

非线性硬涂层整体叶盘振动参数的 多目标优化设计

高峰^{1,2}, 刘秀婷^{1,3}, 俞斌¹

- (1. 无锡学院 自动化学院, 江苏 无锡 214105;
2. 东北大学 机械工程与自动化学院, 沈阳 110819;
3. 东北大学 材料科学与工程学院, 沈阳 110819)

摘 要: 为了优化应变依赖性硬涂层对整体叶盘的阻尼减振, 对具有应变依赖性特征的非线性硬涂层整体叶盘(非线性涂层整体叶盘)的涂层参数进行多目标优化设计。利用基于复合 Mindlin 板理论的能量有限元法和基于 Newton-Raphson 法的迭代计算技术分析了非线性涂层整体叶盘的振动特性; 利用 NSGA-III 算法求解了非线性涂层整体叶盘的涂层参数多目标优化问题, 其优化结果表示为帕累托前沿解集; 对叶片涂敷 NiCoCrAlY+YSZ 硬涂层的整体叶盘模拟件进行非线性振动特性分析及涂层参数的双目标优化和三目标优化。结果表明: 硬涂层参数对整体叶盘振动特性的影响是互相约束的, 位于帕累托前沿解集“拐点”的涂层参数能够兼顾不同硬涂层参数对整体叶盘振动特性的影响, 也可根据工程实际需求从帕累托前沿解集中选择合适的涂层参数作为设计参考值。

关 键 词: 硬涂层整体叶盘; 应变依赖性特征; 非线性动力学分析; 多目标优化设计; NSGA-III 算法; 帕累托前沿解集

中图分类号: V232; TJ650.3; TB535

文献标志码: A

Multi-objective optimization design for vibration parameters of nonlinear hard-coating blisk

GAO Feng^{1,2}, LIU Xiuting^{1,3}, YU Bin¹

- (1. School of Automation, Wuxi University, Wuxi Jiangsu 214105, China;
2. School of Mechanical Engineering and Automation,
Northeastern University, Shenyang 110819, China;
3. School of Material Science and Engineering,
Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract: To optimize the damping vibration reduction of strain-dependent hard coating on the blisk, the multi-objective optimization design for coating parameters of the nonlinear hard-coating blisk was conducted. The vibration characteristics of hard-coating blisk was analyzed using the energy-based finite element method with reference to the composite Mindlin plate theory

收稿日期: 2020-12-30

基金项目: 江苏省高等学校自然科学研究项目(20KJB460004); 南京信息工程大学滨江学院人才启动经费(2019r007, 2020r008)

作者简介: 高峰(1990—), 男, 讲师, 博士, 主要从事先进阻尼减振技术的研究。E-mail: 1610081@stu.neu.edu.cn

通信作者: 俞斌(1984—), 男, 副教授, 硕士, 主要从事发电机振动控制研究。E-mail: yb6@foxmail.com

引用格式: 高峰, 刘秀婷, 俞斌. 非线性硬涂层整体叶盘振动参数的多目标优化设计[J]. 航空动力学报, 2022, 37(1): 103-113. GAO Feng, LIU Xiuting, YU Bin. Multi-objective optimization design for vibration parameters of nonlinear hard-coating blisk[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(1): 103-113.

associated with the unified iterative calculation technique based on the Newton-Raphson method; the multi-objective optimization problems for coating parameters of hard-coating blisk were solved by the NSGA-III algorithm, and the optimization results were expressed as Pareto front solutions; an academic blisk with NiCoCrAlY+YSZ hard coating on blades, taken as the specific case study benchmark, was selected to conduct the bi-objective and triple-objective optimization design for coating parameters. The results revealed that the effect of the coating parameters on the vibration characteristics of blisk was constrained mutually, the coating parameters located at the “turning point” in Pareto front solutions can balance all aspects of design performance on the vibration characteristics of hard-coating blisk, and the obtained coating parameters can also be referenced according to the practical engineering requirements.

Key words: hard-coating blisk; strain-dependent manner;
nonlinear vibration characteristics analysis;
multi-objective optimization design; NSGA-III algorithm;
Pareto front solutions

整体叶盘是为满足高性能航空发动机而设计的新型结构件,主要通过整体加工或焊接等^[1]技术将叶片和轮盘形成一体,省去了榫头、榫槽及锁紧装置等,能够消除了零件连接和装配引起的外力,避免零件间的磨损;简化了转子部件的结构,大大减少了零件数量和结构质量,减重效益达到 30% 以上;消除了分体结构榫齿根部缝隙中气体的逸流损失,提高了气动效率,降低了热机械疲劳风险,改善压气机气动稳定性^[2]。

由于缺少榫结构的摩擦耗能,整体叶盘的振动阻尼较传统榫接叶盘较小,且叶型较薄,受力后变形较大,在恶劣环境下会发生高周疲劳破坏,因此必须抑制整体叶盘的振动应力^[3]。传统的干摩擦阻尼因盘片一体化结构而无法应用在整体叶盘减振上^[4-5],而黏弹性材料因难耐高温易造成整体叶盘阻尼减振失效^[6]。研究发现,具有抗高温高压^[7]和摩擦腐蚀^[8]等优点的表面强化硬涂层由于其内部颗粒摩擦也具有较好的材料阻尼^[9],而且硬涂层的弹性模量与损耗因子总是随着硬涂层振动结构件的应变而变化,称为应变依赖性特征^[10]。

考虑附加外部阻尼的夹层结构件特征,许多学者利用复模量理论与 Mindlin 板理论研究附加阻尼层合板的振动特性。Huang 等^[11]利用复模量理论、Mindlin 板理论与傅里叶余弦级数建立了功能梯度材料矩形板的振动模型和动力学方程,分析了多功能梯度材料矩形板的自由振动特性,研究不同高宽比和厚宽比对矩形板前六阶振动频率的影响规律;Belounar 等^[12]利用基于 Mindlin 板理论的能量有限元法和假设应变法建立了几何形状

随机的薄板有限元模型,分别研究了矩形、圆形薄板和阶梯薄板的自由振动特性并实验验证。

有两个或三个目标的优化问题称为多目标优化问题,而多目标进化算法已被公认为求解多目标优化问题最有效的优化算法。由于良好的收敛性和简单的执行性,Deb 等^[13]提出了基于精英选择的多目标进化算法(称为 NSGA-II 算法);随后,Deb 等^[14]在此基础上提出了基于参考点的 NSGA-II 算法,称为 NSGA-III 算法。Bi 等^[15]提出了一种基于小生境的改进 NSGA-III 算法;Carvalho^[16]系统地研究了 NSGA-III 中的参考点对算法性能的影响;针对有四个或更多设计变量的高维多目标优化问题,Gu 等^[17]提出了一种基于信息反馈机制的改进 NSGA-III 算法,称为信息反馈 NSGA-III 算法。

为了优化硬涂层对整体叶盘的阻尼减振效果,利用基于复模量理论和复合 Mindlin 板理论的能量有限元法建立非线性涂层整体叶盘的动力学模型;利用基于 Newton-Raphson 法的迭代计算技术分析非线性振动特性;然后,设定硬涂层初始损耗因子、储能模量为设计变量,涂层整体叶盘模态损耗因子、频率变量和质量增量为目标函数,利用 NSGA-III 算法求解涂层参数的多目标优化问题,优化结果表示为帕累托前沿解集;对涂敷 NiCo-CrAlY+YSZ 硬涂层的整体叶盘进行非线性振动分析,以及涂层参数的双目标和三目标优化。

1 硬涂层的应变依赖性力学参数

充分考虑应变依赖性特征,根据复模量理论

可知硬涂层的非线性复模量 $\tilde{E}_c(\epsilon_e)$ 为

$$\tilde{E}_c(\epsilon_e) = E_c(\epsilon_e)[1 + i\eta_c(\epsilon_e)] \quad (1)$$

式中 ϵ_e 表示硬涂层的等效应变, $E_c(\epsilon_e)$ 和 $\eta_c(\epsilon_e)$ 分别为非线性硬涂层的弹性模量和损耗因子, i 是虚数。

根据文献[17]知道 $E_c(\epsilon_e)$ 和 $\eta_c(\epsilon_e)$ 可以表示为

$$E_c(\epsilon_e) = \alpha_0 \epsilon_e^0 + \alpha_1 \epsilon_e^1 + \alpha_2 \epsilon_e^2 + \alpha_3 \epsilon_e^3 \quad (2)$$

$$\eta_c(\epsilon_e) = \beta_0 \epsilon_e^0 + \beta_1 \epsilon_e^1 + \beta_2 \epsilon_e^2 + \beta_3 \epsilon_e^3 \quad (3)$$

图1所示为基于振动实验数据反推得到的离散化的 NiCoCrAlY+YSZ 硬涂层力学参数。本文利用3阶多项展开式对其进行拟合,得到硬涂层的非线性弹性模量 $E_c(\epsilon_e)$ 与损耗因子 $\eta_c(\epsilon_e)$ 表达式,分别为

$$E_c(\epsilon_e) = 54.494 - 6.531 \times 10^{-2} \epsilon_e + 8.772 \times 10^{-5} \epsilon_e^2 - 9.359 \times 10^{-8} \epsilon_e^3 \quad (4)$$

$$\eta_c(\epsilon_e) = 0.0212 + 4.403 \times 10^{-4} \epsilon_e - 1.099 \times 10^{-6} \epsilon_e^2 + 7.362 \times 10^{-10} \epsilon_e^3 \quad (5)$$

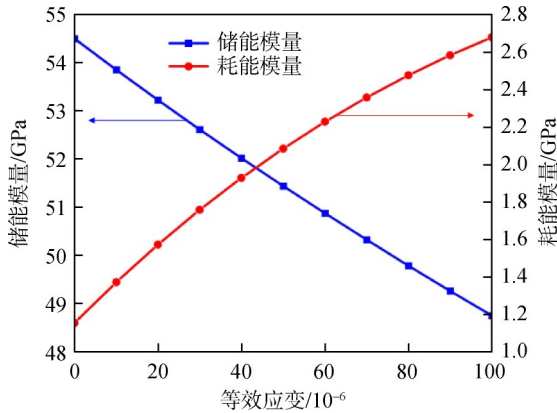


图1 NiCoCrAlY+YSZ 硬涂层的应变依赖性力学参数

Fig.1 Strain-dependent material parameters of the NiCoCrAlY+YSZ hard-coating

2 涂层整体叶盘的非线性有限元分析

2.1 非线性有限元模型的建立

图2所示硬涂层整体叶盘有限元模型,涂层叶片与轮盘分别为Mindlin板单元和复合Mindlin板单元。图3所示为涂层叶片结构示意图。整体叶盘的厚度为 h_s , 单层硬涂层厚度为 h_c 。涂层

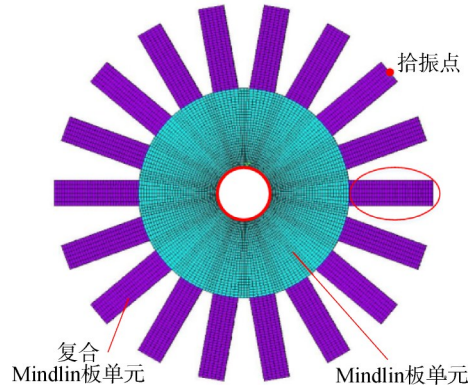


图2 硬涂层整体叶盘有限元模型

Fig.2 Finite element model of the hard-coating blisk

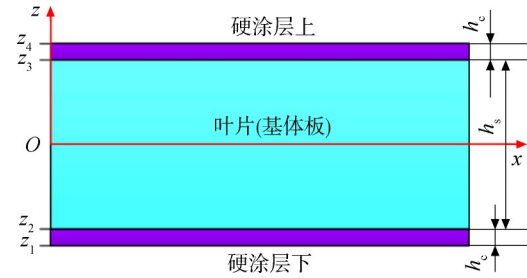


图3 涂层叶片的示意图

Fig.3 Schematic diagrams of the coating blade

叶片中性面与笛卡儿坐标系的 x 轴重合, 坐标 $z_1 = -(h_s + 2h_c)/2$, $z_2 = -h_s/2$, $z_4 = (h_s + 2h_c)/2$ 和 $z_3 = h_s/2$ 。

根据 Mindlin 板理论可知, 涂层叶片上任一点在笛卡儿坐标系的位移 (u, v, w) 表示为

$$\begin{cases} u(x, y, z) = z\theta_y(x, y) \\ v(x, y, z) = -z\theta_x(x, y) \\ w(x, y, z) = w(x, y) \end{cases} \quad (6)$$

式中 θ_x 和 θ_y 分别表示涂层叶片中性面法线绕 x 轴和 y 轴的转角角度。则涂层叶片上任意一点的平面应变 ϵ 和横向切应变 γ 可以表示为

$$\epsilon = -z\chi = -z \begin{bmatrix} -\frac{\partial\theta_y}{\partial x} & \frac{\partial\theta_x}{\partial y} & \frac{\partial\theta_x}{\partial x} - \frac{\partial\theta_y}{\partial y} \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

$$\gamma = [\gamma_{xz} \quad \gamma_{yz}]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial w}{\partial x} + \theta_y & \frac{\partial w}{\partial y} - \theta_x \end{bmatrix}^T \quad (8)$$

涂层叶片的应变能 U 和动能 T 分别表示为

$$U = \iint_S \frac{(h_s + 2h_c)^3 - h_s^3}{24} \chi^T D_c \chi dS + \iint_S \kappa h_c \gamma^T D_s^* \gamma dS + \frac{1}{2} \left(\iint_S \frac{h_s^3}{12} \chi^T D_s \chi dS + \iint_S \kappa h_s \gamma^T D_s^* \gamma dS \right) \quad (9)$$

$$T = \iint_S \rho_c \left[h_c \dot{w}^2 + \frac{(h_s + 2h_c)^3 - h_s^3}{24} \dot{\theta}_x^2 + \frac{(h_s + 2h_c)^3 - h_s^3}{24} \dot{\theta}_y^2 \right] dS + \frac{1}{2} \iint_S \rho_s \left[h_s \dot{w}^2 + \frac{h_s^3}{12} \dot{\theta}_x^2 + \frac{h_s^3}{12} \dot{\theta}_y^2 \right] dS \quad (10)$$

式中 S 表示积分域, κ 表示剪切修正系数, ρ_s 和 ρ_c 分别是叶片和硬涂层的密度, D_s 和 D_c 分别是叶片和硬涂层的弯曲矩阵, D_s^* 和 D_c^* 分别是叶片和硬涂层的横向剪切矩阵, 分别表示为

$$\begin{cases} D_s = \frac{\tilde{E}_s}{1 - \nu_s^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu_s & 0 \\ \nu_s & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu_s)/2 \end{bmatrix} \\ D_s^* = \frac{\tilde{E}_s}{2(1 + \nu_s)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \tilde{E}_s = E_s(1 + i\eta_s) \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} D_c = \frac{\tilde{E}_c(\epsilon_c)}{1 - \nu_c^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu_c & 0 \\ \nu_c & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu_c)/2 \end{bmatrix} \\ D_c^* = \frac{\tilde{E}_c(\epsilon_c)}{2(1 + \nu_c)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (12)$$

式中 ν_s 和 ν_c 分别是叶片和硬涂层的泊松比, E_s 、 η_s 和 $\tilde{E}_s$ 分别是叶片的储能模量、损耗因子和复模量。

图 4 所示为研究选用的离散涂层叶片的四节点等参板单元。则可得涂层叶片复合 Mindlin 板单元的位移向量 δ^e 与形函数矩阵 N 分别表示为

$$\delta^e = [\omega_1 \quad \theta_{x1} \quad \theta_{y1} \quad \cdots \quad \omega_4 \quad \theta_{x4} \quad \theta_{y4}]^T \quad (13)$$

$$\begin{cases} N = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4] \\ N_j = \frac{1}{4} (1 - \xi_j \xi)(1 - \eta_j \eta), \quad j = 1, 2, 3, 4 \end{cases} \quad (14)$$

式中 N_j 表示节点 j 的形函数矩阵, ξ_j 和 η_j 分别表示节点 j 的局部坐标值, 取值为 -1 或 1 。

则可得到涂层叶片复合 Mindlin 板的单元应变能 U^e 和单元动能 $T^{(e)}$ 分别表示为

$$U^{(e)} = \frac{1}{2} \delta^{(e)T} \left[\left(\iint_S \frac{(h_s + 2h_c)^3}{12} B_f^T D_i B_f dS \right) \right] \delta^{(e)} + \frac{1}{2} \delta^{(e)T} \left[\iint_S \kappa (h_s + 2h_c) B_s^T D_i^* B_s dS \right] \delta^{(e)} \quad (15)$$

$$\begin{cases} T^{(e)} = \dot{\delta}^{(e)T} \left(\iint_S \rho_c N^T H_c N dS \right) \dot{\delta}^{(e)} + \frac{1}{2} \dot{\delta}^{(e)T} \left(\iint_S \rho_s N^T H_s N dS \right) \dot{\delta}^{(e)} \\ H_c = \text{diag} \left[h_c \quad \frac{(h_s + 2h_c)^3 - h_s^3}{24} \quad \frac{(h_s + 2h_c)^3 - h_s^3}{24} \right] \\ H_s = \text{diag} \left[h_s \quad \frac{h_s^3}{12} \quad \frac{h_s^3}{12} \right] \end{cases} \quad (16)$$

式中 B_f 和 B_s 分别是涂层叶片复合 Mindlin 板单元的弯曲应变矩阵和横向切应变矩阵, 分别表示为

$$\begin{cases} B_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & -\frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & 0 & -\frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & 0 & -\frac{\partial N_4}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x} & -\frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & -\frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & -\frac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x} & -\frac{\partial N_4}{\partial y} \end{bmatrix} \\ B_s = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & N_1 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & N_2 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & N_3 & \frac{\partial N_4}{\partial x} & 0 & N_4 \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & -N_1 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & -N_2 & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & -N_3 & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} & -N_4 & 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (17)$$

最终, 由哈密顿原理可得涂层叶片复合 Mindlin 板单元质量矩阵 m^e 和非线性复刚度矩阵 $\tilde{k}^e(\epsilon_c)$, 为

$$m^e = 2 \iint_S \rho_c N^T H_c N dS + \iint_S \rho_s N^T H_s N dS \quad (18)$$

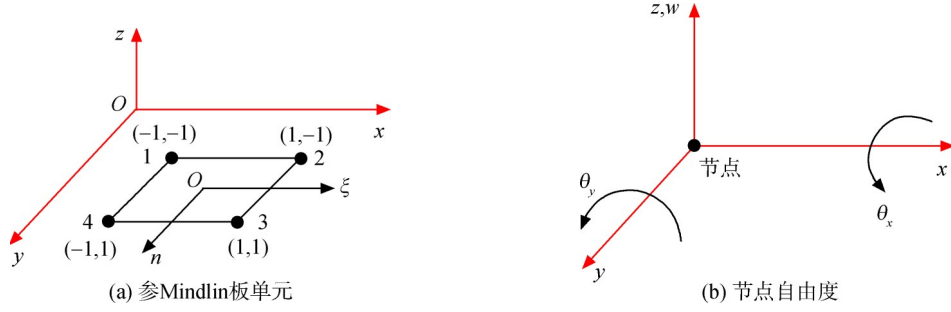


图 4 四节点等参板单元的示意图

Fig.4 Schematics of the iso-parametric plate element with four nodes

$$\begin{aligned} \tilde{k}^e(\epsilon_e) &= \tilde{k}_c^e(\epsilon_e) + \tilde{k}_s^e = [k_c^e(\epsilon_e) + i d_c^e(\epsilon_e)] + \tilde{k}_s^e = \\ &2 \left[\iint_S \frac{(h_s + 2h_c)^3 - h_s^3}{24} B_f^T D_1 B_f dS + \iint_S \kappa h_c B_s^T D_1^* B_s dS \right] + \iint_S \frac{h_s^3}{12} B_f^T D_2 B_f dS + \iint_S \kappa h_s B_s^T D_2^* B_s dS \end{aligned} \quad (19)$$

式中 $\tilde{k}_s^e$ 和 $\tilde{k}_c^e(\epsilon_e)$ 分别表示叶片和非线性硬涂层的单元复刚度矩阵, $k_c^e(\epsilon_e)$ 和 $d_c^e(\epsilon_e)$ 分别表示非线性硬涂层的单元刚度矩阵和阻尼矩阵。

特别地, 这里令非线性硬涂层的复模量 $\tilde{E}_c(\epsilon_e) = 0$ 并代入式(18)和式(19), 整理可得轮盘 Mindlin 板单元质量矩阵和刚度矩阵。随后, 分别按相应序列将涂层叶片复合 Mindlin 板单元的质量矩阵、非线性复刚度矩阵与轮盘 Mindlin 板单元的质量矩阵、复刚度矩阵进行有限元组集, 从而可得到涂层整体叶盘的全局质量矩阵 M 与非线性复刚度矩阵 $\tilde{K}(\epsilon_e)$ 。最终, 可得到涂层整体叶盘的非线性动力学方程, 表示为

$$[K(\epsilon_e) + iD(\epsilon_e) - \omega^2 M]X = F \quad (20)$$

式中 $K(\epsilon_e)$ 、 $D(\epsilon_e)$ 、 X 和 F 分别表示涂层整体叶盘的非线性刚度矩阵、阻尼矩阵、节点位移(振动响应)向量和基础激励力向量, ω 表示激励角频率。

硬涂层的应变依赖性特征直接影响整体叶盘的振动特性, 所以需要准确求解硬涂层的等效应变 ϵ_e , 即:

$$\epsilon_e = \sqrt{q^T \psi q}, \psi = \varphi^T \frac{k_c^e(0)}{E_c(0)V_c} \varphi \quad (21)$$

式中 V_c 表示硬涂层的单元体积, φ 和 q 分别表示涂层整体叶盘的正则化节点位移向量和振动响应向量。

2.2 非线性振动特性的求解

对涂层整体叶盘的刚度矩阵、阻尼矩阵、质量矩阵和力向量进行正则化处理, 分别表示为

$$\begin{cases} \hat{K}(\epsilon_e) = \varphi^T K(\epsilon_e) \varphi \\ \hat{D}(\epsilon_e) = \varphi^T D(\epsilon_e) \varphi \\ \hat{M} = \varphi^T M \varphi \\ \hat{F} = \varphi^T F \end{cases} \quad (22)$$

式中 $\hat{K}(\epsilon_e)$ 、 $\hat{D}(\epsilon_e)$ 、 $\hat{M}$ 和 $\hat{F}$ 分别表示涂层整体叶盘的正则化刚度矩阵、阻尼矩阵、质量矩阵和力向量。则涂层整体叶盘的正则化非线性动力学方程为

$$[\hat{K}(\epsilon_e) + i\hat{D}(\epsilon_e) - \omega^2 \hat{M}]q = \hat{F} \quad (23)$$

为了提高非线性动力学方程的计算效率, 将式(23)中的 $\hat{K}(\epsilon_e)$ 和 $\hat{D}(\epsilon_e)$ 进行多项式展开, 表示为

$$\begin{cases} \hat{K}(\epsilon_e) = \hat{K}(0) + \sum_{p=1}^P \frac{\hat{k}_c^e(0)}{E_c(0)} (\alpha_1 \epsilon_e + \alpha_2 \epsilon_e^2 + \alpha_3 \epsilon_e^3) \\ \hat{k}_c^e(\epsilon_e) = \varphi^T k_c^e(\epsilon_e) \varphi = \varphi^T \text{Re}[\tilde{k}_c^e(\epsilon_e)] \varphi \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{cases} \hat{D}(\epsilon_e) = \hat{D}(0) + \sum_{p=1}^P \frac{\hat{d}_c^e(0)}{\eta_c(0)} (\beta_1 \epsilon_e + \beta_2 \epsilon_e^2 + \beta_3 \epsilon_e^3) \\ \hat{d}_c^e(\epsilon_e) = \varphi^T d_c^e(\epsilon_e) \varphi = \varphi^T \text{Re}[\hat{d}_c^e(\epsilon_e)] \varphi \end{cases} \quad (25)$$

式中 P 表示涂层叶片复合 Mindlin 板单元的总数量, $\hat{k}_c^e(0)$ 和 $\hat{d}_c^e(0)$ 分别是硬涂层等效应变 $\epsilon_e = 0$ 时的正则化单元刚度矩阵和阻尼矩阵。涂层整体叶盘正则化非线性动力学方程的残余向量 R , 表示为

$$R = [\hat{K}(\epsilon_e) + i\hat{D}(\epsilon_e) - \omega^2 \hat{M}]q - \hat{F} \quad (26)$$

随后, 将式(19)、式(21)与式(25)代入式(26)并进行整理, 则可将残余向量 R 进一步表示为

$$\begin{cases} R = [\widehat{K}(0) + i\widehat{D}(0) - \omega^2 \widehat{M}]q - \widehat{F} + \sum_{p=1}^P \frac{\widehat{k}_c^e(0)}{E_c(0)} [\alpha_1 \sqrt{q^T \Psi q} + \alpha_2 \sqrt{q^T \Psi q}^2 + \alpha_3 \sqrt{q^T \Psi q}^3] q + \\ \sum_{p=1}^P \frac{\widehat{d}_c^e(0)}{\eta_c(0)} (\beta_1 \sqrt{q^T \Psi q} + \beta_2 \sqrt{q^T \Psi q}^2 + \beta_3 \sqrt{q^T \Psi q}^3) q \\ q = \hat{q} + \check{q} \end{cases} \quad (27)$$

由于研究中应用了复模量理论,所以振动响应向量 q 是包含实部 $\hat{q}$ 和虚部 $\check{q}$ 的复数形式。

本文提出一种基于 Newton-Raphson 法的迭

代计算程序求解涂层整体叶盘的非线性动力学方程。涂层整体叶盘振动响应向量 q 在 $k+1$ 次的迭代公式为

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \hat{q} \\ \check{q} \end{pmatrix}_{k+1} = \begin{pmatrix} \hat{q} \\ \check{q} \end{pmatrix}_k - \begin{bmatrix} \text{Re}\left(\frac{\partial R}{\partial \hat{q}}\right) & \text{Re}\left(\frac{\partial R}{\partial \check{q}}\right) \\ \text{Im}\left(\frac{\partial R}{\partial \hat{q}}\right) & \text{Im}\left(\frac{\partial R}{\partial \check{q}}\right) \end{bmatrix}_k^{-1} \begin{pmatrix} \text{Re}(R) \\ \text{Im}(R) \end{pmatrix}_k \\ \frac{\partial R}{\partial \hat{q}} = \widehat{K}(0) + i\widehat{D}(0) - \omega^2 \widehat{M} + \sum_{p=1}^P \frac{\widehat{k}_c^e(0)}{E_c(0)} \left\{ \hat{q}^T (\Psi^T + \Psi) \hat{q} \left(\frac{\alpha_1}{2\epsilon_e} + \alpha_2 + \frac{3\alpha_3}{2} \epsilon_e \right) + \alpha_1 \epsilon_e + \alpha_2 \epsilon_e^2 + \alpha_3 \epsilon_e^3 \right\} + \\ \sum_{p=1}^P \frac{\widehat{d}_c^e(0)}{\eta_c(0)} \left\{ \hat{q}^T (\Psi^T + \Psi) \hat{q} \left(\frac{\beta_1}{2\epsilon_e} + \beta_2 + \frac{3\beta_3}{2} \epsilon_e \right) + \beta_1 \epsilon_e + \beta_2 \epsilon_e^2 + \beta_3 \epsilon_e^3 \right\} \\ \frac{\partial R}{\partial \check{q}} = i[\widehat{K}(0) + i\widehat{D}(0)] - \omega^2 \widehat{M} + \\ i \sum_{p=1}^P \frac{\widehat{k}_c^e(0)}{E_c(0)} \left\{ \hat{q}^T (\Psi^T + \Psi) \hat{q} \left(\frac{\alpha_1}{2\epsilon_e} + \alpha_2 + \frac{3\alpha_3}{2} \epsilon_e \right) + \alpha_1 \epsilon_e + \alpha_2 \epsilon_e^2 + \alpha_3 \epsilon_e^3 \right\} + \\ i \sum_{p=1}^P \frac{\widehat{d}_c^e(0)}{\eta_c(0)} \left\{ \hat{q}^T (\Psi^T + \Psi) \hat{q} \left(\frac{\beta_1}{2\epsilon_e} + \beta_2 + \frac{3\beta_3}{2} \epsilon_e \right) + \beta_1 \epsilon_e + \beta_2 \epsilon_e^2 + \beta_3 \epsilon_e^3 \right\} \end{cases} \quad (28)$$

这里定义残余向量 R 的 2 阶范数作为满足振动特性计算精度 ℓ 的终止条件,表示为

$$\|R_{k+1} - R_k\|_2 \leq \ell \quad (29)$$

随后,根据式(29)的计算精度可求解满足终止条件的硬涂层等效应变,随之可得到涂层整体叶盘的复刚度矩阵 $\widetilde{K}(\epsilon_{e,k})$ 和质量矩阵 M ,进而可得到涂层整体叶盘的振动特性方程,表示为

$$[\widetilde{K}(\epsilon_{e,k}) - \tilde{\lambda}_k^2 M] \varphi = 0 \quad (30)$$

最终,可求得涂层整体叶盘的固有频率 f_k 、模态损耗因子 η_k 、模态振型 φ 与响应 X ,分别表示为

$$f_k = \sqrt{\text{Re}(\tilde{\lambda}_k)} / 2\pi \quad (31)$$

$$\eta_k = \text{Im}(\tilde{\lambda}_k) / \text{Re}(\tilde{\lambda}_k) \quad (32)$$

$$X = \varphi q \quad (33)$$

3 涂层参数的多目标优化理论

涂层参数多目标优化的公式如下所示:

$$\begin{cases} \text{最小化: } (Y) = [\phi_1(Y) \quad \phi_2(Y) \quad \cdots \quad \phi_a(Y)] \\ \text{设计变量: } Y = (y_1 \quad y_2 \quad \cdots \quad y_b)^T \\ \text{约束条件: } y_{\text{low}} \leq y_g \leq y_{\text{up}}, (1 \leq g \leq b) \end{cases} \quad (34)$$

式中 $\phi(\cdot)$ 是目标函数, a 和 b 分别是目标函数与设计变量的数量, y_{low} 和 y_{up} 分别是设计变量的极值。

考虑工程实际情况,将硬涂层的储能模量 E_c 、损耗因子 η_c 和厚度比 (h_c/h_s) 设为设计变量,分别为

$$\begin{cases} Y = [E_c \quad \eta_c \quad h_c/h_s] \\ 20 \text{ GPa} \leq E_c \leq 200 \text{ GPa} \\ 0.01 \leq \eta_c \leq 0.1 \\ 1\% \leq (h_c/h_s) \leq 15\% \end{cases} \quad (35)$$

同时,本文将整体叶盘前 8 阶的模态损耗因子之和最大化、频率变量之和最小化和质量增量(与硬涂层厚度线性相关)最小化设为目标函数,分别表示为

$$\phi_1(Y)=1/\sum_{z=1}^8\eta_z \tag{36}$$

$$\phi_2(Y)=\sum_{z=1}^8|\Delta f_z| \tag{37}$$

$$\phi_3(Y)=m_c\propto(h_c/h_s) \tag{38}$$

这里选用NSGA-Ⅲ算法对涂层参数进行多目标优化。图 5 所列为 NSGA-Ⅲ 算法的基本流程。具体如下：

- 1) 初始化参考点和种群(种群规模为 L)。其中,根据文献[18]的方法预置参考点。
- 2) 利用选择、交叉和变异的基因算子,从父代种群 P_t 中产生规模为 L 的子代种群 Q_t 。
- 3) 将父代种群 P_t 和子代种群 Q_t 混合得到规模为 $2L$ 的新种群 $R_t(R_t=P_t\cup Q_t)$ 。对种群 R_t 进行支配排序,将其划分为不同的非支配解集($f_1\ f_1\ \cdots\ f_L$)。

- 4) 产生一个新解集 S_t 。从 f_1 开始每次移动一个非支配解集到 S_t ,直到解的个数 $|S_t|$ 首次出现 $|S_t|\geq N$ 。
- 5) 从 S_t 中选择产生下一代父种群 P_{t+1} 。若 $|S_t|=N$,则直接被视为 S_t 父种群 P_{t+1} ;若 $|S_t|>N$,则先将 f_1 放入 P_{t+1} 后再根据选择机制从 f_1 中选取其余解。
- 6) 依此重复步骤 2)~步骤 5) 程序,直到满足终止条件,并输出最终的解。

4 实例研究与分析

整体叶盘和硬涂层厚度分别为 3 mm 和 0.3 mm,轮盘内、外径分别为 80 mm 和 100 mm,叶片宽、长度分别为 24 mm 和 80 mm。涂层整体叶盘的力学参数见表 1。图 6 所示为涂层整体叶盘振动实验设备及相关流程。

表 1 整体叶盘和硬涂层的材料参数
Table 1 Material parameters of blisk and hard coating

参数	整体叶盘	硬涂层
材料类型	Q-235A 钢	NiCoCrAlY+YSZ
弹性模量/GPa	208	式(4)
材料损耗因子	0.000 6	式(5)
质量密度/(kg/m³)	7 860	5 600
泊松比	0.30	0.30

4.1 模型校验

图 7 所示为基于有限元分析和实验测试得到的非线性涂层整体叶盘在相同激励下($a=1g$ 加速度激励, a 为加速度, g 为重力加速度)的振动特性。可以看到,理论与实验共振频率不完全相同,但变化趋势相似,且相对偏差始终稳定在 1%~5% 的偏差范围内。涂层整体叶盘的理论共振响应之间则存在 2%~14% 的数据偏差;且最大偏差不超过 18%。由此可知,由于实验受到环境和人员等影响,所以理论与实验数据之间存在偏差;同时可知,在相同激励下非线性有限元模型具有较好的计算精度。

图 8 所示为基于非有限元分析和实验测试得到的非线性涂层整体叶盘在不同激励下的 2 阶频域响应曲线。可以看出,共振响应的理论值曲线比较平滑,而实验值曲线则有较多曲折,这说明理论和实验数据必定存在偏差;但是,理论与实验数

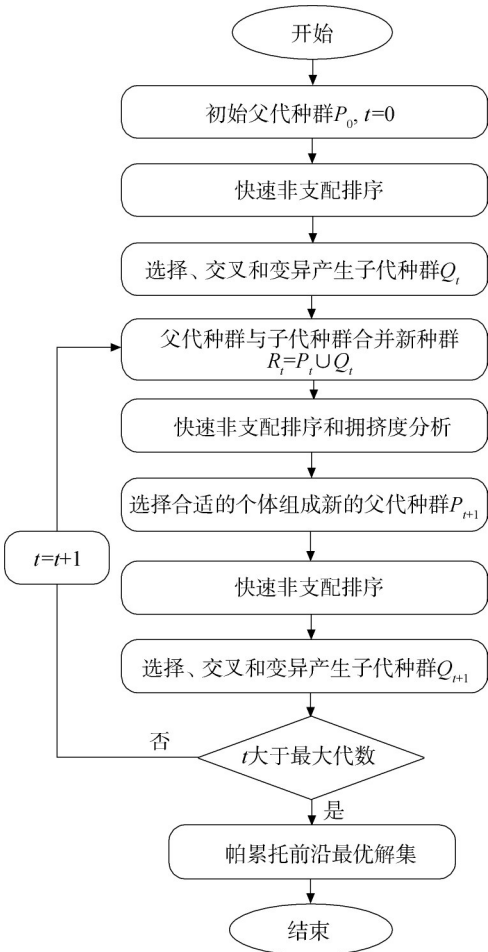


图 5 NSGA-Ⅲ算法的详细流程
Fig.5 Procedure of the reference point based NSGA-Ⅲ algorithm



图 6 硬涂层整体叶盘振动实验设备及测试流程

Fig.6 Vibration experimental device and testing process of the hard-coating blisk

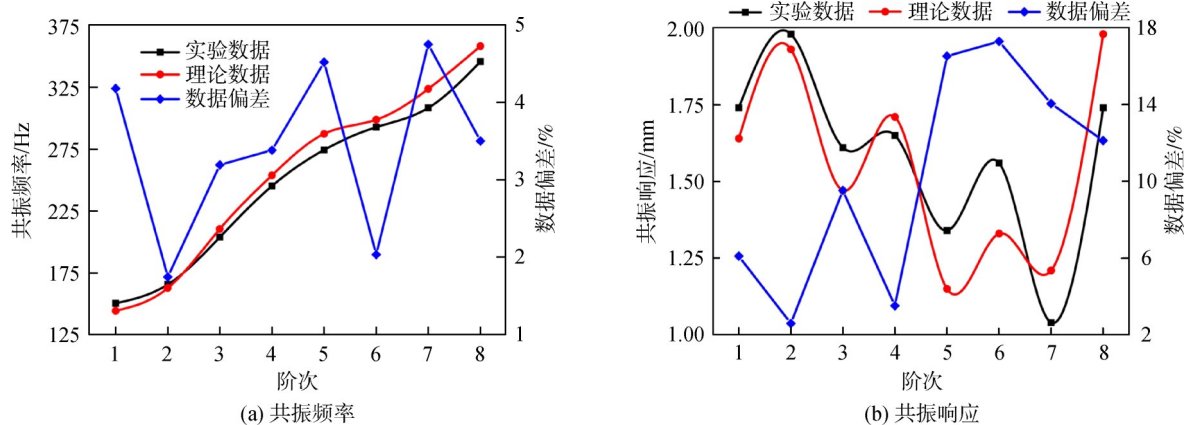


图 7 硬涂层整体叶盘在相同激励下的共振频率和共振响应

Fig.7 Resonant frequencies and responses of the hard-coating blisk under same excitation levels

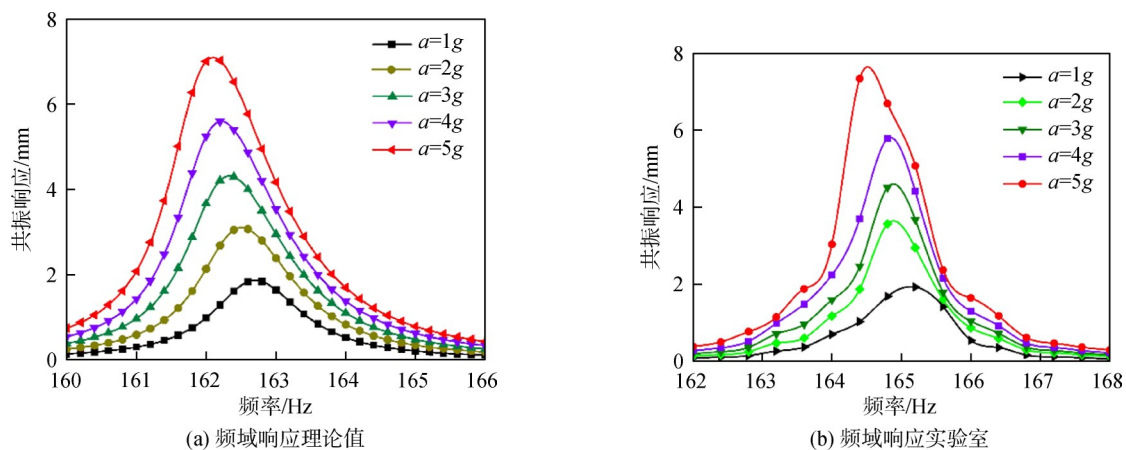


图 8 硬涂层整体叶盘在不同激励下的频域响应

Fig.8 Frequency-responses of the hard-coating blisk under under various excitation levels

据具有相似的变化趋势,即随着激励的增大,频率(响应)会略微降低(增大);在任一相同激励下,理论频率(响应)与实验频率(响应)数值比较接近。这就说明,非线性有限元模型在不同激励下具有较好的计算精度。

4.2 涂层参数多目标优化结果

本文分别考虑三种优化设计参数组合,分别为:模态损耗因子变化量与频率变化量,模态损耗因子变化量与质量增重,模态损耗因子变化量、频率变化量与质量增重,随后利用NSGA-Ⅲ算法对非线性涂层整体叶盘的涂层参数进行多目标优化设计。表2所示为NSGA-Ⅲ算法的基本输入参数。

表 2 NSGA-Ⅲ 算法的输入参数

Table 2 Input parameters of the NSGA-Ⅲ algorithm	
参数类型	参数定义
初始种群大小	自定义
最大子代数	自定义
突变类型	高斯变异
突变分数	0.3
选择类型	锦标赛选择
交叉类型	算术交叉
交叉分数	0.8

图9所示为硬涂层整体叶盘双目标优化的帕累托前沿曲线的最优解集。可以发现,目标函数 $Q_1(Y)$ 在点 A_2 处取最小值,此时硬涂层整体叶盘的模态损耗因子取最大值,硬涂层对整体叶盘阻尼减振效效果最好。但是,表征频率变化量的目标函数 $Q_2(Y)$ 在极点 A_2 处取最大值,这说明硬涂层整体叶盘的振动阻尼最大化和频率变量最小化相互制衡;此外,目标函数 $Q_1(Y)$ 在点 B_2 处取最小值而目标函数 $Q_3(Y)$ 取最大值,这说明硬涂层整体叶盘模态损耗因子最大化与质量增重最小化矛盾。

表3为点 A_1 和 B_1 的双目标约束优化结果。特别的,在拐点 A_1 或 B_1 处的约束优化结果可以兼顾硬涂层整体叶盘的模态损耗因子和频率变化量(以及模态损耗因子与质量增重)。为了校验双目标约束优化的帕累托最优解,基于非线性有限元模型求解了硬涂层整体叶盘在点 A_1 、 A_2 、 B_1 和 B_2 的($a=1g$ 加速度激励)二阶频域共振响应,如图10所示。

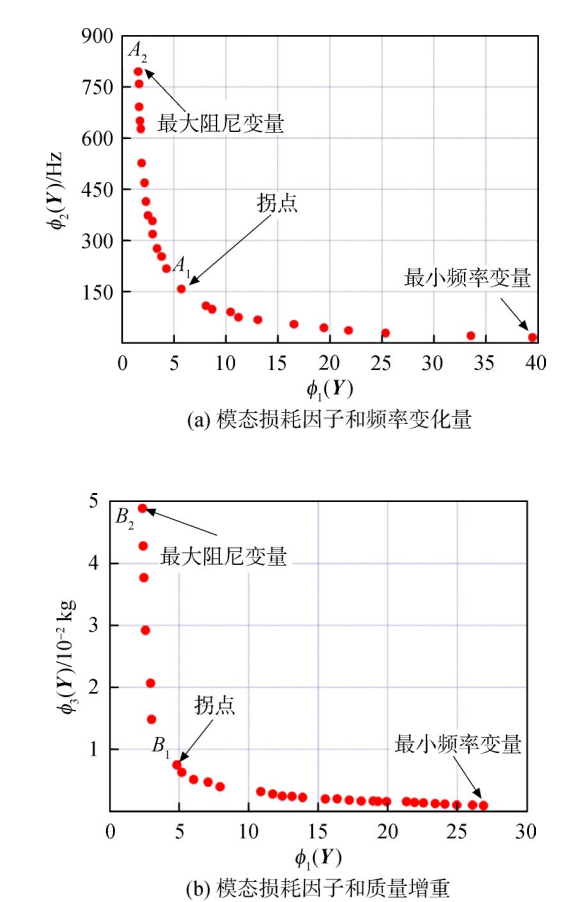


图9 双目标优化的帕累托前沿解集

Fig.9 Pareto front solutions for the bi-objective optimization

表 3 硬涂层在点 A_1 、 A_2 、 B_1 和 B_2 的双目标优化结果

Table 3 Bi-objective optimization results of the hard-coating corresponding to the points A_1 , A_2 , B_1 and B_2			
索引	α_0/GPa	β_0	$(h_c/h_s)/\%$
A_1	58.65	0.099 3	9.28
A_2	161.24	0.100 0	15.0
B_1	115.31	0.099 5	6.41
B_2	181.96	0.100 0	15.0

索引	α_0/GPa	β_0	$(h_c/h_s)/\%$
A_1	58.65	0.099 3	9.28
A_2	161.24	0.100 0	15.0
B_1	115.31	0.099 5	6.41
B_2	181.96	0.100 0	15.0

图11所示为硬涂层整体叶盘的三目标(模态损耗因子、频率变化量与质量增重)优化的帕累托前沿曲面最优解集。表4所列为帕累托前沿拐点 A_1 、 B_1 和 C_1 的优化结果。图12所示为硬涂层整体叶盘在点 A_1 、 B_1 和 C_2 的二阶共振响应。综合可知,硬涂层整体叶盘在拐点 A_1 处有较小的频率变化量和质量增重,在拐点 B_1 处有较大的模态损耗因子和频率变化量;在拐点 C_1 处的优化数据具有较好的平衡性,可以兼顾到硬涂层整

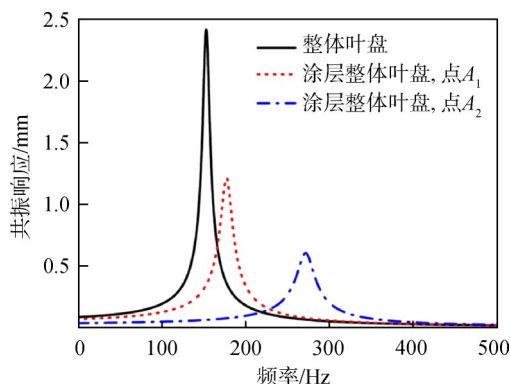
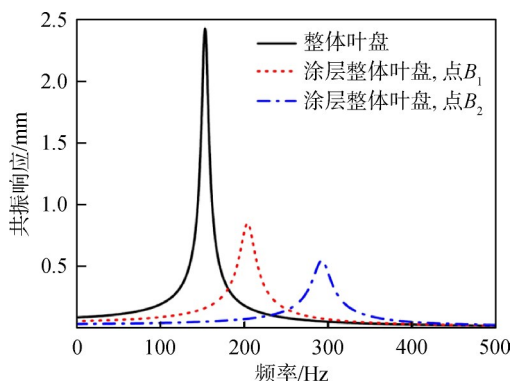
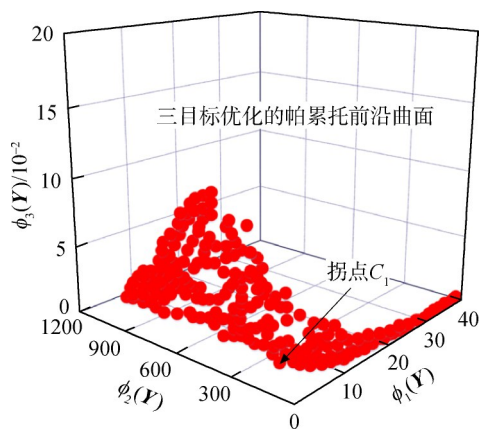
(a) 在点 A_1 和点 A_2 的共振响应(b) 在点 B_1 和点 B_2 的共振响应图 10 硬涂层整体叶盘在 A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2 处的共振响应Fig.10 Resonant response of the hard-coating blisk corresponding to the points A_1 、 A_2 、 B_1 and B_2 

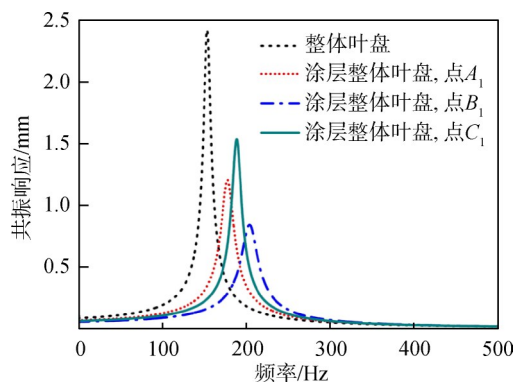
图 11 三目标优化的帕累托前沿解集

Fig.11 Pareto front solutions for the triple-objective optimization

体叶盘的模态损耗因子变化量、频率变化量和质量增重三个参数,但是硬涂层整体叶盘在拐点 C_1 的模态损耗因子要小于在拐点 A_1 和 B_1 的模态损耗因子。

表 4 硬涂层在点 A_1 、 B_1 和 C_1 的三目标约束优化结果Table 4 Triple-objective constrained optimization results of the hard coating corresponding to the points A_1 、 B_1 and C_1

索引	α_0/GPa	β_0	$(h_c/h_s)/\%$
A1	58.65	0.099 3	9.28
B1	115.31	0.099 5	6.41
C1	78.17	0.097 0	5.67

图 12 硬涂层整体叶盘在 A_1 、 B_1 、 C_1 处的共振响应Fig.12 Resonant response of the hard-coating blisk corresponding to the points A_1 、 B_1 and C_1

5 结 论

本研究利用基于复合 Mindlin 板理论的能量有限元法建立了非线性涂层整体叶盘的振动模型,研发出一套基于 Newton-Raphson 法的迭代计算流程研究非线性硬涂层整体叶盘振动特性;利用 NSGA-III 算法对非线性涂层整体叶盘的涂层参数进行多目标优化设计,得到以下结论:

1) 在相同或不同基础激励水平下,利用基于复模量理论与复合 Mindlin 板理论的能量有限元法和基于 Newton-Raphson 法迭代计算程序能够准确求解非线性涂层整体叶盘的振动特性,为涂层参数的多目标优化奠定了可靠的研究基础。

2) 硬涂层的储能模量、损耗因子和涂层厚度对整体叶盘振动特性的影响是互相约束的,位于帕累托前沿解集“拐点”的涂层参数能够兼顾不同樱桃涂层参数对整体叶盘振动特性的影响,从而有效提高硬涂层对整体叶盘的被动阻尼减振效果。

参考文献:

- [1] 张海艳,张连锋.航空发动机整体叶盘制造技术国内外发展概述[J].航空制造技术,2013(增刊2):38-41.

- ZHANG Haiyan, ZHANG Lianfeng. Development overview of aeroengine integral blisk and its manufacturing technology at home and abroad[J]. *Aeronautical Manufacturing Technology*, 2013(Suppl.2):38-41. (in Chinese)
- [2] 王增强. 航空发动机整体叶盘加工技术[J]. *航空制造技术*, 2013(9):40-43.
- WANG Zengqiang. Machining technology of aeroengine blisk [J]. *Aeronautical Manufacturing Technology*, 2013(9):40-43. (in Chinese)
- [3] 高峰, 孙伟. 涂敷硬涂层的整体叶盘振动特性与阻尼解析分析[J]. *振动与冲击*, 2018, 37(20):1-7, 14.
- GAO Feng, SUN Wei. Analytical analysis for vibration characteristics and damping of a hard-coating blisk[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2018, 37(20):1-7, 14. (in Chinese)
- [4] XIE Fangtao, MA Hui, CUI Can, et al. Vibration response comparison of twisted shrouded blades using different impact models[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2017, 397:171-191. (in Chinese)
- [5] BOTTO D, GASTADI C, GOLLA M M, et al. An experimental investigation of the dynamics of a blade with two under-platform dampers[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2018, 140(3):032504.1-032504.9.
- [6] 周航, 校金友, 徐超. 考虑频变阻尼的粘弹性阻尼层板结构模态分析方法[J]. *振动与冲击*, 2018, 37(14):208-213.
- ZHOU Hang, XIAO Jinyou, XU Chao. Modal analysis method for viscoelastically damped laminated structures with frequency-dependent damping[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2018, 37(14):208-213. (in Chinese)
- [7] STATHOPOULOS V, SADYKOV V, PAVLOVA S, et al. Design of functionally graded multilayer thermal barrier coatings for gas turbine application[J]. *Surface and Coatings Technology* 2016, 295:20-28.
- [8] MORITA T, INOUE K, DING X, et al. Effect of hybrid surface treatment composed of nitriding and DLC coating on friction-wear properties and fatigue strength of alloy steel[J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2016, 661:105-114.
- [9] CATANIA G, STROZZI M. Damping oriented design of thin-walled mechanical components by means of multi-layer coating technology[J]. *Coatings*, 2018, 8(2): 73.1-73.21.
- [10] TORVIK P J. Determination of mechanical properties of non-linear coatings from measurements with coated beams [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2009, 46(5): 1066-1077.
- [11] HUANG C S, HUANG S H. Analytical solutions based on fourier cosine series for the free vibrations of functionally graded material rectangular mindlin plates[J]. *Materials*, 2020, 13(17):3820.1-3820.20.
- [12] BELOUNAR A, BENMEBAREK S, HOUHOU M N, et al. Free vibration with mindlin plate finite element based on the strain approach[J]. *Journal of the Institution of Engineers: Series C: Mechanical, Production, Aerospace and Marine Engineering*, 2020, 101(1):331-346.
- [13] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II [J]. *IEEE Transactions Evolutionary Computation*, 2002, 6(2):182-197.
- [14] DEB K, JAIN H. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach: Part I solving problems with box constraints[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(4):577-601.
- [15] BI Xiaojun, WANG Chao. A niche-elimination operation based NSGA-III algorithm for many-objective optimization [J]. *Applied Intelligence*, 2017, 48:118-141.
- [16] CARVALHO M, BRITTO A. Influence of reference points on a many objective optimization algorithm[C]//*Proceedings of 2018 7th Brazilian Conference on Intelligent Systems*. Sao Paulo, Brazil: IEEE Computer Society, 2018:31-36.
- [17] GU Zimin, WANG Gaihe. Improving NSGA-III algorithms with information feedback models for large-scale many-objective optimization[J]. *Future Generation Computer Systems*, 2020, 107:49-69.
- [18] DAS I, DENNIS J E. Normal-boundary intersection: a new method for generating the pareto surface in nonlinear multi-criteria optimization problems[J]. *SIAM Journal on Optimization*, 1996, 8(3):631-657.

(编辑:张雪)