


图9 承载力随转速变化关系

Fig.9 Relationship between bearing capacity and rotating speed

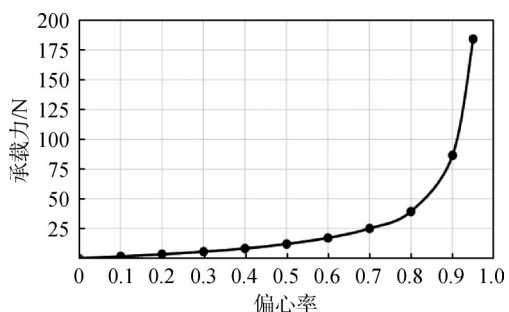


图10 承载力随偏心率变化关系

Fig.10 Relationship between bearing capacity and eccentricity

动压气体轴承合计产生约 35 N 的力,偏心率为 0.7 时两个动压气体轴承产生合计产生 50 N 的力,该力大于转子重力 47.5 N。

主刚度随转速变化曲线如图 11 所示,动压气体轴承的主刚度随转速的升高不断增高,其中 k_{xx} 在转速超过 18 000 r/min 后趋于稳定, k_{yy} 则在稳定后有逐渐下降的趋势。交叉刚度随转速变化曲线如图 12 所示, k_{yx} 先上升后下降最后回升, k_{xy} 则持续下降,且始终为负刚度。

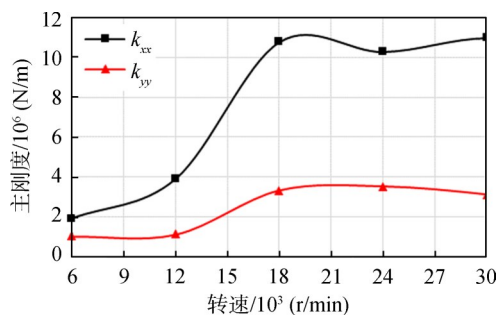


图11 主刚度与转速变化关系

Fig.11 Relationship between main stiffness and rotating speed

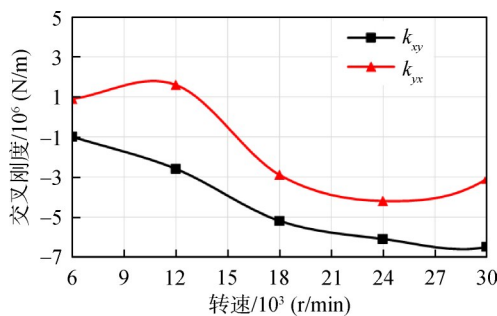


图12 交叉刚度与转速变化关系

Fig.12 Relationship between cross stiffness and rotating speed

4 系统模态分析

在 Workbench 中进行系统理论模态分析,转子上的动环采用集总参数模型^[18],将动环转换为具有附加质量和转动惯量的质点。在 ICEM 软件中建立虚拟 3D Block 并沿周向进行 Block 的 O 形划分、挤出,形成与几何模型近似的 Block 拓扑结构,通过 Associate 将 Block 的数据映射到转子的几何模型,生成结构网格。将空间坐标轴原点置于转子质心上,创建各零件的等效质点,并根据动环尺寸计算确定质点 Pinball 的控制范围^[19-20]。

将磁轴承支承刚度添加到磁轴承动环的轴向中心位置,即可得到磁轴承支承状态下的转子模型。对该模型求解计算可得 1 阶弯曲模态下固有

频率为 863.32 Hz。

由文中第 3.5 节计算结果可得,当偏心率为 0.6,转速为 30 000 r/min 时,单个动压气体轴承的刚度系数分别为 $k_{xx} = 10.3 \times 10^6$ N/m, $k_{yy} = 2.4 \times 10^6$ N/m, $k_{xy} = -4 \times 10^6$ N/m, $k_{yx} = 2.2 \times 10^6$ N/m, 阻尼系数较小,可忽略不计。引入动压气体轴承形成四点支承磁气组合轴承转子系统,其 1 阶弯曲模态对应的固有频率为 899.23 Hz,相比于两点支承,固有频率提高了 4%。四点支承磁气组合轴承转子系统的 1 阶弯曲模态振型如图 13 所示。

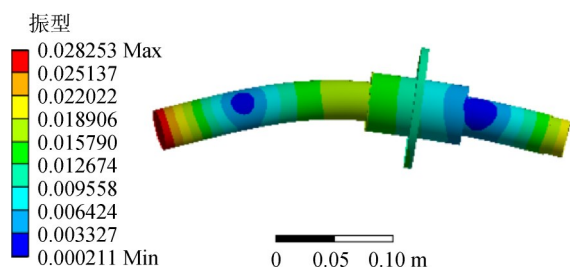


图 13 1 阶弯曲模态振型

Fig.13 The first-order bending mode shapes

采用安捷伦 35670A 频谱分析仪,利用锤击法对磁轴承静态支承下的转子进行试验模态分析,频谱分析仪如图 14 所示,得到转子的幅频响应曲线如图 15 所示。可以看出,第 1 个波峰范围是 297~345 Hz,最高点处对应频率为 321 Hz,第 2 个波峰范围是 901~945 Hz,最高点处对应频率为 917 Hz。试验所得的 1 阶弯曲临界转速为 917 Hz,与理论模态分析结果对比误差较小,误差产生原因为:为保证转子网格划分质量,理论分析建模时忽略螺纹、倒角等因素,而转子加工时存在加工误差和装配误差,因此推断仿真结果合理,本文所设计的转子系统在工作转速下为刚性转子系统。



图 14 频谱分析仪

Fig.14 Spectrum analyzer

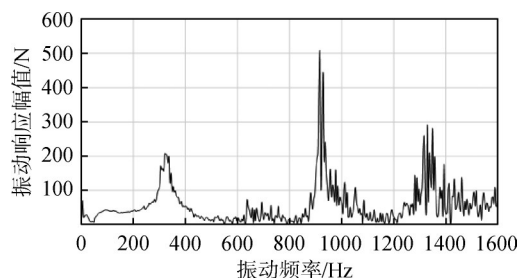


图 15 试验模态幅频响应曲线

Fig.15 Test mode amplitude frequency response curve

5 系统试验分析

5.1 系统高速试验台

图 16 为磁气组合轴承转子系统的主体部分,主要包括磁气组合轴承转子系统机械部分、磁轴承控制系统、变频器系统 3 个部分,磁轴承控制系统有相应的接口可供示波器、信号发生器等输入或采集信号。



图 16 磁气组合轴承转子系统试验台

Fig.16 Magnetic-gas bearing rotor system test bench

系统试验台采用卧式放置,自左向右径向轴承的磁极排布方式如图 17 所示,其中 1A、1B 所在自由度简称 1 路,其他依次类推。

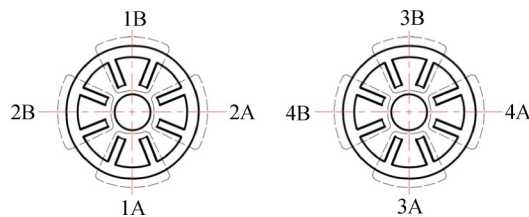


图 17 磁径向磁轴承磁极排布示意图

Fig.17 Schematic diagram of magnetic pole arrangement of magnetic radial magnetic bearing

5.2 系统高速旋转试验

当采用普通保护轴承时,系统在工作转速下情况如图 18 所示,其中由上到下各波形信号分别为 3 路振动信号、4 路振动信号、3 路磁极线圈电流

信号、4路磁极线圈电流信号,3路振动信号峰峰值为 14.4×10^{-6} m,4路振动信号峰峰值为 19.2×10^{-6} m,3路磁极线圈电流信号峰峰值为 1.276 8 A,4路线圈电流信号峰峰值为 0.912 A。

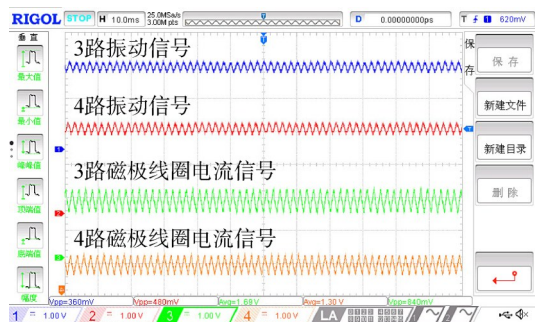


图18 普通保护轴承电流与位移

Fig.18 Current and displacement of general protection bearing

将普通保护轴承替换为动压气体轴承,其余条件保持不变,系统在工作转速下情况如图19所示,3路振动信号峰峰值为 14.4×10^{-6} m,3路磁极线圈电流信号峰峰值为 1.09 A,4路振动信号峰峰值为 16.0×10^{-6} m,4路磁极线圈电流信号峰峰值为 0.91 A。

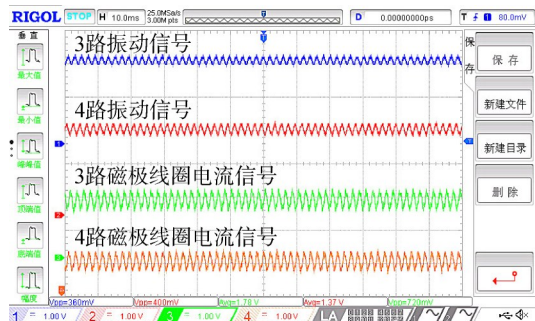


图19 动压气体轴承电流与位移

Fig.19 Current and displacement of dynamic pressure gas bearing

可以看出,将普通保护轴承替换为动压气体轴承后,竖直方向振动峰峰值基本不变,但竖直方向控制电流峰峰值减小了 14.1%,磁轴承控制转子的磁力相应减少;水平方向电流峰峰值基本不变,而振动峰峰值减小 16.6%。由此可知,引入动压气体轴承后,系统总刚度增加,高转速下转子不平衡量与重力对系统的影响减小,水平与竖直方向上转子振动大小与磁轴承控制电流趋于一致,且转子振动和磁轴承控制电流大小有所改善,说明引入动压气体轴承可以提高磁轴承转子系统的动态性能。

5.3 动压气体轴承承载力测试

动压气体轴承承载力的测试原理是在磁轴承支承下,转子在两个径向动压气体轴承的中心轴线上高速旋转;在高速旋转时,逐渐改变转子的悬浮位置,动压气体轴承的偏心率随之发生变化,相应的承载力发生变化,进而影响径向磁轴承线圈的平均电流;根据径向磁轴承线圈平均电流值的变化,可计算径向磁轴承承载力,进而推出径向动压气体轴承的承载力。

高速旋转时,使转子悬浮位置沿水平方向偏移,转子受力情况如图20所示,其中 G 为重力, F_{q1} 表示动压气体轴承沿 1 路方向的承载力, F_1 表示 1 路磁轴承的承载力,其他依次类推。规定竖直向上为 y 轴正方向,水平向右为 x 轴正方向。

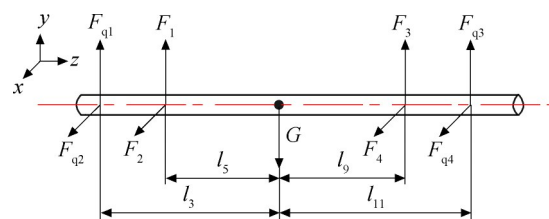


图20 转子系统受力示意图

Fig.20 Force diagram of rotor system

由此可得到两个方向的平衡方程:

$$\begin{cases} F_{q2} + F_2 + F_4 + F_{q4} = 0 \\ (l_3 - l_5)F_2 + (l_3 + l_9)F_4 + (l_3 + l_{11})F_{q4} = 0 \end{cases} \quad (38)$$

$$\begin{cases} F_{q1} + F_1 + G + F_3 + F_{q3} = 0 \\ (l_3 - l_5)F_1 - l_3G + (l_3 + l_9)F_3 + (l_3 + l_{11})F_{q3} = 0 \end{cases} \quad (39)$$

磁轴承水平与垂直方向力可由式(40)求得

$$\begin{cases} F_{y+} = \frac{\mu_0 A_0 N^2 (I_{r0} + I_c)^2}{(\delta_0 + \delta_B K_f)^2} K_f = \zeta \frac{i^2}{\delta_B^2} \\ F_{y-} = \frac{\mu_0 A_0 N^2 (I_{r0} - I_c)^2}{(\delta_0 - \delta_B K_f)^2} K_f = \zeta \frac{(2I_{r0} - i)^2}{(2\delta_0 - \delta_B)^2} \end{cases} \quad (40)$$

其中 K_f 为径向磁轴承合力系数, I_{r0} 径向磁轴承偏置电流, δ_0 径向磁轴承平均气隙, δ_B 为 B 方向磁极与转子间隙, I_c 径向磁轴承磁偏置电流变化量, i 为 B 方向电流,其值可直接测得, ζ 为由磁轴承结构参数决定的常数, $\zeta = \mu_0 N^2 A_0 K_f = 0.497$, $2I_{r0} = 4A$, $2\delta_0 = 5 \times 10^{-4}$ m。

当转子静态悬浮时,动压气体轴承不产生承载力, x 方向仅受到磁轴承承载力作用, y 方向则

同时受磁轴承承载力和转子重力共同作用,因此需分开讨论。

在 x 方向上,静态悬浮时,磁轴承承载力为零,相应的两组磁极与转子间隙 δ_x 可根据线圈电流分别由式(41)和式(42)求得

$$\zeta \frac{i_{20}^2}{\delta_{2A}^2} = \zeta \frac{(4 - i_{20})^2}{(5 \times 10^{-4} - \delta_{2A})^2} \quad (41)$$

$$\zeta \frac{i_{40}^2}{\delta_{4A}^2} = \zeta \frac{(4 - i_{40})^2}{(5 \times 10^{-4} - \delta_{4A})^2} \quad (42)$$

式中 i_{20} 和 i_{40} 分别为静态悬浮时 2 路和 4 路 B 方向电流。

当转子旋转时,转子位置不变,动压气体轴承产生承载力,使磁轴承承载力发生变化,进而导致线圈电流发生变化,此时两个径向磁轴承在 x 方向的承载力分别为

$$F_2 = F_{2+} - F_{2-} = \zeta \frac{i_2^2}{\delta_{2A}^2} - \zeta \frac{(4 - i_2)^2}{(5 \times 10^{-4} - \delta_{2A})^2} \quad (43)$$

$$F_4 = F_{4+} - F_{4-} = \zeta \frac{i_4^2}{\delta_{4A}^2} - \zeta \frac{(4 - i_4)^2}{(5 \times 10^{-4} - \delta_{4A})^2} \quad (44)$$

其中 i_2 和 i_4 分别为转子旋转时 2 路和 4 路 B 方向电流。

在 y 方向上,两个磁轴承共同承担转子重力,悬浮状态下动压气体轴承承载力 $F_q = 0$,沿 y 正方向的磁轴承与转子间隙可由式(45)和式(46)求得

$$\zeta \frac{i_{10}^2}{y_{1B}^2} - \zeta \frac{(4 - i_{10})^2}{(5 \times 10^{-4} - \delta_{1B})^2} = \frac{l_9}{l_5 + l_9} G \quad (45)$$

$$\zeta \frac{i_{30}^2}{y_{3B}^2} - \zeta \frac{(4 - i_{30})^2}{(5 \times 10^{-4} - \delta_{3B})^2} = \frac{l_5}{l_5 + l_9} G \quad (46)$$

当转子旋转时,两个磁轴承在 y 方向的承载力分别为

$$F_1 = F_{1+} - F_{1-} = \zeta \frac{i_1^2}{\delta_{1B}^2} - \zeta \frac{(4 - i_1)^2}{(5 \times 10^{-4} - \delta_{1B})^2} - \frac{l_9}{l_5 + l_9} G \quad (47)$$

$$F_3 = F_{3+} - F_{3-} = \zeta \frac{i_3^2}{\delta_{3B}^2} - \zeta \frac{(4 - i_3)^2}{(5 \times 10^{-4} - \delta_{3B})^2} - \frac{l_5}{l_5 + l_9} G \quad (48)$$

径向动压气体轴承在工作转速下静态力检测步骤如下:

1) 使转子悬浮在动压气体轴承中间,静态悬浮时动压气体轴承不提供承载力,磁轴承承载力为零,根据转子悬浮电流,结合式(41)、式(42)、式(45)和式(46),可分别求得此时转子与各路磁极初始间隙。

2) 改变转子悬浮位置,使转子沿水平方向偏移,根据转子悬浮电流可分别求得偏移后转子与各路磁极的间隙。不同偏心率下各路磁极 B 方向上静态悬浮电流值如表 3 所示。

表 3 不同偏心率下各路静态悬浮电流

Table 3 Static levitation current with different eccentricities

偏心率	电流/A			
	1B	2B	3B	4B
-0.6	2.052	1.543	2.584	1.680
-0.5	2.052	1.567	2.584	1.704
-0.4	2.052	1.590	2.584	1.728
-0.3	2.052	1.614	2.584	1.753
-0.2	2.052	1.639	2.584	1.775
-0.1	2.052	1.663	2.584	1.800
0	2.052	1.687	2.584	1.824
0.1	2.052	1.712	2.584	1.848
0.2	2.052	1.736	2.584	1.873
0.3	2.052	1.759	2.584	1.897
0.4	2.052	1.783	2.584	1.921
0.5	2.052	1.807	2.584	1.944
0.6	2.052	1.832	2.584	1.968

3) 保持间隙不变,转子高速运行,记录此时各路磁极电流平均值,不同偏心率下各路磁极 B 方向上旋转电流值如表 4 所示。根据当前各路间隙与电流平均值,结合式(43)、式(44)、式(47)和式(48)可求出各路磁轴承在水平方向和竖直方向上的承载力。

根据磁轴承在水平方向和垂直方向的承载力,结合式(38)和式(39)计算出动压气体轴承沿垂直偏心方向的承载力 F_{q1} 、 F_{q3} 和沿偏心方向的承载力 F_{q2} 、 F_{q4} ,进而求出该偏心率下动压气体轴承的承载力。

两个动压气体轴承的承载力变化规律一致,本文只列出右径向动压气体轴承的变化规律。由于转子振动峰值接近 10^{-5} m,为安全起见,承载力

表 4 不同偏心率下各路旋转电流
Table 4 Rotating currents with different eccentricities

偏心率	电流/A			
	1B	2B	3B	4B
−0.6	1.905	1.431	2.432	1.568
−0.5	1.949	1.494	2.481	1.635
−0.4	1.982	1.542	2.510	1.678
−0.3	2.005	1.580	2.535	1.721
−0.2	2.026	1.620	2.555	1.760
−0.1	2.041	1.657	2.573	1.792
0	2.052	1.687	2.584	1.824
0.1	2.064	1.719	2.597	1.856
0.2	2.077	1.754	2.613	1.891
0.3	2.097	1.792	2.633	1.928
0.4	2.123	1.836	2.656	1.978
0.5	2.15	1.879	2.688	2.028
0.6	2.196	1.944	2.738	2.084

测试试验时取最大偏心率为 0.6。将试验所得数据在 MATLAB 中按指数变化进行拟合,偏心率为正时拟合方程为

$$F_q = 1.458e^{3.54\epsilon} - 1.484e - 2.879\epsilon \quad (49)$$

偏心率为负时拟合方程为

$$F_q = -1.646e^{2.323\epsilon} + 1.587e - 3.43\epsilon \quad (50)$$

总承载力随偏心率变化情况如图 21 所示,其中虚线菱形部分为拟合所得。

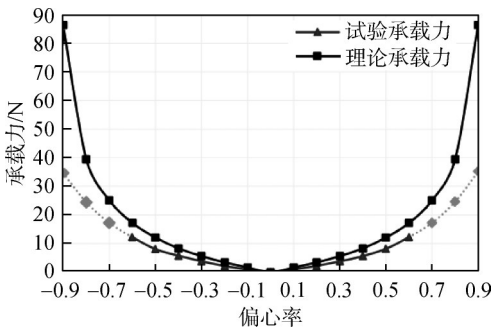


图 21 右径向气体轴承承载力与偏心率关系
Fig.21 Relationship between capacity and eccentricity of right radial gas bearing

转速为 30 000 r/min 且偏心率为 0.6 时,实际测得承载力为 12 N。将所测得承载力数据在 MATLAB 中拟合,可推出转速为 30 000 r/min 且偏心率为 0.9 时,单个动压气体轴承拟合承载力为 35.2 N。

当偏心率为 0.6,转速由 18 000 r/min 升至 30 000 r/min 时,各路磁轴承电流如表 5 所示。

表 5 动压气体轴承各转速下电流平均值
Table 5 Average current of dynamic pressure gas bearing at each rotating speed

转速/ 10 ³ (r/min)	电流平均值/A			
	1B	2B	3B	4B
0	2.127	1.884	2.661	2.017
18	2.143	1.898	2.686	2.0347
21	2.16	1.914	2.702	2.048
24	2.175	1.929	2.722	2.065
27	2.196	1.944	2.738	2.084
30	2.127	1.884	2.661	2.017

根据前述,可推得动压气体轴承承载力随转速变化关系,如图 22 所示。结果表明:高速旋转下系统稳定,引入动压气体轴承可以提高磁轴承转子系统的动态性能;转子跌落时存在较大的冲击力^[21],在高转速下磁轴承失效造成转子跌落瞬间,根据试验结果图 21 可以看出,若偏心率接近 1 时,承载力呈指数增长,两个径向动压气体轴承能够产生较大的承载力支承转子,减轻转子跌落造成的损害。

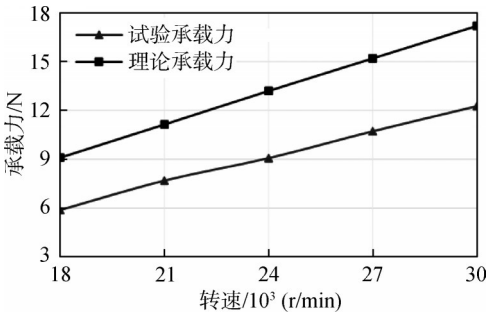


图 22 动压气体轴承承载力与转速关系
Fig.22 Relationship between dynamic pressure gas bearing capacity and rotating speed

6 结 论

通过研究不同偏心率和转速下动压气体轴承的支承特性、径向四点支承磁气组合轴承转子系统的动态性能,可得到以下结论:

1) 动压气体轴承的承载力分别随偏心率和转速的增大而增大,试验结果与理论结果变化规律相同,但与理论计算结果相比偏小。

2) 动压气体轴承的刚度系数随偏心率的增大先增大后减小,因此径向动压气体轴承在单独使用时存在失稳风险;但引入径向动压气体轴承,可以提高磁轴承转子系统的动态性能。

3) 四点支承下动压气体轴承可以为系统提供支承刚度,提高系统1阶弯曲模态对应的固有频率,改善组合轴承转子系统的水平动力学性能。

4) 在磁轴承失效造成转子跌落瞬间,偏心率接近于1,两个径向动压气体轴承能够产生较大的承载力,减轻转子跌落造成的损害。

参考文献:

- [1] SCHWEITZER G, MASLEN E H. 磁悬浮轴承:理论、设计及旋转机械应用[M]. 徐畅, 张凯, 赵雷, 译. 北京:机械工业出版社, 2012.
- [2] XIE Zhenyu, YU Kun, WEN Liantang, et al. Characteristics of motorized spindle supported by active magnetic bearings [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 27(6):1619-1624.
- [3] 俞成涛, 徐龙祥, 金超武. 自动消除主动磁悬浮轴承系统保护间隙机构的运动学分析[J]. 航空学报, 2015, 36(7):2485-2496.
YU Chengtao, XU Longxiang, JIN Chaowu. Kinematical analysis of clearance protection mechanism for automatic elimination of active magnetic bearing system[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(7):2485-2496. (in Chinese)
- [4] 李国畅. 自消除间隙保护轴承支承特性研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2019.
LI Guochang. Research on bearing supporting characteristics of self-clearing gap protection bearing[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2019. (in Chinese)
- [5] 黄平. 润滑数值计算方法[M]. 北京:高等教育出版社, 2012: 8-11.
- [6] 温诗铸, 黄平, 田煜. 摩擦学原理[M]. 北京:清华大学出版社, 2018:332-336.
- [7] 陆俊杰. 新型浮动式柱面微槽气膜密封的动力润滑特性研究[D]. 兰州:兰州理工大学, 2018.
LU Junjie. Study on dynamic lubrication characteristics of a new floating cylindrical groove gas film seal[D]. Lanzhou: Lanzhou University of Technology, 2018. (in Chinese)
- [8] 姚绍明. 气体复合润滑技术[M]. 北京:国防工业出版社, 2008:1-43.
- [9] 祝汉婷. 人字槽动压滑动轴承-转子系统的动态特性研究[D]. 天津:天津大学, 2012.
ZHU Hanting. Dynamic characteristic analysis of herringbone grooved hydrodynamic sliding bearing and rotor system[D]. Tianjin: Tianjin University, 2012. (in Chinese)
- [10] BAI Shaoxian, PENG Xudong, LI Yefeng, et al. Gas lubrication analysis method of step-dimpled face mechanical seals [J]. Journal of Tribology, 2012, 134(1):011702.1-011702.9.
- [11] TOMIOKA J, MIYANAGA N. Stability threshold of herringbone grooved aerodynamic journal bearings with external stiffness and damping elements[J]. Journal of Advanced Mechanical Design Systems and Manufacturing, 2013, 7(6): 876-887.
- [12] WANG Chengchi. Theoretical and nonlinear behavior analysis of a flexible rotor supported by a relative short herringbone-grooved gas journal-bearing system[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 2008, 237(18):2282-2295.
- [13] 赵广, 刘盼年, 于贺春, 等. 静压气体轴承气膜力及其与转子耦合动力学特性研究[J]. 航空动力学报, 2012, 27(2): 472-480.
ZHAO Guang, LIU Pannian, YU Hechun, et al. Research on gas film force of aerostatic gas bearing and its coupled dynamics with rotor[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(2):472-480. (in Chinese)
- [14] 王云飞. 气体润滑理论与气体轴承设计[M]. 北京:机械工业出版社, 1999:45-69.
- [15] 任佟, 陈东菊, 李彦生, 等. 气体轴承的动态特性分析及实验研究[J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(8):68-75.
REN Tong, CHEN Dongju, LI Yansheng, et al. Dynamic characteristics analysis and experimental study for gas bearing[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2019, 53(8):68-75. (in Chinese)
- [16] 张广辉. 高速动静压混合气体轴承转子系统动力学特性研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2010.
ZHANG Guanghui. Research of dynamic characteristics for high speed hybrid gas bearing rotor system[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010. (in Chinese)
- [17] 戚社苗. 弹性箔片气体轴承的完全气弹耦合解[D]. 西安:西安交通大学, 2005.
QI Shemiao. A generalized solution of elasto-aerodynamically coupled lubrication for compliant foil bearings[D]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University, 2005. (in Chinese)
- [18] 费钟秀. 复杂转子耦合系统有限元建模及其动力特性研究[D]. 杭州:浙江大学, 2013.
FEI Zhongxiu. Research on finite element modeling and dynamic behaviors of complex multi-rotor coupled systems[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2013. (in Chinese)
- [19] 袁惠群. 转子动力学分析方法[M]. 北京:冶金工业出版社, 2017:1-90.
- [20] 朱祖超, 翟璐璐. 离心泵非定常流动激励转子动力学[M]. 北京:机械工业出版社, 2019:28-96.
- [21] 朱益利, 金超武, 徐龙祥. 保护轴承系统中弹性环不同安装位置对转子跌落后动力学响应的影响[J]. 航空动力学报, 2012, 27(7):1671-1680.
ZHU Yili, JIN Chaowu, XU Longxiang. The influence of the different installation positions of the elastic ring in the protective bearing system on the dynamic response of the rotor after falling[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(7):1671-1680. (in Chinese)

(编辑:陈越)