

界面连接多盘转子旋转惯性模型及 动力响应特性

洪 杰^{1,2}, 闫 琦¹, 丰少宝³, 孙 博³, 马艳红^{1,2}

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;

2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100191;

3. 中国航空发动机集团有限公司 沈阳发动机研究所, 沈阳 110015)

摘 要: 针对工作在超临界状态下带有界面连接的多盘转子系统, 采用惯性主轴偏斜描述质量分布, 考虑各轮盘旋转惯性载荷随转速和弯曲变形变化的特征, 建立了高速多盘转子力学模型。在定量描述加工/装配误差和连接结构接触状态影响下各级轮盘质量分布的基础上, 探究了转子动力响应及支点动载荷幅值和相位随转速的变化规律。理论模型及仿真结果表明: 在超临界状态下, 转子旋转惯性力矩会使支点动载荷幅值随转速继续增大; 而高转速状态下, 连接结构接触状态的变化可能使多盘转子的质量分布发生改变, 转子惯性主轴趋近旋转中心线, 转子所受的旋转惯性载荷减小, 体现出振动突降的响应特征。

关 键 词: 超临界状态; 多盘转子; 支点动载荷; 惯性主轴倾斜; 界面接触损伤

中图分类号: V231.96

文献标志码: A

Rotational inertia model and dynamic response characteristics of multi-disk rotor system with interface

HONG Jie^{1,2}, YAN Qi¹, FENG Shaobao³, SUN Bo³, MA Yanhong^{1,2}

(1. School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

2. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100191, China;

3. Shenyang Engine Research Institute,

Aero Engine Corporation of China, Shenyang 110015, China)

Abstract: For the interface-connected multi-disk rotor system working in postcritical range, the deflection of the principal axis of inertia was used to describe the mass distribution, the time-varying characteristics of the rotating inertial load of each wheel with the speed and bending deformation were considered, and the dynamic model of the interface-connected multi-disk rotor was established. Based on the quantitative description of the mass distribution of disks under the influence of machining/assembly error and contact state of connecting structure, the dynamic response of the rotor and the dynamic load amplitude and phase of the bearing change with the speed were explored. The theoretical model and simulation results showed that in the postcritical range, the rotational inertia moment of the rotor caused the bearing dynamic load amplitude to increase with the speed continually; at high speed, the change of the contact state of the connect-

收稿日期: 2021-09-29

基金项目: 国家重大科技专项(2017-IV-0011-0048, 2017-VII-0010-0104)

作者简介: 洪杰(1965—), 男, 教授、博士生导师, 博士, 从事航空燃气轮机转子动力学、整机动力学研究。

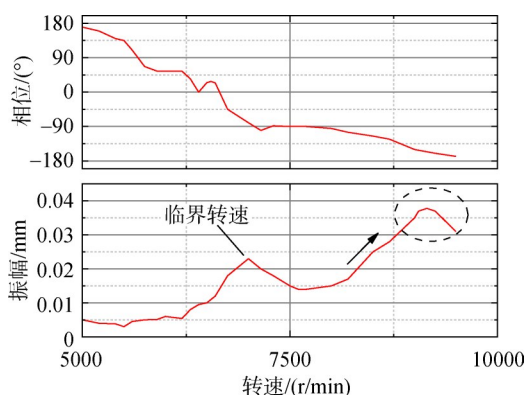
引用格式: 洪杰, 闫琦, 丰少宝, 等. 界面连接多盘转子旋转惯性模型及动力响应特性[J]. 航空动力学报, 2022, 37(5): 897-908.

HONG Jie, YAN Qi, FENG Shaobao, et al. Rotational inertia model and dynamic response characteristics of multi-disk rotor system with interface[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(5): 897-908.

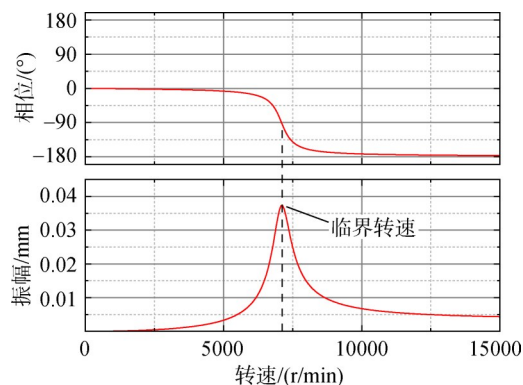
ing structure may change the mass distribution of the multi-disk rotor, the principal axis of inertia of the rotor approached the rotation center line, the rotation inertia load on the rotor decreased, and the vibration response dropped rapidly.

Key words: postcritical range; multi-disk rotor; bearing dynamic load; skewness of the principal axis of inertia; interface damage

为了减小转子系统的动力响应,现行的转子动力学设计中主要采用避开共振的设计原则,当工作转速区域与临界转速保持有一定安全裕度时,即认为可以将响应控制在相对较小的范围^[1-3]。然而,工程实践中众多振动数据(图 1(a))表明,带有界面连接的多盘转子在过临界后振动幅值持续增大,在远离临界转速处产生振动峰值,相位持续变化接近 360° ,与经典 Jeffcott 转子动力学模型^[4]的响应特性(图 1(b))具有明显差异,因此需要对其动力学特性尤其是支点响应方面进行深入研究。



(a) 界面连接多盘转子振动数据



(b) 经典Jeffcott转子动力学模型响应特性

图1 界面连接多盘转子响应特性与经典转子动力学模型具有明显差异

Fig.1 Response characteristics of multi-stage rotor with interface are obviously different from the classical rotor dynamics model

在转子动力响应计算与分析方面国内外学者已取得众多成果。如文献[4-8]对多轮盘转轴系统建模及计算方法进行了研究。Nicholas等^[9-10]以Jeffcott转子为例讨论了转轴带有残余弯曲时,转子在不平衡激励下响应幅值和相位随转速的变化规律,并给出相应的平衡方法。洪杰等^[11]以带有中介支点的双转子系统为研究对象,建立支点动载荷力学模型,研究中介支点动载荷随转速的变化规律,提出复杂转子系统支点振动响应优化方法。Datz等^[12]计算分析了当转子平衡质量的大小和相位具有不确定性时,对支点响应幅值的影响。

对于连续结构,有限元动力学分析足够可靠,但当转子结构中存在界面连接而成为非连续转子时,结果的精度和准确性大大下降^[13-14]。国内外学者对连接结构及其对转子动力特性的影响进行了一系列研究。郭文新等^[15]研究了螺栓连接特性对连接结构弯曲刚度的影响,仿真和实验结果表明,带有界面连接的结构相比于整体结构,弯曲刚度大幅降低;李伦绪等^[16]以高速转子的止口螺栓连接结构为研究对象,分析其刚度变化机理,指出连接结构刚度与止口紧度、转速、载荷大小等因素有关,在某载荷区间迅速下降,并对比有无连接结构时转子动力特性。Qin等^[17]和马艳红等^[18]分别以带有法兰螺栓连接结构的转子系统和长拉杆-止口连接转子系统为研究对象,探究连接结构随外载荷的变化规律及其对转子系统振动特性的影响。指出在弯曲载荷作用下,可造成连接结构局部弯曲刚度损失,而弯曲刚度损失会使弯曲临界转速大幅降低。

现有研究在计算转子动力学响应时,均采用传统的“不平衡力”激励,其本质为基于“质心偏移”的转子质量描述方法,将转子均视为“恒态转子”,并忽略多级轮盘轴向尺寸效应的影响,通过单一截面处的不平衡量描述转子的质量分布。此种方法在低转速区域可以较好地反映转子响应特性,而在高转速区域差异逐渐增大。

有鉴于此,本文从航空发动机转子具有多级轮盘并存在界面连接的结构特征入手,通过质心-

惯性主轴空间位置描述转子质量分布,考虑高速旋转状态下转子结构局部角向变形,在此基础上对高速多盘转子的运动过程以及支点动载荷变化规律进行计算分析。

1 界面连接多盘转子旋转惯性激励特性

1.1 多盘转子

在绝对参考系下,质量为 m 的质点受外力 F 时,获得加速度 a ,并且有 $F=ma$,由于任意有质量的物体都具有保持其自身运动状态不变的惯性,质点将给予施力物体一个反作用力:

$$F' = -F = m(-a) \quad (1)$$

这种抵抗运动状态改变的力称为惯性力,质点惯性力的大小等于质点质量与加速度的乘积,方向与质点加速度方向相反^[19]。严格来讲,惯性力不是真实的力,而是有质量物体运动状态发生改变表现出的力学效果。

$$\left\{ \begin{aligned} F_{\text{int}} &= \iiint \rho(-a) dV = -\iiint \rho \frac{dv}{dt} dV = -\frac{d(\iiint \rho v dV)}{dt} = -\frac{dP}{dt} \\ M_{\text{int}} &= \iiint \rho r' \times (-a) dV = -\iiint \rho r' \times \frac{dv}{dt} dV = \iiint \rho \frac{dr'}{dt} \times v dV - \iiint \rho \frac{d(r' \times v)}{dt} dV = \\ &= -\iiint \rho \frac{d(r' \times v)}{dt} dV = -\frac{d(\iiint \rho r' \times v dV)}{dt} = -\frac{dL}{dt} \end{aligned} \right. \quad (2)$$

结构的动量由质量和质心速度决定,角动量由角速度和转动惯量决定。因此转子结构的质量分布不能仅用单一截面处的不平衡量表示,而应该通过质心和惯性主轴的空间位置准确描述。理想状态下,航空燃气轮机转子结构质量分布相对其轴心线完全对称,转子未工作处于静止状态下时,极惯性主轴、轴心线、旋转中心线(支点连线)三者完全重合。由于加工、装配、使用等原因,转子结构产生质心相对于形心的偏移,以及极惯性主轴相对于轴心线的倾斜(后文合称为“惯性主轴偏斜”)。

转子质量分布具有任意性,极惯性主轴并不一定与轴心线共面,而是呈空间直线关系,为了定量表述惯性主轴空间位置,需要对偏斜相位进行定义。如图2(a)所示,转子处于静止状态,轴心线与旋转中心线重合,质心与形心距离为 e ,即偏心距,极惯性主轴与 z 轴正方向夹角为 τ ,称为偏置角。质心位于极惯性主轴上并将其划分为两部分,将质心及惯性主轴沿 z 轴正方向部分,向 xOy

在旋转过程中结构体上的所有质点均会产生惯性力,若结构体处于无约束的自由旋转状态,则会绕自身惯性主轴旋转,各质点产生的惯性力在结构内部相互抵消,为结构内力。而对于转子系统,支承中心连线确定了转子旋转中心线,当转子结构质量分布相对于旋转中心线不对称导致惯性主轴与旋转中心线不重合时,结构上各质点产生的惯性力组成的惯性力系等效为过结构体质心的惯性力 F_{int} 以及惯性力矩 M_{int} ,使转子产生横向位移或弯曲变形,在支点上则表现出旋转交变动载荷。这种由于质量分布不对称,在旋转中产生的表现力/力矩,为旋转惯性载荷。

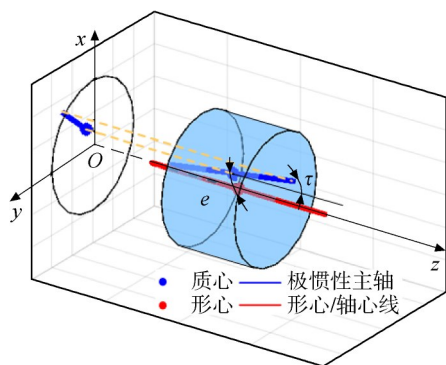
旋转惯性力和力矩的大小分别等于结构单元动量、角动量(相对质心)随时间的变化率,方向与动量、角动量的变化量方向相反,推导如式(2)所示。其中 v 和 a 为质量微元的速度和加速度, r' 为质量微元相对结构质心的位移矢量。 dV 为微元的体积, P 为动量矢量, L 为角动量矢量。

平面投影,得到射线 GP ,如图2(b)所示。将质心投影 G 与原点 O 的连线 OG 与 x 轴正方向夹角记为质心偏移相位 β_e ,将惯性主轴(半轴)投影 GP 与 x 轴正方向夹角记为惯性主轴倾斜相位 β_τ 。综上质心-惯性主轴的空间位置可用偏心距 e 及其相位 β_e ,偏置角 τ 及其相位 β_τ 这4个参数完全描述。

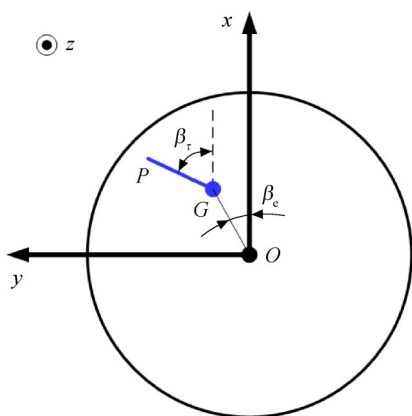
根据旋转惯性载荷定义以及式(2),易得当转子轴心线与旋转中心线重合,而转子绕轴心线以角速度 ω 自转时产生旋转惯性力和力矩的分量表达式

$$\left\{ \begin{aligned} F_{\text{int},x} &= m\omega^2 e \cos(\omega t + \beta_e) \\ F_{\text{int},y} &= m\omega^2 e \sin(\omega t + \beta_e) \\ M_{\text{int},x} &= -(I_d - I_p)\omega^2 \tau \sin(\omega t + \beta_\tau) \\ M_{\text{int},y} &= (I_d - I_p)\omega^2 \tau \cos(\omega t + \beta_\tau) \end{aligned} \right. \quad (3)$$

其中 m 为转子质量, I_d 和 I_p 分别为转子直径转动惯量和极转动惯量。该载荷为转子轴心线与旋转中心线重合时在自转中产生的,仅与转子相对于自身轴心线的质量分布以及自转角速度有关,是



(a) 质心-惯性主轴空间位置



(b) 质心-惯性主轴在平面投影

图 2 惯性主轴偏斜相位定义

Fig.2 Definition of deflection phase of the principal axis of inertia

转子产生横向振动的直接原因,因此又将其称为旋转惯性激励。

将旋转惯性激励以复数形式表达为 $\widetilde{F}_{\text{int}} = F_{\text{int},x} + iF_{\text{int},y}$, $\widetilde{M}_{\text{int}} = M_{\text{int},y} - iM_{\text{int},x}$, 则式(3)改写为

$$\begin{cases} \widetilde{F}_{\text{int}} = m\tilde{e} \cdot \omega^2 e^{i\omega t} \\ \widetilde{M}_{\text{int}} = (I_d - I_p)\tilde{\tau} \cdot \omega^2 e^{i\omega t} \end{cases}, \text{ 其中 } \begin{cases} \tilde{e} = e \cdot e^{i\beta_e} \\ \tilde{\tau} = \tau \cdot e^{i\beta_r} \end{cases} \quad (4)$$

可以看到旋转惯性激励由三部分组成, m 、 I_d 、 I_p 为转子质量大小, $\tilde{e}$ 、 $\tilde{\tau}$ 描述了质心-惯性主轴空间位置代表了质量分布情况, $\omega^2 e^{i\omega t}$ 表示旋转惯性激励随转速的平方迅速增大且方向旋转变化。

对于由 n 个质量结构单元组成的多盘转子, 在旋转中会产生 n 个作用于对应结构单元质心的旋转惯性力和旋转惯性力矩, 将由这些力和力矩组成的力系向转子整体的质心处等效, 得到作用在多盘转子上的旋转惯性激励

$$\begin{cases} \widetilde{F}_{\text{int}} = \left[\sum_{j=1}^n m_j \tilde{e}_j \right] \cdot \omega^2 e^{i\omega t} \\ \widetilde{M}_{\text{int}} = \left[\sum_{j=1}^n (I_{d,j} - I_{p,j}) \tilde{\tau}_j + \sum_{j=1}^n m_j \tilde{e}_j \cdot (z_j - z_r) \right] \cdot \omega^2 e^{i\omega t} \end{cases} \quad (5)$$

其中 m_j 、 $I_{d,j}$ 、 $I_{p,j}$ 为第 j 个结构单元的质量相关参数, $\tilde{e}_j$ 、 $\tilde{\tau}_j$ 为第 j 个结构单元的惯性主轴偏斜, z_j 表示第 j 个结构单元的质心轴向位置, z_r 表示转子整体的质心轴向位置。

忽略转子变形, 即该转子为“恒态转子”时, 在转子工作过程中, 相对于自身轴心线质量分布保持不变。式(5)中方括号内部分为常值, 使用各结构单元偏斜量求和结果与直接使用转子整体惯性主轴偏斜量一次求得的结果等价。

1.2 界面连接的影响

随着转速的提高, 旋转惯性载荷迅速增大, 连接结构在巨大的弯曲载荷和离心载荷作用下, 接触状态发生改变, 从而导致轮盘间产生相对角向变形, 产生的效果为某结构单元的惯性主轴相对于转子轴心线进一步发生变化。

结构局部质量分布的改变会影响转子的旋转惯性激励, 由于转速超过临界转速后转子发生质心转向, 因此在高转速下偏心距的改变对响应的影响很小, 下面主要考虑惯性主轴的角向变化。若第 k 个结构单元相对于转子轴心线产生角向变形 $\tilde{\alpha}$ (以复数表示大小和相位), 且角向变形随转速变化, 则该结构单元的惯性主轴偏置角变为

$$\tilde{\tau}_k'(\omega) = \tilde{\tau}_k + \tilde{\alpha}(\omega) \quad (6)$$

式(5)改写为

$$\begin{cases} \widetilde{F}_{\text{int}} = \left[\sum_{j=1}^n m_j \tilde{e}_j \right] \cdot \omega^2 e^{i\omega t} \\ \widetilde{M}_{\text{int}} = \left[\sum_{j=1}^n (I_{d,j} - I_{p,j}) \tilde{\tau}_j + \sum_{j=1}^n m_j \tilde{e}_j \cdot (z_j - z_r) + (I_{d,k} - I_{p,k}) \tilde{\alpha}(\omega) \right] \cdot \omega^2 e^{i\omega t} \end{cases} \quad (7)$$

将定常项合并作为初始旋转惯性激励得到

$$\begin{cases} \widetilde{F}_{\text{int}} = m_r \tilde{e}_r \cdot \omega^2 e^{i\omega t} \\ \widetilde{M}_{\text{int}} = [(I_{d,r} - I_{p,r}) \tilde{\tau}_r + (I_{d,k} - I_{p,k}) \tilde{\alpha}(\omega)] \cdot \omega^2 e^{i\omega t} \end{cases} \quad (8)$$

其中 m_r 、 $I_{d,r}$ 、 $I_{p,r}$ 为转子整体的质量参数, $\tilde{e}_r$ 和 $\tilde{\tau}_r$ 为转子未变形时的惯性主轴偏斜量。由式(8)可以

看到,由于界面接触状态变化,在转速、弯曲和大质量的综合作用下,单个轮盘角向位移会对转子系统旋转惯性激励载荷(力矩)产生影响。即这时转子为“非恒态转子”,旋转惯性激励具有取决于转速、角向变形和轮盘转动惯量等多因素综合作用的“时变”特性。

2 转子运动微分方程

当转子转速负荷较小时,结构变形可以忽略,转子成为一个刚性的整体,其相对于自身形心线的质量分布,虽然与组成转子的多个结构单元的质量分布有关,且存在一定随机性,但始终与初始装配完成时一致,不随转子工作和运动状态的变化而改变,因此可采用图3中惯性主轴偏斜转子模型对转子动力特性进行分析。建立转子运动微分方程及求解过程如下。

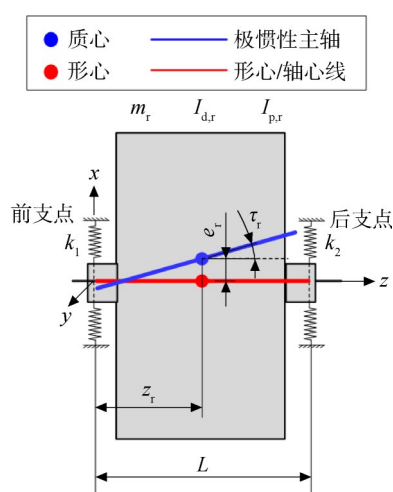


图3 惯性主轴偏斜转子模型

Fig.3 Model of the principal axis of inertia deflected rotor

2.1 惯性主轴偏斜转子运动微分方程的建立

以复数形式表示转子质心处的横向位移为 $\tilde{r} = x + iy$,角向位移为 $\tilde{\theta} = \theta_x + i\theta_y$ (θ_x 、 θ_y 分别为转子形心线投影到 xOz 和 yOz 平面内的倾斜角)。可列出微分方程

$$M\ddot{x} + (C - i\omega G)\dot{x} + Kx = P \cdot e^{i\omega t} \quad (9)$$

其中 $x = \{\tilde{r}, \tilde{\theta}\}^T$,质量矩阵 M 和陀螺力矩矩阵 G 为

$$M = \begin{bmatrix} m_r & 0 \\ 0 & I_{d,r} \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_{p,r} \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中 m_r 为转子质量, $I_{d,r}$ 和 $I_{p,r}$ 分别为转子的直径转动惯量和极转动惯量。

转子采用弹性支承,当转子前/后支点处产生

横向位移时,支承提供弹性恢复力,刚度矩阵 K 为

$$K = \begin{bmatrix} k_{rr} & k_{r\theta} \\ k_{\theta r} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中 k_{rr} 为支承约束在质心处的等效横向刚度, $k_{\theta\theta}$ 为支承约束在质心处的等效角向刚度, $k_{r\theta}$ 和 $k_{\theta r}$ 为交叉刚度。矩阵中各刚度系数与前/后支点刚度 k_1, k_2 ,支点跨度 L ,质心位置 z_r 有关

$$\begin{aligned} k_{rr} &= k_1 + k_2 \\ k_{\theta\theta} &= k_1 z_r^2 + k_2 (L - z_r)^2 \\ k_{r\theta} &= k_{\theta r} = k_2 (L - z_r) - k_1 z_r \end{aligned} \quad (12)$$

弹性支承常配合挤压油膜阻尼器使用,阻尼矩阵 C 可通过瑞利阻尼模型给出。选取两个频率点 f_1 和 f_2 以及阻尼比 ξ_n ,则可由式(13)确定系数 μ 和 ν ,得到阻尼矩阵

$$\begin{cases} \frac{\mu}{2(2\pi f_1)} + \frac{\nu(2\pi f_1)}{2} = \xi_n \\ \frac{\mu}{2(2\pi f_2)} + \frac{\nu(2\pi f_2)}{2} = \xi_n \end{cases} \quad (13)$$

$$C = \mu M + \nu K \quad (14)$$

根据式(4)可得到等号右端激励项为

$$P = \begin{bmatrix} m \tilde{e}_r \\ (I_{d,r} - I_{p,r}) \tilde{\tau}_r \end{bmatrix} \omega^2 \quad (15)$$

2.2 微分方程及支点动力响应的求解

设解的形式为 $x = \begin{bmatrix} \tilde{r} \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{r}_0 \\ \tilde{\theta}_0 \end{bmatrix} \cdot e^{i\omega t}$,代入式(9)

并消去 $e^{i\omega t}$ 得

$$(-\omega^2(M - G) + i\omega C + K) \begin{bmatrix} \tilde{r}_0 \\ \tilde{\theta}_0 \end{bmatrix} = P \quad (16)$$

将式(11)~式(15)代入式(16)即可解得不同转速 ω 下转子质心的横向位移 $\tilde{r}_0$ 和角向位移 $\tilde{\theta}_0$ 。解为复数形式,其幅值表示位移的大小,辐角则表示响应相对于激励的相位(也是相对于转子自转的相位)。

转子在工作中产生的旋转惯性载荷在支点位置体现为支点动载荷,应满足如下关系:

$$\begin{cases} \widetilde{F_{sup1}} + \widetilde{F_{sup2}} = m_r \omega^2 (\tilde{e}_r + \tilde{r}_0) \\ \widetilde{F_{sup2}} \cdot (L - z_r) - \widetilde{F_{sup1}} \cdot z_r = (I_{d,r} - I_{p,r}) \omega^2 (\tilde{\tau}_r + \tilde{\theta}_0) \end{cases} \quad (17)$$

其中 $\widetilde{F_{sup1}}$ 和 $\widetilde{F_{sup2}}$ 分别为转子作用在前、后支点位置的支点动载荷。同理,其幅值表示支点动载荷的大小,辐角为相对于激励的相位。方程(17)为二元一次复数方程,易求得支点动载荷 $\widetilde{F_{sup1}}$ 和

$\widetilde{F}_{\text{sup}2}$ 此处不再赘述求解过程。

3 多盘转子旋转惯性激励下响应特性

在忽略转子变形的情况下,分析多盘转子在旋转惯性激励下的响应特性。算例参数如表 1 所示。瑞利阻尼设置为在频率 $f_1=80$ Hz 和 $f_2=500$ Hz 处阻尼比 $\xi_n=0.05$ 。

表 1 算例转子系统参数

Table 1 The parameters of rotor system case

参数	数值
支承跨度 L/mm	580
质心轴向坐标 z_r/mm	290
转子质量 m_r/kg	150
极转动惯量 $I_{d,r}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	8.37
直径转动惯量 $I_{p,r}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	9.37
前支点刚度 $k_1/(10^7 \text{ N/m})$	3.5
后支点刚度 $k_2/(10^7 \text{ N/m})$	3.5
不平衡量 $me_r/(\text{g}\cdot\text{mm})$	100
惯性主轴倾斜 τ/rad	0.0001

观察方程(17)可知,方程中第一个式子表示旋转惯性力与支点动载荷的关系,第二个式子表示旋转惯性力矩与支点动载荷的关系。因此,前/后支点动载荷又可以分解为两部分

$$\begin{cases} \widetilde{F}_{\text{sup}1} = \widetilde{F}_{f,1} + \widetilde{F}_{m,1} \\ \widetilde{F}_{\text{sup}2} = \widetilde{F}_{f,2} + \widetilde{F}_{m,2} \end{cases} \quad (18)$$

$\widetilde{F}_f$ 表示支点动载荷中的旋转惯性力造成的分量, $\widetilde{F}_m$ 表示旋转惯性力矩造成的分量,支点动载荷为两种分量的矢量叠加。

定义旋转惯性力影响系数 C_{ff} 和旋转惯性力矩影响系数 C_{fm} ,以定量表述各分量在支点动载荷的占比

$$\begin{cases} C_{ff,j} = \frac{|\widetilde{F}_{f,j}|}{|\widetilde{F}_{f,j}| + |\widetilde{F}_{m,j}|} \times 100\% \\ C_{fm,j} = \frac{|\widetilde{F}_{m,j}|}{|\widetilde{F}_{f,j}| + |\widetilde{F}_{m,j}|} \times 100\% \end{cases} \quad (19)$$

其中 $j=1,2$ 分别代表前支点和后支点。

两矢量相加时,若其中一个分量的大小是另一分量的数倍,则矢量和的方向与较大的分量方向接近,即方向受其主导。根据此原则,即可大致估计支点动载荷的大小和相位随转速的变化规律。

影响系数随转速的变化如图 4 所示,整个过程存在 3 个主导区。

1) 初始旋转惯性主导区:转速较低时,转子位移较小,支点动载荷由初始惯性载荷主导,惯性力和惯性力矩的影响占比由初始质心偏移和极惯性主轴偏置角的相对大小决定。

2) 质心偏移主导区:转子转速靠近转子平动临界转速时,转子横向振动增加,产生较大的附加旋转惯性力,支点动载荷由质心偏移产生的旋转惯性力主导。

3) 惯性主轴倾斜主导区:超过转子临界转速后质心偏移引起的支点动载荷迅速降低,而惯性

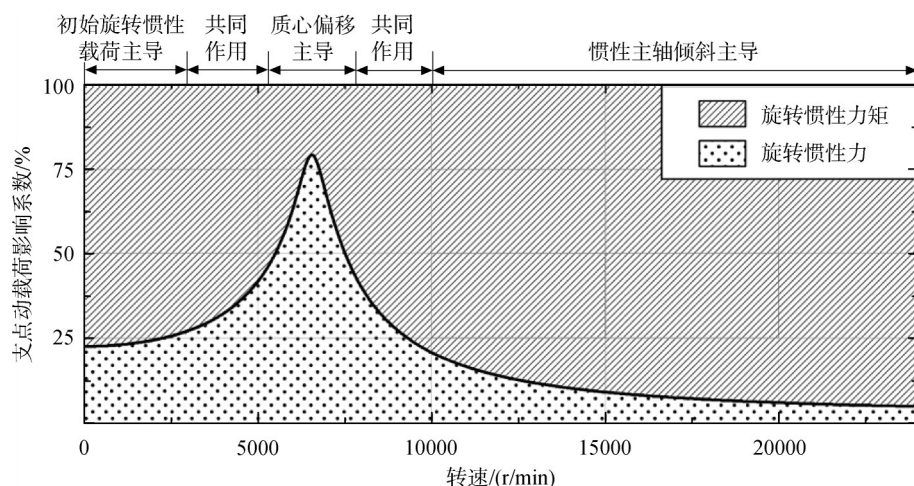


图 4 支点动载荷中各成分占比

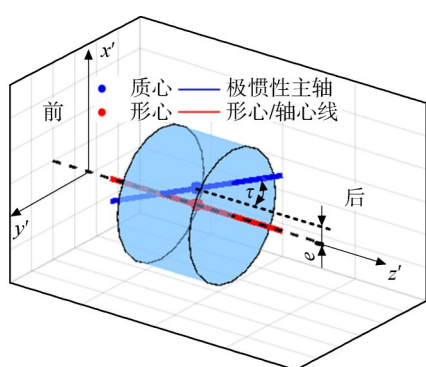
Fig.4 Proportion of each component in bearing dynamic load

主轴倾斜引起的支点动载荷仍继续增大,因此在高转速状态下支点动载荷由惯性主轴倾斜引起的旋转惯性力矩主导。

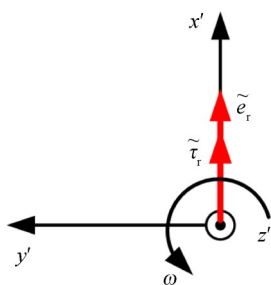
质心偏移和惯性主轴倾斜方向的不同会使支点动载荷中两种分量的相对相位发生变化,可分为以下两种典型情况。

3.1 惯性主轴与质心偏移同相位

为了便于体现转子响应特性,本小节首先以质心偏移与惯性主轴同相位为例进行分析,此时对应于极惯性主轴与轴心线共面的情况,惯性主轴偏斜及初相位示意如图5所示。



(a) 惯性主轴空间位置



(b) 惯性主轴偏斜相位

图5 惯性主轴偏斜设定(同相位)

Fig.5 Setting of the principal axis of inertia deflection (in-phase)

支点动载荷随转速变化曲线如图6所示。可以看到前/后支点的动载荷幅值与相位均有所差异,这是由于前/后支点中两个分量相对方向不同导致。如图7(a)~图7(f)所示,为转子随转速提升的运动过程,所取特征状态与图6中①~⑥对应。可以看到亚临界状态下,前支点处旋转惯性力和旋转惯性力矩造成的动载荷分量方向相同,相互叠加,后支点处两种分量相反,相互抵消;超临界后则变为,前支点处两分量方向相反,后支点处方向相同。因此,两支点在临界前后幅值相对

大小发生转变。超临界后随着转速继续增大,转子快速自动定心,此后,前/后支点的幅值差值以及相对相位不再变化,幅值同步持续增大,直至惯性主轴被“掰正”与旋转中心线重合。

在不同主导区内取5个典型转速点,如图8中①~⑤所示。根据图9中的相位基准,绘制各转速点处支点动载荷分量以及矢量和,如图10所示。其中 F_i (黑色)为由于质心偏移产生的支点动载荷分量, F_{m1} 和 F_{m2} (红色)为惯性主轴倾斜产生的支点动载荷分量, F_{sup1} (橙色)和 F_{sup2} (蓝色)分别为前后支点处总的动载荷。

可以看到,转速提升过程中,质心偏移造成的支点动载荷分量 F_i 由 0° 一直顺时针转至 180° ,从而使总的支点动载荷方向发生变化,并由于在临界转速附近区域, F_i 的幅值较大,所以在此区域相位变化较大,而当远离临界 F_i 幅值减小后,总的支点动载荷相位则指向 F_{m1} 和 F_{m2} 方向。

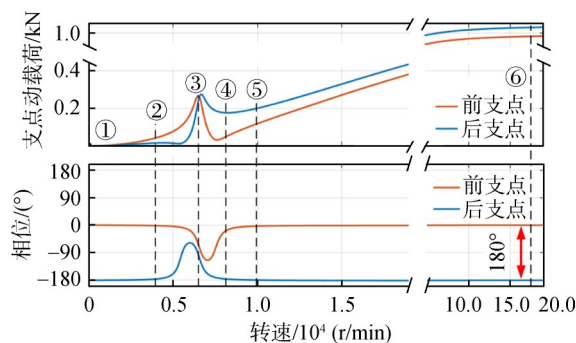
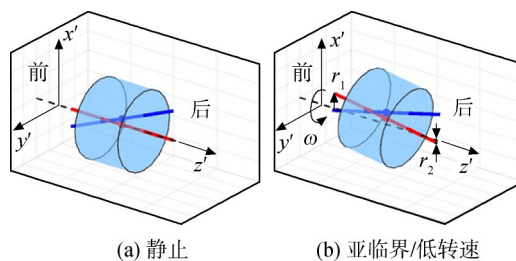


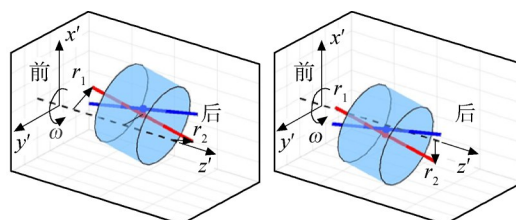
图6 支点动载荷幅频、相频曲线

Fig.6 Amplitude frequency and phase frequency curves of bearing dynamic load



(a) 静止

(b) 亚临界/低转速



(c) 临界

(d) 超临界

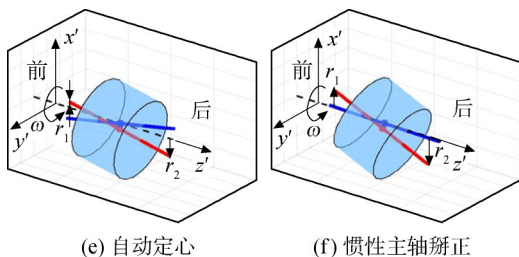


图 7 转子运动过程

Fig.7 Process of rotor movement

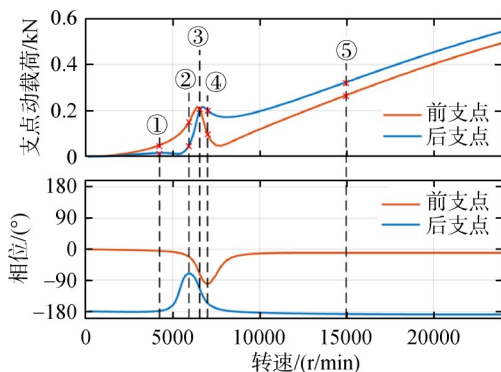


图 8 特征转速点选取

Fig.8 Selection of characteristic speed points

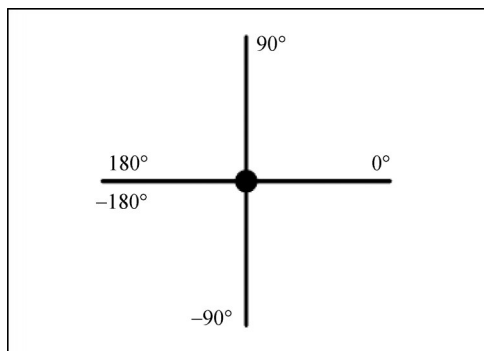


图 9 相位定义

Fig.9 Definition of phase

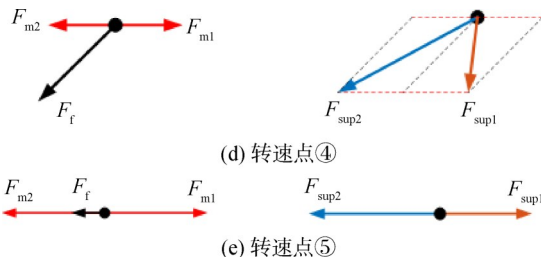
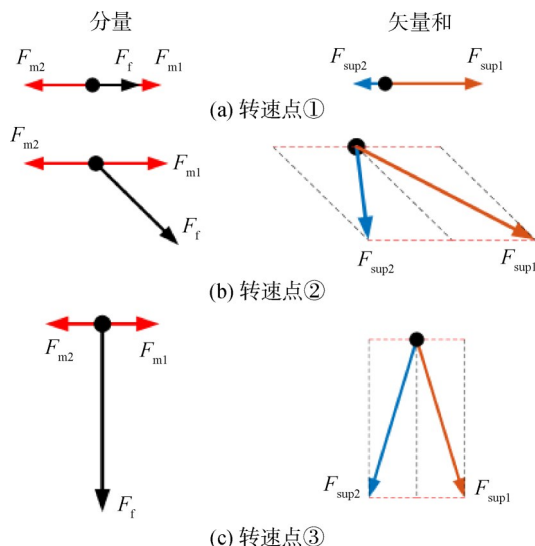


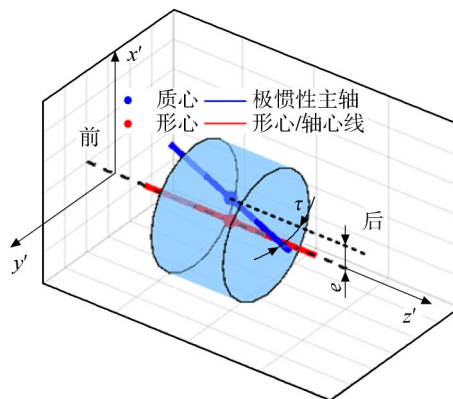
图 10 惯性主轴偏斜转子不同转速下支点动载荷分量合成关系

Fig.10 Composite relationship of bearing dynamic load components at different speeds of the principal axis of inertia

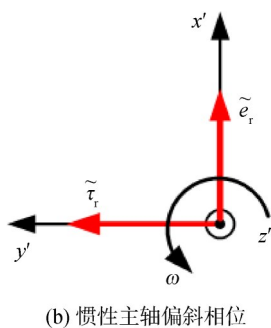
3.2 惯性主轴倾斜与质心偏移相位相差 90°

当惯性主轴倾斜与质心偏移初相位相差 90° 时,惯性主轴空间位置以及两者初相位如图 11 所示。

经计算得到各转速下支点动载荷并幅频/相频曲线,如图 12 所示。绘制各转速点处支点动载荷分量以及矢量和,如图 13 所示。此情况仍可利用支点动载荷分量叠加的方法进行分析,不同的是,前支点处相位在转速提升过程持续变化了接近 360°。造成此现象的原因,低转速时支点动载荷由初始旋转惯性载荷主导,由于算例中惯性主轴倾斜相对较大,因此低转速时前支点处动载荷方向接近 90°;随转速提升,质心偏移引起的支点动载荷分量逐渐加大,对其相位造成影响,到达临界转速时,使前支点处动载荷由 90° 顺时针转向 -90°;超临界后,由于惯性主轴倾斜造成的支点动载荷分量不断增大,转子质心转向后支点动载荷的方向不会保持在 180°,而是继续顺时针变化,直至转向“主导分量”的方向,即 90° 方向,因此



(a) 惯性主轴空间位置



(b) 惯性主轴偏斜相位

图11 惯性主轴偏斜设定(90°相位差)

Fig.11 Setting of the principal axis of inertia deflection (90° phase different)

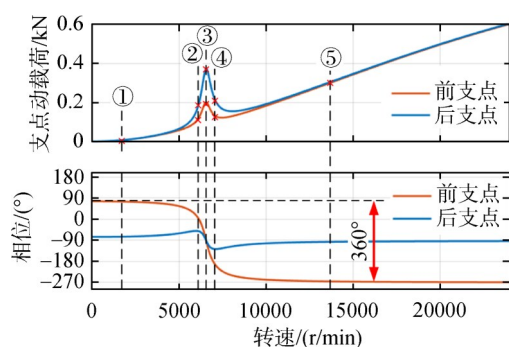
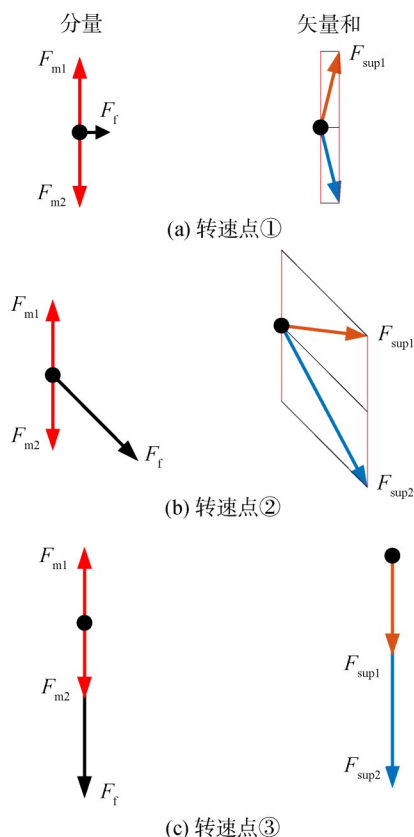


图12 支点动载荷幅频/相频曲线及特征转速点选取

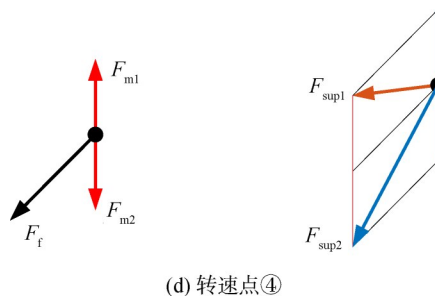
Fig.12 Amplitude frequency and phase frequency curves of bearing dynamic load and selection of characteristic speed points



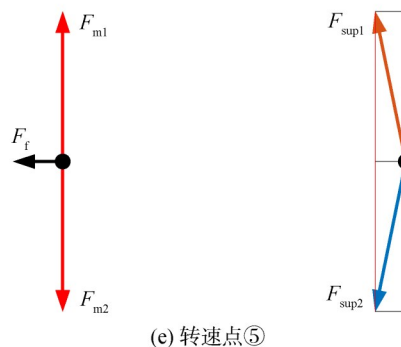
(a) 转速点①

(b) 转速点②

(c) 转速点③



(d) 转速点④



(e) 转速点⑤

图13 惯性主轴偏斜转子不同转速下支点动载荷分量合成关系

Fig.13 Composite relationship of bearing dynamic load components at different speeds of the principal axis of inertia deflected rotor

整个过程变化了360°。

根据文中第3节分析可知,当转子存在惯性主轴偏斜时,与经典转子动力学模型中仅存在不平衡量激励时具有不同的支点动载荷响应特性:

幅值随转速变化特征为,低转速时幅值较小,达到临界转速时快速增大并形成峰值,转速高于临界后,支点动载荷仍会随转速持续增大,直至惯性主轴掰正。

相位变化特征为,在不同主导区,支点动载荷的相位与主导分量的方向接近,因此总表现为由初始惯性载荷的作用方向经过一定变化后转向惯性主轴倾斜造成的分量方向。质心偏移和惯性主轴倾斜相对相位不同时,转速提升过程支点动载荷相位的变化可分为两种类型:①先增大后减小(或先减小后增加);②相位持续单调变化超过180°。若转子惯性主轴倾斜较大时,相频曲线特征则表现为随转速增加先增大后减小(或先减小后增加),并最终与低转速时相位接近,或持续单调变化接近360°。

4 界面连接多盘转子结构系统动力学响应特性

如图14(a)所示由三级轮盘组成的风扇转

子,为典型界面连接多盘转子。该转子第一、二级轮盘与前后轴颈共同形成“拱形”结构,刚性较高,可视为一个刚性的整体。第三级盘通过连接鼓筒以及法兰螺栓连接结构与第二级盘相连,为悬臂结构,刚度较弱。在高转速工作状态下,由于弯曲载荷的作用或者连接结构的磨损,连接结构接触状态发生改变,使第三级叶盘相对前两级盘产生一定的角向变形,需要分别考虑各部分质量分布对旋转惯性激励的影响。

根据结构特征可建立,存在界面连接多盘转子系统力学模型,如图14(b)所示。该模型由两个质量结构单元以及前后两个弹性支承组成。其中,前后弹性支承的刚度分别记为 k_1 和 k_2 ,质量结构单元的质量、极转动惯量、直径转动惯量分别记为 m_1 、 $I_{p,1}$ 、 $I_{d,1}$ 和 m_2 、 $I_{p,2}$ 、 $I_{d,2}$,连接处角向刚度记为 k_θ ,前后两个质量结构单元各自的质心轴向位置记为 z_1 和 z_2 。另外,记转子整体的质量和转动惯

量为 m_r 、 $I_{p,r}$ 、 $I_{d,r}$,质心轴向位置记为 z_r 。

其动力响应仍可通过式(16)解出,方程仅右端项 P 发生改变,根据式(8)可得

$$P = \begin{bmatrix} m \tilde{e}_r \\ (I_{d,r} - I_{p,r}) \tilde{\tau}_r + (I_{d,2} - I_{p,2}) \tilde{\alpha} \end{bmatrix} \omega^2 \quad (20)$$

其中 $I_{d,2}$ 和 $I_{p,2}$ 为悬臂轮盘的转动惯量, $\tilde{\alpha}$ 为悬臂轮盘相对于转子主体的角向变形。与文中第3节忽略转子变形的动力响应分析不同的是,发生角向变形悬臂轮盘在方程中体现出了自身的质量特征。以下算例取 $I_{d,2}=1.20 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $I_{p,2}=2.35 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,方程中其余参数与表1中相同。

轮盘间角向变形与连接结构处受力状态以及界面接触状态变化密切相关,使其具有非确定特征。薄盘结构单元产生的旋转惯性力矩趋于减小自身极惯性主轴相对于旋转中心线的倾斜角,如图15所示。

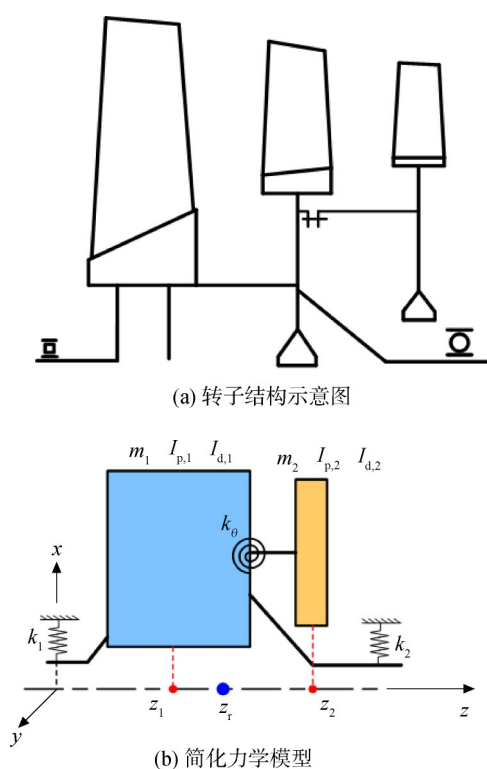


图14 典型界面连接多盘转子结构及力学模型
Fig.14 Structure and mechanical model of typical multi-disk rotor system with interface

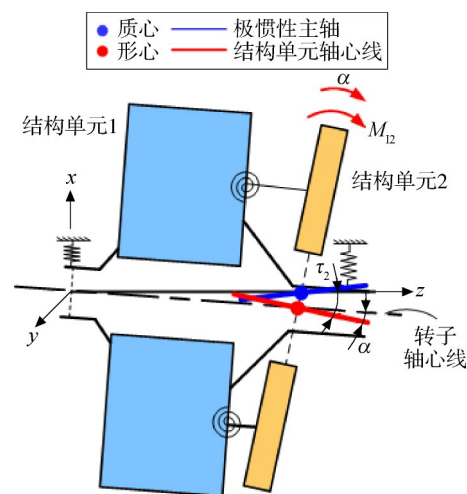


图15 高转速下转子结构发生局部角向变形
Fig.15 Partial angular deformation of the rotor structure at high speed

典型情况为角向变形 $\tilde{\alpha}$ 随转速增大,而相位与初始偏置角 $\tilde{\tau}$ 相差 180° 。另外,法兰-螺栓连接结构在高转速负荷下刚度急剧弱化^[16],在随转速快速增大的弯曲载荷作用下,悬臂轮盘角向变形迅速增加。此处不妨假设角向变形表达式形式为

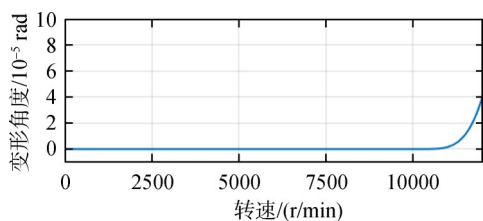
$$|\tilde{\alpha}| = \begin{cases} 0 & n \leq 10\,500 \text{ r/min} \\ C(n - 10\,500)^4 & 10\,500 \text{ r/min} < n \leq 12\,000 \text{ r/min} \end{cases} \quad (21)$$

其中 n 为转子转速,单位为 r/min , C 为变形系数,单位为 $\text{rad}/(\text{r/min})^4$ 。该式表示在转速低于

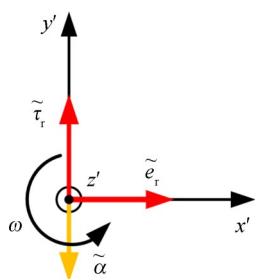
$10\,500 \text{ r/min}$ 时,两结构单元之间不发生相对角向变形,当转速在 $10\,500 \sim 12\,000 \text{ r/min}$ 范围内时,

相对变形随转速快速增大。(采用其他可以反映角向变形快速增加的函数计算得到的响应特性具有相似的变化规律)

本仿真中设定转子不平衡量 100 gmm, 相位为 0° ; 静止状态下惯性主轴偏置角 1×10^{-4} rad, 相位为 90° 。盘间角向变形随转速变化如图 16(a), 角向变形与惯性主轴偏斜相对位置如图 16(b) 所示。在以上参数条件下进行计算, 结果如图 17 所示。



(a) 角向变形随转速变化



(b) 惯性主轴偏斜相对位置

图 16 仿真计算相关设定

Fig.16 Settings of simulation calculation

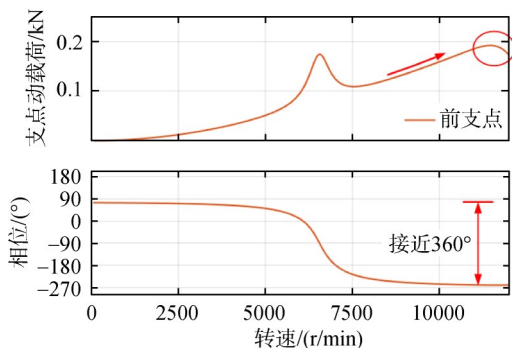


图 17 考虑盘间角向变形时风扇前支点处动载荷幅频/相频曲线

Fig.17 Dynamic load amplitude/phase-frequency curve at the front fulcrum of the fan considering the angular deformation between the disks

由图 17 可以看到, 考虑盘间角向变形时, 风扇前支点处动载荷的幅值在经过临界转速(约为 6 500 r/min)后继续增大, 在 11 000~12 000 r/min

处形成第二个峰值, 相位从约 90° 持续变化至 -270° 左右, 单调变化近 360° 。

需要注意的是, 该转子在 11 000~12 000 r/min 内无临界转速, 在高转速区域出现的峰值并非由转子过临界造成。根据前文分析, 过临界后幅值继续增大, 相位持续变化为惯性主轴倾斜作用的结果, 而超临界状态第二个峰值的形成是界面连接多盘转子旋转惯性激励具有时变特性的体现。

5 结 论

本文建立了界面连接多盘转子质量分布的准确描述方法, 推导转子结构在工作状态下产生的旋转惯性激励, 并对不同质量分布产生的旋转惯性激励下转子的响应特性进行计算分析, 得到主要结论如下:

1) 由于质量分布不对称在旋转中产生的旋转惯性激励是引起转子振动最主要的原因。转子是具有三维结构的几何体, 其质量分布需要通过质心偏移和惯性主轴倾斜共同描述。

2) 在高转速下, 惯性主轴倾斜会对转子支点动载荷以及整机振动产生显著影响。转子具有惯性主轴偏斜时, 超过临界转速后支点动载荷幅值仍随转速继续增大, 整个升速过程中相位呈现往复变化或持续变化接近 360° 的特征。因此, 对于工作在超临界状态下的转子系统, 惯性主轴倾斜的控制通常比减小偏心距更为重要。

3) 在高转速、大载荷状态下, 界面连接处角向刚度急剧弱化, 转子结构发生局部变形, 引起质量分布的变化, 使旋转惯性激励具有时变特征, 对转子的响应特性造成影响, 因此在连接结构的设计与装配中需要保证连接界面具有稳健的接触状态。

参考文献:

- [1] 顾家柳. 转子动力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1985.
- [2] 钟一谔. 转子动力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1987.
- [3] 洪杰, 马艳红, 张大义. 航空燃气轮机总体结构设计与动力学分析[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2014.
- [4] JEFFCOTT H H. The lateral vibration of loaded shafts in the neighbourhood of a whirling speed—the effect of want of balance[J]. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 1919, 37(219):304-314.
- [5] KIKUCHI K. Analysis of unbalance vibration of rotating shaft system with many bearings and disks[J]. Bulletin of JSME, 1970, 13(61):864-872.
- [6] CRUZ W, ARZOLA N, ARAQUE O. Modeling and experi-

- mental validation of the vibration in an unbalance multi-stage rotor[J]. *Journal of Mechanical Engineering and Sciences*, 2019, 13(3):5703-5716.
- [7] 路振勇, 陈予恕, 李洪亮, 等. 航空发动机转子系统动力学模型的可逆简化方法[J]. *航空动力学报*, 2016, 31(1): 57-64.
- LU Zhenyong, CHEN Yushu, LI Hongliang, et al. Reversible model-simplifying method for aero-engine rotor systems [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2016, 31(1):57-64. (in Chinese)
- [8] 王红瑾, 秦卫阳, 杨树林, 等. 带挤压油膜阻尼器双盘转子的参数变化对系统响应的影响[J]. *航空动力学报*, 2009, 24(11):2545-2550.
- WANG Hongjin, QIN Weiyang, YANG Shulin, et al. Response of two-disk rotor with squeeze film dampers and its variation with parameters[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2009, 24(11):2545-2550. (in Chinese)
- [9] NICHOLAS J C, GUNTER E J, ALLAIRE P E. Effect of residual shaft bow on unbalance response and balancing of a single mass flexible rotor: Part I unbalance response[J]. *Journal of Engineering for Power*, 1976, 98(2):171-181.
- [10] NICHOLAS J C, GUNTER E J, ALLAIRE P E. Effect of residual shaft bow on unbalance response and balancing of a single mass flexible rotor: part II balancing[J]. *Journal of Engineering for Power-transactions*, 1976, 98(2):172-187.
- [11] 洪杰, 栗天壤, 倪耀宇, 等. 复杂转子系统支点动载荷模型及其优化设计[J]. *北京航空航天大学学报*, 2019, 45(5): 847-854.
- HONG Jie, LI Tianrang, NI Yaoyu, et al. Bearing dynamics load model and optimal design of complex rotor system[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2019, 45(5):847-854. (in Chinese)
- [12] DATZ J, KARIMI M, MARBURG S. Effect of uncertainty in the balancing weights on the vibration response of a high-speed rotor[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2021, 143(6):061002.1-061002.10
- [13] SCHWINGSHACKL C W, DI MAIO D, SEVER I, et al. Modeling and validation of the nonlinear dynamic behavior of bolted flange joints[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2013, 135(12):122504.
- [14] 洪杰, 徐翕如, 苏志敏, 等. 高速转子连接结构刚度损失及振动特性[J]. *北京航空航天大学学报*, 2019, 45(1):18-25.
- HONG Jie, XU Xiru, SU Zhimin, et al. Joint stiffness loss and vibration characteristics of high-speed rotor[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2019, 45(1):18-25. (in Chinese)
- [15] 郭文新, 么宇辉, 李韵, 等. 螺栓连接对高压转子结合面弯曲刚度的影响[J]. *噪声与振动控制*, 2018, 38(1):52-57.
- GUO Wenxin, ME Yuhui, LI Yun, et al. The influence of bolt joint characteristics on bending stiffness of rotor joint surface[J]. *Noise and Vibration Control*, 2018, 38(1):52-57. (in Chinese)
- [16] 李伦绪, 陈果, 于平超, 等. 止口螺栓连接结构非线性刚度机理分析及数值仿真[J]. *航空动力学报*, 2021, 36(2): 358-368.
- LI Lunxu, CHEN Guo, YU Pingchao, et al. Nonlinear Stiffness mechanism analysis and numerical simulation of rabbet-bolted connection structure[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2021, 36(2):358-368. (in Chinese)
- [17] QIN Z Y, HAN Q K, CHU F L. Analytical model of bolted disk-drum joints and its application to dynamic analysis of jointed rotor[J]. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 2014, 228(4):646-663.
- [18] 马艳红, 倪耀宇, 陈雪骑, 等. 长拉杆-止口连接弯曲刚度损失及对转子系统振动响应影响[J]. *航空学报*, 2021, 42(3): 303-313.
- MA Yanhong, NI Yaoyu, CHEN Xueqi, et al. Bending stiffness loss of rod-rabbit joints and its effect on vibration response of rotor system[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2021, 42(3):303-313. (in Chinese)
- [19] 谢传锋, 王琪, 程耀, 等. 理论力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2015.

(编辑: 张 雪)