

# 同轴离心式喷嘴噪声引发燃烧 不稳定分析和预测

杨尚荣, 王 勇, 杨宝娥

(中国航天科技集团有限公司 西安航天动力研究所  
液体火箭发动机技术重点实验室, 西安 710100)

**摘 要:** 以氧化剂和燃料的混合比作为系统控制参数,研究同轴离心式喷嘴燃烧动力学过程。混合比增加和减少过程中,燃烧噪声和振荡燃烧状态间转变的混合比不同,说明系统出现了亚临界 Hopf 分叉现象,且在双稳定区内出现了燃烧噪声引发的振荡燃烧。利用临界慢化理论,分析 3 种表征参数:延迟为 1 自相关系数、方差和条件异方差(CH)对噪声引发不稳定的预警效果。结果表明:延迟为 1 自相关系数在噪声引发不稳定前出现明显的上升趋势且非随机现象,具有较可靠的指示作用。方差对噪声引发不稳定性的预示性较差。条件异方差在不稳定发生前振荡上升,可以作为辅助判断条件。基于 Kendall 秩相关系数趋势评估方法,提出一种在线预测噪声引发不稳定的判断准则,具有较好的适应性和可靠性。

**关 键 词:** 同轴离心式喷嘴; 噪声引发不稳定; Hopf 分叉; 临界慢化; 在线预测

中图分类号: V231.1

文献标志码: A

## Analysis and prediction of noise-induced combustion instabilities of coaxial swirl injector

YANG Shangrong, WANG Yong, YANG Baobe

(Science and Technology on Liquid Rocket Engine Laboratory,

Xi'an Aerospace Propulsion Institute,

China Aerospace Science and Technology Corporation, Xi'an 710100, China)

**Abstract:** The combustion dynamics of a coaxial swirl injector was investigated with the mixture ratio of oxidant and fuel as the system control parameter. The mixture ratios at which the transitions between combustion noise and oscillatory state occurred were different for the forward path and for the reverse path. This difference indicated that the transition to the oscillatory state observed was subcritical Hopf bifurcation in nature. Noise-induced instabilities were observed in the bistable regime. The viability of three early warning measures such as lag-1 autocorrelation, variance and conditional heteroskedasticity (CH) to predict transition in the combustor was analyzed based on critical slowing down theory. It was found that lag-1 autocorrelation showed an increasing trend as the critical point was approached, enabling to predict catastrophic transitions as early warning signals. Variance may be less generic as an indicator of noise-induced instability. Significant CH showed an increasing trend, which can be used as an auxiliary judgment condi-

收稿日期:2020-09-21

基金项目:国家自然科学基金(51606138)

作者简介:杨尚荣(1986—),男,高级工程师,博士,研究领域为液体火箭发动机喷雾燃烧。

引用格式:杨尚荣,王勇,杨宝娥.同轴离心式喷嘴噪声引发燃烧不稳定分析和预测[J].航空动力学报,2021,36(11):2317-2324.

YANG Shangrong, WANG Yong, YANG Baobe. Analysis and prediction of noise-induced combustion instabilities of coaxial swirl injector[J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(11): 2317-2324.

tion. An online prediction method of good adaptability and reliability for noised-induced instability based on Kendall rank correlation coefficient was proposed.

**Key words:** coaxial swirl injector; noise-induced instability; Hopf bifurcation; critical slowing down; online prediction

燃烧不稳定现象广泛存在于航空航天推进系统中,对系统稳定和安全工作构成很大的威胁。燃烧不稳定的裕度评估和(在线)预测是系统实现主被动控制的前提<sup>[1]</sup>,可以分为基于模型和数据驱动两类方法。由于燃烧不稳定现象中复杂的非线性动力学过程,发展基于模型的预测方法难度较大。本文关注数据驱动的预测方法。

Lieuwen<sup>[2]</sup>提出了一种在线评估燃烧稳定性裕度的方法,通过压力时间序列的自相关函数计算衰减率,衰减率接近零时意味着不稳定即将发生。Yi等<sup>[3]</sup>推广Lieuwen的方法到频域,通过对功率谱进行参数识别得到系统衰减率。Nair等<sup>[4]</sup>发现在不稳定发生之前会出现阵发现象。通过递归量化方法计算了不同动力学状态下的递归特性,发现确定率等测度可以作为不稳定的早期预警信号。Nair等<sup>[5]</sup>也采用复杂系统方法分析燃烧噪声阶段的压力时间序列,发现燃烧噪声具有多重分形特征,赫斯特指数可作为不稳定早期预警信号。Murugesan等<sup>[6]</sup>在钝体稳焰湍流燃烧器的动力学研究中,发现复杂网络的测度,如特征路径长度、聚类系数、网络直径、全局有效性可作为热声振荡和贫燃熄灭的预测指标。Godavarthi等<sup>[7]</sup>利用递归网络方法,发现介数中心性可对湍流燃烧器中的动力学转变过程进行预测。Hashimoto等<sup>[8]</sup>发现湍流网络中的相参数可以对不稳定性进行预测。Sarkar等<sup>[9]</sup>利用描述状态复杂度的熵率对不稳定性进行预测。上述方法大多应用在系统稳态工作阶段,即系统工作中状态没有突变的情形。

机器学习方法可以对系统从稳定向不稳定的动态转变(突变)进行预测。Xiong等<sup>[10]</sup>利用贝叶斯无参方法构造D-Markov机器对不稳定进行预测,并在实验中进行验证。Mondal等<sup>[11]</sup>将隐式Markov模型作为统计学习工具,利用电加热Rijke管不同状态的压力数据训练模型,对不稳定进行预测。Kobayashi等<sup>[12]</sup>结合复杂网络和支持向量机器学习方法对旋流稳定的湍流燃烧器中压力和火焰图像数据进行分析来对不稳定进行预测。应用机器学习方法进行预测的困难是其需要大量的实验数据来训练模型。

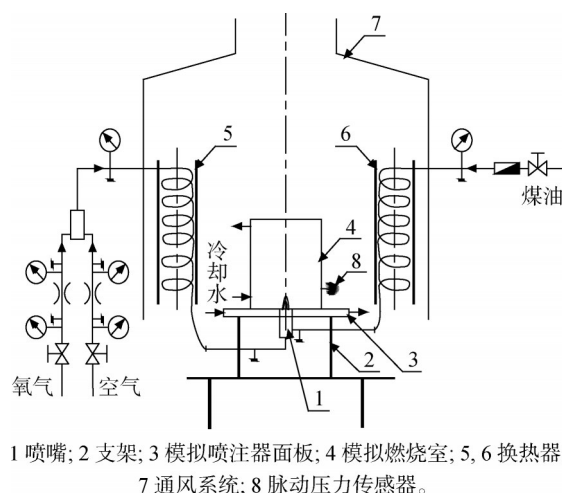
对于系统工作中状态发生突变的情形,有学者利用临界慢化理论进行预测。从非线性动力系统角度看,燃烧不稳定是通过Hopf分叉产生的。对于多数非线性系统,当系统接近分叉点时,系统对扰动的恢复率降低,称为临界慢化<sup>[13]</sup>。根据该理论,学者们发展了多种表征参数来预测临界转变(分叉),包括恢复率降低、自相关系数、方差和条件异方差增加等<sup>[14]</sup>。Gopalakrishnan等<sup>[15]</sup>通过缓慢变化控制参数(加热器功率)获取Rijke管Hopf分叉实验数据,分析发现方差和条件异方差可以作为热声不稳定预测指标,延迟为1的自相关系数在噪声环境下鲁棒性较差。An等<sup>[16]</sup>对燃气轮机中的自发燃烧不稳定进行分析,发现方差和延迟为1的自相关系数可以作为不稳定的预测指标。

本文开展同轴离心式喷嘴稳定性实验研究,对系统出现的燃烧不稳定进行分析。基于临界慢化理论,分析自相关系数、方差和条件异方差等参数在不稳定发生前的变化规律,为液体火箭发动机燃烧不稳定性预测提供参考。

## 1 实验系统和数据处理方法

### 1.1 实验装置

燃烧实验系统原理如图1所示<sup>[17]</sup>。模拟燃烧室为敞口圆筒形结构,直径为156 mm,高为277



1 喷嘴; 2 支架; 3 模拟喷嘴器面板; 4 模拟燃烧室; 5, 6 换热器; 7 通风系统; 8 脉动压力传感器。

图1 燃烧实验系统原理图<sup>[17]</sup>

Fig.1 Schematic diagram of combustion test bench<sup>[17]</sup>

mm,垂直安放在模拟喷注器面板上。实验用喷嘴(见图 2)为带缩进室的同轴离心喷嘴,外喷嘴为离心煤油喷嘴,出口直径为 16.4 mm,内喷嘴为直流氧化剂喷嘴,出口直径为 13.4 mm,缩进室长度为 10.5 mm。喷嘴安装于模拟燃烧室中间位置,出口与模拟喷注器面板平齐。

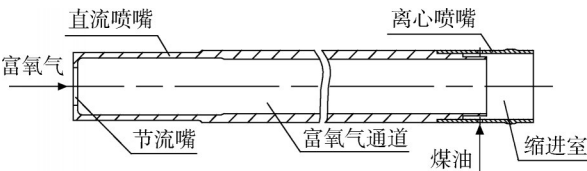


图 2 带缩进室的同轴离心喷嘴<sup>[17]</sup>  
Fig.2 Recessed coaxial swirl injector<sup>[17]</sup>

氧化剂为 400 ℃ 的富氧气(质量分数为 88% 的氧气+质量分数为 12% 的空气),燃料为 410 ℃ 的煤油蒸气,均由换热器加热至相应温度。

1.2 实验方法和工况

脉动压力传感器安装在燃烧室壁面距喷注器面板 20 mm 的位置(见图 1),采样频率为 25.6 kHz。实验中,稳定燃料流量  $\dot{m}_f$ ,逐步增加氧化剂流量  $\dot{m}_o$  至各工况点(以下简称上行实验),后逐步减小氧化剂流量  $\dot{m}_o$  至各预设工况点(以下简称下行实验),如表 1 所示。混合比为氧化剂(氧气+空气)与燃料(煤油)质量流量之比。

表 1 实验中工况点  
Table 1 Test operating conditions

| 工况 | 燃料流量<br>$\dot{m}_f/(g/s)$ | 氧化剂流量<br>$\dot{m}_o/(g/s)$ | 混合比<br>$k$ |
|----|---------------------------|----------------------------|------------|
| 1  | 0.8                       | 1.7                        | 2.13       |
| 2  | 0.8                       | 2.9                        | 3.63       |
| 3  | 0.8                       | 3.6                        | 4.50       |
| 4  | 0.8                       | 3.7                        | 4.63       |
| 5  | 0.8                       | 4.2                        | 5.25       |
| 6  | 0.8                       | 5.1                        | 6.38       |
| 7  | 0.8                       | 5.7                        | 7.13       |
| 8  | 0.8                       | 4.2                        | 5.25       |
| 9  | 0.8                       | 4.0                        | 5.00       |
| 10 | 0.8                       | 3.7                        | 4.63       |
| 11 | 0.8                       | 3.4                        | 4.25       |
| 12 | 0.8                       | 2.57                       | 3.21       |
| 13 | 0.8                       | 1.31                       | 1.64       |

1.3 临界慢化方法

滞后为 1 自相关系数:临界慢化现象导致系统恢复速率降低,系统状态与它之前的状态越来越相似。滞后为 1 自相关系数  $\rho_1$  可评估系统对扰动的恢复快慢程度<sup>[13]</sup>,定义为

$$\rho_1 = \frac{E[(z_t - \mu)(z_{t+1} - \mu)]}{\sigma_z^2} \tag{1}$$

式中  $z_t$  为原始压力时间序列,  $z_{t+1}$  为  $z_t$  延迟为 1 的时间序列,  $\mu$  为  $z_t$  的平均值或数学期望,  $\sigma_z^2$  为  $z_t$  的方差。

1) 方差:系统接近分叉点时,扰动的影响力并不会降低,其累积效应使系统响应的方差增大。另一方面,临界慢化将降低系统对扰动的响应能力,对方差产生相反的效果<sup>[13]</sup>。方差  $\sigma_z^2$  定义为

$$\sigma_z^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (z_i - \mu)^2 \tag{2}$$

式中  $n$  为压力时间序列  $z_t$  的长度。

自相关性、方差的上升趋势采用 Kendall 秩相关系数进行评估,定义为<sup>[16]</sup>

$$\tau_y = \frac{\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \text{sign}(y_j - y_i)}{m(m-1)/2} \tag{3}$$

式中  $\text{sign}(\cdot)$  是符号函数,  $y$  表示自相关系数  $\rho_1$  或者方差  $\sigma_z^2$ ,  $m$  为滚动窗口的数量,  $\tau_y$  取值  $[-1, 1]$ , 大于零表示上升趋势。

2) 条件异方差:系统接近临界点时,波动聚集程度增加,条件异方差可以评估时间序列中波动的依赖关系<sup>[18]</sup>。计算方法为首先拟合时间序列的自回归模型,阶数  $q$  通过 Akaike 信息准则确定

$$z_t = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i z_{t-i} + \xi_t \tag{4}$$

然后用 1 步回归方法拟合余差  $\xi_t$  的平方

$$\xi_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \xi_{t-1}^2 \tag{5}$$

式中  $\alpha_0$  和  $\alpha_1$  代表回归系数,  $\alpha_1$  大于 0 意味着时间序列存在条件异方差。利用拉格朗日乘数方法对条件异方差进行检验,检验统计量等价于上述 1 步回归的决定系数  $R^2$ ,其服从自由度为 1 的卡方分布。

2 实验结果及分析

2.1 噪声引发燃烧不稳定

以氧化剂和燃料的混合比  $k$  作为系统控制参数,研究同轴离心式喷嘴燃烧动力学过程。图 3 为不同混合比条件下的压力方均根值(RMS)。实验中,燃料流量不变,随着氧化剂流量的增加

(上行实验),系统从燃烧噪声转变为振荡燃烧状态(混合比 $k=4.63$ ),继续增加氧化剂流量,振荡幅值降低并转变为燃烧噪声状态。下行实验中,系统从振荡燃烧状态转变为燃烧噪声(混合比 $k=3.21$ )。上行和下行实验中,稳定(燃烧噪声)和不稳定(振荡燃烧)状态间发生转变时的混合比不同,出现了滞后现象,说明系统发生了亚临界Hopf分叉<sup>[19]</sup>。双稳定区域(或滞后区)处在混合比(3.21,4.63)范围内。

在混合比分别为4.63(上行)和4.25(下行)时,工作参数保持不变,在某一时刻(上行0.42 s时刻,下行2.89 s时刻),系统突然从燃烧噪声转变为振荡燃烧状态(图4和图5)。从图3中可以看到,这两个工况均处于双稳定区内。系统处于双稳定区时,有限幅值的扰动和宽频低幅值噪声均可以引发燃烧不稳定<sup>[20]</sup>。检查压力数据(图4和图5),振荡燃烧前未出现意外的有限幅值的扰动,因此可知振荡燃烧是由燃烧噪声引发的。噪声引发不稳定具有随机性,其出现的概率取决于燃烧室工作在稳定边界工况附近的时间<sup>[21]</sup>,给燃

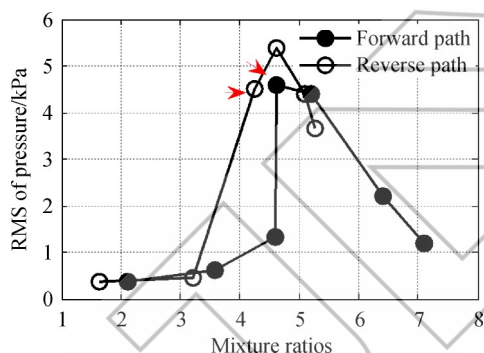


图3 不同混合比条件下的压力方均根值

Fig.3 RMS of pressure at different mixture ratios

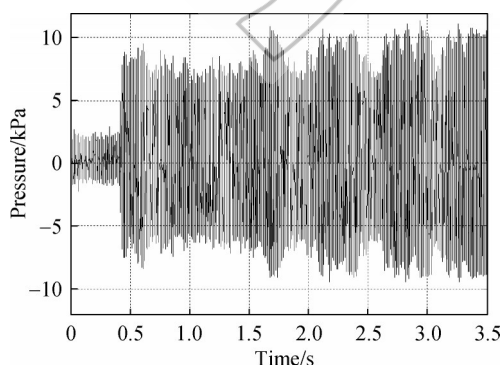


图4 燃烧噪声转变为振荡燃烧( $k=4.63$ )

Fig.4 Transition from combustion noise to oscillation of combustion ( $k=4.63$ )

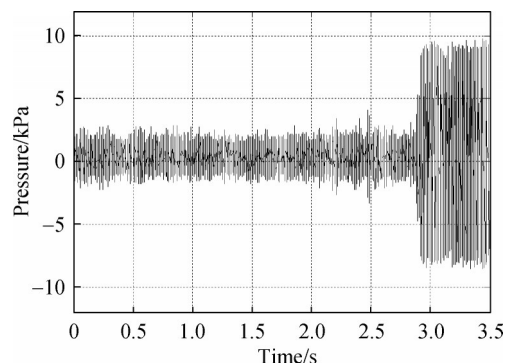


图5 燃烧噪声转变为振荡燃烧( $k=4.25$ )

Fig.5 Transition from combustion noise to oscillation of combustion ( $k=4.25$ )

烧室带来了潜在的安全风险,因此对其进行预测具有重要的理论和工程意义。

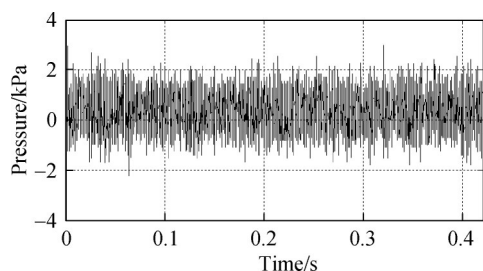
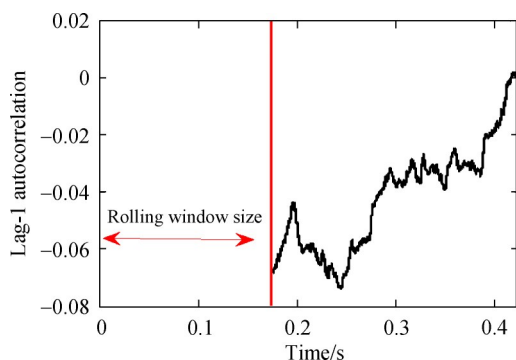
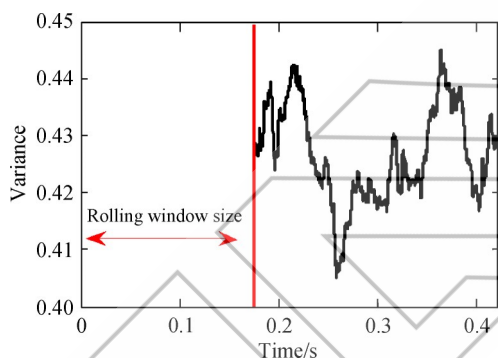
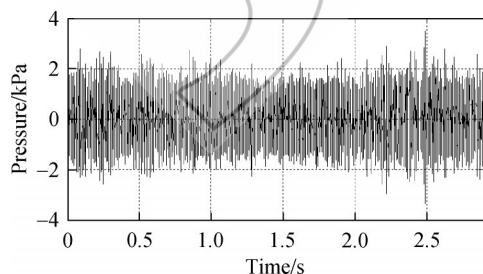
## 2.2 临界慢化分析

利用表征临界慢化现象的3个主要特征参数:延迟为1自相关系数、方差和条件异方差,分析发生燃烧噪声引发燃烧不稳定的两个工况(工况4和11)的脉动压力数据,观察燃烧不稳定发生前三个特征参数的变化规律,探讨特征参数对噪声引发不稳定的预警效果。对时间序列进行临界慢化分析的一般流程为<sup>[14]</sup>:①去除趋势,即去掉均值中的变化;②利用滚动窗口计算特征参数(自相关系数、方差和条件异方差等);③敏感性分析和显著性分析。

### 2.2.1 自相关系数和方差

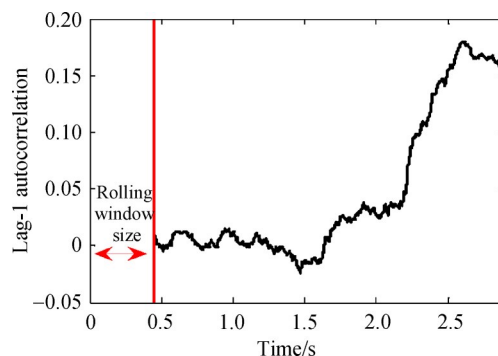
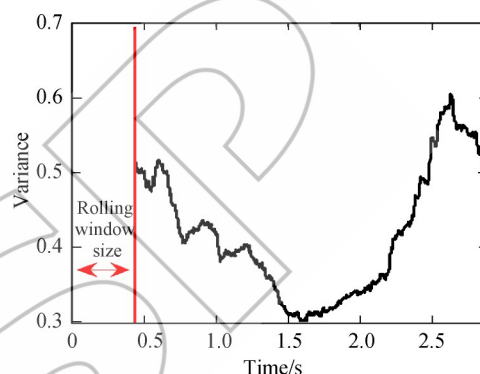
截取上行实验中燃烧不稳定发生前的压力脉动数据,利用移动平均方法去除数据中的趋势(图6)。采用滚动窗口方法计算特征参数随时间的变化(图7),滚动窗口长度取为 $1000T$ , $T$ 为振荡周期,占数据总长度的40%。滚动窗口长度的敏感性分析在文中第2.2.2节进行。从图7可知,延迟为1自相关系数在燃烧不稳定发生前非单调上升,计算其Kendall秩相关系数为 $\tau_\rho=0.697$ ,说明延迟为1自相关系数表现出明显的上升趋势。方差随时间呈现波动发展(图8),计算 $\tau_\sigma=-0.02$ ,没有上升趋势。

下行实验时,去除趋势后的压力信号如图9所示。滚动窗口长度为 $1500T$ , $T$ 为振荡周期,占数据总长度的15%。从图10可知,延迟为1自相关系数在燃烧不稳定发生前非单调上升,计算其Kendall秩相关系数为 $\tau_\rho=0.593$ ,说明延迟为1自相关系数表现出明显的上升趋势。方差随时间先下降后上升(图11),在不稳定发生前突然下降,

图 6 去除趋势后的压力信号 ( $k=4.63$ )Fig.6 Pressure signal after detrending ( $k=4.63$ )图 7 延迟为 1 自相关系数随时间的变化 ( $k=4.63$ )Fig.7 Lag-1 autocorrelation versus time ( $k=4.63$ )图 8 方差随时间的变化 ( $k=4.63$ )Fig.8 Variance versus time ( $k=4.63$ )图 9 去除趋势后的压力信号 ( $k=4.25$ )Fig.9 Pressure signal after detrending ( $k=4.25$ )

计算  $\tau_s=0.07$ , 没有明显上升趋势。

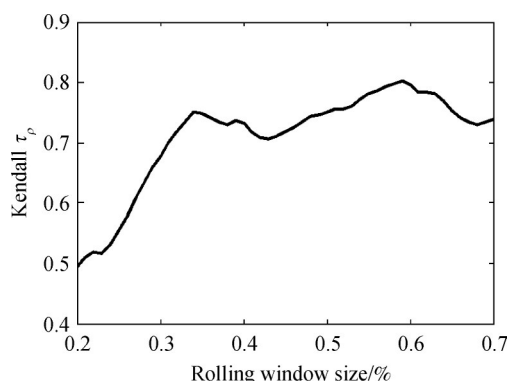
上下行实验中在燃烧不稳定发生前(燃烧噪声阶段), 压力数据无明显上升下降趋势, 而延迟为 1 自相关系数均出现明显上升趋势, 因此对噪

图 10 延迟为 1 自相关系数随时间的变化 ( $k=4.25$ )Fig.10 Lag-1 autocorrelation versus time ( $k=4.25$ )图 11 方差随时间的变化 ( $k=4.25$ )Fig.11 Variance versus time ( $k=4.25$ )

声引发不稳定具有预警作用。方差在不稳定发生前没有明显上升或下降趋势, 未能对噪声引发不稳定产生预警作用, 因此下文敏感性分析和显著性检验只对自相关系数进行。

### 2.2.2 敏感性分析

分析滚动窗口长度对自相关系数的影响, 利用 Kendall 秩相关系数量化趋势。上行时数据较短, 共 0.42 s, 滚动窗口长度在数据长度的 20%~70% 范围内变化(图 12), 滚动窗口在大于 35%

图 12 滚动窗口长度对 Kendall  $\tau_r$  的影响 ( $k=4.63$ )Fig.12 Sensitivity of Kendall  $\tau_r$  to rolling window size ( $k=4.63$ )

后(0.147 s), Kendall秩相关系数变化较小, 均在0.68以上。下行时数据为3 s, 滚动窗口长度在数据长度的3%~70%范围内变化(图13), 滚动窗口在大于50%后(1.5 s), Kendall秩相关系数变化较小, 均在0.83以上。说明滚动窗口长度大于一定值后, 自相关系数的Kendall秩相关系数趋于一致, 对于在线预测燃烧不稳定是有利的。

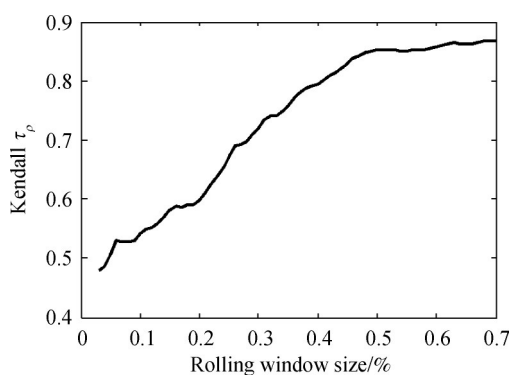


图13 滚动窗口长度对Kendall  $\tau_\rho$ 的影响( $k=4.25$ )

Fig.13 Sensitivity of Kendall  $\tau_\rho$  to rolling window size ( $k=4.25$ )

### 2.2.3 显著性分析

对自相关系数的上升趋势结果进行显著性检验。零假设为: Kendall秩相关系数显示的上升趋势为随机现象。利用线性自回归移动平均模型(ARMA)生成1 000组替代数据, 替代数据与原始压力时间序列具有相同的长度和概率分布。对每一组替代数据, 计算Kendall秩相关系数, 统计大于原始数据Kendall秩相关系数 $\tau_\rho^*$ 的概率, 即为犯第一类错误的概率(零假设为真但被拒绝)。滚动窗口长度分别取为1 000T(上行)和1 500T(下行), 与文中第3.2.1节一致。计算结果如图14和图15所示, 上行时概率值 $P=0.054$ ( $\tau_\rho > \tau_\rho^*$ ), 下行

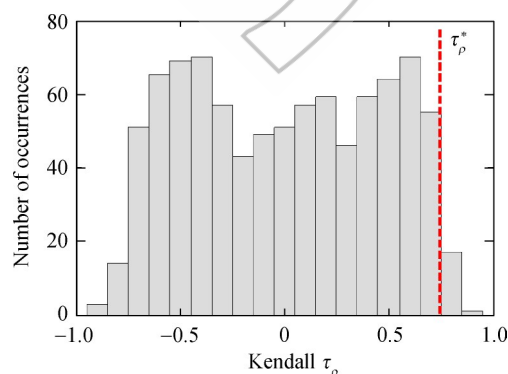


图14 替代数据自相关系数的Kendall  $\tau_\rho$ 分布( $k=4.63$ )

Fig.14 Histograms of Kendall  $\tau_\rho$  for bootstrapping surrogate data ( $k=4.63$ )

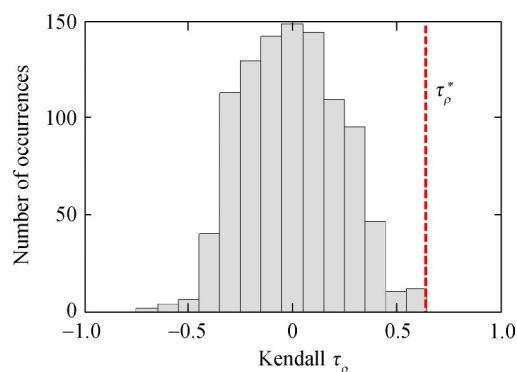


图15 替代数据自相关系数的Kendall  $\tau_\rho$ 分布( $k=4.25$ )

Fig.15 Histograms of Kendall  $\tau_\rho$  for bootstrapping surrogate data ( $k=4.25$ )

时 $P=0$ ( $\tau_\rho > \tau_\rho^*$ )。按 $P$ 值为0.1标准判断<sup>[14]</sup>, 两种工况下结果均为显著, 说明Kendall秩相关系数显示的上升趋势非随机现象, 具有较可靠的指示作用。

### 2.2.4 条件异方差分析

利用滚动窗口方法计算压力时间序列的条件异方差, 滚动窗口长度同样取1 000T(上行)和1 500T(下行)。计算结果如图16和图17所示, 绿色虚线为显著性水平为0.1时对应的检验统计量值(决定系数 $R^2$ )。两种工况下, 条件异方差在不稳定发生前均上升, 并呈现振荡状态, 与文献[14]中一致。上行时条件异方差由不显著变为显著, 下行时条件异方差均显著。条件异方差振荡上升过程对于不稳定预测不是很有利, 可以作为辅助判断。

### 2.2.5 在线预测方法

延迟为1自相关系数在不稳定出现前均出现明显上升趋势, 对噪声引发不稳定具有预警作用。将其发展为在线预测方法时, 需要寻找判断准则。直接用自相关系数值进行判断不可行, 因为不同

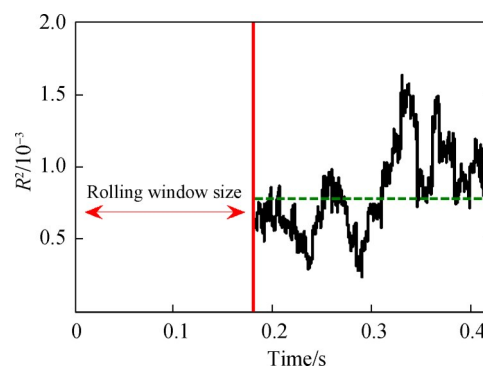
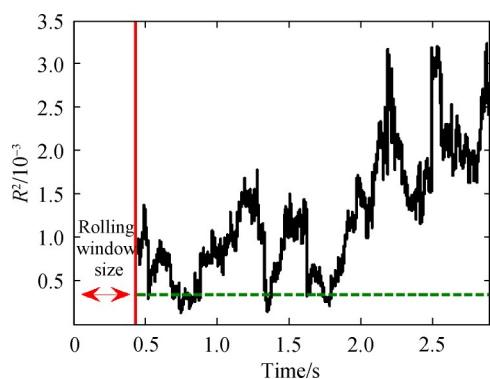
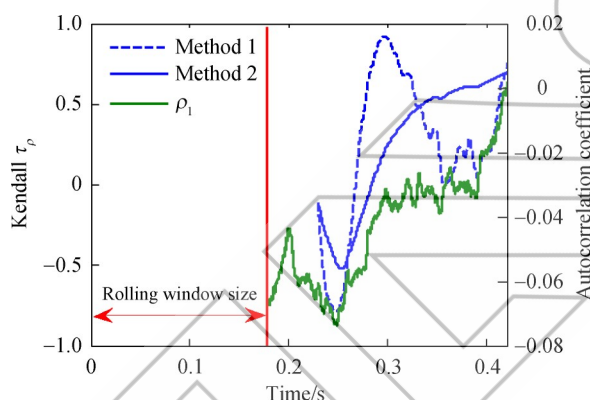
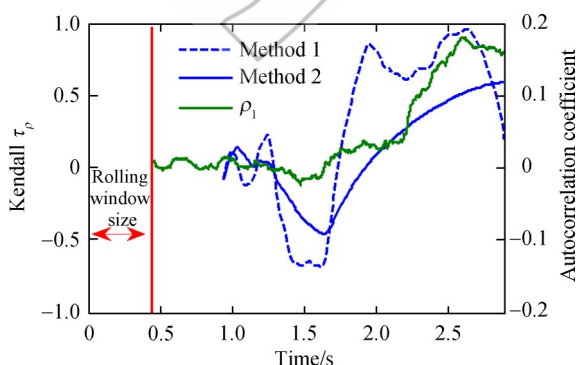


图16 压力信号条件异方差( $k=4.63$ )

Fig.16 Conditional heteroskedasticity estimated on pressure ( $k=4.63$ )

图 17 压力信号条件异方差( $k=4.25$ )Fig.17 Conditional heteroskedasticity estimated on pressure ( $k=4.25$ )

工况下出现燃烧不稳定时的自相关系数值相差较大(图 18 和图 19)。文献[16]提出对压力数据的自相关系数曲线利用滚动窗口方法计算 Kendall  $\tau_\rho$ , Kendall  $\tau_\rho$  达到 1 时说明系统即将出现燃烧不稳定(方法 1)。本文用方法 1 计算两种工况下的  $\tau_\rho$ (滚动窗口长度为自相关系数曲线的 20%),发

图 18 两种方法计算的 Kendall  $\tau_\rho$ ( $k=4.63$ )Fig.18 Kendall  $\tau_\rho$  calculated using two different methods ( $k=4.63$ )图 19 两种方法计算的 Kendall  $\tau_\rho$  ( $k=4.25$ )Fig.19 Kendall  $\tau_\rho$  calculated using two different methods ( $k=4.25$ )

现  $\tau_\rho$  呈现振荡状态,并且达不到 1,原因为自相关系数曲线为非单调上升趋势。因此提出方法 2,选定初始窗口(如 500T),随着自相关系数数据的增加,将新增加的数据全部加入到计算  $\tau_\rho$  窗口中。结果显示  $\tau_\rho$  曲线在不稳定出现前单调上升,分别在  $\tau_\rho$  为 0.697(上行)和 0.593(下行)时出现不稳定。以  $\tau_\rho=0.5$  作为阈值,则上行和下行分别可以提前 84 ms 和 210 ms 对不稳定进行预报。确定更广泛适用的阈值还需要更多的数据进行验证。

### 3 结 论

1) 上行和下行实验中,燃烧噪声和振荡燃烧状态间发生转变时的混合比不同,出现了滞后现象,说明系统发生了亚临界 Hopf 分叉。在双稳态区内出现了燃烧噪声引发的振荡燃烧。

2) 自相关系数在燃烧不稳定发生前呈现明显的上升趋势;敏感性分析发现滚动窗口长度大于一定值后,自相关系数的 Kendall 秩相关系数趋于一致;显著性分析显示上升趋势非随机现象,具有较可靠的指示作用。

3) 方差对噪声引发不稳定性的预示性较差。条件异方差在不稳定发生前均上升,并呈现出振荡状态,可以作为辅助判断条件。

4) 提出一种在线预测噪声引发不稳定的方法,相比文献[16]中方法具有较好的适应性和可靠性。

### 参考文献:

- [1] POINSOT T. Prediction and control of combustion instabilities in real engines[J]. Proceedings of the Combustion Institute, 2016, 36: 1-28.
- [2] LIEUWEN T. Online combustor stability margin assessment using dynamic pressure data[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2005, 127(3): 478-482.
- [3] YI T, GUTMARK E J. Online prediction of the onset of combustion instabilities based on the computation of damping ratios[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 310(1): 442-447.
- [4] NAIR V, THAMPI G, SUJITH R I. Intermittency route to thermoacoustic instability in turbulent combustors[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2014, 756: 470-487.
- [5] NAIR V, SUJITH R I. Multifractality in combustion noise: predicting an impending combustion instability[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2014, 747: 635-655.
- [6] MURUGESAN M, SUJITH R I. Detecting the onset of an impending thermoacoustic instability using complex net-

- works[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2016, 32:707-12.
- [7] GODAVARTHI V, UNNI V R, GOPALAKRISHNAN E A, et al. Recurrence networks to study dynamical transitions in a turbulent combustor[J]. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2017, 27(6):063113.1-063113.10.
- [8] HASHIMOTO T, SHIBUYA H, GOTODA H, et al. Spatiotemporal dynamics and early detection of thermoacoustic combustion instability in a model rocket combustor[J]. *Physical Review: E*, 2019, 99(3):032208.1-032208.7.
- [9] SARKAR S, CHAKRAVARTHY S R, RAMANAN V, et al. Dynamic data-driven prediction of instability in a swirl-stabilized combustor[J]. *International Journal of Spray and Combustion Dynamics*, 2016, 8(4):235-253.
- [10] XIONG S, MONDAL S, RAY A. Detection of thermoacoustic instabilities via nonparametric bayesian markov modeling of time-series data[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2018, 140(2):024501.1-024501.7.
- [11] MONDAL S, GHALYAN N F, RAY A, et al. Early detection of thermoacoustic instabilities using hidden markov models[J]. *Combustion Science and Technology*, 2019, 191(7/8/9):1309-1336.
- [12] KOBAYASHI T T, MURAYAMA S, HACHIJO T, et al. Early detection of thermoacoustic combustion instability using a methodology combining complex networks and machine learning[J]. *Physical Review Applied*, 2019, 11(6):064034.1-064034.7.
- [13] SCHEFFER M, BASCOMPTE J, BROCK W A, et al. Early-warning signals for critical transitions[J]. *Nature*, 2009, 461(7260):53-59.
- [14] DAKOS V, CARPENTER S R, BROCK W A, et al. Methods for detecting early warnings of critical transitions in time series illustrated using simulated ecological data[J]. *PLoS One*, 2012, 7(7):e41010.1-e41010.20.
- [15] GOPALAKRISHNAN E A, SHARMA Y, JOHN T, et al. Early warning signals for critical transitions in a thermoacoustic system[J]. *Scientific Reports*, 2016, 6:35310.1-35310.10.
- [16] AN Q, STEINBERG A M, JELLA S, et al. Early warning signs of imminent thermoacoustic oscillations through critical slowing down[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2019, 141(5):054501.1-054501.4.
- [17] 王延涛, 薛帅杰, 杨岸龙, 等. 同轴喷嘴自发激励高频燃烧不稳定性试验研究[J]. *宇航学报*, 2015, 36(12):1414-1420.
- WANG Yantao, XUE Shuaijie, YANG Anlong, et al. Experimental investigation for spontaneous high frequency combustion instability of a coaxial injector[J]. *Journal of Astronautics*, 2015, 36(12):1414-1420. (in Chinese)
- [18] SEEKELL D A, CARPENTER S R, PACE M L. Conditional heteroskedasticity as a leading indicator of ecological regime shifts[J]. *American Naturalist*, 2011, 178:442-451.
- [19] SAURABH A, KABIRAJ L, STEINERT R, et al. Noise-induced dynamics in the subthreshold region in thermoacoustic systems[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2017, 139(3):031508.1-031508.6.
- [20] WAUGH I, JUNIPER M. Triggering in a thermoacoustic system with stochastic noise[J]. *International Journal of Spray and Combustion Dynamics*, 2011, 3(3):225-241.
- [21] LIEUWEN T C. Experimental investigation of limit-cycle oscillations in an unstable gas turbine combustor[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2002, 18:61-67.

(编辑:张 雪)