

文章编号: 1000-8055(2024)10-20220739-17

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220739

航空涡轴发动机复杂转子叶片系统动力学特性研究

金 淼, 王艾伦, 王青山, 尹伊君, 衡 星, 张海彪

(中南大学 高性能复杂制造国家重点实验室, 长沙 410083)

摘 要: 基于赫兹接触理论与数理统计相结合的方法, 构建了含有弹性、弹-塑性、完全塑性的 3 个变形过程在内的端齿等效接触动力学模型。针对航空涡轴转子系统复杂的结构特征, 采用有限元和哈密顿变分原理建立了含有接触效应的端齿连接结构在内的航空发动机复杂转子-叶片耦合系统的动力学分析模型, 并通过与有限元结果对比验证了模型的有效性。在此基础上, 研究了不同预紧力作用下耦合系统的固有频率、稳态响应以及瞬态不平衡响应特性。研究结果表明预紧力对端齿连接结构的接触状态影响非常明显, 在预紧松弛状态下, 其连接界面滑移会引起有效接触界面的抗弯刚度和抗扭刚度的减少, 从而引起端齿连接刚度下降, 同时在耦合系统的轮盘处 x 方向, 扭转振动与叶尖弯曲方向处的瞬态和稳态不平衡响应的幅值有明显放大现象, 而当预紧力设计范围为 $2.0 \times 10^4 \sim 2.0 \times 10^5$ N, 此时端齿连接结构近似等效于刚性连接。本文研究结果可为含有端齿连接结构的航空涡轴发动机轴向预紧力的设计提供了定量的参考依据。

关 键 词: 端齿预紧; 接触模型; 航空涡轴发动机; 稳态和瞬态不平衡响应; 动力学特性

中图分类号: V231.9; TH113.1

文献标志码: A

Dynamic characteristics analysis of the complex rotor-blade system for the aero-turboshaft engine

JIN Miao, WANG Ailun, WANG Qingshan, YIN Yijun, HENG Xing, ZHANG Haibiao

(State Key Laboratory of High Performance Complex Manufacturing,
Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: The equivalent contact model of the end-tooth connection including three stages such as the elastic, elastoplastic and plastic deformation was proposed using the Hertz contact theory in conjunction with the mathematical statistics method. In view of the complex structure of the aero-turboshaft engine, the general dynamic model of the complex rotor blade system, including the end tooth connection considering the contact effect, was established based on the finite element method and Hamilton's variance principle. The concrete finite element results demonstrated the validity and correctness of the analytical model. And on the basis, the effects of the pre-tightening forces on the natural frequencies, transient and steady unbalance responses were further investigated. The results showed that the effects of

收稿日期: 2022-09-28

基金项目: 国家自然科学基金(52075554); 中南大学研究生创新项目(2019zzts256);

高性能复杂制造国家重点实验室资助项目(ZZYJKT2021-07);

东北大学航空动力装备振动及控制教育部重点实验室研究基金(VCAME202006)

作者简介: 金淼(1989—), 男, 博士生, 主要研究方向为航空发动机转子动力学、航空发动机整体设计, 以及材料表面涂层设计。

E-mail: jinmiao_mechanical@163.com.cn

通信作者: 王青山(1989—), 男, 副教授、博士生导师, 博士, 主要研究方向为振动噪声分析与控制、转子动力学和现代隔振减振方法。

E-mail: qingshanwang@csu.edu.cn

引用格式: 金淼, 王艾伦, 王青山, 等. 航空涡轴发动机复杂转子叶片系统动力学特性研究[J]. 航空动力学报, 2024, 39(10): 20220739. JIN Miao, WANG Ailun, WANG Qingshan, et al. Dynamic characteristics analysis of the complex rotor-blade system for the aero-turboshaft engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(10): 20220739.

the pre-tightening forces had a significant effect on the contact state of the end-tooth connection. In the relaxation state of the pre-tightening force, the slippage of contact interface can reduce the bending and torsional stiffness of the end-tooth connection, leading to a decrease in the connection stiffness of the end-tooth connection. For the transient and steady-state unbalanced responses, there existed obvious amplitude amplification phenomena in the rotor vibration in x direction, torsional direction and bending vibration of the blade tip. The saturation stage of the pre-tightening force was selected at the range of 2.0×10^4 — 2.0×10^5 N, the end tooth connection was approximately equivalent to the rigid connection. The results provide a quantitative reference for the design of the aero-turboshaft engine considering the end-tooth connection under the action of the pre-tightening forces.

Keywords: end-tooth connection; contact model; aero-turboshaft engine;
the transient and steady-state unbalanced responses; dynamic characteristics

航空涡轴发动机是现代先进直升机的“心脏”^[1], 其具有质量轻、体积小, 功率大, 振动小等优点, 其研制水平对我国的军用和民用直升机的发展起着至关重要的作用^[2]。航空涡轴发动机多采用中心拉杆对端齿连接结构施加轴向预紧力来将涡轮轮盘等各个转动部件连接起来。为保证各部件正常相连而不松散, 需要对端齿连接结构的装配时施加适当的轴向预紧力。由于轮盘之间的端齿表面存在接触界面, 使得转子系统不再连续, 表面粗糙度界面的存在导致连接界面的刚度降低, 转子结构也会变得复杂。当施加的预紧力过小, 端齿承受夹紧力过小, 使得转子不能正常运行, 当施加的预紧力过大, 端齿承载更大的结构载荷, 从而降低端齿及其他旋转部件的强度储备^[3-4]。因此, 为准确地描述航空涡轴发动机的模型特征, 开展考虑含有接触效应的端齿连接结构的转子系统的理论建模与动力学分析, 对航空涡轴发动机的动力学特性研究和安全运行具有重要的理论指导意义。

目前, 国内外学者在航空涡轴发动机的连接结构动力学特性方面开展了广泛研究。根据涡轴发动机连接方式的不同, 其连接结构主要分为三类: 螺栓连接结构^[5-7]、止口-螺栓连接结构^[8-10]、端齿连接结构(圆弧端齿)^[11-12]。针对螺栓连接结构, 李玲、尹泽勇等^[3-5]利用统计学方法建立了涡轴发动机螺栓结合面的弹性区域内的接触模型, 并将其集成到涡轴发动机三维有限元模型。SUN Wei 等^[6]采用无质量的弹簧和阻尼单元来模拟轮盘之间的螺栓连接, 并通过实验结构进行对比, 指出了螺栓松动会导致连接刚度损失。孟春晓等^[7]基于有限元软件建立了梁-壳-弹簧混合单元模型, 通过仿真和实验分别分析了螺栓松动对系

统非线性的影响。针对止口-螺栓连接结构, 李伦绪等^[8]采用有限元仿真方法揭示了止口-螺栓连接结构在不同拉杆载荷下连接刚度具有分段式的非线性特征。马艳红等^[9]利用弯曲刚度损失修正法分析了止口连接接触应力的分布特性。洪杰等^[10]针对止口-螺栓连接结构为研究对象, 提出了定量描述连接界面的刚度损失的力学模型, 数值仿真表明, 转子弯曲变形下连接界面刚度损失显著, 临界转速下降明显。针对端齿连接结构, 尹泽勇等^[11]提出了“端齿梁元”的概念, 并基于有限元分析方法求解出端齿刚度系数, 从而得到端齿梁元刚度矩阵。金森等^[12]基于 GW 模型和 Hertz 接触理论, 推导出了端齿连接结构在预紧力作用下的受力和变形关系, 并且建立了表征端齿连接结构的中心拉杆-转子-叶片耦合动力学系统。

目前, 国内外关于航空涡轴发动机系统的动力学建模方面可参考的研究较少。雷冰龙等^[13]基于 ANSYS 有限元仿真软件建立了航空涡轮发动机共用支撑和-转子系统耦合模型。夏冶宝等^[14]通过集中参数模型, 建立了含有传统挤压油膜阻尼器和符环挤压油膜阻尼器的涡轴发动机转子系统的运动微分方程。基于 SAMCEF/ROTOR 分析软件, 邓旺群等^[15]建立了航空涡轴发动机的有限元分析模型。王龙凯等^[16-17]基于有限元法和 GUYAN 法推导了含有锥形横截面和圆柱形横截面梁单元的涡轴发动机转子运动微分方程, 并通过实验法进行了模型验证。唐振寰等^[18]基于等截面 Timoshenko 梁单元建立了轴承共腔-双转子系统非线性动力学模型。

综上所述, 目前对于连接结构的接触效应处理, 大多采用无质量的弹簧-阻尼来等效其刚度特性, 然后通过有限元仿真软件开展接触分析,

虽然能够模拟局部特征,但由于有限元商用软件无法考虑接触界面的微观特性,并且求解瞬态/稳态响应耗时过长,因此在实际应用方面还有一定的局限性。在动力学建模方面,目前的涡轴发动机模型通常简化为单/双转子模型,并且将转子简化为等截面/锥形梁简单结构特征,同时将叶片简单等效为集中质量计入到动力学模型之中,难以表征含有复杂形面特征的旋转变截转子-叶片系统。

鉴于此,本文为了使得所建立的微观接触模型更符合实际端齿连接情况,采用新的多项式函数构造了微凸体接触产生的弹性-弹塑性-完全塑性全部变形过程,进而建立了含有考虑弹塑性接触的端齿连接结构的真实接触刚度、接触预紧力与真实接触面积的端齿等效材料层。针对航空涡轴发动机复杂的形面特征,本文基于有限元法建立含有等截面梁单元和变截面锥形梁单元的阶梯轴-中心拉杆结构、双锥度叶片模型,以及变截面轮盘结构等在内的耦合系统动力学模型。在此基础上,分析了不同预紧力的接触特性,然后基于材料变形的本构关系将端齿连接结构等效为虚拟

材料层,通过控制虚拟材料层的材料参数(弹性模量、切变模量、泊松比、厚度、密度)来等效反映端齿连接结构的接触特性,并将其计入到耦合系统动力学模型,进一步获得考虑预紧力与端齿连接结构接触刚度等因素在内的航空涡轴发动机耦合系统动力学模型,并通过有限元方法验证了耦合模型的有效性和正确性,最后探讨了不同预紧力作用下耦合系统固有频率、稳态和瞬态不平衡响应的影响规律。

1 动力学建模的建立

含有端齿连接结构的耦合系统模型示意图如图 1 所示,其耦合系统主要由中心拉杆、变截面阶梯轴、变截面轮盘、双锥度叶片、弹性支撑、端齿连接结构等构成。该模型中存在多种耦合方式:阶梯轴与中心拉杆采用螺纹方式耦合相连、阶梯轴和轮盘内圈采用刚性耦合相连、轮盘与叶根处采用共节点相连。通过端齿连接结构,由中心拉杆提供轴向预紧力将整体系统组成一个整体,其阶梯轴两端采用 1-0-1 的支撑方式,将弹性支撑简化为线性弹簧和阻尼单元。

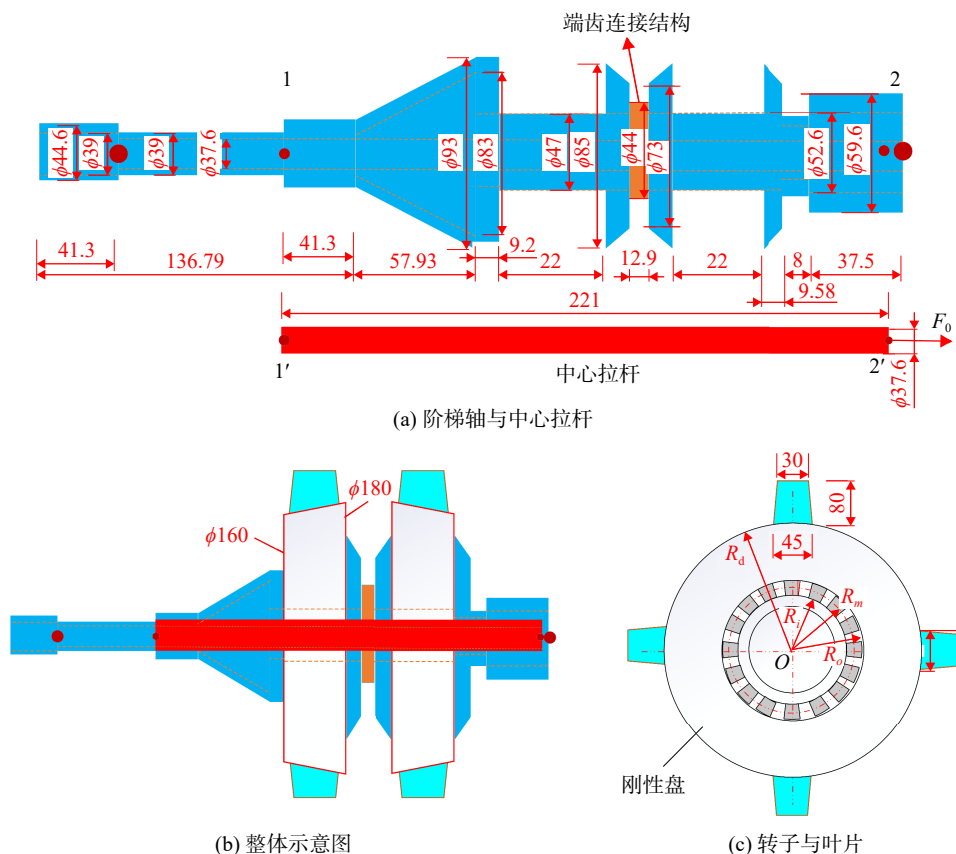


图 1 含有端齿连接结构的航空涡轴发动机复杂转子-叶片耦合系统示意图(单位: mm)

Fig. 1 Schematic diagram of the complex turboshaft engine rotor blade system considering the end-tooth connection (unit: mm)

1.1 端齿连接结构的接触模型

1.1.1 端齿连接结构的基本假设

如图 2 所示,根据端齿受力状态,端齿连接结构会受到预紧力 F_{contact} 和切向力 T 的共同作用,其中 α 表示端齿压力角。凸齿和凹齿的接触面分别受到摩擦力 F_{t1} 、 F_{t2} 以及法向载荷 F_{n1} 、 F_{n2} 。端齿连接结构的等效区域长度 L_{total} 是由 L_c 、 $l^{(i)}$ 、 $l^{(j)}$ 三部分构成的,其中 $l^{(i)}$ 和 $l^{(j)}$ 表示左右端齿连接部分的接触延伸段长度(下文简称“端齿连接部分的长度”)。 L_c 表示含有接触效应的端齿两侧齿底间距(下文简称“含有接触效应的端齿连接长度”)。 d 表示微凸球平均表面与另一表面的距离, w 表示变形量。 i 和 j 分别是左右连接部分。

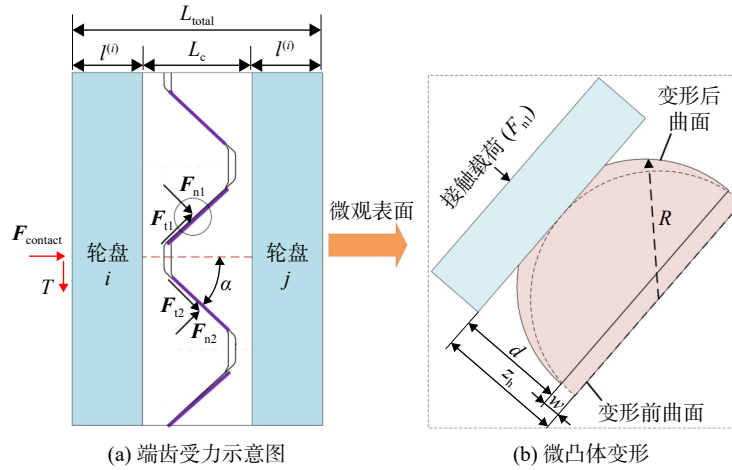


图 2 端齿示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the end-tooth connection

1.1.2 端齿连接结构的接触刚度转换

端齿连接结构之间的实际接触面积可以看作是许多高度分布不同的微凸体组成,在微观接触分析中,由于端齿表面微凸体的高度分布不同,因此端齿连接结构的名义接触面积远远大于实际接触面积。

如图 3 所示, A_c 为端齿名义接触面积, A_t 为端齿名义接触面积沿轴向在横截面内的投影等效面

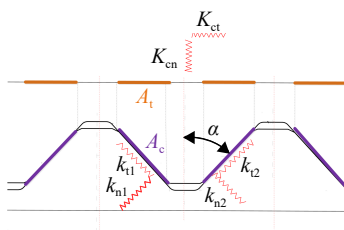


图 3 端齿连接结构的接触面积和刚度转换

Fig. 3 Contact area and stiffness transformation of end-tooth connection

在实际工况下,其含有粗糙表面特征的接触面对于端齿连接结构的刚度具有重要的影响,因此将端齿连接结构的接触模型简化为等同粗糙表面接触与一个斜截面的刚性光滑平面,其端齿连接结构的接触解析模型推导过程中采用了以下的假设:①端齿连接结构的微凸体形貌具有各向同性;②端齿连接结构的微凸体高度为随机分布;③端齿连接结构的齿间间隙忽略不计;④端齿连接结构在接触载荷的作用下,不考虑轴向预紧力加载损失;⑤端齿连接结构的两接触面的变形量相同;⑥端齿连接结构的接触区域作用力相同,并与连续结构一致;⑦端齿连接结构的接触界面只能承担压应力而不能承担拉应力。

积。 k_{n1} 和 k_{n2} 为单个端齿连接结构的法向刚度, k_{t1} 和 k_{t2} 为单个端齿连接结构的切向刚度。 K_{ct} 和 K_{cn} 表示考虑接触效应的整体端齿连接结构的切向刚度和法向刚度,整体端齿连接结构的法向接触刚度和切向接触刚度由多个单对端齿组合而成,其详细的推导公式已在文献 [12,19] 中给出,因此本文省略了推导过程,直接给出:

$$K_{cn} = \left(\frac{dF_{n1}}{dw_1} + \frac{dF_{n2}}{dw_2} \right) \sin \alpha + \mu_c \left(\frac{dF_{n1}}{dw_1} + \frac{dF_{n2}}{dw_2} \right) \cos \alpha = \sum_{i=1}^z \frac{dF_{\text{contact}}}{zd w} \left(\frac{\sin \alpha}{\mu_c \cos \alpha + \sin \alpha} + \mu_c \frac{\cos \alpha}{\mu_c \cos \alpha + \sin \alpha} \right) \quad (1)$$

$$K_{ct} = \left(\frac{dF_{n1}}{dw_1} + \frac{dF_{n2}}{dw_2} \right) \cos \alpha + \mu_c \left(\frac{dF_{n1}}{dw_1} + \frac{dF_{n2}}{dw_2} \right) \sin \alpha = \sum_{i=1}^z \frac{dF_{\text{contact}}}{zd w} \left(\frac{\cos \alpha}{\mu_c \cos \alpha + \sin \alpha} + \mu_c \frac{\sin \alpha}{\mu_c \cos \alpha + \sin \alpha} \right) \quad (2)$$

式中, 令

$$N_c = \frac{\sin \alpha}{\mu_c \cos \alpha + \sin \alpha} + \mu_c \frac{\cos \alpha}{\mu_c \cos \alpha + \sin \alpha} \quad (3)$$

$$T_c = \frac{\cos \alpha}{\mu_c \cos \alpha + \sin \alpha} + \mu_c \frac{\sin \alpha}{\mu_c \cos \alpha + \sin \alpha}$$

式中 μ_c 表示端齿两接触面的摩擦因数。 z 表示整个端齿连接结构的齿数。

1.1.3 端齿连接结构名义接触面积的修正

由于端齿仅侧面接触, 接触面只能抵抗压力, 不能抵抗拉力, 抵抗弯矩所产生的反作用力仅由受压部分的正压力提供; 接触面周向分力可以传

$$A_{\text{contact}} = A_e + A_{ep} + A_p = \eta A_c \left[\int_d^{d+\omega_e} a_e \Phi(z) dz + \int_{d+\omega_e}^{d+\omega_p} a_{ep} \Phi(z) dz + \int_{d+\omega_p}^{+\infty} a_p \Phi(z) dz \right] \quad (4)$$

式中 η 和 d 为端齿连接结构的微凸体的密度和两表面的平均距离。 ω_e 、 ω_p 分别表示端齿连接结构的微凸体的弹塑性变形、完全塑性变形的临界点^[20]。 $\Phi(z)$ 表示端齿连接结构的微凸体高度分布的概率密度函数^[5]。 A_e 、 A_{ep} 、 A_p 分别为端齿接触面的弹性、弹塑性、塑性区域的真实接触面积。 a_e 、 a_{ep} 、 a_p 分别表示弹性阶段、弹塑性阶段、塑性阶段的微凸体的接触面积, 其具体的符号描述及表达式参见文献^[20]。

轮盘之间的端齿连接结构的真实接触预紧力为

$$K_{cn} = \sum_{i=1}^z N_c (K_e + K_{ep} + K_p) = \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z \eta A_c N_c \left[\int_d^{d+\omega_e} k_e \Phi(z) dz + \int_{d+\omega_e}^{d+\omega_p} k_{ep} \Phi(z) dz + \int_{d+\omega_p}^{+\infty} k_p \Phi(z) dz \right] \quad (7)$$

式中 K_e 、 K_{ep} 、 K_p 为端齿接触面的弹性、弹塑性、塑性区域的真实接触刚度; k_e 、 k_{ep} 、 k_p 分别表示弹性阶段、弹塑性阶段、塑性阶段的微凸体的接触刚度, 其具体符号描述和表达式请参见文献^[5, 20]。

1.2 端齿等效

由于端齿连接结构的接触界面的存在, 其端齿接触刚度与连续轴段的刚度并不相同, 为正确表征基于弹性-弹塑性-塑性变形的接触行为, 并且基于含有接触界面的端齿连接结构及等效后的虚拟材料层在变形前后的法向变形量相等的关系, 将采用接触特性的端齿连接结构等效为含有虚拟材料层的连续结构, 其变形关系模型(ANSYS)如图 4 所示。

因此端齿等效区域长度满足如下的表达式:

$$L_{\text{total}} = L_c + l^{(i)} + l^{(j)} \quad (8)$$

式中, 端齿连接部分长度等于端齿的全齿高 h_f 的倍数^[21]。

1.2.1 端齿等效弹性模量

在法向接触载荷 F_{contact} 的作用下, 其考虑接

递扭矩, 轴向分力可以传递轴向力。根据前文假设接触区域作用力相同, 并与连续结构一致, 则端齿连接结构的刚度取决于端齿名义接触面积 A_c 沿轴向在横截面内的投影等效面积 A_t , 根据几何关系可知:

$$A_c \sin \alpha = A_t \quad (4)$$

1.1.4 端齿连接结构的真实接触面积与接触载荷

当微凸体接触时, 端齿连接结构的真实接触面积为所有微凸体接触面积之和, 即轮盘之间的端齿连接结构的真实接触面积为

$$F_{\text{contact}} = (F_e + F_{ep} + F_p) = \eta A_c N_c \left[\int_d^{d+\omega_e} f_e \Phi(z) dz + \int_{d+\omega_e}^{d+\omega_p} f_{ep} \Phi(z) dz + \int_{d+\omega_p}^{+\infty} f_p \Phi(z) dz \right] \quad (6)$$

式中 F_e 、 F_{ep} 、 F_p 分别为端齿接触面的弹性、弹塑性、塑性区域的真实接触力; f_e 、 f_{ep} 、 f_p 分别表示弹性阶段、弹塑性阶段、塑性阶段微凸体的接触预紧力, 其具体的表达式请参见文献^[5, 20]。

轮盘的之间的端齿连接结构的真实法向接触刚度为

触效应的端齿连接结构的应变能为

$$W_{\text{total}} = \frac{F_{\text{contact}}^2}{2E^{(i)} A_c} l^{(i)} + \frac{F_{\text{contact}}^2}{2E^{(j)} A_c} l^{(j)} + \frac{F_{\text{contact}}^2}{2K_{cn}} \quad (9)$$

式中 K_{cn} 表示端齿连接结构的法向接触刚度 ($K_{cn} = k \cdot A_c$, k 为端齿连接结构单位面积的接触刚度), $E^{(i)}$ 和 $E^{(j)}$ 表示端齿连接部分的弹性模量。

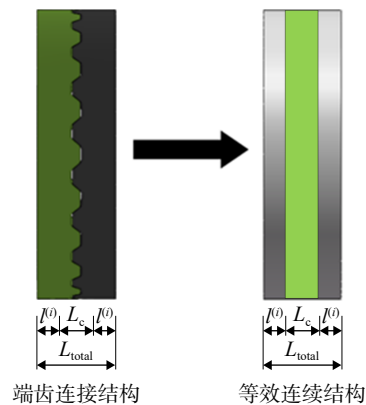


图 4 端齿连接结构的等效过程示意图(ANSYS 模型)

Fig. 4 Schematic diagram of equivalent progress of the end-tooth connection (ANSYS model)

在法向载荷 F_{contact} 作用下, 等效后的端齿连接结构的应变能为:

$$W_{\text{equ}} = \frac{F_{\text{contact}}^2}{2E_{\text{equ}}A_c} (l^{(i)} + l^{(j)}) \quad (10)$$

根据端齿连接结构接触层等效为虚拟材料层后, 并且变形前后的应变能保持不变的关系, 即 $W_{\text{total}} = W_{\text{equ}}$, 整理可得含有接触效应的端齿连接结构的等效弹性模量, 其表达式如下:

$$E_{\text{equ}} = \frac{K_{\text{cn}} E^{(i)} E^{(j)} (l^{(i)} + l^{(j)})}{K_{\text{cn}} E^{(j)} l^{(i)} + K_{\text{cn}} E^{(i)} l^{(j)} + E^{(i)} E^{(j)} A_c} \quad (11)$$

$$\varepsilon'_{\text{total}} = -\mu \cdot \varepsilon_{\text{total}} = -\left(\mu^{(i)} \frac{F_{\text{contact}} l^{(i)}}{E^{(i)} A_c} + \frac{\mu^{(i)} + \mu^{(j)}}{2} \frac{F_{\text{contact}}}{K_{\text{cn}}} + \mu^{(j)} \frac{F_{\text{contact}} l^{(j)}}{E^{(j)} A_c} \right) / (l^{(i)} + l^{(j)}) \quad (13)$$

在等效的虚拟材料层中, 法向应变为 ε_{equ} , 横向应变为 $\varepsilon'_{\text{equ}}$, 两者之间的关系为

$$\varepsilon'_{\text{equ}} = -\bar{\mu}_{\text{equ}} \varepsilon_{\text{equ}} = -\bar{\mu}_{\text{equ}} \frac{F_{\text{contact}}}{E_{\text{equ}}^{(m)} A_c} \quad (14)$$

1.2.4 端齿等效切变模量

根据端齿连接结构接触层等效为虚拟材料层, 在变形前后的切变模量保持不变的关系, 结合式(11)和式(14), 其考虑接触效应的端齿连接结构的等效切变模量的表达式如下:

$$G_{\text{equ}} = \frac{E_{\text{equ}}}{2(1 + \mu_{\text{equ}})} \quad (15)$$

1.3 复杂转子-叶片动力学建模

1.3.1 变截面阶梯轴与中心拉杆

针对复杂转子系统的结构特征, 采用空心圆截面梁单元和变截面圆锥梁单元对其复杂结构进行等效。如图 5 所示, r_{ro} 、 r_{ri} 分别为右侧截面的外半径和内半径, r_{lo} 、 r_{li} 分别为左侧截面的外半径和内半径。S 表示等截面梁单元最左侧截面到 z 轴的距离, L_s 表示梁的总长度, 无量纲任意位置坐标 $\xi_s = S/L_s$ 。另外, 由于转子系统属于空心轴结构, 其剪切系数为 $\kappa = 2(1 + \nu_s)/(4 + 3\nu_s)$, 其中 ν_s 为材料泊松比。

假设 ξ_s 处的截面面积 $A_s(\xi_s)$ 为具有两个待定系数的函数模式, 截面惯性矩 $I_s(\xi_s)$ 为具有 4 个待定系数的函数模式, 扭转截面惯性矩 $J_s(\xi_s)$ 与截面惯性矩有关, 上述具体的表达式如下:

$$\begin{aligned} A_s(\xi_s) &= \alpha_0 + \alpha_1 \xi_s + \alpha_2 \xi_s^2 \\ I_s(\xi_s) &= \beta_0 + \beta_1 \xi_s + \beta_2 \xi_s^2 + \beta_3 \xi_s^3 + \beta_4 \xi_s^4 \\ J_s(\xi_s) &= \frac{1}{2} I_s(\xi_s) \end{aligned} \quad (16)$$

1.2.2 端齿等效密度

同理, 根据端齿接触面的质量在等效为虚拟材料层前后保持不变的关系 ($m_{\text{total}} = m_{\text{equ}}$), 推导出含有接触效应的端齿连接结构的等效密度为:

$$\rho_{\text{equ}} = \frac{\rho^{(i)} \cdot V^{(i)} + \rho^{(j)} \cdot V^{(j)}}{V_{\text{total}}} = \rho_{\text{total}} \quad (12)$$

式中 $\rho^{(i)}$ 和 $\rho^{(j)}$ 分别表示端齿连接部分的密度。

1.2.3 端齿等效泊松比

在实际两端轮盘之间的端齿连接结构接触中, 其法向变形 $\varepsilon'_{\text{total}}$ 与横向变形 $\varepsilon_{\text{total}}$ 之间的关系为

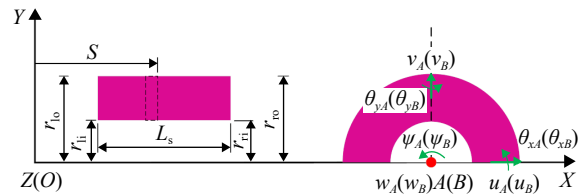
式中 α_0 、 α_1 、 α_2 为变截面面积的 2 次待定系数, β_0 、 β_1 、 β_2 、 β_3 、 β_4 为变截面惯性矩的 4 次待定系数。设线性圆锥最右侧和最左侧的外半径比和内半径比分别为 $\chi_s = r_{\text{ro}}/r_{\text{lo}}$ 、 $\delta_s = r_{\text{ri}}/r_{\text{li}}$, 推导出轴向位置 ξ_s 处圆锥梁的内外径之间的公式如下:

$$\begin{aligned} r_{s\text{-li}}(\xi_s) &= r_{\text{li}} [1 + (1 - \chi_s) \xi_s] \\ r_{s\text{-lo}}(\xi_s) &= r_{\text{lo}} [1 + (1 - \delta_s) \xi_s] \end{aligned} \quad (17)$$

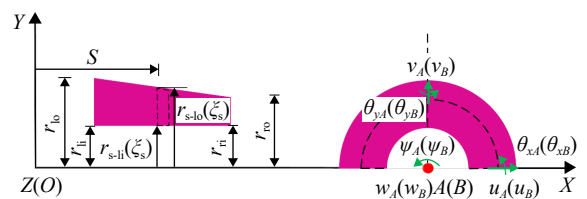
因此推导出变截面梁在轴向位置 ξ_s 处的变截面面积 $A_s(\xi_s)$ 和变截面惯性矩 $I_s(\xi_s)$ 表达式如下:

$$\begin{aligned} A_s(\xi_s) &= A_{\text{lo}} [1 - (1 - \chi_s) \xi_s]^2 - A_{\text{li}} [1 - (1 - \delta_s) \xi_s]^2 \\ I_s(\xi_s) &= I_{\text{lo}} [1 - (1 - \chi_s) \xi_s]^4 - I_{\text{li}} [1 - (1 - \delta_s) \xi_s]^4 \end{aligned} \quad (18)$$

进一步, 将式(18)代入到式(16)中, 求得公式待定系数表达式分别为



(a) 圆柱形截面梁



(b) 线性圆锥截面梁

图 5 两种梁单元

Fig. 5 Two type of beam elements

$$\begin{aligned}\alpha_0 &= (A_{lo} - A_{li}) \\ \alpha_1 &= 2[(1 - \delta_s)A_{li} - (1 - \chi_s)A_{lo}] \\ \alpha_2 &= [(1 - \chi_s)^2 A_{lo} - (1 - \delta_s)^2 A_{li}]\end{aligned}\quad (19)$$

$$\begin{aligned}\beta_0 &= (I_{lo} - I_{li}) \\ \beta_1 &= [-4(1 - \chi_s)I_{lo} + 4C_2 I_{li}] \\ \beta_2 &= [6(1 - \chi_s)^2 I_{lo} - 6C_2^2 I_{li}] \\ \beta_3 &= [(1 - \chi_s)^4 I_{lo} - C_2^4 I_{li}]\end{aligned}\quad (20)$$

令其变截面梁的任意横截面的剪切系数和有效剪切面积分别表示如下:

$$\begin{aligned}\phi_s &= \frac{12E_s I_s(\xi_s)}{G_s A_{\text{shear}} L_s^2} \\ A_{\text{shear}} &= \frac{A_s(\xi_s)}{\frac{7+6\nu_s}{6(1+\nu_s)} \left[1 + \frac{20+12\nu_s}{7+6\nu_s} \left(\frac{4r_{lo}r_{li}}{4r_{lo}^2+4r_{li}^2} \right)^2 \right]}\end{aligned}\quad (21)$$

式中 E_s 和 G_s 分别表示变截面梁单元的弹性模量

$$\begin{aligned}U_{\text{Shaft-rod}} &= \frac{1}{2} E_s \int_0^{L_s} I_s(\xi_s) \left(\left[\frac{\partial \theta_{sy}}{\partial z} \right]^2 + \left[\frac{\partial \theta_{sx}}{\partial z} \right]^2 \right) dz + \frac{1}{2} K_s G_s \int_0^{L_s} A_s(\xi_s) \left(\left[-\theta_{sy} + \frac{\partial u_s}{\partial z} \right]^2 + \left[\theta_{sx} + \frac{\partial v_s}{\partial z} \right]^2 \right) dz + \\ &\quad \frac{1}{2} G_s \int_0^{L_s} J_s(\xi_s) \left(\frac{\partial \psi_s}{\partial z} \right)^2 dz + \frac{1}{2} E_s A_s(\xi_s) \int_0^{L_s} \left(\frac{\partial w_s}{\partial z} \right)^2 dz\end{aligned}\quad (22)$$

式中 K_s 表示剪切系数。

1.3.2 双锥度旋转叶片建模

针对旋转叶片的复杂型面, 将叶片简化为一个双锥度悬臂梁, 如图 6 所示, 其中 u 、 v 、 w 分别表示旋转叶片在局部坐标系下 $O_b X_b Y_b Z_b$ 任意位置 Q 点的径向、弯曲和摆动方向上的位移。 ξ_b 为无量纲任意坐标($\xi_b = x/L_b$), 该单元的每个首端和末端都与叶片宽度和叶片厚度相关, 分别用 b_b 和 h_b 来表示, 因此推导出轴向位置 ξ_b 处叶片宽度和叶片厚度分别表示如下:

$$b_b(\xi_b) = b_1 [1 + (1 - \eta_b) \xi_b] \quad (26)$$

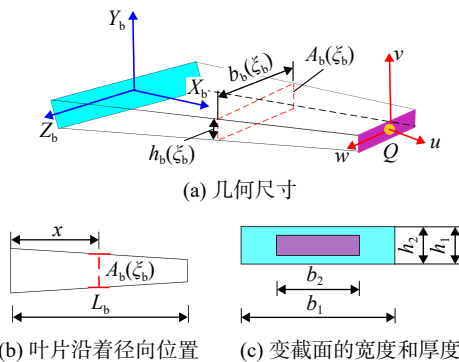


图 6 双锥度旋转叶片示意图

Fig. 6 Schematic diagram of the double taper blade

和切变模量。

梁单元的位移矢量表达式表示如下:

$$\mathbf{q}_{\text{shaft-rod}} = [u_A, v_A, w_A, \theta_{xA}, \theta_{yA}, \psi_A, u_B, v_B, w_B, \theta_{xB}, \theta_{yB}, \psi_B]^T \quad (23)$$

梁的动能表达式为

$$\begin{aligned}T_{\text{shaft-rod}} &= \frac{1}{2} \rho_s \int_0^{L_s} A_s(\xi_s) (\dot{u}_s^2 + \dot{v}_s^2 + \dot{w}_s^2) dz + \frac{1}{2} \rho_s \int_0^{L_s} \cdot \\ &\quad [I_s(\xi_s) \Omega^2 + I_s(\xi_s) (\dot{\theta}_{sx}^2 + \dot{\theta}_{sy}^2) + 2I_s(\xi_s) \psi_s + \\ &\quad 2I_s(\xi_s) \Omega \dot{\theta}_{sx} \theta_{sy} - 2I_s(\xi_s) \Omega \dot{\theta}_{sy} \theta_{sx}] dz\end{aligned}\quad (24)$$

式中 u_s 、 v_s 、 w_s 分别表示沿着 x 、 y 、 z 方向的平动位移, θ_{sx} 、 θ_{sy} 绕着 x 、 y 轴方向的转动位移, ψ_s 、 Ω 表示沿着 z 轴的扭转位移和旋转转速。 ρ_s 、 L_s 、 A_s 、 I_s 分别表示梁的密度、长度、截面面积和截面惯性矩。

梁的势能表达式如下:

$$h_b(\xi_b) = h_1 [1 + (1 - \eta_h) \xi_b] \quad (27)$$

式中 η_b 为旋转叶片沿着宽度方向的锥度比, $\eta_b = 1 - b_2/b_1$, b_1 和 b_2 分别表示为叶根和叶尖处的宽度; 其 η_h 为旋转叶片沿着厚度方向的锥度比, $\eta_h = 1 - h_2/h_1$, h_1 和 h_2 分别为叶根和叶尖处的厚度。

使用式(26)~式(27)可推导出坐标 ξ_b 处的变截面面积 $A_b(\xi_b)$ 的 2 次待定系数表达式和变截面惯性矩 $I_b(\xi_b)$ 的 4 次待定系数表达式满足如下:

$$A_b(\xi_b) = A_{b1} (1 + \varepsilon_1 \xi_b + \varepsilon_2 \xi_b^2) \quad (28)$$

$$I_b(\xi_b) = I_{b1} (1 + \gamma_1 \xi_b + \gamma_2 \xi_b^2 + \gamma_3 \xi_b^3 + \gamma_4 \xi_b^4) \quad (29)$$

式中

$$\varepsilon_1 = -(\eta_b + \eta_h) \quad \varepsilon_2 = \eta_b \eta_h \quad (30)$$

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= -3\eta_h - \eta_b & \gamma_2 &= 6\eta_h^2 \\ \gamma_3 &= -4\eta_h^3 & \gamma_4 &= \eta_b \eta_h^3\end{aligned}\quad (31)$$

其中 A_{b1} 、 I_{b1} 分别为叶根处的截面面积、截面惯性矩, 表达式分别为 $A_{b1} = b_1 h_1$ 和 $I_{b1} = (1/12) b_1 h_1^3$ 。

第 i 个叶片在固定坐标系下的双锥度叶片的动能表达式如下:

$$T_{\text{blade}} = \frac{1}{2} \rho_b \int_0^{L_b} A_b(\xi_b) \dot{r}_Q^2 dx \quad (32)$$

其中 ρ_b 、 L_b 分别表示旋转叶片的密度和长度, r_Q 表示固定坐标下的位移, 符号 $(\cdot)$ 表示时间的 1 阶偏导, 其具体的符号描述和表达式请参见文献

[12, 22]。

考虑到弯曲势能、剪切势能、轴向压缩以及离心载荷的势能, 旋转叶片的势能表达式如下:

$$U_{\text{blade}} = \frac{1}{2} \int_0^{L_b} f_c(x) \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{L_b} E_b I_b(\xi_b) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{L_b} E_b A_b(\xi_b) \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{L_b} \kappa_b A_b(\xi_b) G_b \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \varphi \right)^2 dx \quad (33)$$

其中 E_b 、 G_b 、 $f_c(x)$ 、 κ_b 分别表示旋转叶片的弹性模量、切变模量、离心载荷表达式以及剪切因子, 具体符号描述参见文献 [12]。

1.3.3 变截面轮盘建模

针对复杂的变截面轮盘结构(包括圆台、圆锥、圆柱), 本文将空心变截面轮盘等效为集中参数模型, 并固定在轴上。如图 7 所示, $O_2 X_d Y_d Z_d$ 表示为轮盘坐标系, $O_2 X_2 Y_2 Z_2$ 表示轮盘摆动坐标系, 刚体的坐标原点为 O_2 , 轮盘刚体的中心线为 $O_2 Z_d$, 其 Y_2 轴与 Y_d 轴重合, α_1 和 α_2 分别表示 Z_d 轴与 Z_2 轴、 X_d 轴与 X_2 轴的夹角。 R_{lo} 、 R_{li} 分别为变截面轮盘的左侧外半径和内半径, R_{ro} 、 R_{ri} 分别表示变截面轮盘的右侧外半径和内半径, h_d 表示变截

面轮盘的厚度。 d_1 、 d_2 分别为变截面外轮盘和内轮盘的重心(即质心)到摆动轴 $O_2 Z_2$ 的距离。根据文献 [23] 可知, 利用摆动坐标系中的求积分的方法得到给出变截面刚体(包括圆台、圆锥、圆柱)的质量, 直径转动惯量以及极转动惯量的表达式如下:

$$M_{\text{disk}} = M_{\text{disk-od}} - M_{\text{disk-id}} = \frac{1}{3} \rho \pi h_d (R_{lo}^2 + R_{lo} R_{ro} + R_{ro}^2) - \frac{1}{3} \rho \pi h_d (R_{li}^2 + R_{li} R_{ri} + R_{ri}^2) \quad (34)$$

$$J_d = \frac{1}{2} J_p + \frac{1}{12} M_{\text{disk}} h_d^2 \quad (35)$$

$$J_p = \frac{3}{10} M_{\text{disk-od}} R_{lo}^2 + M_{\text{disk-od}} d_1^2 U(x_i - y_i) + \frac{3}{80} M_{\text{disk-od}} \sin^2 \alpha_1 (\lambda_1 h_d^2 - 4 R_{lo}^2) U(x_i - y_i) - \frac{3}{10} M_{\text{disk-id}} R_{li}^2 - M_{\text{disk-id}} d_2^2 U(x_i - y_i) - \frac{3}{80} M_{\text{disk-id}} \sin^2 \alpha_2 (\lambda_2 h_d^2 - 4 R_{li}^2) U(x_i - y_i) \quad (36)$$

式(34)中, $M_{\text{disk-od}}$ 和 $M_{\text{disk-id}}$ 表示外轮盘、内轮盘的质量。式(36)中符号 R_{lo}^2 、 R_{li}^2 、 λ_1 、 λ_2 、 α_1 、 α_2 、 d_1 、 d_2 的具体表达式请参见文献 [23], $U(x_i - y_i)$ 表示阶跃函数, 表达式如下:

$$U(x_i - y_i) = \begin{cases} 1, & x_i < x_j \text{ (空心圆锥、圆台)} \\ 0, & x_i \geq x_j \text{ (空心圆柱体)} \end{cases} \quad (37)$$

考虑梁的横向弯曲, 轴向变形以及扭转变形的耦合作用, 此时变截面轮盘动能表达式为

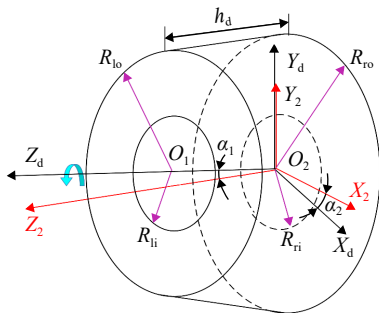


图 7 变截面轮盘示意图

Fig. 7 Schematic diagram of a variable-sectional rigid disk

$$T_{\text{disk}} = \frac{1}{2} J_p (\Omega + \dot{\psi})^2 + \frac{1}{2} M_{\text{disk}} (\dot{x}_{\text{disk}}^2 + \dot{y}_{\text{disk}}^2 + \dot{z}_{\text{disk}}^2) - J_p (\Omega + \dot{\psi}) \dot{\theta}_{sy} \theta_{sx} + \frac{1}{2} J_d (\dot{\theta}_{sx}^2 + \dot{\theta}_{sy}^2) \quad (38)$$

1.4 耦合关系

由于中心拉杆和阶梯轴两者具有相同的位移和转速, 前轴段以及后轴段与中心拉杆的首尾两端通过螺纹方式耦合相连, 使得阶梯轴与中心拉杆存在耦合项, 采用引入两组虚拟弹簧单元来模拟中心拉杆和阶梯轴沿着 x 方向和 y 方向的耦合连接刚度, 以此建立中心拉杆-阶梯轴的离散化分析模型(以 oxy 平面为例), 如图 8 所示, 阶梯轴-中心拉杆的耦合势能表达式为:

$$U_{\text{coupling}} = \frac{1}{2} k_{x1} (x_1 - x'_1)^2 + \frac{1}{2} k_{y1} (y_1 - y'_1)^2 + \frac{1}{2} k_{x2} (x_2 - x'_2)^2 + \frac{1}{2} k_{y2} (y_2 - y'_2)^2 \quad (39)$$

其中 k_{x1} 、 k_{x2} 、 k_{y1} 、 k_{y2} 分别表示阶梯轴-中心拉杆沿着 x 和 y 方向的耦合刚度。

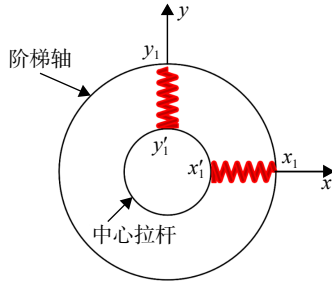


图 8 阶梯轴-中心拉杆耦合简化示意图

Fig. 8 Schematic diagram of the coupling relationship between the central tie rod and stepped shaft.

1.5 组装矩阵与求解

含有端齿连接结构的航空涡轴发动机的耦合系统的整体动能和势能分别为:

$$T_{\text{total}} = \sum_{i=1}^{N_b} T_{\text{blade}} + T_{\text{shaft-rod}} + T_{\text{disk}} \quad (40)$$

$$U_{\text{total}} = \sum_{i=1}^{N_b} U_{\text{blade}} + U_{\text{shaft-rod}} + U_{\text{bearing}} + U_{\text{coupling}} \quad (41)$$

式中 U_{bearing} 表示弹性支撑的势能表达式, 其具体表达式请参见文献 [24]。

基于 Hamilton 变分原理, 将系统整体动能和势能公式(式(40)和式(41))分别代入下式:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T_{\text{total}} - U_{\text{total}}) dt = 0 \quad (42)$$

式中 δ 表示为变分积分, t_1 和 t_2 表示任意时间。

为了求解上述偏微分方程, 其阶梯轴与中心拉杆耦合系统的 $(u_s, v_s, w_s, \theta_{sx}, \theta_{sy}, \text{和 } \psi_s)$ 方向的位移场函数将以型函数形式表示为 $N_u(\xi_s)$ 、 $N_v(\xi_s)$ 、 $N_w(\xi_s)$ 、 $N_{\theta x}(\xi_s)$ 、 $N_{\theta y}(\xi_s)$ 、 $N_{\psi}(\xi_s)$, 其具体表达式请参见文献 [12]。旋转叶片的广义叶片径向坐标 $U_{\xi-b}(t)$ 、叶片横向位移 $V_{\xi-b}(t)$ 、叶片摆动位移 $\psi_{\xi-b}(t)$ 可以以形函数写成 $u(x, t)$ 、 $v(x, t)$ 、 $\varphi(x, t)$ 的向量形式, 其具体的表达式请参见文献 [25]。

综上所述, 考虑端齿连接结构的航空涡轴-转子-叶片耦合系统离散后的运动微分方程为:

$$M_{\text{SRB}} \ddot{q}_{\text{SRB}} + (C_{\text{SRB}} + G_{\text{SRB}}) \dot{q}_{\text{SRB}} + K_{\text{SRB}} q_{\text{SRB}} = F_{\text{SRB}} \quad (43)$$

$$M_{\text{SRB}} = \begin{bmatrix} M_{\text{shaft-rod}} & M_c^T \\ M_c & M_{\text{blade}} \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$G_{\text{SRB}} = \begin{bmatrix} G_{\text{shaft-rod}} & G_{c1}^T \\ -G_{c1} & G_{\text{blade}} \end{bmatrix}$$

$$K_{\text{SRB}} = \begin{bmatrix} K_{\text{shaft-rod}} & K_{c1}^T + K_{\text{acc}}^T \\ K_{c1} + K_{\text{acc}} & K_{\text{blade}} \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$F_{\text{SRB}} = \begin{bmatrix} F_{\text{shaft-rod}} \\ F_{\text{blade}} \end{bmatrix}^T$$

$$C_{\text{SRB}} = \begin{bmatrix} C_{\text{shaft-rod}} & \\ & C_{\text{blade}} \end{bmatrix} \quad (46)$$

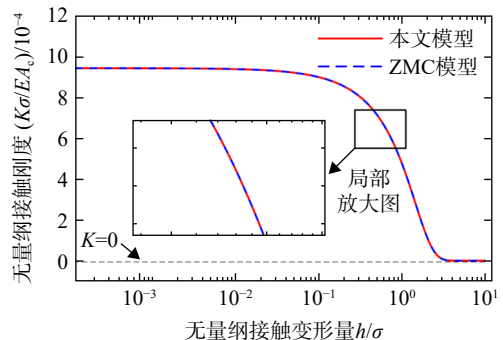
$$q_{\text{SRB}} = \begin{bmatrix} q_{\text{shaft-rod}} \\ q_{\text{blade}} \end{bmatrix}$$

式中其具体符号描述请参见文献 [12], 下标 SRB 表示阶梯轴-拉杆-叶片的英文缩写。

2 端齿连接结构的接触模型验证

已知端齿接触界面为两个结构钢材料, 弹性模量参数 $E_1=E_2=2.07 \times 10^{11}$ Pa, 硬度为 1.96 GPa、泊松比 $\nu_1=\nu_2=0.29$, 其中参数 β 和 σ/R 可以用来准确描述端齿接触过程中的微凸体的表面粗糙度, ψ_i 表示塑性指标。基于相关工程参数 [5,26], 本文选取材料参数为 $\beta=0.0039$, $\sigma/R=1.6 \times 10^{-4}$ 、塑性指标 $\psi_i=0.7$ 。为了验证本文推导的接触分析模型的有效性和正确性, 基于上述工程参数, 利用赵永武等 [27] 提出的弹塑性接触模型(简称 ZMC 模型)与本文模型的结果进行了比较。

如图 9 所示, 由无量纲端齿法向接触刚度与接触变形、无量纲预紧力与接触变形、无量纲端齿法向接触刚度与预紧力之间的关系曲线可以看出, 本文数值结果与 ZMC 模型的数值结果几乎完全一致, 从而表明本文所建立的端齿连接结构的真实接触刚度和接触预紧力模型是正确的, 故可以基于所建立端齿接触面微观接触模型进行端齿连接结构的理论分析。此外, 如图 9 还可以看出, 无量纲端齿法向接触刚度反映了无量纲接触预紧力与变形量的敏感程度, 在无量纲接触变形量较小时, 即无量纲接触预紧力较小时, 无量纲



(a) 端齿法向接触刚度与接触变形关系

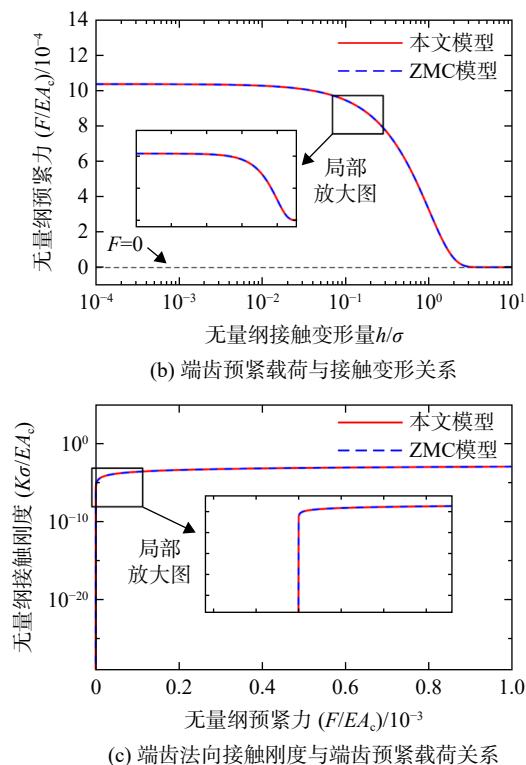


图 9 本文模型与 ZMC 模型的比较

Fig. 9 Comparison of ZMC model with current model

端齿法向接触刚度迅速增加,随着接触预紧力逐渐增大,无量纲端齿法向接触刚度的变化趋势区域逐渐平稳,说明此时无量纲端齿法向接触刚度达到预紧饱和状态。

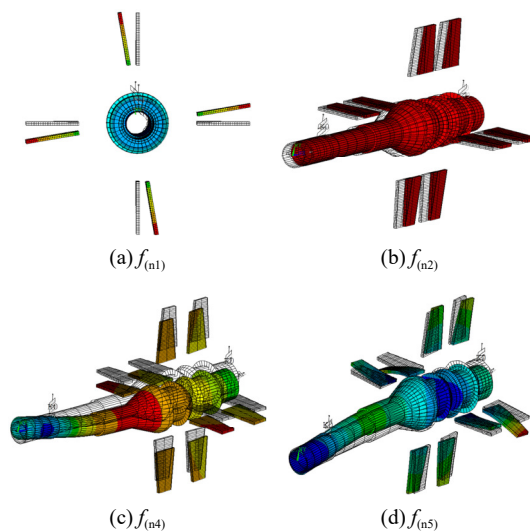
3 耦合系统建模的验证

采用一般的有限元软件求解接触问题时,由于有限元软件的限制,只能经过简化后的接触设置,无法考虑接触界面的微观特性,因此很难做出准确的分析,基于文中第 2 节所建立的端齿连接结构的接触模型与 ANSYS APDL2020 商用软件相结合的方法,以复杂涡轴发动机-转子-叶片耦合系统为研究对象,将耦合系统分解为变截面阶梯轴、变截面轮盘、旋转叶片、中心拉杆、弹性支撑、端齿连接结构等组成部件,基于部件几何尺寸(如图 1)建立梁单元有限元模型。

耦合系统中的材料参数设置为:阶梯轴的弹性模量为 2.25×10^{11} Pa,泊松比为 0.35,密度为 $8\,140\text{ kg/m}^3$ 。旋转叶片的弹性模量为 1.31×10^{11} Pa,泊松比为 0.419,密度为 $8\,700\text{ kg/m}^3$ 。中心拉杆的弹性模量为 2.04×10^{11} Pa,泊松比为 0.3,密度为 $8\,240\text{ kg/m}^3$ 。弹性支撑两端的横向方向的刚度为 $2.5 \times 10^7\text{ N/m}$,其轴向方向的刚度为 $4 \times 10^6\text{ N/m}$ 。

变截面阶梯轴和中心拉杆的耦合刚度设置为 $1 \times 10^9\text{ N/m}$ 。耦合系统中,阶梯轴被划为 16 段,共 17 个节点。中心拉杆被划分为 4 段,共 5 个节点。叶片被划分为 4 段,5 个节点。轮盘分别固定在阶梯轴第 8 个和第 11 个节点位置处。边界条件设置如下:变截面阶梯轴和中心拉杆最左端的节点约束其扭转方向的自由度。转轴的节点、轮盘内圈,以及每个叶片叶根处采用刚性连接方式(ANSYS 中的 Cerig 命令)。基于航空发动机设计手册^[28],端齿连接结构的型号为 CC1066,其外直径为 44 mm,内直径为 36 mm,压力角为 30° ,齿数为 16,齿顶高为 1.6 mm,齿根高为 1.1 mm,其齿顶倒角高为 0.3 mm。采用圆柱梁单元的虚拟材料层来建立端齿连接结构的接触模型,通过不同预紧力作用下的端齿连接结构的材料参数(泊松比、弹性模量、切变模量、密度、厚度)来表征含有接触特性的端齿连接结构的力学特性,并将其组集到耦合系统中的端齿连接结构的单元,最终获得含有接触特性的端齿连接结构的复杂转子-叶片耦合系统模型。为了验证考虑端齿连接结构的复杂涡轴发动机复杂转子-叶片耦合系统的建模方法的正确性和通用性,通过与 ANSYS 有限元软件得到系统的固有频率进行对比分析。

图 10 表示预紧力为 160 kN 时,耦合系统在 $\Omega=0\text{ r/min}$ 时的振型图,其固有频率对比结果见表 1,由于篇幅有限,表中略去了第 3、6、9、10、11、12、13、14、16 阶的正交模态,其中 $f_{(nr)}$ 表示耦合系统第 r 阶的固有频率对应的振型图,其中 $r=1,2,3,\dots$ 。通过振型所示,系统存在中心拉杆与阶梯轴,叶片弯曲与阶梯轴的横向振动,以及叶片弯曲与阶梯轴扭转方向的耦合振型。且本文的解析方法相



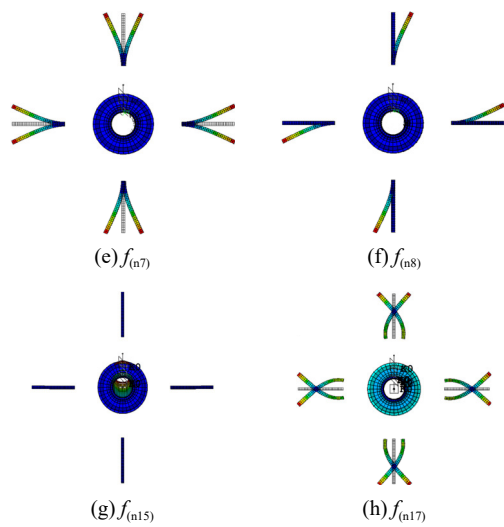


图 10 在预紧力 160 kN 作用下,航空涡轴发动机的耦合系统在 $\Omega=0$ r/min 的振型图

Fig. 10 Mode shapes from the coupling system for the turboshaft engine under $F_0=160$ kN and $\Omega=0$ r/min

表 1 在预紧力 160 kN 作用下,考虑端齿连接结构的耦合系统在 $\Omega=0$ r/min 的固有频率

阶数	固有频率/Hz		误差/%	振型描述
	解析解	有限元解		
$f_{(n1)}$	93.02	92.06	0.26	1 阶扭转
$f_{(n2)}$	103.38	103.63	0.06	轴的轴向振动
$f_{(n4)}$	173.21	171.08	0.31	平动与弯曲
$f_{(n5)}$	478.90	472.56	0.33	俯仰振动
$f_{(n7)}$	529.18	539.42	0.48	叶片与阶梯轴扭转耦合(耦合反向)
$f_{(n8)}$	546.63	557.87	0.51	叶片弯曲
$f_{(n15)}$	910.85	961.86	1.36	中心拉杆 1 阶弯曲
$f_{(n17)}$	1 117.90	1 123.70	0.13	2 阶扭转
$f_{(n18)}$	1 377.24	1 364.80	0.23	转子 1 阶弯曲

注: 耦合同向表示两个轮盘上的叶片弯曲模态方向相同,反之亦然。

对于有限元软件结果误差较小,最大误差为 1.36%,说明本文推导的解析模型与 ANSYS 模型结果吻合度较高,验证了解析模型的准确性,在此解析模型基础上可以进一步开展稳态和瞬态不平衡响应的研究。

4 预紧力对固有频率的影响

本节主要研究了预紧力对耦合系统含有弯曲振动的固有频率影响,通过图 11 可知,随着预紧力的逐渐减弱,其系统的固有频率下降明显,

尤其是系统在预紧力松弛情况下的 1 阶弯曲振型对应的固有频率非常敏感。以转子系统的 1 阶弯曲振型为例,如图 11(c)所示,当预紧力设计范围为 $1 \times 10^2 \text{ N} < F_{\text{contact}} < 1 \times 10^3 \text{ N}$, 这时由于预紧力较少,其含有接触效应的端齿连接结构法向刚度低于连接部分刚度,此时含有接触效应的端齿连接结构决定其整体刚度大小,因此系统的固有频率增长速率缓慢,这也说明该端齿连接结构的接触状态此时处于预紧松弛阶段。当预紧力设计范围为 $1 \times 10^3 \text{ N} < F_{\text{contact}} < 3 \times 10^4 \text{ N}$, 此时系统固有频率随着预紧力的增加呈近似线性增加的趋势,这是由于含有接触效应的端齿连接结构法向刚度逐渐接近于端齿连接部分刚度,此时端齿连接结构的接触状态处于预紧弹性阶段。当预紧力设计范围为 $2.0 \times 10^4 \text{ N} < F_{\text{contact}} < 2.0 \times 10^5 \text{ N}$, 随着预紧力的增加,此时含有接触效应的端齿连接刚度与连接部分刚度相差不大,说明端齿连接结构的接触状态处于预紧饱和阶段,且逐渐趋于平稳。此外,一阶弯曲振型的预紧松弛阶段相比于弯曲与平动、俯仰振动的振型更长,并且在预紧松弛阶段,固有频率的下降比例更大。这主要有两个原因:①系统的前两阶分别为弯曲与平动、俯仰振动,属于转子的刚体振型;②在刚度损失的作用下,刚体

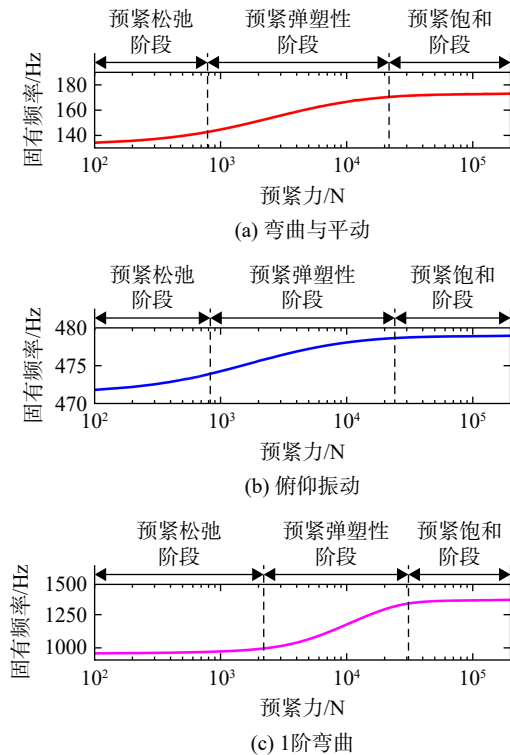


图 11 预紧力对耦合系统含有弯曲固有频率的影响

Fig. 11 Effects of the pre-tightening forces on the bending natural frequencies of the coupling system

产生的弯曲变形相比于转子的 1 阶弯曲振型较弱。

从图 12 中可以看出,与弯曲振动相比,其系统 2 阶扭转振型的预紧饱和阶段更短,且在预紧松弛阶段的固有频率下降比例明显高于 1 阶弯曲振型。说明预紧松弛下,系统的扭转振动不可被忽略,其可能会造成工程安全隐患。在预紧力松弛阶段,2 阶扭转振动固有频率的下降比例明显高于叶片与阶梯轴扭转耦合(耦合反向)和 1 阶扭转振动。并且 1 阶扭转振动的下降比例最小,这主要原因在于 1 阶扭转振型是由转子的刚体产生的扭转变形,其接触效应对转子系统的刚体扭转变形影响有限。叶片与阶梯轴扭转耦合(耦合反

向)的主导模态是叶片弯曲振动,其叶片对转子系统的扭转变形也比较敏感,主要因为叶根处与轮盘满足协调运动方程,叶片与轮盘之间存在弯扭耦合的共同作用。综上所述,预紧力引起的端齿接触效应对转子系统的弯曲和扭转振动的影响非常敏感,因此需要施加更高数量级的预紧力才能使得系统的固有频率显著提升。

5 预紧力对不平衡响应的分析

本节主要研究了在端齿施加预紧力对系统稳态和瞬态不平衡响应的影响,根据上文分析,预紧力的设计范围应按照高阶模态的预紧阶段来划分。此外,为了更直观地区分预紧力的差异,预紧力大小分别选取高阶模态的预紧松弛阶段(1 kN)、预紧弹-塑性阶段(5 kN)、预紧饱和阶段(100 kN),并且选取整体转子(无端齿连接结构)作为参照,其系统结构参数与上文相同,假设在轮盘节点 8、11 处存在偏心距为 1 mm。

5.1 稳态不平衡响应的分析

图 13 所示分别为转速为 3 000 r/min 时,系统在轮盘处 x 方向、轮盘扭转处、叶尖弯曲处的稳态不平衡响应。图中,1、5、100 kN,整体转子分别表示在预紧力为 1、5、100 kN 作用下对系统的影响,整体转子表示没有考虑端齿接触效应,下文相同。从图 13(a)、图 13(b)可知,在预紧力仅为 1 kN 时,其振幅为 2.66×10^{-4} m,与整体转子的振幅相比(1.47×10^{-4} m),其振幅增加了 180%。同理,与预紧力仅为 5 kN 时相比(1.88×10^{-4} m),其振幅增加了 141%。这也说明了预紧力引起的接触效应对耦合系统的稳态不平衡响应的影响非常明显。

对于端齿连接结构,主要功能是通过预紧力施加的接触效应向转子提供约束刚度,在预紧松弛阶段,由于连接界面的微凸体的接触较小,其

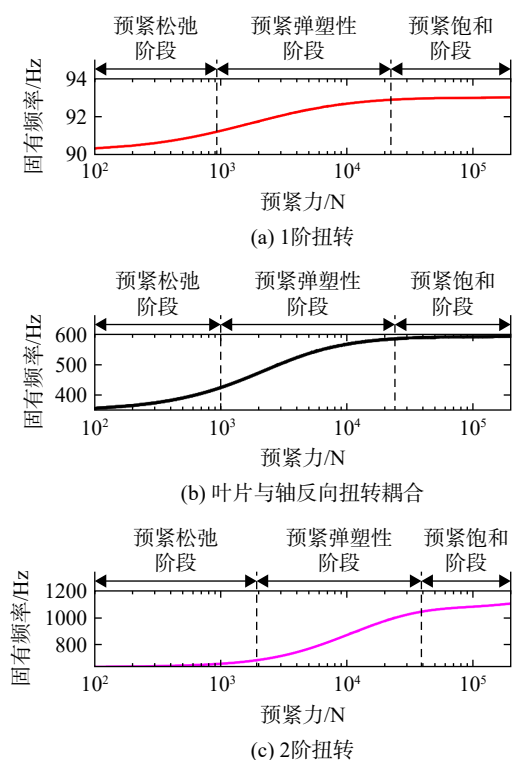
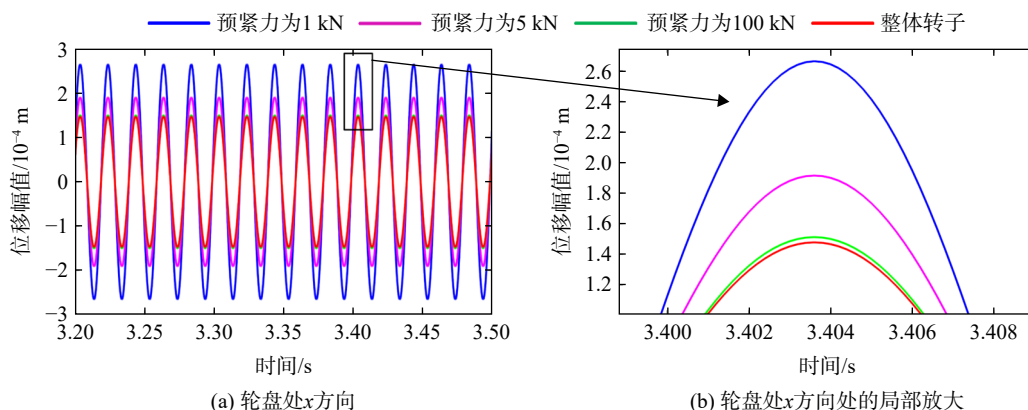


图 12 预紧力对耦合系统含有扭转固有频率的影响
Fig. 12 Effects of the pre-tightening forces on the torsional natural frequencies of the coupling system



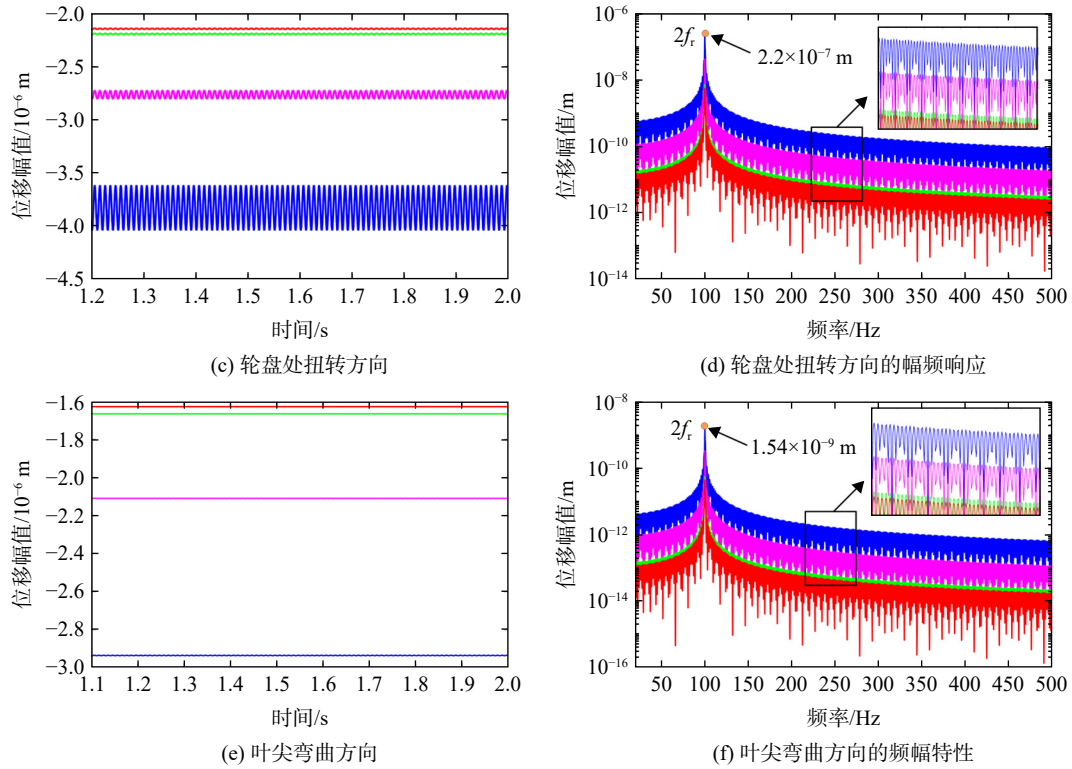


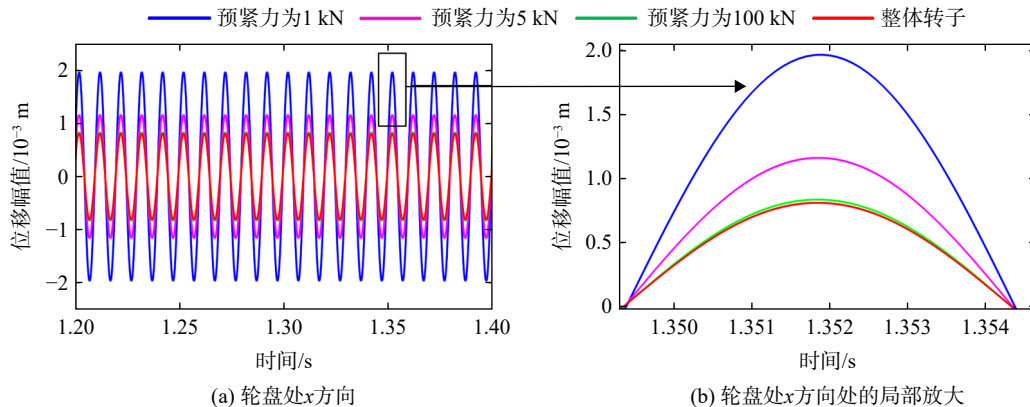
图 13 不同预紧力作用下,耦合系统的稳态不平衡响应(转速为 3 000 r/min)

Fig. 13 Effects of the pre-tightening forces on the steady-state vibration (rotating speed of 3 000 r/min)

连接界面滑移引起有效接触界面的抗弯刚度减少,从而引起端齿连接刚度下降,导致轮盘处 x 方向有明显的幅值放大现象。从图 13(c)、图 13(d)中可以看出,其轮盘处扭转方向的频率成分为 2 倍转频,这是由于转子内部的弯扭耦合作用的结果。相比于轮盘处 x 方向,其扭转方向的振动响应在施加低预紧力的作用下会更加地敏感,根据文献[29],其弹性模量和切变模量存在如下的关系: $G_{eq} = E_{eq}/2(1 + \mu_{eq})$,随着预紧力的减弱,会同时减弱含有接触效应的端齿连接结构的弯曲刚度和剪切刚度,因此导致扭转振幅相比于弯曲振动更加显著。图 13(e)和图 13(f)中可以看出,对于叶尖弯曲振动,振动规律与扭转振动相似,主要因为轮

盘位置与叶根节点位置之间满足协调运动方程,其轮盘与叶片之间存在弯扭耦合作用。当预紧力达到 100 kN 时,其处于预紧饱和阶段,系统的振幅无限接近于整体转子的振幅,但由于接触界面的存在,其振幅始终低于整体转子的振幅。

图 14 所示分别为转速为 6 000 r/min 时,系统在轮盘处 x 方向、轮盘扭转处、叶尖弯曲处的稳态不平衡响应。从图 14(a)和图 14(b)中可以看出,相比于整体转子的振幅 8.1×10^{-4} m 而言,预紧力为 1 kN 的振幅为 1.96×10^{-3} m,其振幅增加了 235%。相比于 5 kN 的振幅 1.16×10^{-3} m,其振幅增加了 165%。这是因为转速与稳态不平衡响应成正比,在预紧松弛阶段,随着转速的升高,其



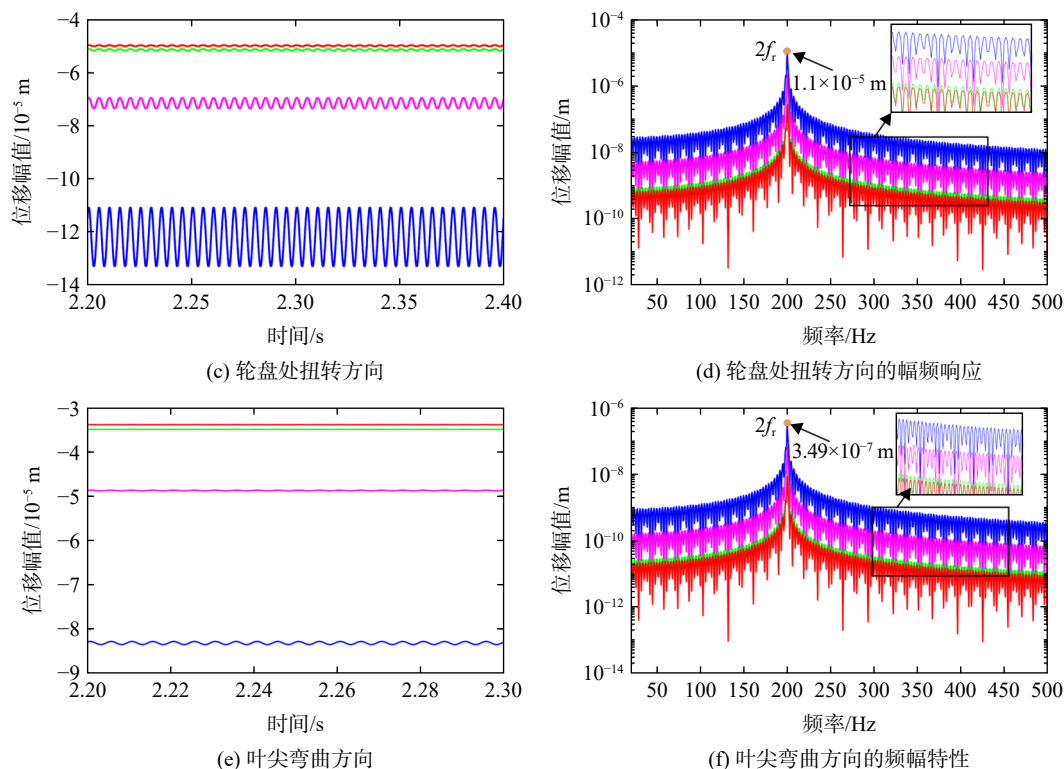


图 14 不同预紧力作用下,耦合系统的不平衡响应(转速为 6 000 r/min)

Fig. 14 Effects of the pre-tightening forces on the steady-state vibration (rotating speed of 6 000 r/min)

端齿连接结构接触界面承受更大的离心载荷作用下,由于金属材料的“泊松效应”的影响,轮盘存在轴向收缩现象,在中心拉杆预紧不充分的情况下,端齿连接结构的接触界面受到的压力变化范围较大,产生分离的趋势,将会导致端齿连接结构的接触界面的接触状态变化,造成其刚度损失更加的严重。随着预紧力的提高,其弯曲振动、扭转振动、叶尖弯曲振动显著地减少,说明增加预紧力达到预紧饱和阶段可以有效地降低高转速工况下的离心载荷的影响。

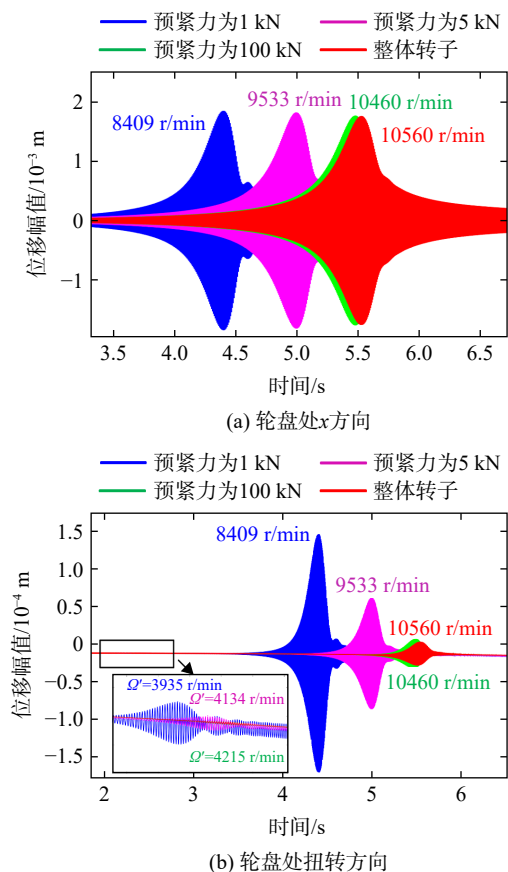
5.2 转子升速不平衡响应分析

图 15 表示在不同预紧力作用下,耦合系统在升速过程中的瞬态不平衡响应,其角加速度设置为 200 rad/s^2 ,横坐标表示加速时间,纵坐标表示幅值。图中 8 409、9 533、10 460、10 560 r/min 分别表示在预紧力 1、5、100 kN、整体转子对应的 1 阶弯曲与平动临界转速值。

从图 15(a)中可以看出,在轮盘处 x 方向,其在相应的 1 阶弯曲与平动临界转速附近振动响应幅值达到最大,并且随着预紧力的降低,各临界转速的阈值逐渐地左移,瞬态不平衡响应较预紧阶段会较早出现幅值放大现象。

从图 15(b)中可以看出,与轮盘处 x 方向相比

较,随着预紧力的降低,扭转瞬态不平衡响应相比于弯曲振动更加的显著。此外,轮盘处扭转方



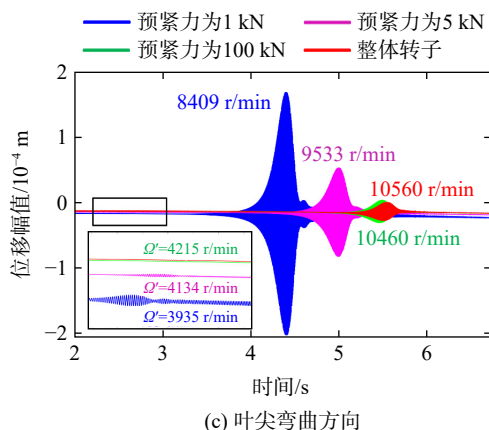


图 15 不同预紧力作用下,耦合系统在升速过程的瞬态不平衡响应

Fig. 15 Effects of the pre-tightening forces on the transient vibration

向不仅存在 1 阶弯曲与转动的临界转速的振幅峰值,而且在转速 Ω' 附近出现较小的峰值,这主要因为转子内部存在弯扭耦合作用使得在 Ω' 附近处出现较小的非线性耦合力峰值,而峰值点在 Ω' 处的原因是系统的 1 阶扭转频率与系统的 2 倍转频相等,上述现象也充分说明了扭转振动对预紧松弛阶段非常的敏感。从图 15(c)还可以看出,叶尖弯曲方向的瞬态不平衡响应和轮盘处扭转方向的振动规律相同。此外,扭转振动在涡轴发动机的工程应用中难以通过改变支撑方式来抑制振动,这是由于转子-支撑本身不传递扭矩,无法像横向振动那样通过改变支撑量来对通过临界转速时的振动量程进行合理选择和调整,所以工程装配时应保证足够的轴向预紧力,以此保证其端齿连接结构把涡轮等各转动部件压紧在一起。

6 结 论

针对端齿连接结构的弹性-弹塑性-塑性接触变形机制,通过赫兹理论和变形光滑的边界条件,获得含有接触效应的端齿连接结构真实接触面积、真实接触载荷和真实法向接触刚度,然后通过端齿等效材料层反映端齿轮盘之间的接触效应,并集成到航空涡轴发动机复杂转子-叶片耦合动力学模型,通过 ANSYS 模型验证了本文模型的正确性。最后,研究了不同预紧力对耦合系统固有频率、稳态和瞬态不平衡响应的影响规律,其主要结论如下:

1) 对本文所建立的端齿连接结构弹性-弹塑性-塑性接触变形机制进行了理论验证,并发现无

量纲法向接触刚度反映了无量纲接触预紧力与变形量的敏感程度。

2) 在预紧力松弛状态下,系统 2 阶扭转振动的固有频率损失比例高于 1 阶弯曲振动的固有频率,说明扭转振动相比于弯曲振动,对预紧松弛阶段更加地敏感。

3) 在预紧力松弛状态下,由于连接界面的抗弯刚度减少,导致端齿连接结构的刚度下降,从而使得系统的稳态不平衡响应出现明显的幅值放大现象。此外,相比于轮盘处 x 方向和叶尖弯曲方向,扭转振动幅值放大现象最为明显,随着预紧力的增加,系统的稳态不平衡响应幅值逐渐减少。

4) 对于瞬态不平衡响应而言,随着预紧力的降低,其对应的临界转速的振动响应逐渐左移,说明耦合系统会在更短的时间出现幅值放大现象。

5) 预紧力设计范围达到 $2.0 \times 10^4 \sim 2.0 \times 10^5$ N,预紧力引起的接触效应对端齿连接结构近似地等于无端齿连接结构的刚性连接(整体转子)。

本文研究结果可为含有端齿连接结构的航空涡轴发动机复杂转子系统的动力学特性提供一定参考。

参考文献:

- [1] 邹望之, 郑新前. 航空涡轴发动机发展趋势[J]. 航空动力学报, 2019, 34(12): 2577-2588.
ZOU Wangzhi, ZHENG Xinqian. Development trends of aero turboshaft engines[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(12): 2577-2588. (in Chinese)
- [2] 张少锋, 陈玉春, 李夏鑫, 等. 基于涡轴发动机性能与尺寸重量的耦合评估方法[J]. 推进技术, 2018, 39(12): 2670-2678.
ZHANG Shaofeng, CHEN Yuchun, LI Xiaxin, et al. A coupling assessment method based on turboshaft engine performance and size-weight[J]. Journal of Propulsion Technology, 2018, 39(12): 2670-2678. (in Chinese)
- [3] 李玲. 涡轴发动机转子连接螺栓的强度与蠕变寿命研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2009.
LI Ling. Research on strength and creep life of connecting bolts in turboshaft engine rotors[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2009. (in Chinese)
- [4] 尹泽勇, 欧园霞, 胡柏安, 等. 端齿连接及变轴力的影响[J]. 航空动力学报, 1994, 9(2): 20-23.
YIN Zeyong, OU Yuanxia, HU Boan, et al. End-tooth connection and influence of variable axial force[J]. Journal of Aerospace Power, 1994, 9(2): 20-23. (in Chinese)
- [5] 李玲, 蔡安江, 蔡力钢, 等. 螺栓结合面微观接触模型[J]. 机械工程学, 2016, 52(7): 205-212.
LI Ling, CAI Anjiang, CAI Ligang, et al. Micro-contact model of bolted-joint interface[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(7): 205-212. (in Chinese)
- [6] SUN Wei, LI Tao, YANG Dongjian, et al. Dynamic investigation

- of aeroengine high pressure rotor system considering assembly characteristics of bolted joints[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2020, 112: 104510.
- [7] 孟春晓, 张文胜, 马辉, 等. 螺栓连接鼓筒转子结构动力学特性分析[J]. *振动工程学报*, 2019, 32(3): 517-525.
- MENG Chunxiao, ZHANG Wensheng, MA Hui, et al. Analysis of dynamic characteristics of a bolted drum rotor structure[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2019, 32(3): 517-525. (in Chinese)
- [8] 李伦绪, 陈果, 于平超, 等. 止口螺栓连接结构非线性刚度机理分析及数值仿真[J]. *航空动力学报*, 2021, 36(2): 358-368.
- LI Lunxu, CHEN Guo, YU Pingchao, et al. Nonlinear stiffness mechanism analysis and numerical simulation of rabbet-bolted connection structure[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2021, 36(2): 358-368. (in Chinese)
- [9] 马艳红, 倪耀宇, 陈雪骑, 等. 长拉杆-止口连接弯曲刚度损失及对转子系统振动响应影响[J]. *航空学报*, 2021, 42(3): 223861.
- MA Yanhong, NI Yaoyu, CHEN Xueqi, et al. Bending stiffness loss of rod-rabbit joints and its effect on vibration response of rotor systems[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2021, 42(3): 223861. (in Chinese)
- [10] 洪杰, 徐翕如, 苏志敏, 等. 高速转子连接结构刚度损失及振动特性[J]. *北京航空航天大学学报*, 2019, 45(1): 18-25.
- HONG Jie, XU Xiru, SU Zhimin, et al. Joint stiffness loss and vibration characteristics of high-speed rotor[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2019, 45(1): 18-25. (in Chinese)
- [11] 尹泽勇, 欧圆霞, 李彦, 等. 端齿轴段刚度及其对转子动力特性的影响[J]. *振动工程学报*, 1993, 6(1): 63-67.
- YIN Zeyong, OU Yuanxia, LI Yan, et al. Stiffness of a shaft section with curvic couplings and its effect on dynamic characteristic of a rotor[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 1993, 6(1): 63-67. (in Chinese)
- [12] 金森, 王艾伦, 王青山, 等. 考虑端齿预紧的新型中心拉杆-转子-叶片耦合系统动力学特性分析[J]. *机械工程学报*, 2021, 57(23): 124-136.
- JIN Miao, WANG Ailun, WANG Qingshan, et al. Dynamic characteristics a analysis of a new type of central Tie rod rotor-blade-bearing coupling system considering the end-tooth connection structure[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2021, 57(23): 124-136. (in Chinese)
- [13] 雷冰龙, 李超, 何康, 等. 共用支承-转子系统耦合振动分析及试验[J]. *航空动力学报*, 2020, 35(11): 2293-2305.
- LEI Binglong, LI Chao, HE Kang, et al. Coupling vibration characteristics analysis and experiment of shared support-rotors system[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2020, 35(11): 2293-2305. (in Chinese)
- [14] 夏治宝, 任兴民, 秦卫阳, 等. 浮环挤压油膜阻尼器对模拟低压转子突加不平衡响应影响分析[J]. *航空动力学报*, 2015, 30(11): 2771-2778.
- XIA Yebao, REN Xingmin, QIN Weiyang, et al. Analysis of the effect of floating ring squeeze film damper on sudden unbalance response of low pressure rotor[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2015, 30(11): 2771-2778. (in Chinese)
- [15] 邓旺群, 吴施志, 刘文魁, 等. 带柔性静子结构高速转子支承刚度修正方法[J]. *振动与冲击*, 2020, 39(7): 29-35, 66.
- DENG Wangqun, WU Shizhi, LIU Wenkui, et al. Support stiffness modification method for a high-speed rotor with flexible stator[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2020, 39(7): 29-35, 66. (in Chinese)
- [16] 王龙凯, 王艾伦, 尹伊君等. 考虑支承约束的航空发动机复杂转子振动特性[J]. *航空动力学报*, 2023, 38(4): 901-912.
- WANG Longkai, WANG Ailun, YIN Yijun, et al. Vibration characteristics of complex aero-engine rotors considering support constraints[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2023, 38(4): 901-912. (in Chinese)
- [17] 王龙凯, 王艾伦, 尹伊君等. 航空涡轮轴发动机复杂转子的动力学建模方法[J]. *中国机械工程*, 2022, 33(13): 1513-1520.
- WANG Longkai, WANG Ailun, YIN Yijun, et al. Dynamic modeling method to complex rotor for aero-turboshaft engines[J]. *China mechanical engineering*, 2022, 33(13): 1513-1520. (in Chinese)
- [18] 唐振寰, 米栋, 卢愈, 等. 轴承共腔-双转子系统耦合振动特性研究[J]. *推进技术*, 2022, 43(2): 246-255.
- TANG Zhenhuan, MI Dong, LU Yu, et al. Coupling vibration characteristics for shared bearing bore-coaxial rotor system[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2022, 43(2): 246-255. (in Chinese)
- [19] JIN Miao, WANG Ailun, WANG Qingshan, et al. The vibration characteristics of central Tie rod rotor-blade-bearing coupling system considering the influence of the Hirth couplings[J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2022, 92(12): 3533-3561.
- [20] 赵润超, 焦映厚, 曲秀全, 等. 基于虚拟材料层燃机转子接触面建模方法[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2021, 53(1): 117-123.
- ZHAO Runchao, JIAO Yinghou, QU Xiuquan, et al. Modeling method of gas turbine rotor contact surface based on virtual material layer[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2021, 53(1): 117-123. (in Chinese)
- [21] 杨郑烈, 王艾伦, 张海彪, 等. 考虑接触效应的端齿连接转子动力学特性研究[J]. *机械强度*, 2020, 42(6): 1489-1495.
- YANG Zhenglie, WANG Ailun, ZHANG Haibiao, et al. Study on dynamic characteristics of end-toothed connection rotor considering contact effect[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2020, 42(6): 1489-1495. (in Chinese)
- [22] MA Hui, LU Yang, WU Zhiyuan, et al. A new dynamic model of rotor-blade systems[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 357: 168-194.
- [23] 杨克昌. 圆锥类刚体对任意轴的转动惯量计算公式[J]. *娄底师专学报*, 1988, 5(4): 29-32.
- YANG Kechang. Calculation formula of moment of inertia of conical rigid body about arbitrary axis[J]. *Journal of Loudi Teachers College*, 1988, 5(4): 29-32. (in Chinese)
- [24] MA Hui, YIN Fanli, WU Zhiyuan, et al. Nonlinear vibration response analysis of a rotor-blade system with blade-tip rubbing[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2016, 84(3): 1225-1258.
- [25] 吴志渊, 闫寒, 吴林潮, 等. 旋转裂纹叶片-弹性轮盘耦合系统振动特性[J]. *航空学报*, 2022, 43(9): 625442.
- WU Zhiyuan, YAN Han, WU Linchao, et al. Vibration characteristics of rotating cracked-blade-flexible-disk coupling system[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2022, 43(9): 625442. (in Chinese)
- [26] 赵永武, 吕彦明, 蒋建忠. 新的粗糙表面弹塑性接触模型[J]. *机械工程学报*, 2007, 43(3): 95-101.
- ZHAO Yongwu, LYU Yanming, JIANG Jianzhong. New elastic-plastic model for the contact of rough surfaces[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2007, 43(3): 95-101. (in Chinese)
- [27] ZHAO Yongwu, MAIETTA D M, CHANG L. An asperity micro-

- contact model incorporating the transition from elastic deformation to fully plastic flow[J]. *Journal of Tribology*, 2000, 122(1): 86-93.
- [28] 《航空发动机设计手册》总编委会. 航空发动机设计手册: 第 19 册 转子动力学及整机振动[M]. 北京: 航空工业出版社, 2001: 210-220.
- The Editorial Committee of Aviation Engine Design Handbook. Aviation Engine Design Handbook: Volume 19 rotor dynamics and engine vibration[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2001: 210-220. (in Chinese)
- [29] 缪辉, 臧朝平, 罗欣洋, 等. 基于薄层单元的拉杆转子接触界面动力学建模及修正[J]. 航空动力学报, 2019, 34(9): 1927-1935.
- MIAO Hui, ZANG Chaoping, LUO Xinyang, et al. Dynamic modeling and updating for contact interface of rod fastening rotor based on thin-layer element[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2019, 34(9): 1927-1935. (in Chinese)

(编辑: 王碧珺)