

DOI: 10.11918/j.issn.0367-6234.201511076

近距离跟踪指向空间非合作目标有限时间控制

马广富, 孙延超, 凌惠祥, 李传江

(哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 追踪航天器在对空间非合作目标进行近距离跟踪与监视时, 需要接近非合作目标并从特定方位保持对目标的指向与观测. 针对非合作目标存在姿态翻滚以及未知轨道机动时追踪航天器保持近距离跟踪与指向的问题, 在视线坐标系和体坐标系下分别建立了相对轨道和姿态的动力学方程, 并构建了对轨道与姿态同步控制的六自由度模型, 利用 RBF 神经网络对系统不确定性及未知的目标运动参数进行自适应估计和补偿, 采用反步法思想设计控制器使追踪航天器在有限时间内收敛到期望的相对轨道和姿态并维持保持状态. 进一步考虑控制输入饱和、死区等非线性特性, 对控制律进行改进. 改进后的控制算法可以有效地提高控制精度, 仿真结果验证了控制对象模型和控制算法的有效性.

关键词: 空间非合作目标; 视线坐标系; 有限时间控制; RBF 神经网络; 反步法; 输入受限

中图分类号: V448.2

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2017)04-0008-08

Finite-time control of spacecraft closely tracking and pointing non-cooperative space target

MA Guangfu, SUN Yanchao, LING Huixiang, LI Chuanjiang

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: When the chaser spacecraft closely tracks and observes the non-cooperative target in space, it should approach to and keep pointing to the non-cooperative target from the particular direction. For the problem that the chaser spacecraft keeps closely tracking and pointing to the non-cooperative target, in the case of the target with the attitude motion and the unknown orbit maneuver, based on the relative orbit dynamics and the attitude dynamics which are described in the line-of-sight coordinate frame and the body coordinate frame, respectively, the six-degree-of-freedom model of orbit and attitude simultaneously control is proposed. The RBF neural network is employed to adaptively estimate and compensate the system uncertainties and the unknown motion parameters of the target. Using the backstepping method, a controller which can control the chaser spacecraft to converge to the desired relative orbit and attitude in finite time is proposed. Considering the nonlinearity of the control input, such as saturation and dead zone, an improved control algorithm is developed. The simulation results are provided to show the effectiveness of the control model and the control algorithms. Moreover, the improved control method has higher control accuracy.

Keywords: non-cooperative target; line-of-sight coordinate frame; finite-time control; RBF neural network; backstepping; input constraint

随着航天事业的快速发展, 空间技术逐渐从最初的空间利用提升为空间控制^[1], 空间打击、跟踪监视、交会对接等问题的研究越来越受到航天大国的关注和重视, 其中对空间非合作目标的接近和近距离跟踪监视问题已经成为当今航天领域的一个非常重要的研究热点.

经典的相对轨道动力学模型中, 无论是只适用于近圆轨道的 C-W 方程还是考虑了轨道偏心率非零情况的 Lawden 方程^[2-3], 当针对非合作目标时, 由于对目标的一些运动参数难以精确测量而无法有

效使用. 从接近非合作目标时的实际测量情况出发, 文献[4-6]提到了一种在以追踪航天器质心为原点的视线坐标系下建立的相对运动模型, 具有无限制目标轨道偏心率, 解算方程不受目标未知参数影响, 可在任意初始位置进行逼近和视线跟踪等优点. 文献[5]还综合考虑体坐标系下由相对误差四元数描述的相对姿态方程, 从而建立了六自由度的动力学模型. 相对轨道与姿态的控制耦合问题主要有两方面原因, 一种是由期望控制指令引起的, 另一种则是因为推力与姿态有关导致的^[7]. 对于姿态轨道耦合控制, 许多学者都进行了研究, 其中文献[8-9]从 HJB 方程中导出了鲁棒性较好且使用方便的状态依赖黎卡提方程法 (state-dependent riccati equation,

收稿日期: 2015-11-20

基金项目: 国家自然科学基金 (61304005, 61174200); 高等学校博士学科点专项科研基金 (20102302110031)

作者简介: 马广富 (1963—), 男, 教授, 博士生导师

通信作者: 孙延超, sunyanchao@hit.edu.cn

SDRE),可以用来解决一些含有不确定性的鲁棒控制问题,但在求解黎卡提方程使计算负担增大.文献[5,10-11]在进行姿轨耦合控制时,以能量消耗以及误差最小为指标,引入中间变量,将SDRE方程转化为迭代方程,有效降低了计算负担,但这种控制方法在非合作目标同时存在轨道和姿态机动时,控制误差较大.值得说明的是,上述研究主要都还是集中在合作目标的情况,而对于接近和跟踪非合作目标的研究则较少.除了普遍存在模型不确定性和外部干扰外,对于追踪航天器,非合作目标的一些运动信息无法精确已知.RBF神经网络对未知非线性函数具有良好的逼近能力^[12],因此可以对模型不确定性及外部干扰等进行逼近与补偿.目前对于接近并跟踪空间目标的研究大多都是实现控制误差渐近稳定的控制结果,并且理论上系统状态收敛到期望值的时间无穷大.有限时间控制^[12]能够使闭环系统的状态在有限时间内收敛到平衡点,相比于非有限时间的控制方法不仅收敛更快,而且具有更好的鲁棒性.许多有限时间控制方法采用反步法的思想来设计控制律^[13],使用递推的设计,使许多复杂、高阶非线性系统的控制律设计变得简便.对于实际的航天器控制,一定存在控制输入饱和、死区等非线性特性^[14-15],因此在进行姿态、轨道控制律设计时有必要考虑这些非线性特性对系统的影响.

本文针对非合作目标存在姿态翻滚以及未知轨道机动时,追踪航天器对其保持近距离跟踪与指向的问题,建立了姿态与轨道同步控制模型.考虑到系统不确定性、非合作目标运动参数部分未知等情况,利用RBF神经网络方法进行自适应估计和补偿,采用反步法思想设计控制律使追踪航天器在有限时间内收敛到期望的相对轨道和姿态.然后,进一步考虑控制输入饱和、死区等非线性特性,对控制律进行改进.通过在相同仿真参数条件下对本文所提出的两种控制律进行仿真,验证了两种控制律的有效性,并且改进后的控制律在燃料消耗略微增加的情况下明显地提高了控制精度.

1 相对运动模型

1.1 视线坐标系

图1中下标*i*表示惯性坐标系,*l*表示视线坐标系.惯性系 $O_i x_i y_i z_i$ 与视线系 $O_l x_l y_l z_l$ 及其关系如图1所示, O_l 为视线系的原点,位于追踪航天器质心, x_l 轴与视线重合, y_l 轴位于由 x_l 轴和 y_i 轴组成的平面内且与 x_l 轴垂直, z_l 轴由右手定则确定. q_ε 和 q_β 分别称为视线倾角和视线偏角, ρ 为目标相对于追踪航天器的位置矢量^[5].

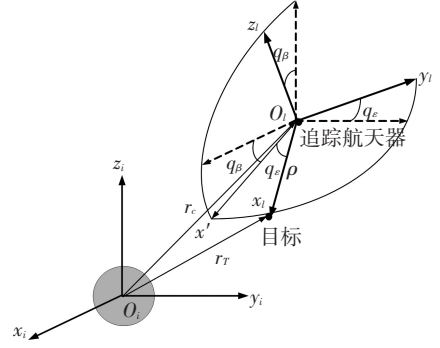


图1 地心惯性坐标系与视线坐标系的位置关系

Fig.1 The relationship between inertial frame and line-of-sight coordinate system

1.2 相对轨道动力学模型

相对轨道的动力学方程在视线系的投影为^[5]

$$\left(\frac{d^2 \rho}{dt^2}\right)_l = \frac{d^2(\rho)_l}{dt^2} + (\dot{\omega}_l)_l^\times (\rho)_l + 2(\omega_l)_l^\times \frac{d(\rho)_l}{dt} + (\omega_l)_l^\times (\omega_l)_l^\times (\rho)_l = (\Delta g)_l + (f)_l - (u_c)_l \quad (1)$$

式中: $\times$ 为反对称矩阵; $\Delta g = [\Delta g_x, \Delta g_y, \Delta g_z]^\top$ 为目标和追踪航天器间的引力差(在对目标进行近距离接近和跟踪时,该项可以忽略); $f = [f_x, f_y, f_z]^\top$ 为目标的加速度,且对于追踪航天器是未知的; $u_c = [u_{cx}, u_{cy}, u_{cz}]^\top$ 为追踪航天器的控制加速度,其中下标*c*为追踪航天器.将式(1)写成分量的形式:

$$\begin{cases} \ddot{\rho} - \rho(\dot{q}_\varepsilon^2 + \dot{q}_\beta^2 \cos^2 q_\varepsilon) = \Delta g_x + f_x - u_{cx}, \\ \rho \ddot{q}_\varepsilon + 2\dot{\rho}\dot{q}_\varepsilon + \rho \dot{q}_\beta^2 \sin q_\varepsilon \cos q_\varepsilon = \Delta g_y + f_y - u_{cy}, \\ -\rho \ddot{q}_\beta \cos q_\varepsilon + 2\dot{\rho}\dot{q}_\beta \sin q_\varepsilon - 2\dot{\rho}\dot{q}_\varepsilon \cos q_\varepsilon = \Delta g_z + f_z - u_{cz}. \end{cases} \quad (2)$$

1.3 姿态动力学模型与运动学模型

追踪航天器的姿态动力学方程为

$$J_c \dot{\omega}_{bc} + \omega_{bc}^\times J_c \omega_{bc} = T_c \quad (3)$$

式中: $J_c = \text{diag}(J_{c1}, J_{c2}, J_{c3})$ 为转动惯量矩阵;下标*b*为航天器体坐标系; $\omega_{bc} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^\top$ 为相对惯性系的姿态角速度; T_c 为控制力矩.

定义追踪航天器按 zxy 转序绕本体 x, y, z 轴的转角分别为 φ, θ, ψ ,则追踪航天器角速度可以表示为

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \cos \varphi \\ 0 & 1 & \sin \varphi \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (4)$$

为了表达式的简便,定义矩阵 R 为

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \cos \varphi \\ 0 & 1 & \sin \varphi \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ \sin \theta \sin \varphi / \cos \varphi & 1 & -\cos \theta \sin \varphi / \cos \varphi \\ -\sin \theta / \cos \varphi & 0 & \cos \theta / \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (5)$$

则有

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_x \cos \theta + \omega_z \sin \theta \\ (\omega_x \sin \theta - \omega_z \cos \theta) \tan \varphi + \omega_y \\ (\omega_z \cos \theta - \omega_x \sin \theta) \sec \varphi \end{bmatrix}. \quad (6)$$

1.4 期望轨道解算

当非合作目标存在姿态翻滚时,在视线系下特征点的相对位置会改变,从而导致追踪航天器的期望轨道变化.设目标的特征点在其体坐标系下的单位矢量为 $\mathbf{n}_b$,则追踪航天器视线的期望方向为 $-\mathbf{n}_b$,所以追踪航天器期望视线方向在惯性系下的投影为^[5]

$$\boldsymbol{\rho}_i = \mathbf{C}_i^{bt}(-\mathbf{n}_b \boldsymbol{\rho}_f) = [x_i \ y_i \ z_i]^T. \quad (7)$$

式中: $\mathbf{C}_i^{bt}$ 为目标体坐标系到惯性系的余弦矩阵.视线方向在视线坐标系下的期望值为 $\boldsymbol{\rho}_f = [\rho_f, 0, 0]^T$,其中 ρ_f 为追踪航天器与目标之间的期望距离,投影到惯性坐标系可得

$$\boldsymbol{\rho}_i = \mathbf{C}_i^l \boldsymbol{\rho}_f, \quad (8)$$

式中, $\mathbf{C}_i^l$ 为视线系到惯性系的余弦矩阵.根据式(7)~(8)可计算得到视线倾角和视线偏角的期望值 q_{ef} 和 q_{bf} ,对式(7)~(8)分别进行求导并联立即可求出视线倾角和视线偏角导数的期望值 $\dot{q}_{ef}$ 和 $\dot{q}_{bf}$.

1.5 期望姿态解算

在近距离跟踪非合作目标过程中,追踪航天器将实时对目标观测.假设观测装置中心线沿追踪航天器体坐标系的期望 $\mathbf{x}_{bcf}$ 轴方向,要求 $\mathbf{x}_{bc}$ 轴保持沿视线轴方向,则追踪航天器体坐标系三轴期望的单位

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \mathbf{e}_2, \\ \dot{\mathbf{e}}_2 = - \begin{bmatrix} \rho \dot{q}_\varepsilon^2 + \rho \dot{q}_\beta^2 \cos^2 q_\varepsilon \\ -2\rho \dot{q}_\varepsilon / \rho - \dot{q}_\beta^2 \sin q_\varepsilon \cos q_\varepsilon \\ 2\dot{q}_\beta \dot{q}_\varepsilon \sin q_\varepsilon / \cos q_\varepsilon - 2\rho \dot{q}_\beta / \rho \\ (J_{cy} - J_{cz}) \omega_y \omega_z / J_{cx} \\ (J_{cz} - J_{cx}) \omega_x \omega_z / J_{cy} \\ (J_{cx} - J_{cy}) \omega_y \omega_x / J_{cz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddot{\rho}_f - f_x \\ \ddot{q}_{ef} - f_y / \rho \\ \ddot{q}_{bf} + f_z / (\rho \cos q_\varepsilon) \\ \dot{\omega}_{xf} \\ \dot{\omega}_{yf} \\ \dot{\omega}_{zf} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{cx} \\ u_{cy} / \rho \\ -u_{cz} / (\rho \cos q_\varepsilon) \\ -T_{cx} / J_{cx} \\ -T_{cy} / J_{cy} \\ -T_{cz} / J_{cz} \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (11)$$

本文将结合式(11)所示的非合作目标相对运动模型进行控制律设计,实现对空间非合作目标的接近、跟踪以及指向等控制需求.

2 非合作目标自适应神经网络有限时间控制律设计

2.1 自适应神经网络有限时间控制律设计

引理 1^[16] 对于非线性系统:

矢量为^[5]

$$\mathbf{x}_{bcf} = \frac{\boldsymbol{\rho}_i}{\rho_f}, \mathbf{y}_{bcf} = \frac{\boldsymbol{\rho}_i^\times \hat{\mathbf{s}}}{\|\boldsymbol{\rho}_i^\times \hat{\mathbf{s}}\|_2}, \mathbf{z}_{bcf} = \mathbf{x}_{bcf}^\times \mathbf{y}_{bcf}. \quad (9)$$

式中, $\hat{\mathbf{s}}$ 为太阳矢量,在执行在轨任务的过程中为了能为星体提供电能,要求帆板垂直于入射光线,设帆板沿追踪航天器 $\mathbf{y}_{bc}$ 轴安装.再由关系式:

$$\mathbf{I}_3 = \mathbf{C}_{bc}^i [\mathbf{x}_{bcf} \ \mathbf{y}_{bcf} \ \mathbf{z}_{bcf}],$$

即可求解期望姿态角 $\varphi_f, \theta_f, \psi_f$,对式(9)求导并利用式(4)即可求解期望姿态角速度.

1.6 控制模型状态空间表达式

针对本文所研究的问题,由于非合作目标的轨道机动未知,因此对于追踪航天器,在任务初始时刻是偏离期望轨道的,从而需要调整相对轨道以达到对目标跟踪监视的要求.然后进行跟踪保持控制,而目标的姿态信息是能够获取的,所以追踪航天器在初始时刻的姿态是接近期望姿态的,则式(10)是近似成立的.

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_f \\ \dot{\theta}_f \\ \dot{\psi}_f \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} \omega_{xf} \\ \omega_{yf} \\ \omega_{zf} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

设 $\mathbf{x}_1 = [\rho, q_\varepsilon, q_\beta, \varphi, \theta, \psi]^T, \mathbf{x}_2 = [\dot{\rho}, \dot{q}_\varepsilon, \dot{q}_\beta, \omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$,选取误差量为状态变量,记 $\mathbf{e}_1 = [\rho_f - \rho, q_{ef} - q_\varepsilon, q_{bf} - q_\beta, \varphi_f - \varphi, \theta_f - \theta, \psi_f - \psi]^T, \mathbf{e}_2 = [\dot{\rho}_f - \dot{\rho}, \dot{q}_{ef} - \dot{q}_\varepsilon, \dot{q}_{bf} - \dot{q}_\beta, \dot{\omega}_{xf} - \omega_x, \dot{\omega}_{yf} - \omega_y, \dot{\omega}_{zf} - \omega_z]^T$,由式(2)、式(3)、式(5)、式(6)和式(10)可得到如下状态空间表达式:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{f}(0) = \mathbf{0}, \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n. \quad (12)$$

假设存在定义在 $\mathbf{R}^n$ 原点邻域 $\hat{U}$ 内的连续函数 $V(\mathbf{x})$,且实数 $c > 0, 0 < \alpha < 1$,满足:

- 1) $V(\mathbf{x})$ 在 $\hat{U}$ 中正定;
- 2) $\dot{V}(\mathbf{x}) + cV^\alpha(\mathbf{x}) \leq 0, \forall \mathbf{x} \in \hat{U}$.

则系统(12)在 $\hat{U}$ 内有限时间稳定.若 $\hat{U} = \mathbf{R}^n$ 且 $V(\mathbf{x})$ 径向无界($V(\mathbf{x}) \rightarrow +\infty$ 时, $\|\mathbf{x}\| \rightarrow +\infty$),则系统(12)的原点全局有限时间稳定.

对于近距离跟踪指向空间非合作机动目标的问题,由式(11)所组成的非合作目标相对运动模型可以写成如下不确定非线性动态系统形式:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = A(x_1)e_2, \\ \dot{e}_2 = f(x) + w + g(x)u. \end{cases} \quad (13)$$

式中: $e_1, e_2, x_1, x_2 \in \mathbf{R}^6$, $x = [x_1^T, x_2^T]^T$, $A(x_1) \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$, $f(x) \in \mathbf{R}^6$, $g(x) \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ 根据式(10)~(11)获得,且可以发现都是关于 x 的已知光滑非线性函数,且 $A(x_1)$ 与 $g(x)$ 非奇异. $u \in \mathbf{R}^6$ 为控制输入. 由于非合作目标的轨道机动情况未知,因此其加速度以及期望相对位置状态的二阶导数等未知,因此 w 未知,即为模型不确定性. 假设 $\|w\| \leq d$, 其中 $d > 0$.

用一个三层神经网络自适应估计式(13)中的不确定项 w , 并进行补偿. w 的估计值 $\hat{w}$ 可表示为

$$\hat{w} = \hat{\theta}^T \varphi(e).$$

式中: 系统(13)的状态量 x 是神经网络的输入向量; $\hat{\theta}$ 为加权矩阵 θ 的估计值. 设 $n > 1$ 是神经元的数量, 即 $\varphi(e) = [\varphi_1(e), \varphi_2(e), \dots, \varphi_n(e)]^T$, 其中 $\varphi_i(\cdot)$ 是高斯 RBF 函数为

$$\varphi_i(e) = \exp\left[-\frac{\|e - c_i\|^2}{2\sigma_i^2}\right], i = 1, 2, \dots, n. \quad (14)$$

式中: $c_i \in \mathbf{R}^n$, $\sigma_i > 0$ 分别为第 i 个基函数的中心和宽度.

根据 RBF 神经网络逼近非线性函数的原理, 根据文献[12], 一般存在如下假设条件.

假设 1 对于任意给定的足够小的正数 ε_N , 总能找到最优加权矩阵 θ^* 使逼近误差满足.

假设 2 最优加权矩阵 θ^* 是有界的, 即存在一个正常数 λ , 满足 $\|\theta^*\|_\infty \leq \lambda$.

因此非线性不确定函数 w 可以表示成

$$w = \theta^{*T} \varphi(e) + \varepsilon.$$

为了后续设计非合作目标控制律的需要, 定义向量 $\text{sig}(\cdot)^\alpha \in \mathbf{R}^n$ 的形式如下:

$\text{sig}(\xi)^\alpha = [|\xi_1|^\alpha \text{sgn}(\xi_1), \dots, |\xi_n|^\alpha \text{sgn}(\xi_n)]^T$, 给出辅助控制器 $\nu(e_1) = -A^{-1}(x_1)K_1 \text{sig}(e_1)^\alpha$, 其中 $K_1 = \text{diag}(k_{11}, \dots, k_{1n}) > 0, 0 < \alpha < 1$. 定义误差变量为

$$z = e_2 - \nu(e_1), \quad (15)$$

将式(15)代入系统(13)得到:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = A(x_1)(z + \nu(e_1)), \\ \dot{z} = f(x) + w + g(x)u - \dot{\nu}(e_1). \end{cases} \quad (16)$$

对于系统(13), 给出如下自适应控制律:

$$u = g^{-1}(x)(\dot{\nu}(e_1) - f(x) - A^T(x_1)e_1 - K_2 \text{sig}(z)^\alpha - \hat{\theta}^T \varphi(e) - K_3 \text{sgn}(z)), \quad (17)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \varphi(e) z^T. \quad (18)$$

式中: $K_2 = \text{diag}(k_{21}, \dots, k_{2n}) > 0, K_3 > 0, \Gamma$ 为一个正定对角矩阵.

注 1 由于 $\text{sig}(e_1)^\alpha$ 在 $e_{1i} = 0$ 且 $\dot{e}_{1i} \neq 0$ 时的微分出现奇异现象, 设置一个阈值 λ 来判断奇异. 因此定义 $\dot{\nu}(e_1)$ 如下:

$$\dot{\nu}(e_1) = \begin{cases} -\dot{A}^{-1}(x_1)K_1 \text{sig}(e_1)^\alpha - A^{-1}(x_1)\eta(e_1), & \dot{e}_{1i} \neq 0; \\ 0, & \dot{e}_{1i} = 0. \end{cases}$$

$$\eta_i(e_{1i}) = \begin{cases} k_{1i} \alpha |e_{1i}|^{\alpha-1} \dot{e}_{1i}, & |e_{1i}| \geq \lambda; \\ k_{1i} \alpha |\Delta_i| |\dot{e}_{1i}|^{\alpha-1}, & |e_{1i}| < \lambda. \end{cases}$$

式中: λ, Δ_i 分别为小的正常数; e_{1i} 为向量 e_1 的第 i 个元素; $\eta_i(e_{1i})$ 为向量 $\eta(e_1)$ 的第 i 个元素.

定理 1 对于非合作目标控制系统(13), 假设 1 和 2 均成立, 则在控制律(17)~(18)作用下, 闭环系统是全局有限时间稳定的.

证 将控制律(17)代入式(16)可得

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -K_1 \text{sig}(e_1)^\alpha + A(x_1)z, \\ \dot{z} = -A^T(x_1)x_1 - K_2 \text{sig}(z)^\alpha + \\ w - \hat{\theta}^T \varphi(e) - K_3 \text{sgn}(z). \end{cases} \quad (19)$$

首先, 证明闭环系统(19)是全局渐近稳定的.

设 $\tilde{\theta} = \theta^* - \hat{\theta}$, 则 $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta}^* - \dot{\hat{\theta}} = -\dot{\hat{\theta}}$, 选取 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^T e_1 + \frac{1}{2} z^T z + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}), \quad (20)$$

选取 $K_3 > \varepsilon_N > \|\varepsilon\|_\infty$, 对式(20)求导, 并由式(19)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_1^T \dot{e}_1 + z^T \dot{z} + \text{tr}(\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}) = \\ &= e_1^T K_1 \text{sig}(e_1)^\alpha - z^T K_2 \text{sig}(z)^\alpha + \text{tr}(\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}) + \\ &= z^T (\theta^{*T} \varphi(e) + \varepsilon - \hat{\theta}^T \varphi(e) - K_3 \text{sgn}(z)) = \\ &= e_1^T K_1 \text{sig}(e_1)^\alpha - z^T K_2 \text{sig}(z)^\alpha + z^T \varepsilon - \\ &= K_3 \|z\|_1 + \text{tr}(\tilde{\theta}^T \varphi(e) z^T + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}) = \\ &= e_1^T K_1 \text{sig}(e_1)^\alpha - z^T K_2 \text{sig}(z)^\alpha + \|z\|_1 (\varepsilon_N - K_3) \leq -e_1^T K_1 \text{sig}(e_1)^\alpha - z^T K_2 \text{sig}(z)^\alpha \leq 0. \end{aligned} \quad (21)$$

从式(21)可得 e_1, z 和 $\tilde{\theta}$ 有界, 由 $\nu(e_1)$ 和 z 的定义可知 e_2 有界, 对于系统(12), 由于一般 $\dot{e}_2$ 也是有界的, 因此由 Barbalat 引理可知, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e_1 \rightarrow 0, z \rightarrow 0, e_2 \rightarrow 0$, 因此闭环系统(13)是全局渐近稳定的.

然后, 证明闭环系统(19)是全局有限时间稳定的.

由式(14)可知高斯函数 $0 < \varphi_i(e) \leq 1$, 则 $\|\varphi(e)\|_\infty$ 有界, 根据范数的基本放缩性质, 可以得到:

$$\|\tilde{\theta}^T \varphi(e)\|_\infty \leq \|\tilde{\theta}\|_\infty \|\varphi(e)\|_\infty,$$

又由于 $\tilde{\theta}$ 的有界性,可以得到 $\|\tilde{\theta}^T \varphi(e)\|_\infty$ 也是有界的.选取 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} e_1^T e_1 + \frac{1}{2} z^T z. \quad (22)$$

式中:选取 $K_3 > \varepsilon_N + \|\tilde{\theta}^T \varphi(e)\|_\infty$, 对式(22)求导,并将式(19)带入可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -e_1^T K_1 \text{sig}(e_1)^\alpha - z^T K_2 \text{sig}(z)^\alpha + \\ & z^T (w - \tilde{\theta}^T \varphi(e) - K_3 \text{sgn}(z)) \leq \\ & -e_1^T K_1 \text{sig}(e_1)^\alpha - z^T K_2 \text{sig}(z)^\alpha + \\ & \|z\|_1 (\varepsilon_N + \|\tilde{\theta}^T \varphi(e)\|_\infty - K_3) \leq \\ & -e_1^T K_1 \text{sig}(e_1)^\alpha - z^T K_2 \text{sig}(z)^\alpha = \\ & -\sum_{i=1}^n k_{1i} |e_{1i}|^{1+\alpha} - \sum_{i=1}^n k_{2i} |z_i|^{1+\alpha} \leq \\ & -\bar{k}_1 \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n e_{1i}^2 \right)^\mu - \bar{k}_2 \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n z_i^2 \right)^\mu \leq -\bar{k} V^\mu. \end{aligned} \quad (23)$$

式中: $\mu = (1+\alpha)/2, 0.5 < \mu < 1; k_{1\min} = \min\{k_{1i}\}, k_{2\min} = \min\{k_{2i}\}; \bar{k}_1 = 2^\mu k_{1\min}, \bar{k}_2 = 2^\mu k_{2\min}, \bar{k} = \min\{\bar{k}_1, \bar{k}_2\}$.

因此,根据引理 1,对于给定的初始状态 $e(0) = e_0, e_1$ 和 z 将在有限时间内收敛到 0.由 $v(e_1)$ 和 z 的定义可知,当 $e_1 = 0, z = 0$ 时, $e_2 = 0$, 因此闭环系统(19)是全局有限时间稳定的.

2.2 考虑输入非线性有限时间控制律设计

对于近距离跟踪指向非合作机动目标的问题,进一步考虑实际系统普遍存在的控制输入饱和、死区等非线性特性.因此将系统(13)改写成如下形式:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = A(x_1) e_2, \\ \dot{e}_2 = f(x) + w + g(x) D(u). \end{cases} \quad (24)$$

式中, $D(u)$ 为控制器的实际输出,与理想控制输出 u 、控制偏差 Δu 之间满足如下关系式:

$$D(u) = u - \Delta u.$$

为了达到更好的控制效果,采用 RBF 神经网络逼近 $g(x) \Delta u$,可以得到:

$$g(x) \Delta u = \theta_\Delta^* \varphi_\Delta(y) + \varepsilon_\Delta.$$

式中: $\varphi_\Delta(y)$ 为高斯函数向量; 输入向量 $y = [e^T, u^T]^T$, 逼近误差 ε_Δ 和最优加权矩阵 θ_Δ^* 也分别满足假设 1 和 2, 即 ε_Δ 存在逼近误差上界 $\varepsilon_{\Delta N}$, $\|\theta_\Delta^* \varphi_\Delta(y)\|_\infty$ 有界.

对于不确定非线性动态系统(24),给出如下自适应控制律:

$$\begin{aligned} u = & g^{-1}(x) [\dot{v}(e_1) - f(x) - A^T(x_1) e_1 - K_2 \text{sig}(z)^\alpha] + \\ & g^{-1}(x) [-\tilde{\theta}^T \varphi(e) - K_3 \text{sgn}(z) + \hat{\theta}_\Delta^T \varphi_\Delta(y)], \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \Gamma \varphi(e) z^T, \\ \dot{\hat{\theta}}_\Delta = -\Gamma_\Delta \varphi_\Delta(y) z^T. \end{cases} \quad (26)$$

式中, Γ_Δ 为正定对角矩阵.

定理 2 对于非合作目标控制系统(24),假设 1 和 2 均成立,则在控制律(25)~(26)作用下,闭环系统是全局有限时间稳定的.

证 将控制律(25)代入系统(24)可得

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -K_1 \text{sig}(e_1)^\alpha + A(x_1) z, \\ \dot{z} = -A^T(x_1) e_1 - K_2 \text{sig}(z)^\alpha + w - \tilde{\theta}^T \varphi(e) - \\ \quad K_3 \text{sgn}(z) - g(x) \Delta u + \hat{\theta}_\Delta^T \varphi_\Delta(y). \end{cases} \quad (27)$$

首先,证明闭环系统(27)是全局渐近稳定的.

设 $\tilde{\theta}_\Delta = \theta_\Delta^* - \hat{\theta}_\Delta$, 则 $\dot{\tilde{\theta}}_\Delta = \dot{\theta}_\Delta^* - \dot{\hat{\theta}}_\Delta = -\dot{\hat{\theta}}_\Delta$, 选取 Lyapunov 函数

$$V_2 = \frac{1}{2} e_1^T e_1 + \frac{1}{2} z^T z + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}) + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{\theta}_\Delta^T \Gamma_\Delta^{-1} \tilde{\theta}_\Delta), \quad (28)$$

选取 $K_3 > \varepsilon_N + \varepsilon_{\Delta N} > \|\varepsilon\|_\infty + \|\varepsilon_\Delta\|_\infty$, 对式(28)求导,并由系统(27)及式(25)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -e_1^T K_1 \text{sig}(e_1)^\alpha - z^T K_2 \text{sig}(z)^\alpha + \text{tr}(\tilde{\theta}_\Delta^T \Gamma_\Delta^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_\Delta) + \\ & z^T (\varepsilon - K_3 \text{sgn}(z) + \hat{\theta}_\Delta^T \varphi_\Delta(y) - g(x) \Delta u) = \\ & -e_1^T K_1 \text{sig}(e_1)^\alpha - z^T K_2 \text{sig}(z)^\alpha + \text{tr}(\tilde{\theta}_\Delta^T \Gamma_\Delta^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_\Delta) + \\ & z^T (\varepsilon - \varepsilon_\Delta - K_3 \text{sgn}(z)) + \text{tr}(-\tilde{\theta}_\Delta^T \varphi_\Delta(y) z^T) \leq \\ & -e_1^T K_1 \text{sig}(e_1)^\alpha - z^T K_2 \text{sig}(z)^\alpha + \\ & \|z\|_1 (\varepsilon_N + \varepsilon_{\Delta N} - K_3) \leq 0. \end{aligned}$$

所以闭环系统(24)是全局渐近稳定的.

然后,证明闭环系统(27)全局有限时间稳定.

同样选取式(22)的 Lyapunov 函数形式,令 $K_3 >$

$\varepsilon_N + \|\tilde{\theta}^T \varphi(e)\|_\infty + \varepsilon_{\Delta N} + \|\tilde{\theta}_\Delta^T \varphi_\Delta(y)\|_\infty$, 对式(22)求导,并由系统(27)及式(23)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & e_1^T \dot{e}_1 + z^T \dot{z} = \\ & -e_1^T K_1 \text{sig}(e_1)^\alpha - z^T K_2 \text{sig}(z)^\alpha + \\ & z^T (\varepsilon - K_3 \text{sgn}(z) - g(x) \Delta u + \tilde{\theta}^T \varphi(e) + \\ & \hat{\theta}_\Delta^T \varphi_\Delta(y)) \leq -e_1^T K_1 \text{sig}(e_1)^\alpha - z^T K_2 \text{sig}(z)^\alpha + \\ & \|z\|_1 (\varepsilon_N + \varepsilon_{\Delta N} + \|\tilde{\theta}^T \varphi(e)\|_\infty + \\ & \|\hat{\theta}_\Delta^T \varphi_\Delta(y)\|_\infty - K_3) \leq -e_1^T K_1 \text{sig}(e_1)^\alpha - \\ & z^T K_2 \text{sig}(z)^\alpha \leq -\bar{k} V^\mu. \end{aligned}$$

因此,类似式(23)的处理过程,同理可以得到 x_1, z 和 x_2 在有限时间内收敛到 0, 因此闭环系统(27)是全局有限时间稳定的.

3 仿真校验

分别应用定理 1,2 的有限时间控制算法来解决近距离跟踪指向非合作机动目标的问题,其中目标的加速度矢量在本文提出的两种控制算法中未直接使用,而是采用 RBF 神经网络来估计.对于由式(12)构成的系统,分别按照式(17)和式(25)设计控制器,按照式(18)和式(26)设计神经网络加权矩阵更新律进行仿真,并加入控制饱和、死区等特性.

3.1 仿真参数

设追踪航天器相对目标的初始距离为 260 m,首先接近到距目标 100 m 处,然后再进行视线跟踪.

目标的初始轨道根数为轨道半长轴 $a_0 = 42\,241$ km,偏心率 $e_0 = 0$,轨道倾角 $i_0 = 0$ rad,升交点经度 $\Omega_0 = 0$ rad,近星点经度 $\omega_0 = 0$ rad,真近点角 $f_0 = 0$ rad,初始本体坐标系与地心惯性坐标系重合,运行过程中角速度在本体坐标系中为 $[-0.002\,5, 0.002\,0, -0.002\,0]^T$ rad/s,特征点在本体坐标系中的单位方向矢量为 $\mathbf{n}_b = [\sqrt{3}, -\sqrt{3}, -\sqrt{3}]^T/3$,轨道机动加速度在惯性系中表示为 $[0.20\cos(0.15t), 0.10\sin(0.10t), 0.15\cos(0.20t)]^T$ m/s².

追踪航天器初始视线倾角为 0.9 rad,初始视线偏角为 -1.8 rad,初始姿态角为 $[0.05, -0.60, 2.40]^T$ rad,设太阳光照方向为 $\hat{s} = [-\sqrt{3}, \sqrt{3}, -\sqrt{3}]^T/3$,转动惯量 $J_c = \text{diag}(30, 25, 20)$ kg · m²,每轴所能提供的最大控制加速度为 5 m/s²,最大控制力矩为 1 Nm,加入死区特性.

控制律参数选取为 $K_1 = \text{diag}(0.28, 0.05, 0.10, 1.00, 1.00, 4.00)$, $K_2 = \text{diag}(6.50, 2.00, 2.60, 0.80, 0.36, 0.40)$, $K_3 = 1 \times 10^{-7}$, $\alpha = 0.8$, $\lambda = 0.01$, $\Delta_i = 0.01$. 仿真时间为 1 000 s.

3.2 仿真结果及分析

图 2 为追踪航天器在近距离跟踪指向非合作目标过程中相对轨道参数随时间变化的曲线,包括相对距离、视线倾角和视线偏角.结合局部放大图可以看出,在算法(17)或算法(25)作用下,都可以使追踪航天器在 22.9 s 内从相距目标 260 m 接近到 100 m,并保持对期望轨道的跟踪.

图 3 为追踪航天器姿态角随时间变化曲线,结合局部放大图可以看出,在算法(17)或算法(25)作用下,都可以使姿态角在 5.7 s 内快速趋近于期望值,并保持在期望值附近,实现对非合作目标的指向观测.

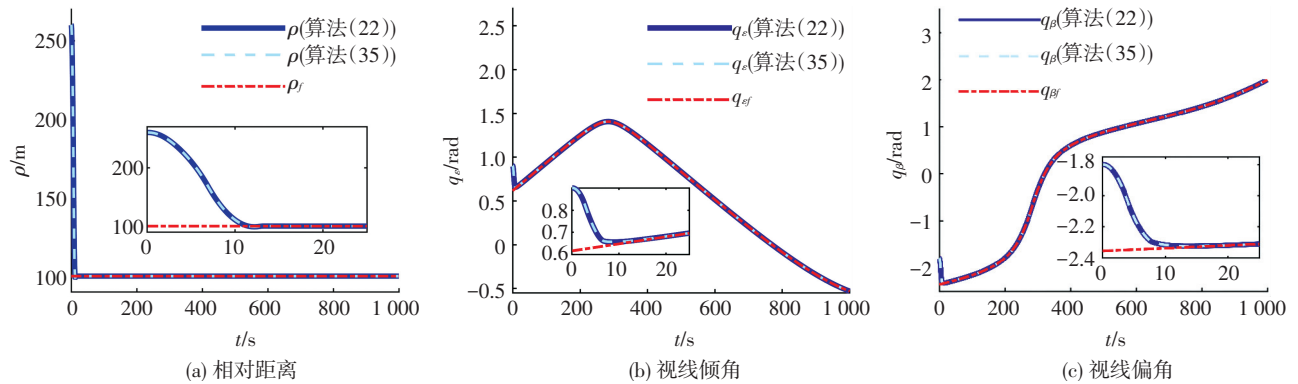


图 2 轨道相关参数随时间变化曲线

Fig.2 The relative orbit parameters

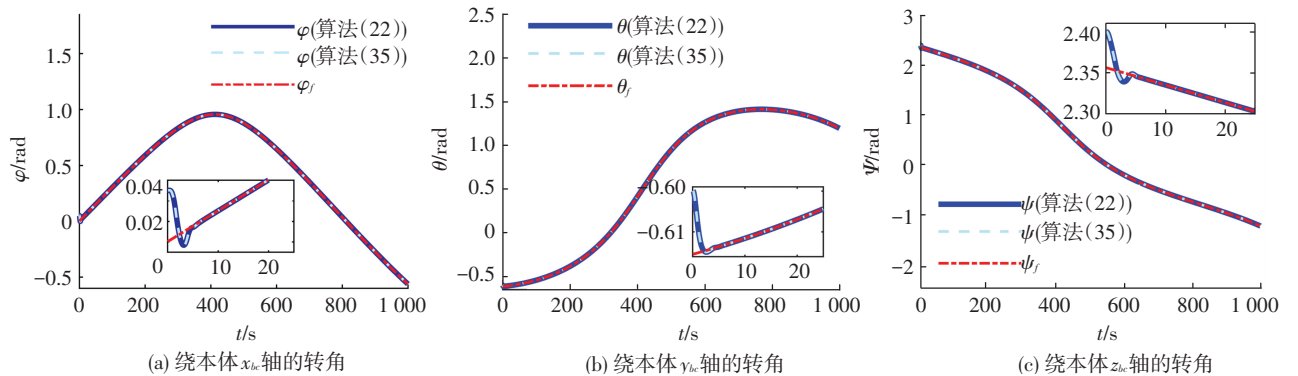


图 3 追踪航天器姿态角随时间变化曲线

Fig.3 The attitude angles of tracking spacecraft

图 4 为神经网络对由非合作目标加速度以及期望相对位置状态的二阶导数所引起的系统不确定性进行自适应估计的结果,由式 (12) 可知被估计量分别为 $w_1 = \ddot{\rho}_f - f_x$, $w_2 = \ddot{q}_{sf} - f_y/\rho$ 和 $w_3 = \ddot{q}_{\beta f} + f_z/(\rho \cos q_s)$. 由

图 4 可以看出,神经网络的估计结果能够很快地收敛到被估计量,因此验证了本文所设计的 RBF 神经网络能够对系统不确定性进行有效地估计,进而在控制律部分进行补偿,从而提高系统的控制精度.

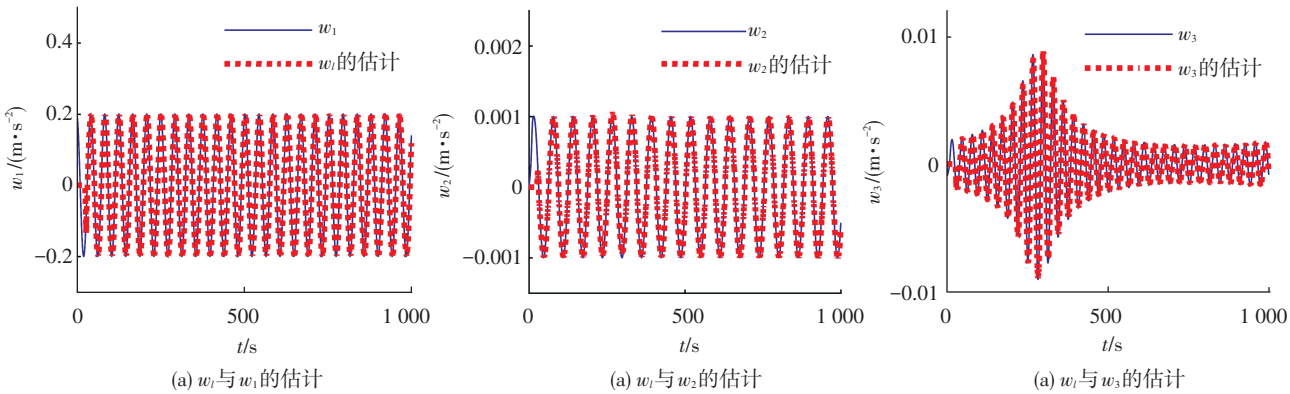


图 4 神经网络的估计曲线

Fig.4 The variable estimation by neural network

表 1、2 为在仿真参数、控制参数相同时,算法 (17) 和算法 (25) 的控制效果对比情况,其中 $\int_0^{1\,000} |u_{ci}| dt$ 和 $\int_0^{1\,000} |T_{ci}| dt (i = x, y, z)$ 为整个仿真过程中追踪航天器控制作用的积累效果, $e_{0j} (j = \rho, q_s, q_\beta, \varphi, \theta, \psi)$ 为轨道、姿态参数在保持跟踪过程中的幅值, $\int |e_j| dt$ 为整个仿真过程中偏差信号的积累效果.可以看出,由于算法 (25) 考虑了补偿执行机构饱和、死区等特性,在控制作用积累效果,即燃料消耗略有增加的情况下比算法 (17) 在控制精度方面有了明显的提高,其中姿态部分的提高效果更加显著.

表 1 全过程的燃料消耗对比情况

<i>i</i>	$\int_0^{1\,000} u_{ci} dt$		$\int_0^{1\,000} T_{ci} dt$	
	算法 (17)	算法 (25)	算法 (17)	算法 (25)
<i>x</i>	189.40	189.50	4.564 0	4.661 0
<i>y</i>	97.18	97.19	0.809 4	0.821 4
<i>z</i>	134.30	134.30	1.051 0	1.102 0

表 2 控制精度对比情况

Tab.2 The control accuracy comparison

<i>j</i>	e_{0j}		$\int e_j dt$	
	算法 (17)	算法 (25)	算法 (17)	算法 (25)
ρ	1.118×10^{-3}	9.587×10^{-4}	993.400 0	993.200 0
q_s	1.012×10^{-5}	8.672×10^{-6}	1.166 0	1.165 0
q_β	9.873×10^{-5}	8.400×10^{-5}	2.589 0	2.587 0
φ	5.831×10^{-4}	5.602×10^{-5}	0.373 5	0.129 2
θ	3.518×10^{-4}	1.137×10^{-4}	0.137 5	0.027 4
ψ	2.168×10^{-4}	3.472×10^{-5}	0.131 9	0.075 1

4 结 论

- 1)在视线坐标系和体坐标系下分别建立了相对轨道和姿态的动力学方程,构建了姿态轨道同步控制的六自由度模型.
- 2)利用 RBF 神经网络对系统不确定性及未知的目标运动参数进行自适应估计和补偿,采用反步法思想设计控制器使追踪航天器在有限时间内收敛到期望的相对轨道和姿态并保持.
- 3)进一步考虑控制输入饱和、死区等非线性特性,对控制律进行改进,在燃料消耗略有增加的情况下明显地提高了控制精度.

参考文献

[1] 苏晏, 李克行, 黎康. 非合作目标追踪与相对状态保持控制技术研究[J]. 空间控制技术与应用, 2010, 36(6): 51-55. DOI: 10.3969/j.issn.1674-1579.2010.06. 011.
SU Yan, LI Kehang, LI Kang. Control technology for relative states tracking and holding to uncooperative spacecraft [J]. Aerospace Control and Application, 2010, 36(6): 51-55. DOI: 10.3969/j.issn.1674-1579.2010.06. 011.

[2] CLOHESSY W H, WILTSHIRE R S. Terminal guidance system for satellite rendezvous [J]. Journal of the Astronautical Sciences, 1960, 27(9): 653-658, 674. DOI: 10.2514/8.8704.

[3] LAWDEND F. Optimal trajectories for space navigation [M]. London: Butterworths, 1963.

[4] 张大伟, 宋申民, 裴润, 等. 非合作目标自主交会对接的椭圆蔓叶线势函数制导[J]. 宇航学报, 2010, 31(10): 2259-2268. DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2010.10. 005.
ZHANG Dawei, SONG Shenmin, PEI Run, et al. Ellipse cisoid-based potential function guidance for autonomous rendezvous and docking with non-cooperative target [J]. Journal of Astronautics,

2010, 31 (10): 2259 – 2268. DOI: 10.3873/j.issn.1000 – 1328. 2010.10.005.

[5] 高登巍, 罗建军, 马卫华, 等. 接近和跟踪非合作机动目标的非线性最优控制[J]. 宇航学报, 2013, 34 (6): 773 – 781. DOI: 10.3873/j.issn.1000 – 1328.2013.06.005.

GAO Dengwei, LUO Jianjun, MA Weihua, et al. Nonlinear Optimal control of spacecraft approaching and tracking a non-cooperative maneuvering object[J]. Journal of Astronautics, 2013, 34 (6): 773 – 781. DOI: 10.3873/j.issn.1000 – 1328.2013.06.005.

[6] 崔乃刚, 张立佳. 微型航天器与空间非合作目标交会制导方法[J]. 航空学报, 2009, 30 (8): 1466 – 1471. DOI: 10.3321/j.issn: 1000 – 6893.2009.08.017.

CUI Naigang, ZHANG Lijia. Guidance of micro-spacecraft for rendezvous with noncooperative target[J]. ACTA Aeronautica ET Astronautica Sinica, 2009, 30 (8): 1466 – 1471. DOI: 10.3321/j.issn: 1000 – 6893.2009.08.017.

[7] 卢伟, 耿云海, 陈雪芹, 等. 在轨服务航天器对目标的相对位置和姿态耦合控制[J]. 航空学报, 2011, 32 (5): 857 – 865.

LU Wei, GENG Yunhai, CHEN Xueqin, et al. Coupled control of relative position and attitude for on-orbit servicing spacecraft with respect to target [J]. ACTA Aeronautica ET Astronautica Sinica, 2011, 32 (5): 857 – 865.

[8] STANSBERYD T, CLOUTIER J R. Position and attitude control of a spacecraft using the state-dependent riccati equation technique [C]//Proceedings of the American Control Conference. Chicago, IL: IEEE, 2000, 3: 1867 – 1871. DOI: 10.1109/ACC.2000.879525.

[9] XIN Ming, BALAKRISHNAN S N. State dependent Riccati equation based spacecraft attitude control [C]//Proceedings of the 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno, NV: AIAA, 2002; 14 – 17. DOI: 10.2514/6.2002 – 1071.

[10] XIN Ming, PAN Hejia. Nonlinear optimal control of spacecraft approaching a tumbling target [J]. Aerospace Science and Technology, 2011, 15 (2): 79 – 89. DOI: 10.1016/j.ast.2010.05.009.

[11] XIN Ming, BALAKRISHNAN S N, STANSBERY D T. Spacecraft position and attitude control with θ – D technique [C]//Proceedings of the 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit Renosn. Reno, Nevada: AIAA, 2004. DOI: 10.2514/6.2004 – 540.

[12] LIU Haitao, ZHANG Tie. Adaptive neural network finite-time control for uncertain robotic manipulators [J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2014, 75 (3/4): 363 – 377. DOI: 10.1007/s10846 – 013 – 9888 – 5.

[13] GUO Yong, SONG Shenmin. Adaptive finite-time backstepping control for attitude tracking of spacecraft based on rotation matrix [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 27 (2): 375 – 382. DOI: 10.1016/j.cja.2014.02.017.

[14] LU Kunfeng, XIA Yuanqing, FU Mengyin. Controller design for rigid spacecraft attitude tracking with actuator saturation[J]. Information Sciences, 2013, 220: 343 – 366. DOI: 10.1016/j.ins.2012.07.039.

[15] JASIM N F, JASIM I F. Robustadaptive control of spacecraft attitude systems with unknown dead zones of unknown bounds[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2012, 226 (7): 947 – 955. DOI: 10.1177/0959651812443926.

[16] BHATS P, BERNSTEIN D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems [J]. SIAM Journal on Control and Optimization, 2000, 38 (3): 751 – 766. DOI: 10.1137/S0363012997321358.

(编辑 张 红)

封面图片说明

封面图片来自本期论文“集群航天器网络发展现状及关键技术”,是哈尔滨工业大学航天学院所研究的集群航天器示意图.集群航天器是一种通过无线链路进行信息交互的,多航天器间协同工作的新型航天器构架,服务于未来日益复杂多样的空间探索任务.如左图中所示,空间信息网络作为一个以多种空间平台(如同步卫星或中、低轨道卫星、平流层气球等)为载体,实时获取、传输和处理空间信息的网络系统,而集群航天器网络则是构成该信息网络的一类子网络系统,承担着空间信息采集与传输的任务.右上图为多个集群航天器在轨协同工作的示意图,如集群航天器 A、D 之间通过星间无线链路协同完成空间任务.同时,该图也说明了集群航天器是一类由多个近距离相伴飞行的航天器构成的分布式系统.右下图为集群航天器网络内各航天器在一定范围内相互绕飞,其网络拓扑结构随时间变化,且变化规律具有周期性和可预测性.

(图文提供:陈庆,张锦绣,曹喜滨.哈尔滨工业大学 航天学院)