

文章编号: 1000-8055(2024)10-20220856-08

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220856

裂纹深度逐渐增加的转子动力学特性试验

韩 冰, 刘占生, 何 鹏, 颜培刚

(哈尔滨工业大学 能源科学与工程学院, 哈尔滨 150001)

摘 要: 对含有转轴裂纹故障的多盘转子系统振动特性进行测试。试验中采用精密线切割的加工方式在转子上由浅入深预制不同深度的裂纹, 以此模拟实际工况下裂纹故障逐渐恶化的过程。测量裂纹转子升速阶段轴承座附近的振动位移信号, 试验结果表明: 相比于裂纹深度为转轴直径 50% 的情况, 当裂纹深度达到转轴直径的 60% 时, 临界转速处的 $1 \times$ 响应峰值以及 $1/3$ 临界转速区域的 $3 \times$ 响应峰值显著降低, 而 $1/2$ 临界转速区域的 $2 \times$ 响应峰值则会突增。该结果可为预警转子断裂事故提供依据。

关 键 词: 多盘转子系统; 裂纹故障; 动力学特性试验; 裂纹深度; 故障恶化; 转子断裂

中图分类号: V231.96

文献标志码: A

Rotordynamics test with gradually increasing crack depth

HAN Bing, LIU Zhansheng, HE Peng, YAN Peigang

(School of Energy Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: The vibration characteristics of a multi-disk rotor system with a shaft crack fault were tested. In the test, the cracks of different depths were prefabricated on the rotor from the shallower to the deeper using the precision wire cutting processing method, so as to simulate the gradual deterioration process of the crack fault under the actual working condition. The vibration displacement signal near the bearing seat during the cracked rotor speed increase stage was measured. The test results showed that compared with the case with the crack depth up to 50% of the shaft diameter, when the crack depth reached 60% of the shaft diameter, the $1 \times$ response peak at the critical speed and the $3 \times$ response peak at the $1/3$ critical speed region were significantly reduced, while the peak of the $2 \times$ response in the $1/2$ critical speed region was increased suddenly. This result can provide a basis for early warning of rotor fracture.

Keywords: multi-disk rotor system; crack failure; dynamic characteristic test; crack depth; fault deterioration; broken rotor

航空发动机或燃气轮机转子一旦产生裂纹故障将成为极大的安全隐患, 在多种载荷的共同作用下故障迅速恶化, 最终转子断裂并引发严重安全事故和不可估量的经济损失^[1]。所以在事故发生前及时检测到转轴裂纹的存在极为重要^[2-4]。为了在不对转子系统造成破坏且避免停机的状态

下达到这一目的, 采用基于振动信号测试的转子裂纹故障识别方法^[5]。裂纹转子的振动特性长期以来受到研究人员的广泛关注^[6-10]。

造成裂纹转子振动特性不同于健康转子的本质原因是裂纹导致转子的刚度变弱^[11]。Guo 等^[12]使用 Hilbert-Huang 变换法对存在裂纹的转子动

收稿日期: 2022-11-10

基金项目: 国家科技重大专项(2017-IV-0008-0045)

作者简介: 韩冰(1993—), 男, 博士生, 主要从事裂纹转子故障机理及诊断方法研究。E-mail: 18B902051@stu.hit.edu.cn

通信作者: 刘占生(1962—), 男, 教授、博士生导师, 博士, 主要从事转子动力学及故障诊断方法研究。E-mail: lzs@hit.edu.cn

引用格式: 韩冰, 刘占生, 何鹏, 等. 裂纹深度逐渐增加的转子动力学特性试验[J]. 航空动力学报, 2024, 39(10): 20220856. HAN Bing, LIU Zhansheng, HE Peng, et al. Rotordynamics test with gradually increasing crack depth[J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(10): 20220856.

力学特性展开分析,结果表明裂纹转子在亚临界转速区域存在 $2\times$ 和 $3\times$ 共振峰。Sinou 等^[13]在研究裂纹转子的非线性振动行为过程中也发现了类似的现象,即转轴裂纹故障将引发转子系统的超谐波共振。Dong 等^[14]建立了具有开裂的转子有限元模型,分析了当裂纹位置和裂纹深度发生改变时对转子固有频率和模态振型的影响,并在此基础上对转子裂纹故障进行定位定量识别。Al-Shudeifat 等^[15]通过谐波平衡法对裂纹转子-轴承-轮盘系统的动力学方程进行求解,理论解经试验验证后得出裂纹深度的增加将引发转子系统特征频率幅值和轴心轨迹产生特殊变化。杨丹等^[16]的研究过程则体现了裂纹深度由浅入深时裂纹的呼吸效应逐渐明显。

然而转子裂纹故障特征会受到多重因素的干扰。Spagnol 等^[17]考虑了不平衡力作用下的呼吸裂纹转子动力学行为,其仿真结果指出当不平衡偏心达到一定数量级且不平衡力方向与裂纹开口方向之间的夹角为特定值时,由裂纹导致的转子在亚临界转速区的 $2\times$ 和 $3\times$ 谐波响应峰值将消失。文献[18-20]中同样展现出不平衡力对裂纹转子振动特性存在一定的干扰。Rao 等^[21]提出油膜力将引发裂纹转子系统产生复杂非线性振动现象。文献[22-23]表明由主动电磁轴承支承的转子在出现裂纹故障时,若电磁轴承的控制策略不当,裂纹引起的振动特征将被削弱。此外,在转子裂纹故障早期阶段,来自于背景环境的噪声极易掩盖住裂纹故障特征信号。尽管存在上述各种不确定因素会对转子裂纹故障的诊断过程产生干扰,但随着裂纹故障逐渐恶化,故障特征将逐步显现出来。最终故障发展到一个临界点,转子断裂。因此,获取临界点即将到来时裂纹转子的振动特性对于断裂事故的预警至关重要。

本文以多盘转子为例,搭建了滑动轴承支承-多盘转子系统动力学特性测试试验台,并在此基础上对含有裂纹的转子振动行为展开试验研究。试验过程中采用精密线切割的加工方法在转子上由浅及深预制不同深度的横向裂纹,以此模拟不断恶化的转子裂纹故障。同时在确保安全操作的前提下,逐渐探索即将发生转轴断裂事故的临界裂纹深度下的转子振动特征,研究结果可为转子断裂事故预警提供一定参考。

1 试验装置介绍

试验台如图 1 所示,在滑动轴承的支承下多盘转子通过联轴器与电动机相连,更多具体细节被展示在图 2 中。制造转子所用材料为 40Cr 合金钢,表 1 中记录了其物理性质和几何参数。对大型旋转机械而言,加工缺陷和循环载荷的长期作用容易导致其转子出现横向裂纹^[24],并且转轴横向裂纹故障的危害性较大^[25-26],故本次试验针对含横向裂纹的转子系统振动行为进行监测。此外在试验室环境中,较难使转子产生类似于工业环境中厚度几乎为零的疲劳裂纹,因此采用精密线切割的方法在转子上预制横向裂纹。图 3 表明,

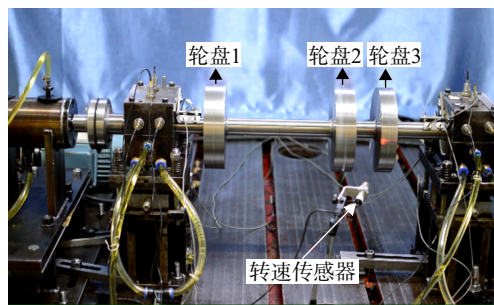


图 1 多盘转子系统试验台

Fig. 1 Multi-disk rotor system test rig

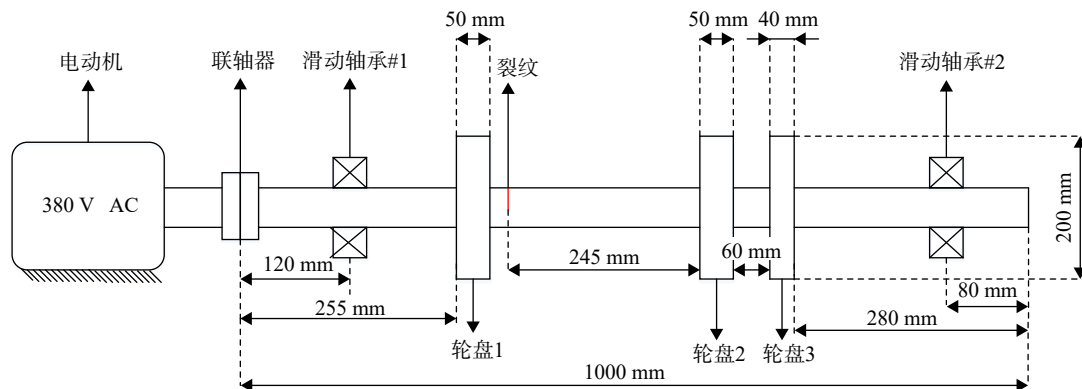


图2 裂纹转子试验台细节

Fig. 2 Details of cracked rotor test rig

表 1 转子参数记录表
Table 1 Record rotor parameters

参数	数值
转子长度/mm	1 000
转轴直径/mm	40
轮盘直径/mm	200
轮盘 1(轮盘 2)厚度/mm	50
轮盘 3 厚度/mm	40
材料密度/ $10^3 \text{ (kg/m}^3\text{)}$	7.85
弹性模量/ 10^{11} Pa	2.11
泊松比	0.3



图 3 裂纹转子示意图
Fig. 3 Schematic diagram of cracked rotor

裂纹宽度约为 0.07 mm, 与文献 [27-29] 相比更接近实际生产中疲劳裂纹厚度几乎为零的情况。

2 试验流程

试验台搭建完毕后接通润滑油管路, 在 380 V 交流电动机的驱动之下, 转子从 0 r/min 均匀升至 4 000 r/min, 升速时间持续 5 min。传感器测点布置情况见图 4, 滑动轴承#1 轴承座处的传感器支架安装有两支电涡流位移传感器, 由电动机端望向轴尾端右侧为测点 1, 左侧为测点 2。同样的方式在滑动轴承#2 轴承座处装有测点 3、测点 4

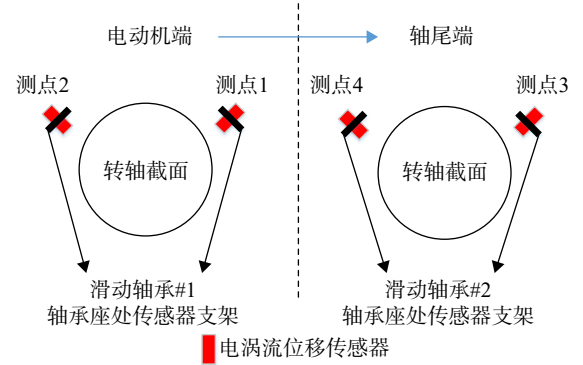


图 4 电涡流位移传感器测点布置情况
Fig. 4 Arrangement of eddy current displacement sensors

两支电涡流位移传感器。转子升速阶段采集来自 4 个测点的振动位移信号, 振动数据采集与分析流程见图 5。裂纹在转轴上所处的具体位置如图 2 和图 3 所示, 试验过程中裂纹位置保持不变。随着裂纹深度逐渐增加, 转子裂纹故障振动特征所发生的变化被重点监测和分析。

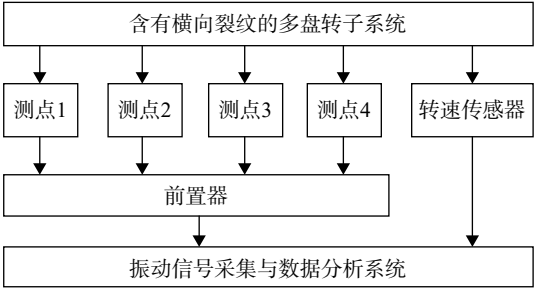


图 5 数据采集分析流程
Fig. 5 Data collection and analysis process

3 试验结果分析与讨论

图 6 为转轴裂纹故障局部示意图, 参考图 6 定义裂纹相对深度 $\bar{\alpha}$ ($\bar{\alpha} = a/2R$)。其中, a 表示裂纹实际深度, $2R$ 表示转轴直径, 转轴直径的取值见表 1。采自不同测点的不同裂纹深度下 $1 \times$ (此处“ $\times$ ”表示倍频, 后文同) 振动幅值随转速的变化规律如图 7 所示, 在临界转速处出现了 $1 \times$ 共振峰。随着裂纹深度的不断增加, 裂纹转子的临界转速大致分布在 2 900~3 500 r/min。文献 [29-30] 表明裂纹转子在即将达到临界转速前, $1 \times$ 振动幅

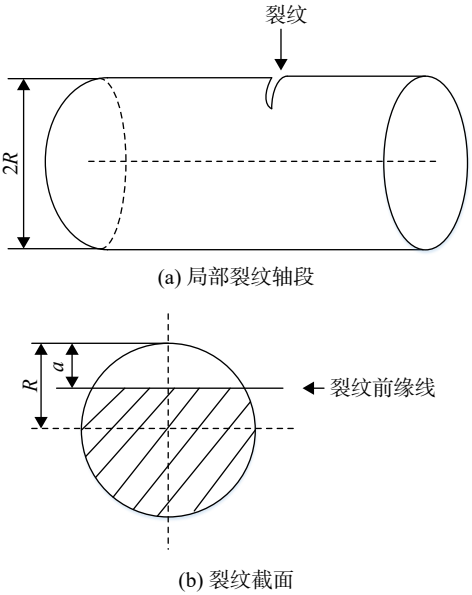
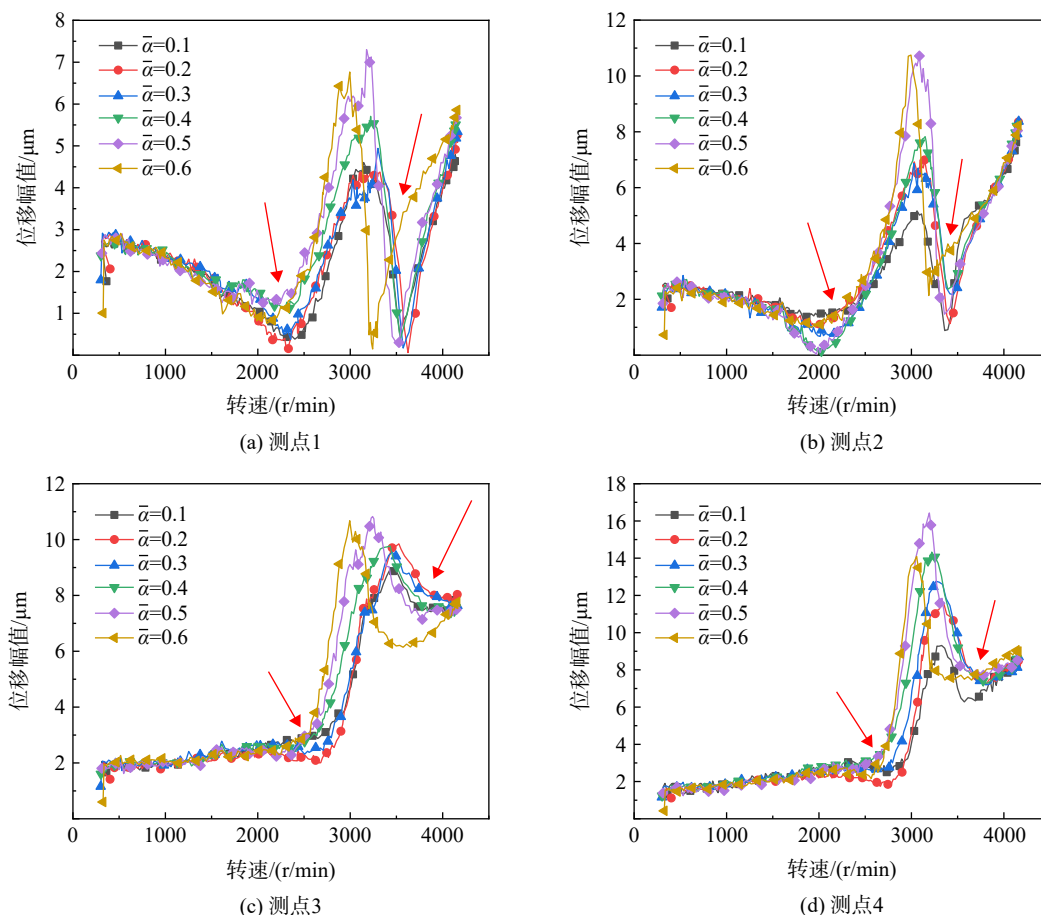


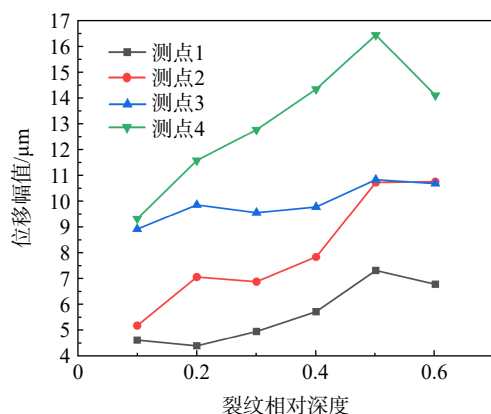
图 6 裂纹局部示意图
Fig. 6 Schematic diagram of the crack

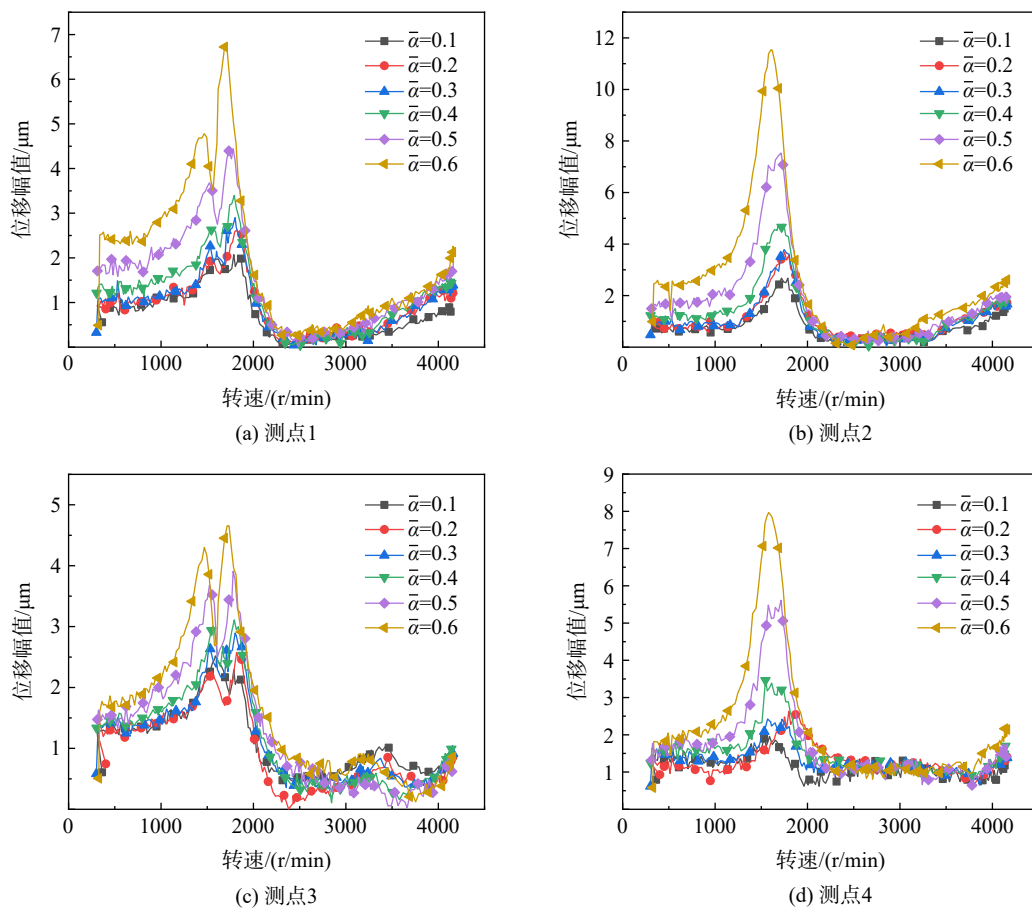
图 7 $1\times$ 振动幅值随转速变化规律Fig. 7 Vibration amplitude of $1\times$ varies with the rotation speed

值随转速升高而逐渐增加,在通过临界转速后 $1\times$ 振动幅值随转速升高而迅速降低。然而本试验研究结果与之存在一定差别,如图 7 中红色箭头所指, $1\times$ 幅值在临界共振点前后均存在一个短暂降低而又迅速增加的过程,故此形成 $1\times$ 振幅局部最小值。不同测点处的 $1\times$ 共振峰值随裂纹深度增加的变化情况进一步反映在图 8 中。当裂

纹深度超过转轴直径的 50% 进而达到轴径的 60% 时, $1\times$ 响应峰值发生了突降。由此可见临界转速处的 $1\times$ 共振峰值并不是随着裂纹深度的增加而单调递增^[29-30],相反在转子裂纹故障发展到转轴即将断裂时 $1\times$ 共振峰值产生异常性的突然降落,该现象可为转子断裂事故预警提供参考。

图 9 展示了裂纹深度逐渐增加过程中,不同测点处 $2\times$ 振动幅值随转速变化的情况。在 $1/2$ 临界转速区,裂纹转子产生了 $2\times$ 超谐波共振现象。作为转子裂纹故障的典型动力学特征之一,图 9 中各图均表明了 $2\times$ 共振峰值与裂纹深度呈现出一定的相关性, $1/2$ 临界转速区的 $2\times$ 共振幅值随裂纹深度变化的规律被进一步展现在图 10 中。从图 10 中可以看出,当裂纹深度小于转轴直径的 30% 时,裂纹深度的增加对 $2\times$ 响应峰值的影响较小。此时, $2\times$ 峰值在较小的范围内随机波动且与裂纹深度之间无明显的相关性。若裂纹深度超过转轴直径的 30%, $2\times$ 响应峰值进入了快速增长阶段。对于采自测点 2 和测点 4 的振动数据而言,其 $2\times$ 共振幅值随裂纹深度的增

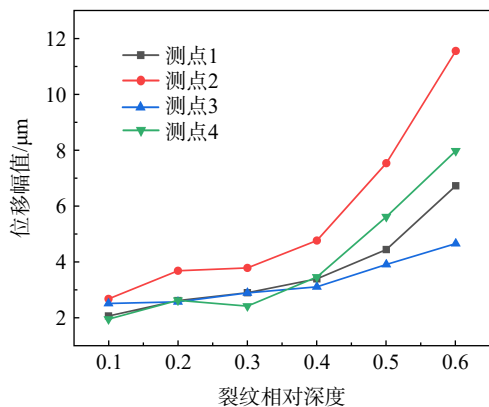
图 8 $1\times$ 峰值随裂纹深度变化情况Fig. 8 $1\times$ peak value changes with crack depth

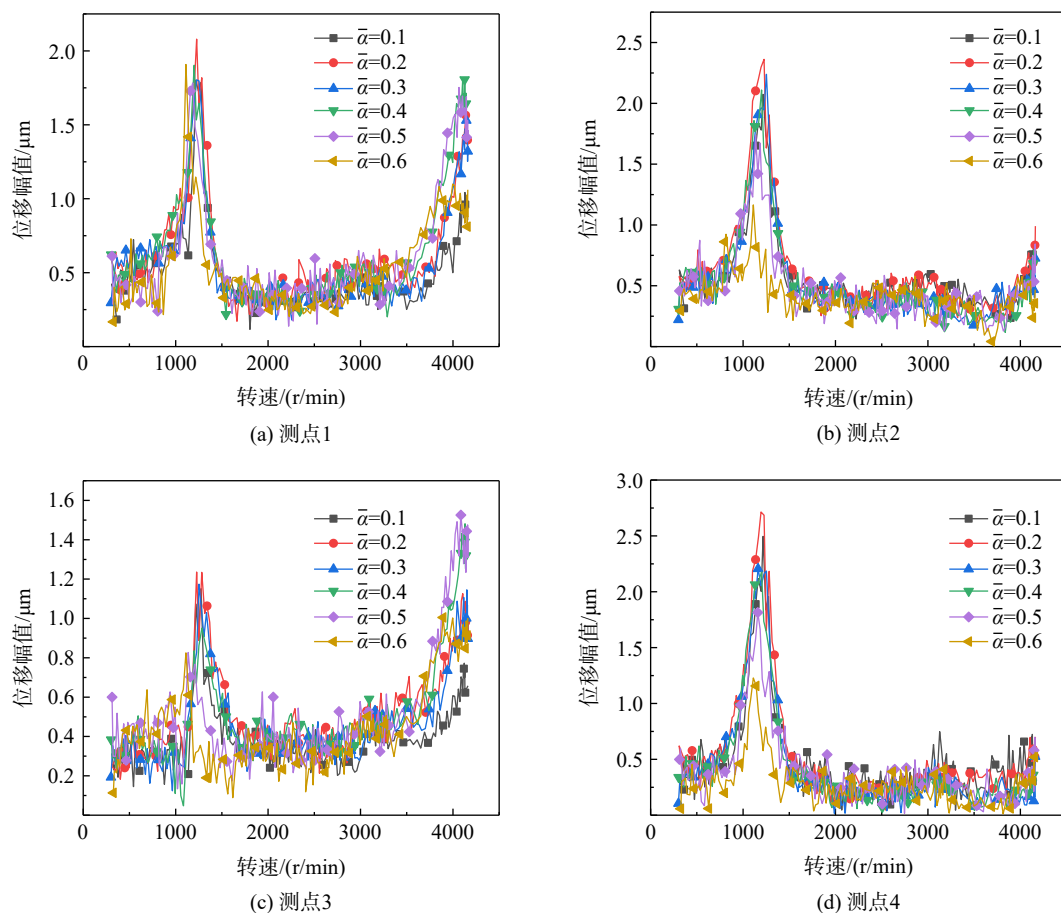
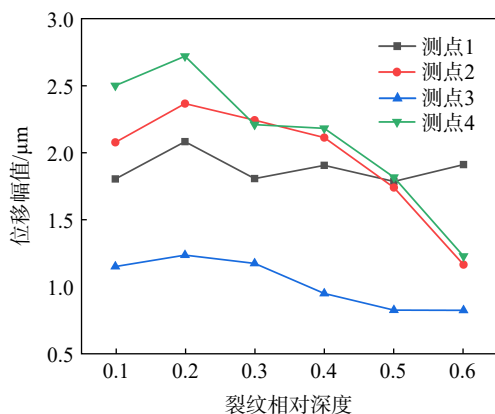
图 9 $2\times$ 振动幅值随转速变化规律Fig. 9 Vibration amplitude of $2\times$ varies with the rotation speed

长速率要快于测点 1 和测点 3。参考图 1 和图 4, 当从电动机端望向轴尾端时, 测点 2、4 与测点 1、3 分别位于左右两侧。由于实际生产中较难保证制造转子所用材料的物性绝对均匀, 所以转子的刚度是各向异性的, 进而引发不同测点处 $2\times$ 共振幅值随裂纹深度的变化速率有所差别。但当裂纹深度达到转轴直径的 60% 时, $2\times$ 响应峰值突增且图 8 表明该阶段 $1\times$ 响应峰值突降, 所以

综合图 8 和图 10 判断转子处于即将断裂前的临界状态。该状态下, 来自于四个不同测点的 $2\times$ 响应峰值都达到了最大且随着裂纹深度的增长速率达到最快。因此一旦 $1/2$ 临界转速区的 $2\times$ 共振峰值出现快速大幅度增长, 需警惕转子断裂事故的发生。

图 11 为裂纹深度逐渐增加过程中, 不同测点处 $3\times$ 振动幅值随转速变化的情况。从图中可以看出, 裂纹转子在临界转速的 $1/3$ 附近存在 $3\times$ 共振峰。与临界转速处的 $1\times$ 响应峰值和 $1/2$ 临界转速区的 $2\times$ 响应峰值相比, $1/3$ 临界转速区的 $3\times$ 响应峰值的数量级较小。且不同于以往的研究结果^[30-35], $3\times$ 共振峰值并非随着裂纹深度的增加单调递增。图 12 表明, 来自于 4 个不同测点处的 $1/3$ 临界转速区的 $3\times$ 峰值均在裂纹深度为转轴直径的 20% 时达到最大。若裂纹深度继续增加至转轴直径的 60%, 此刻来到转轴裂纹即将迅速扩展而引发转子断裂事故的前一阶段, 相比于裂纹深度为转轴直径的 50% 时的情况, 该阶段 $1/3$ 临界转速区的 $3\times$ 峰值发生突降。然而图 12

图 10 $2\times$ 峰值随裂纹深度变化情况Fig. 10 $2\times$ peak value changes with crack depth

图 11 $3\times$ 振动幅值随转速变化规律Fig. 11 Vibration amplitude of $3\times$ varies with the rotation speed图 12 $3\times$ 峰值随裂纹深度变化情况Fig. 12 $3\times$ peak value changes with crack depth

中也展现出当裂纹深度由转轴直径的 50% 增加到 60% 的过程中, 测点 1 处的 $1/3$ 临界转速区 $3\times$ 峰值有小幅增长且测点 3 处的 $1/3$ 临界转速区 $3\times$ 响应峰值降落不明显, 这与测点 2 和测点 4 相比存在一定差别。由此可见, $3\times$ 响应峰值作为一个弱信号, 易受到制造转子所用材料物性不均以及油膜力等多重因素的干扰。但仍不可忽略在此

过程中测点 2 和测点 4 处所表现出的 $3\times$ 共振峰值明显突降现象, 这也可以为转轴断裂事故的发生提供预警依据。

从对图 7~图 12 的整体分析中可以看出, 一旦转子裂纹故障逐渐恶化至转轴即将断裂, 转子在临界转速处的 $1\times$ 共振峰值、 $1/2$ 临界转速区的 $2\times$ 共振峰值以及 $1/3$ 临界转速区的 $3\times$ 共振峰值均会产生不同程度的变化。对于实际运行的转子而言, 若发生转轴裂纹故障其裂纹形势是复杂多变的, 且转子断裂的临界点也会有所不同。然而参考本试验所发现的现象, 不同形式的裂纹转子在即将达到转轴断裂的临界深度时, 转子在临界转速处的 $1\times$ 共振幅值以及亚临界转速区的 $2\times$ 和 $3\times$ 共振幅值都将发生异常变化。故在工程中对转子裂纹故障进行诊断并预警转轴断裂事故时应综合临界转速处的 $1\times$ 响应峰值、亚临界转速区的 $2\times$ 和 $3\times$ 响应峰值等多个指标作出判断, 以此提高故障诊断准确度, 对航空发动机和燃气轮机等大型动力机械提供及时的维护和保养。

4 结 论

本文对含有裂纹故障的多盘转子升速过程中的转子系统动力学特性展开试验研究。采用精密线切割的加工方式在转子上加工不同深度的裂纹, 以此模拟裂纹故障逐渐恶化的过程。转轴即将断裂时转子振动特性的主要试验结论如下:

1) 当裂纹深度超过转轴直径的 50%, 转子在临界转速处的 $1 \times$ 共振峰值将显著降低。

2) 转子在 $1/2$ 临界转速区存在 $2 \times$ 共振现象是转子裂纹故障的典型特征之一, 随着裂纹深度逐渐增加至转轴直径的 60%, $2 \times$ 共振峰值将快速大幅增长。

3) 转子在 $1/3$ 临界转速区的 $3 \times$ 共振现象也是转子裂纹故障的典型特征之一, 随着裂纹深度逐渐增加至转轴直径的 60%, $3 \times$ 共振峰值将明显降低。

4) 在对实际转子进行裂纹故障诊断时应综合结论 1)、2) 和 3) 做出判断。即在线监测的过程中若发现转子在 $1/2$ 临界转速区的 $2 \times$ 共振峰值快速大幅增长, 同时临界转速处的 $1 \times$ 共振峰值和 $1/3$ 临界转速区的 $3 \times$ 共振峰值突降, 则需要对即将发生的转子断裂重大安全事故做出预警, 同时采取相应的防护措施以避免损失。

参考文献:

- [1] ZHOU Tong, SUN Zhengce, XU Jianxue, et al. Experimental analysis of cracked rotor[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2005, 127(3): 313-320.
- [2] ZHONG Shuncong, OYADIJI S O. Crack detection in simply supported beams without baseline modal parameters by stationary wavelet transform[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007, 21(4): 1853-1884.
- [3] WANG K S, GUO D, HEYNS P S. The application of order tracking for vibration analysis of a varying speed rotor with a propagating transverse crack[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2012, 21: 91-101.
- [4] HAJI Z N, OYADIJI S O. The use of roving discs and orthogonal natural frequencies for crack identification and location in rotors[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2014, 333(23): 6237-6257.
- [5] KUSHWAHA N, PATEL V N. Modelling and analysis of a cracked rotor: a review of the literature and its implications[J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2020, 90(6): 1215-1245.
- [6] LIONG R T, PROPPE C. Application of the cohesive zone model for the evaluation of stiffness losses in a rotor with a transverse breathing crack[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(8): 2098-2110.
- [7] GUO Chaozhong, YAN Jihong, BERGMAN L A. Experimental dynamic analysis of a breathing cracked rotor[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2017, 30(5): 1177-1183.
- [8] WANG Shuai, BI Chuanxing, LI Jiazhu, et al. Parametric instability of anisotropic rotor-bearing systems with a transverse crack[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, 443: 253-269.
- [9] 罗跃纲, 闻邦椿. 双跨转子系统裂纹-松动耦合故障的非线性响应[J]. *航空动力学报*, 2007, 22(6): 996-1001.
LUO Yuegang, WEN Bangchun. Nonlinear responses of two-span rotor-bearing system with coupling faults of crack and pedestal looseness[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2007, 22(6): 996-1001. (in Chinese)
- [10] 路振勇, 陈予恕, 侯磊, 等. 常开空心轴裂纹转子系统的动力学特性[J]. *航空动力学报*, 2015, 30(2): 422-430.
LU Zhenyong, CHEN Yushu, HOU Lei, et al. Dynamic characteristics of a open crack in hollow shaft rotor system[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2015, 30(2): 422-430. (in Chinese)
- [11] 林言丽, 褚福磊. 裂纹转子的刚度模型[J]. *机械工程学报*, 2008, 44(1): 114-120.
LIN Yanli, CHU Fulei. Stiffness models for the cracked shaft of the rotor system[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2008, 44(1): 114-120. (in Chinese)
- [12] GUO D, PENG Z K. Vibration analysis of a cracked rotor using Hilbert-Huang transform[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007, 21(8): 3030-3041.
- [13] SINOU J J, LEES A W. A non-linear study of a cracked rotor[J]. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 2007, 26(1): 152-170.
- [14] DONG Guangming, CHEN Jin. Crack identification in a rotor with an open crack[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2009, 23(11): 2964-2972.
- [15] AL-SHUDEIFAT M A, BUTCHER E A, STERN C R. General harmonic balance solution of a cracked rotor-bearing-disk system for harmonic and sub-harmonic analysis: analytical and experimental approach[J]. *International Journal of Engineering Science*, 2010, 48(10): 921-935.
- [16] 杨丹, 甘春标, 杨世锡, 等. 含横向裂纹 Jeffcott 转子刚度及动力学特性研究[J]. *振动与冲击*, 2012, 31(15): 121-126.
YANG Dan, GAN Chunbiao, YANG Shixi, et al. Stiffness and dynamical behavior of Jeffcott rotor with cross crack[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2012, 31(15): 121-126. (in Chinese)
- [17] SPAGNOL J P, WU H, XIAO Keqin. Dynamic response of a cracked rotor with an unbalance influenced breathing mechanism[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2018, 32(1): 57-68.
- [18] SINOU J J. Detection of cracks in rotor based on the $2 \times$ and $3 \times$ super-harmonic frequency components and the crack-unbalance interactions[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2008, 13(9): 2024-2040.
- [19] AL-SHUDEIFAT M A, AL-HOSANI H, SAEED A S, et al. Effect of unbalance force vector orientation on the whirl response of cracked rotors[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2019, 141(2): 021001.
- [20] WANG Shuai, ZI Yanyang, QIAN Sen, et al. Effects of unbalance on the nonlinear dynamics of rotors with transverse cracks[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2018, 91(4): 2755-2772.
- [21] RAO Xiaobo, CHU Yandong, CHANG Yingxiang, et al. Dynamics of a cracked rotor system with oil-film force in parameter space[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 88(4): 2347-2357.
- [22] ZHU Changsheng, ROBB D A, EWINS D J. The dynamics of a cracked rotor with an active magnetic bearing[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 265(3): 469-487.
- [23] SINGH S, TIWARI R. Model based identification of crack and bearing dynamic parameters in flexible rotor systems supported

- with an auxiliary active magnetic bearing[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2018, 122: 292-307.
- [24] GUO Chaozhong, AL-SHUDEIFAT M A, YAN Jihong, et al. Stability analysis for transverse breathing cracks in rotor systems[J]. *European Journal of Mechanics: A/Solids*, 2013, 42: 27-34.
- [25] 郭丹, 何永勇, 卢文秀. 具有横向裂纹的转子系统耦合振动研究[J]. *振动工程学报*, 2005, 18(1): 108-112.
- GUO Dan, HE Yongyong, LU Wenxiu. Research on coupled vibration of rotor with transverse surface cracks[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2005, 18(1): 108-112. (in Chinese)
- [26] 杜彦卫, 胡超, 李凤明, 等. 含横向裂纹转子的动力稳定性研究[J]. *中国机械工程*, 2003, 14(18): 1587-1590.
- DU Yanwei, HU Chao, LI Fengming, et al. Study on dynamical stability for shafts with a transverse crack[J]. *China Mechanical Engineering*, 2003, 14(18): 1587-1590. (in Chinese)
- [27] GÓMEZ M J, CASTEJÓN C, CORRAL E, et al. Analysis of the influence of crack location for diagnosis in rotating shafts based on $3 \times$ energy[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, 103: 167-173.
- [28] VARNEY P, GREEN I. Crack detection in a rotor dynamic system by vibration monitoring: Part II extended analysis and experimental results[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2012, 134(11): 112501.
- [29] GUO Chaozhong, YAN Jihong, YANG Weicheng. Crack detection for a Jeffcott rotor with a transverse crack: an experimental investigation[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 83: 260-271.
- [30] GUO C, AL-SHUDEIFAT M A, YAN J, et al. Application of empirical mode decomposition to a Jeffcott rotor with a breathing crack[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(16): 3881-3892.
- [31] PENNACCHI P, BACHSCHMID N, VANIA A. A model-based identification method of transverse cracks in rotating shafts suitable for industrial machines[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2006, 20(8): 2112-2147.
- [32] SINOU J J. Experimental study on the nonlinear vibrations and $n \times$ amplitudes of a rotor with a transverse crack[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2009, 131(4): 041008.
- [33] BACHSCHMID N, PENNACCHI P, TANZI E, et al. Identification of transverse crack position and depth in rotor systems[J]. *Meccanica*, 2000, 35(6): 563-582.
- [34] GÓMEZ M J, CASTEJÓN C, GARCÍA-PRADA J C. Crack detection in rotating shafts based on $3 \times$ energy: analytical and experimental analyses[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, 96: 94-106.
- [35] BACHSCHMID N, PENNACCHI P, TANZI E. A sensitivity analysis of vibrations in cracked turbogenerator units versus crack position and depth[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2010, 24(3): 844-859.

(编辑: 王碧珺)