

叶片厚度偏差对转子性能影响的不确定性分析

姬田园, 楚武利, 张振华, 陈华寅
(西北工业大学 动力与能源学院, 西安 710129)

摘 要: 为研究叶片厚度偏差对转子性能的影响, 以 Rotor37 为研究对象, 采用非嵌入式混沌多项式作为不确定性量化方法, 量化评估了叶片厚度偏差对转子气动性能和流场结构的不确定性影响。研究发现: 对于厚度偏差概率分布为对称分布且均值为 0 的叶片组, 其气动性能的平均水平较原型叶片变化不大, 气动参数的波动程度则与厚度偏差分布的标准差呈正相关; 加工精度较高时转子性能改变量与厚度偏差之间为强线性相关。同时, 叶片吸、压力面厚度偏差对转子气动性能产生的影响存在明显差异, 叶片吸力面厚度偏差对叶片等熵效率以及质量流量的影响程度更大, 而压力面厚度偏差对转子总压比特性影响更明显, 两者对转子性能单独造成的不确定性影响在其共同作用时会部分相互抵消。

关键词: 加工偏差; 压气机转子; 非嵌入式混沌多项式; 不确定性量化; 气动性能

中图分类号: V231.3

文献标志码: A

Uncertainty analysis of impact of blade thickness deviation on rotor performance

Ji Tianyuan, Chu Wuli, Zhang Zhenhua, Chen Huayin

(School of Power and Energy, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

Abstract: In order to study the impact of blade thickness deviation on rotor performance, the Rotor37 was taken as the research object and non-intrusive polynomial chaos was used as uncertainty quantification method to evaluate the uncertainty impact of blade thickness deviation on rotor aerodynamic performance and flow field structure. The results showed that for the blade group with symmetric probability distribution of thickness deviation and mean value of 0, the average level of aerodynamic performance almost unchanged compared with the prototype blade, and the fluctuation degree of aerodynamic parameters was positively correlated with the standard deviation of the thickness deviation probability distribution. The linear correlation between rotor performance change and thickness deviation was strong when machining accuracy was higher. In the meantime, the impact of thickness deviation of blade suction and pressure surface on rotor aerodynamic performance was obviously different. The suction surface thickness deviation had a greater impact on isentropic efficiency and mass flow rate, while the thickness deviation of pressure surface had a more obvious impact on the total pressure ratio characteristics of rotor, and the uncertain impacts of these two on rotor performance alone were partially cancelled out when they worked together.

Keywords: machining deviation; compressor rotor; non-intrusive polynomial chaos; uncertainty quantification; aerodynamic performance

收稿日期: 2022-04-11

基金项目: 国家自然科学基金(51576162); 国家科技重大专项(J2019-I-0011)

作者简介: 姬田园(1997—), 男, 博士生, 研究领域为叶轮机械气动热力学。E-mail: 2019201558@mail.nwpu.edu.cn

通信作者: 楚武利(1962—), 男, 教授、博士生导师, 博士, 主要从事高性能轴流及离心压气机先进流动控制。E-mail: wlchu@nwpu.edu.cn

引用格式: 姬田园, 楚武利, 张振华, 等. 叶片厚度偏差对转子性能影响的不确定性分析[J]. 航空动力学报, 2024, 39(11): 20220203. Ji Tianyuan, Chu Wuli, Zhang Zhenhua, et al. Uncertainty analysis of impact of blade thickness deviation on rotor performance[J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(11): 20220203.

随着现代航空发动机对压气机性能要求的不断提高,压气机转子叶片的三维设计结构日益复杂,其弯、扭、掠程度的增加,导致了叶片的加工难度不断提升^[1]。同时受加工过程中固有的加工振动和工件内部应变等因素的影响,实际加工得到的转子叶片与基准设计叶片之间会存在一定的几何偏差^[2]。转子叶片作为压气机中的基本增压单元,决定了压气机各项性能的优劣,虽然叶片上的各类几何参数偏差值都很小,但由加工偏差引发的气动性能改变却是不可忽视的。

普惠公司在对某大型风扇叶片的大量实验研究发现,某些区域内 0.025 4 mm 至 0.076 2 mm 的几何偏差就会对叶片的气动性能和使用寿命造成明显的影响^[3]。Bammert 等^[4]在对叶片各参数偏差对叶栅的气动性能影响规律的实验研究中,发现叶栅性能受叶片轮廓偏差和安装角偏差影响较大,受叶片弦长偏差影响较小。Suder 等^[5]通过在跨声速转子 NASA Rotor37 叶片的不同位置施加涂层,实验研究了叶片厚度和叶片表面粗糙度变化对转子性能的影响,发现在高出口马赫数条件下,转子气动性能对叶片厚度变化的敏感性更高。Lange 等^[6]通过对 1 组 150 个叶片进行三维测量,利用蒙特卡洛模拟(Monte Carlo simulation, MCS)研究了各类叶型加工偏差对高压压气机气动性能的影响,发现压气机的等熵效率和总压损失参数受厚度相关参数的影响最大。高丽敏等^[7]研究了叶片轮廓度以及叶片位置度对压气机叶栅性能的影响,发现叶片轮廓度和叶片前缘形状对叶栅性能的影响较大。郭正涛等^[8]通过构建人工神经网络来预测叶片几何偏差对压气机叶栅性能和稳定性的影响,发现叶片吸力面型线以及叶片前缘的几何偏差对叶栅总压损失影响较大。

综合前人的研究可以发现,叶片厚度偏差是影响压气机气动性能的一个主要因素。因此研究加工过程中产生的叶片厚度偏差不确定性对压气机转子气动性能造成的影响,可以为压气机的设计、加工及维修提供一定的指导价值。但在之前的大多数研究中,往往是将叶片厚度偏差同其他类型的几何偏差相结合,以研究叶片各类几何偏差对压气机气动性能的共同影响,因此难以对叶片厚度偏差造成的影响进行单独分析;同时鲜有对不同加工精度下叶片厚度偏差对气动性能造成的不确定性影响进行对比分析。因此本文中对叶片厚度偏差影响压气机转子气动性能这一不确定

性问题展开了相关的细致研究。

本文以 NASA Rotor37 转子叶片为研究对象,参考文献 [9] 中各加工等级下叶片厚度公差带的规定,以非嵌入式混沌多项式(non-intrusive polynomial chaos, NIPC)为不确定性量化方法,研究了不同加工精度和不同偏差概率分布形式下的叶片厚度偏差对转子气动性能带来的不确定性影响,并对叶片吸、压力面厚度偏差对转子性能造成的影响进行了对比。文中通过相关性分析了公差带内叶片厚度偏差与转子气动性能的关联性,并通过对流场受到的影响分析揭示了气动性能变化的机理。研究结论将对压气机转子叶片的设计和加工提供一定的参考价值。

1 计算模型及方法

1.1 研究对象

本文中研究的 NASA Rotor37 为低展弦比跨声速转子,其主要性能设计参数如表 1 所示。该转子长期被国内外学者用于数值计算,且具有详细的实验测量数据,文献 [10] 中记录了该转子的设计参数和性能测试结果。

表 1 Rotor37 主要设计参数

Table 1 Main design parameters of Rotor37

参数	数值
转速/(r/min)	17 188.7
堵塞点流量/(kg/s)	20.93
设计流量/(kg/s)	20.188
设计点总压比	2.106
设计点总温比	1.270
设计点等熵效率	0.877
叶片数	36
展弦比	1.19

1.2 数值模拟方法及其有效性

本文通过 NUMECA/Autogrid5 模块以生成 Rotor37 叶片通道计算域网格,如图 1 所示,图中叶片前缘(leading edge)和尾缘(trailing edge)分别标注为 LE 和 TE, Shroud 和 Hub 分别为机匣和轮毂, Inlet 和 Outlet 为通道入口和通道出口。其中计算域通道进出口位置由文献 [11] 中实验进出口位置确定。转子通道网格拓扑为 H-O4H-H 结构,总网格数约为 95 万,其中对近壁面网格进行加密处理,第 1 层网格厚度为 3×10^{-6} m,以保证 $y^+<2$ 。前人对 Rotor37 的研究^[12-13]表明,当单通

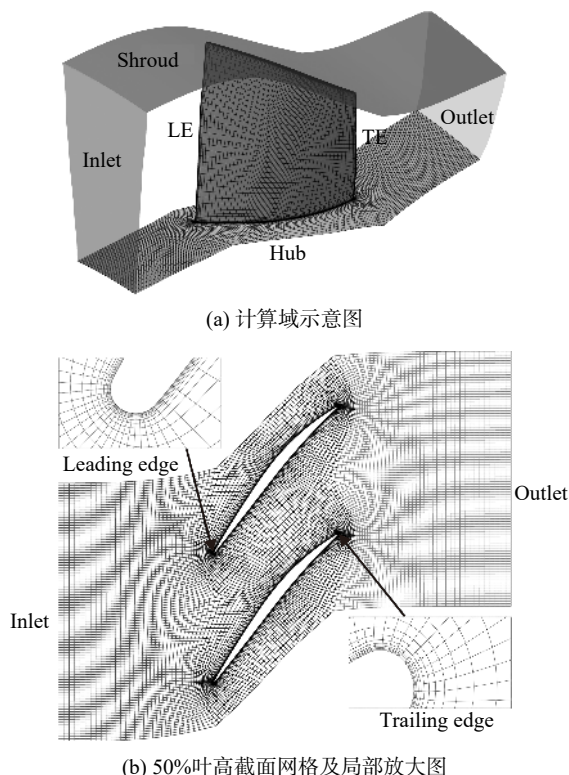


图 1 Rotor37 计算域网格

Fig. 1 Computational grid of Rotor37

道的网格数大于 69 万时即可以满足网格无关性要求, 因此可认为本文中的网格结构能够保证数值结果的精确性。

数值计算采用 NUMECA/FineTurbo 定常求解相对坐标系下的三维雷诺时均 Navier-Stokes 方程, 湍流模型选用 Spalart-Allmaras 模型。边界条件为通道入口给定总压、总温及进口气流角, 通道出口给定截面平均静压, 壁面为绝热无滑移边界。空间离散采用 2 阶迎风格式, 时间离散采用显式 4 阶 Runge-Kutta 方法, 并采用局部时间步长及多重网格法加速计算过程。

为检测计算方法的准确性, 将 100% 转速下 Rotor37 的数值计算结果与实验数据进行了对比, 如图 2 所示, 图中以堵塞点流量为基准对质量流量进行了无量纲化处理。图例中 π 和 η 分别为总压比和等熵效率, 下标 sim 和 exp 分别代表数值计算结果和实验数据。从图 2 中可以看到, 数值计算得到的叶片总压比性能曲线与实验数据符合程度很高, 等熵效率性能曲线的计算结果与实验数据存在一定的差异, 但总体相对误差小于 2%, 这之前多数研究者对该转子的数值模拟结果相符^[12-13], 该现象可能是实验中未考虑 95% 叶高以上的流动损失, 因此实验得到的转子等熵效率较

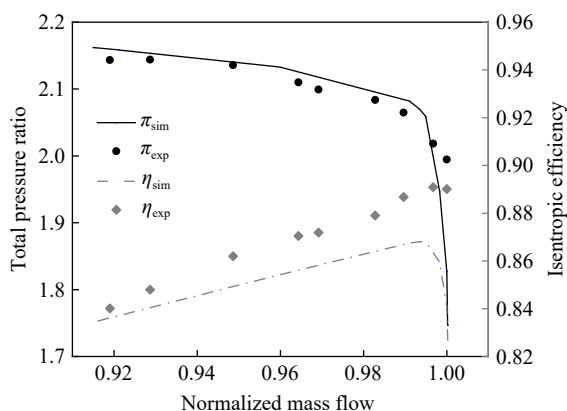


图 2 实验数据与数值模拟结果对比

Fig. 2 Comparison between experimental and simulation results

高。此外, 数值计算得到的转子堵塞点流量和近失速点流量与实验数据的相对误差分别小于 0.2% 和 0.5%, 该数值模拟过程对叶片总性能曲线的计算结果可认为是准确有效的。

将峰值效率工况下叶片出口截面沿径向分布的周向平均总温比以及周向平均等熵效率与文献 [11] 中的实验数据进行了对比, 如图 3 所示, 图例中 τ 和 η 分别为总温比和等熵效率。

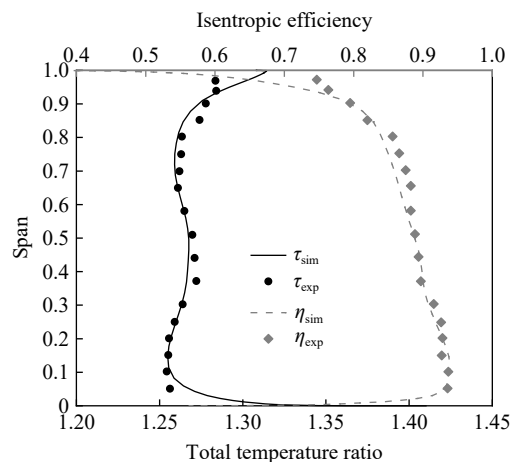


图 3 流场参数的径向分布计算结果与实验数据对比

Fig. 3 Comparison between experimental and simulation results of radial distribution of flow field parameters

由图 3 可以发现数值计算可以模拟出周向平均总温比沿径向的“S 型”分布, 并且与实验数据吻合效果良好。从图中周向平均等熵效率的对比情况来看, 数值模拟对 60% 叶高以下区域的计算结果与实验数据几乎完全重合, 虽然在叶顶区域的计算结果与实验数据差异较为明显, 但总体相对误差不超过 1%, 且数值模拟对等熵效率沿径向分布变化趋势的预测结果与实验相同。

同时, 虽然计算结果相比实验数据具有一定

的误差,但这些定量的偏差会因计算基准的一致性而在对比研究中相互消除^[14]。综上所述,认为所用到的数值模拟方法具有足够的准确性,可用于本文的研究。

1.3 叶片模型参数化

为实现叶片厚度偏差对气动性能的影响研究,首先需要实现叶片模型参数化,以获得各截面上叶片厚度沿弦长的分布。本文使用 NUMECA/Autoblade 模块实现了 Rotor37 的叶片模型参数化,沿叶高取 13 个截面,各截面位置如图 4 中虚线所示。为了保证各截面在改变厚度偏差前后轴向和周向位置不发生变动,本文以中弧线 40% 弦长位置为截面积叠点,通过中弧线拟合及厚度叠加的方法来进行叶片模型的参数化。参数化过程中,每个截面的吸、压力面型线上由前缘向尾缘各分布了 30 个控制点,两个控制点用于拟合叶片前、尾缘位置,两个控制点用于拟合叶片前、尾缘半径,其余 26 个点则均匀分布在型线上。同时,鉴于 B 样条曲线具有的局部性质、可微性、变差减少性质等特性^[15],本文选择 B 样条曲线对叶片各截面型线进行拟合。

以 50% 叶高截面为例,图 5 中对原始叶片截

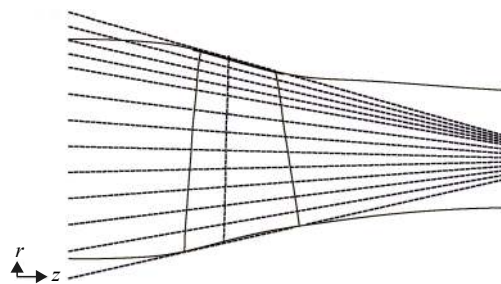


图 4 拟合截面位置示意图

Fig. 4 Schematic diagram of fitting sections position

面和拟合结果进行了对比,图中将吸力面(Suction surface)和压力面(Pressure surface)分别标注为 SS 和 PS,叶片前缘(Leading edge)和尾缘(Trailing edge)分别标注为 LE 和 TE。由图 5 中的对比结果可以发现,拟合结果与截面吸、压力面型线几乎完全重合,且在叶片前缘和尾缘处存在的拟合误差不超过 0.01 mm,远小于加工偏差对叶片型线的影响。同时,在等背压条件下对拟合叶片以及原型叶片的气动性能进行了计算对比,发现相对偏差均小于 0.05%。综上所述,该叶片模型参数化过程可以准确地获得 Rotor37 的几何参数,本文后续用到的偏差叶片模型将基于该叶片模型参数化的结果进行构建。

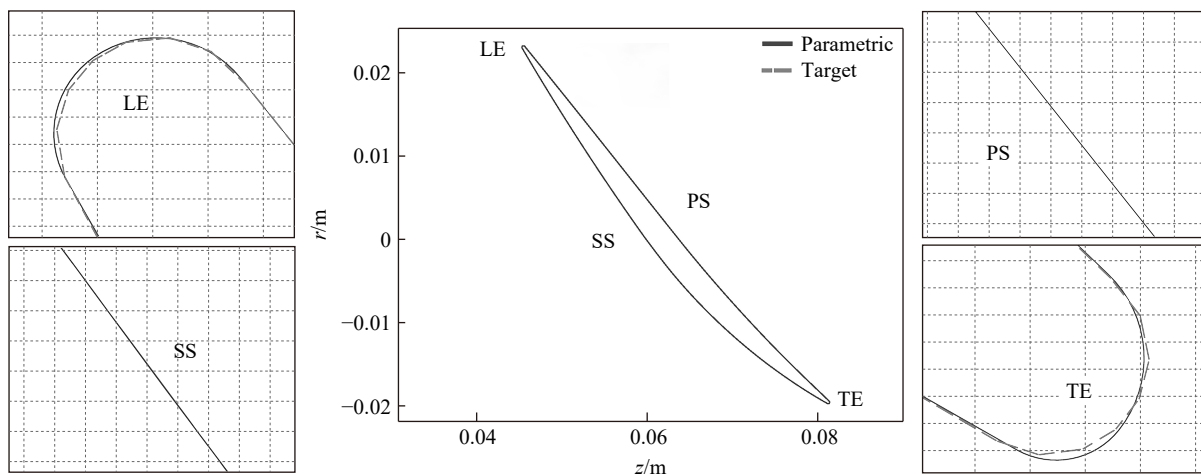


图 5 50% 叶高截面拟合效果

Fig. 5 Fitting effect of 50% blade height section

1.4 偏差叶片模型构建

在叶片模型参数化过程中控制点的基础上,通过改变各控制点处的厚度偏差值来实现偏差叶片模型的构建。为了简化模型,在构建偏差叶片模型时认为各叶高位置截面的厚度偏差相同。在改变各截面叶型厚度分布时,对不同的控制点施加不同的厚度偏差值,以保证偏差叶片模型的型

面连续性。具体的,以厚度偏差 $d_{\max} = +0.2 \text{ mm}$ 为例,认为各型线上第 1 个控制点和第 26 个控制点处厚度偏差值为 0,第 13 个和第 14 个控制点处厚度偏差值为 $+0.2 \text{ mm}$,其他控制点处的厚度偏差值则通过线性插值得出。图 6 中对比了厚度改变前后 50% 叶高截面的型线。

由图 6 中的对比可以看到这种偏差叶片模型

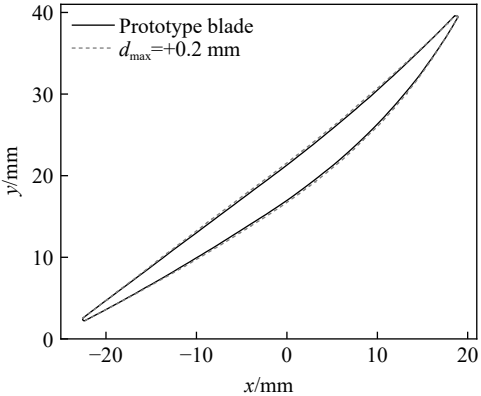


图 6 厚度改变前后 50% 叶高截面对比
Fig. 6 Comparison of 50% blade height section before and after thickness change

构建方法可以在改变叶片厚度时保证叶片型面的连续性。在研究叶片吸、压力面厚度偏差对转子性能的影响时,可以分别改变截面上吸、压力面型线上各控制点的厚度偏差,以实现叶片吸、压力面厚度的独立变化。

1.5 叶片组偏差概率分布

结合文献 [9] 中给出的叶片厚度公差带标准,根据 Rotor37 叶片的弦长范围,表 2 给出了不同精度下叶片厚度的公差带要求。其中,“边缘”是指压气机叶片前、尾缘附近的区域,“叶中”则指除“边缘”区域外叶片吸、压力面型线。

表 2 叶片厚度公差带^[9]
Table 2 Blade thickness tolerance zone^[9]

弦长公称 尺寸/mm	精度等级	压气机叶片/mm	
		边缘	叶中
40~64	1	0.06	0.10
	2	0.08	0.13
	3	0.10	0.16
	4	0.13	0.20

本文在进行对比研究中,构建了以下厚度偏差符合不同概率分布的叶片组,如表 3 所示。符号 N 代表概率分布为高斯分布, U 代表概率分布为均匀分布。相关系数为 1 时表示叶片吸、压力面厚度偏差相同;相关系数为 0 时表示叶片吸、压力面厚度偏差相互独立;概率分布为 0 时表示该叶片组不考虑此类偏差。服从正态分布叶片组的厚度偏差概率分布标准差由 3σ 准则确定的,即认为 $\mu \pm 3\sigma$ 的变化范围即为公差带范围,保证在该范围内的取值占完整高斯分布概率的 99.74%,

表 3 不同叶片组厚度偏差的概率分布
Table 3 Probability distribution of thickness deviation of different blade groups

叶片组	吸力面厚度偏差 概率分布	压力面厚度偏差 概率分布	相关 系数
G1	$N(0, 0.033^2)$	$N(0, 0.033^2)$	1
G2	$N(0, 0.053^2)$	$N(0, 0.053^2)$	1
G3	$U(-0.16, 0.16)$	$U(-0.16, 0.16)$	1
G4	$N(0, 0.053^2)$	$N(0, 0.053^2)$	0
G5	$N(0, 0.053^2)$	0	0
G6	0	$N(0, 0.053^2)$	0

以满足工程的实际需要^[15]。

通过对比 G1 和 G2 组可以分析不同加工精度下的厚度偏差对转子性能的影响,对比 G2 和 G3 组可以分析不同概率分布下的厚度偏差对转子性能的影响。G4、G5 和 G6 组则用以对比分析叶片吸、压力面厚度偏差对转子性能的影响。

2 不确定性量化方法

2.1 非嵌入式混沌多项式方法

目前,非嵌入式混沌多项式方法因其收敛快、精度高的优点,已在计算流体力学(CFD)的不确定分析中得到了广泛的应用^[16-18]。该方法通过正交多项式对随机变量进行级数展开,以多项式系数来反映随机变量的随机特性。该方法首先根据随机变量的概率分布形式确定对应的正交多项式并生成采样点,在得到采样点的确定解后对计算结果进行后处理,以构建输入变量与输出变量之间的响应模型,并获得输出变量的统计参数^[19]。表 4 中列举了常见的概率分布函数及对应的正交多项式基^[20],其中“ a ”和“ b ”分别为分布区域的最小值和最大值。

表 4 正交多项式基与概率分布的对应关系
Table 4 Relation between orthogonal polynomial basis and probability distribution

分布形式	正交多项式基	定义域
高斯分布	Hermite	$(-\infty, +\infty)$
均匀分布	Legendre	$[a, b]$
Γ 分布	Laguerre	$[0, +\infty)$
β 分布	Jacobi	$[a, b]$

对于某不确定性输出 $F(\theta)$ 为概率空间内 m 维随机变量 $\xi_i(\theta)$ 的随机过程,其多项式混沌展开函数式为:

$$F(\theta) = c_0 X_0 + \sum_{i_1=1}^{\infty} c_{i_1} X_1(\xi_{i_1}(\theta)) + \sum_{i_1=1}^{\infty} \sum_{i_2=1}^{i_1} c_{i_1 i_2} X_2(\xi_{i_1}(\theta), \xi_{i_2}(\theta)) + \dots \quad (1)$$

式中 X_i 为各正交多项式项, c_i 为各多项式项系数。以 $\Psi_j(\xi)$ 和 $\hat{c}_j$ 来分别代表 $X_n(\xi_{i_1}, \dots, \xi_{i_m})$ 和 $c_{i_1, \dots, i_m}$, 并截去式(1)中的高阶小量, 式(1)则可以写成紧凑形式:

$$F(\theta) = \sum_{j=0}^P \hat{c}_j \Psi_j(\xi) \quad (2)$$

当使用 r 阶 NIPC 方法进行混沌多项式展开时, 式(2)中的求和上限 P 可由式(3)计算得到:

$$P = \frac{(m+r)!}{m!r!} - 1 \quad (3)$$

由于 $\Psi_j(\xi)$ 与 $X_n(\xi_{i_1}, \dots, \xi_{i_m})$ 相互对应, 因此 $\{\Psi_j(\xi)\}_{j=0}^P$ 也是一个完备的正交基。

对服从任意概率分布形式的随机输入而言, 首先求解得到该概率分布对应的 $r+1$ 阶正交多项式的 $r+1$ 个零点为采样点^[21], 在求得各采样点处的输出响应 $F_i(\xi)$ 和正交基响应 $\Psi_i(\xi)$ 后, 各混沌多项式系数可由式(4)求出:

$$\hat{c}_i = \frac{\langle F_i(\xi), \Psi_i \rangle}{\langle \Psi_i, \Psi_i \rangle} = \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi_1 \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi_2 \dots \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi_n \cdot \left[F_i(\xi) \frac{\Psi_i(\xi)}{\langle \Psi_i, \Psi_i \rangle} \rho(\xi) \right] \quad (4)$$

式中 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 为希尔伯特空间内积, $\rho(\xi)$ 为随机输入 ξ 对应的联合概率密度函数。通过 Gauss-Hermite 数值积分法对式(4)进行计算即可得到各多项式系数。根据混沌多项式的正交性, 不确定性输出 $F(\theta)$ 的均值和方差分别为:

$$\mu = \hat{c}_0 \quad (5)$$

$$\sigma^2 = \sum_{j=1}^P [\hat{c}_j^2 \langle \Psi_j^2 \rangle] \quad (6)$$

2.2 NIPC 方法阶数选择

理论上, 阶数 r 更高的 NIPC 方法获得的统计参数越精确, 但更高阶 NIPC 方法所需的计算资源和计算时间也更多^[22]。为确定合适的阶数, 以下列 1 元非线性方程和 2 元非线性方程分别对 1 维 NIPC 方法和 2 维 NIPC 方法进行了实验:

$$f_1(x) = \frac{10}{\sqrt{2\pi}} \times \left(e^{-\frac{(x+2.7)^2}{2}} + e^{-\frac{(x-2.7)^2}{8}} \right) + \frac{(2x-5)^2}{10} \quad (7)$$

$$f_2(x_1, x_2) = -\sqrt{2}(x_1 + x_2)^3 + 1.5x_1 - 0.5x_2 \quad (8)$$

式(7)中随机变量 $x \sim N(2, 0.5^2)$, 即服从均值为 2、标准差为 0.5 的正态分布; 式(8)中随机变量 $(x_1, x_2) \sim N(0, 0, 1, 1, 0)$, 即 x_1 和 x_2 均服从标准正态分布且相互独立。

在多维 NIPC 的展开过程中, 多维正交多项式可以分解为多个一维正交多项式的乘积, 同样满足内积空间中的正交性^[23]。表 5 中列出了针对实验函数, 通过 MCS 方法以及不同阶数 NIPC 方法得到的统计均值 μ 和标准差 σ , 表中 N_1 为构建模型所用的样本点数。引入了平均误差 e_{ave} 和方均根误差 e_{rms} 来反映 NIPC 模型函数 $y(x)$ 对实验函数 $f(x)$ 的拟合精度:

$$e_{ave} = \frac{1}{N_2} \sum_{i=1}^{N_2} |f(x_i) - y(x_i)| \quad (9)$$

$$e_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N_2 - 1} \sum_{i=1}^{N_2} |f(x_i) - y(x_i)|^2} \quad (10)$$

式中 N_2 为用于检验 NIPC 模型拟合精度的样本数, $f_1(x)$ 中 N_2 为 10^4 , $f_2(x_1, x_2)$ 中 N_2 为 10^6 。

对比由 MCS 和 NIPC 方法得到的统计参数可以看出, 4 阶 NIPC 方法对输出变量统计参数的预测精度已远高于 MCS 方法。随着 NIPC 方法阶数的增长, 输出变量统计参数的精度也随之增高, $f_1(x)$ 和 $f_2(x_1, x_2)$ 的均值在 NIPC 阶数为 5 时已达到收敛, 且标准差精度也无明显增高。同时

表 5 非线性函数实验结果

Table 5 Results of non-linear function experiment

抽样方法	$f_1(x)$						$f_2(x_1, x_2)$				
	r	N_1	μ	σ	e_{ave}	e_{rms}	N_1	μ	σ	e_{ave}	e_{rms}
MCS		10^7	3.854 0	0.102 8			10^{10}	2.487×10^{-4}	15.017 17		
NIPC	4	5	3.854 025 1	0.102 830	8.326×10^{-4}	1.019×10^{-3}	25	-2.920×10^{-12}	15.017 637	3.914×10^{-12}	4.909×10^{-12}
	5	6	3.854 024 6	0.102 860	1.834×10^{-4}	3.109×10^{-4}	36	-1.501×10^{-13}	15.017 637	1.218×10^{-13}	1.474×10^{-13}
	6	7	3.854 024 6	0.102 859	1.786×10^{-4}	2.720×10^{-4}	49	-1.998×10^{-13}	15.017 637	9.760×10^{-14}	1.138×10^{-13}

e_{ave} 和 e_{rms} 也随 NIPC 方法阶数的增大而减小, 但 NIPC 方法从 5 阶增加到 6 阶时 e_{ave} 和 e_{rms} 的改变量已经很小, 说明此时阶数的增长对 NIPC 方法拟合精度的影响不大, 因此本文将使用 5 阶 NIPC 方法来进行后续的不确定性量化过程。NIPC 方法进行厚度偏差影响转子性能不确定性分析的基本流程如图 7 所示。

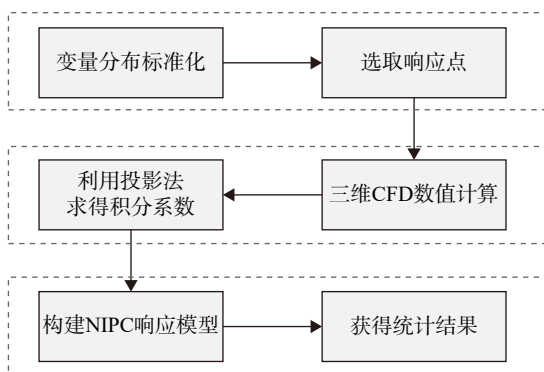


图 7 NIPC 方法的执行流程图

Fig. 7 Execution flowchart of NIPC method

3 结果与讨论

3.1 NIPC 方法的精确性验证

本文参照前人研究中对计算点的选取方法, 以不同的背压定义各计算点^[24-25]。本文中的 7 个计算点分别对应背压为 101.325、120、129.5、133、136、137.5 kPa 和 139 kPa, 命名为 OP1~OP7, 其中 OP3 和 OP7 分别为峰值效率工况点和近失速工况点。

为验证 5 阶 NIPC 方法在厚度偏差影响转子气动性能不确定性分析中的准确性, 在 G1 组的厚度公差带内随机构造了 20 个偏差叶片模型。首先通过 CFD 数值模拟得到 20 个偏差叶片峰值效率工况下的等熵效率, 随后与 G1 组峰值效率工况下对应的 NIPC 函数模型得到的预测值进行对比, 如图 8 所示, 其中“ η_{cfd} ”代表数值模拟结果, “ η_{nipc} ”代表函数模型预测结果。从图 8 中可以明显看出, 通过 NIPC 函数模型得到的预测值与 CFD 数值计算结果几乎完全相同, 说明 NIPC 方法具有很高的准确性。

3.2 不同概率分布加工偏差的影响研究

3.2.1 气动性能不确定性分析

通过构建 NIPC 函数模型, 图 9 中给出了 G1、G2 和 G3 组在各计算点处的性能均值, 分别记为 μ_{G1} 、 μ_{G2} 和 μ_{G3} , 并与原型叶片气动性能进行了对比。局部放大图中则对比了峰值效率工况以及近

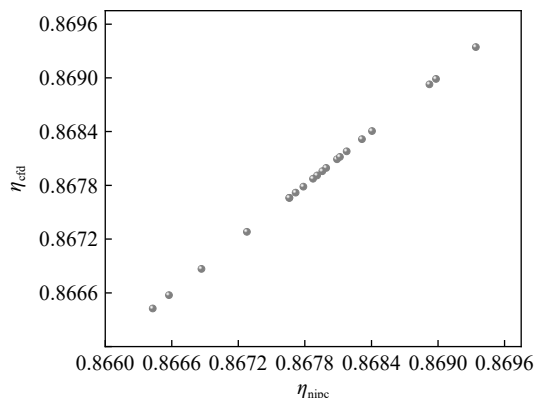


图 8 NIPC 模型预测值与 CFD 计算结果对比

Fig. 8 Comparison between NIPC model prediction and CFD calculation results

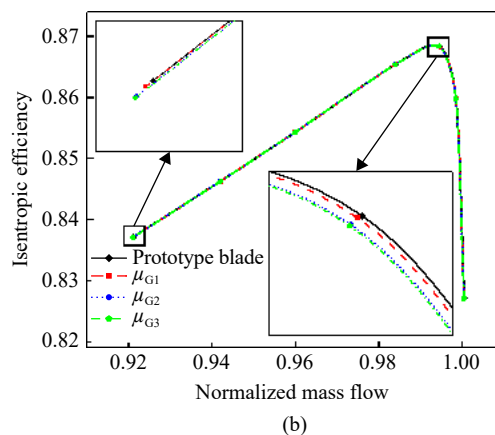
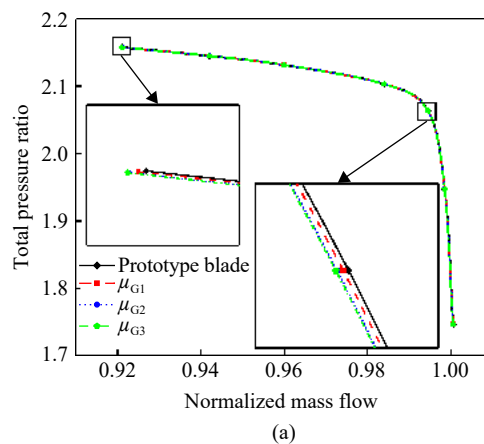


图 9 各叶片组气动性能均值曲线

Fig. 9 Average aerodynamic performance curve of each blade group

失速工况下各叶片组性能均值及原型叶片气动性能。从图中可以发现, G1、G2 和 G3 叶片组的性能均值较原型叶片气动性能的偏移量很小, 说明对于厚度偏差概率分布为对称分布且均值为 0 的叶片组而言, 其气动性能的平均水平较设计性能变化不大。

图 10 中对峰值效率工况以及近失速工况下

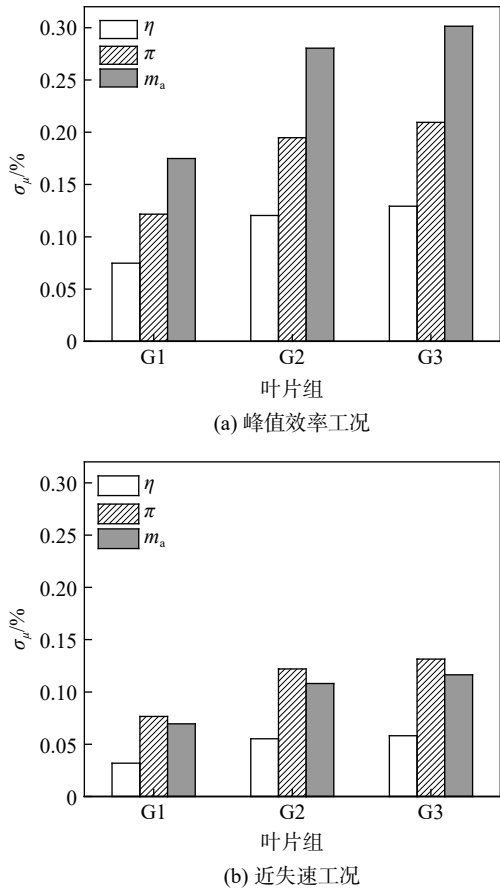


图 10 气动性能无量纲标准差对比

Fig. 10 Comparison of dimensionless standard deviations of aerodynamic performance

G1、G2 及 G3 组各气动性能的无量纲标准差(σ_μ)进行了对比。标准差用于表现参数的波动幅度,但质量流量(m_a)、总压比(π)和等熵效率(η)的量纲不同,单纯对比气动参数标准差无法客观评价该参数对于叶片厚度偏差的敏感程度,因此以参数均值对标准差进行无量纲化后进行对比^[25]。

由图 10 中可以发现,峰值效率工况下气动性能受叶片厚度偏差影响效果较近失速工况更加明显。在等背压条件下,转子等熵效率对叶片厚度

偏差敏感性更小,峰值效率工况下通道内质量流量受厚度偏差影响最大,在近失速工况下质量流量对厚度偏差的敏感程度则略低于总压比。对比同工况下 G1 和 G2 组性能参数无量纲标准差可以发现,加工精度的上升可以使转子气动性能波动范围减小。同时虽然 G3 组与 G2 组加工精度相同,但同公差带内均匀偏差的分散度高于正态分布,因此 G3 组性能参数的无量纲标准差最大。对比 G1、G2 和 G3 组气动性能参数的无量纲标准差可以发现,同工况下气动参数的波动程度与厚度偏差分布的标准差呈正比。

对各叶片组按厚度偏差概率分布抽取构建 10^5 个叶片样本,通过对应的 NIPC 函数模型得到性能参数响应,并以 Spearman 相关系数(ρ)和 Pearson 相关系数(r)分别来量化参数间的单调相关性以及线性相关性:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)} \quad (11)$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (12)$$

式中 d_i 为两变量间的等级差值, n 为参与评定的样本量, $\bar{X}$ 和 $\bar{Y}$ 分别为两个数据集的均值。当 ρ 为 1 或 -1 时,说明两个变量为完全单调正相关或负相关, ρ 越接近于 0 则说明两个变量的单调相关性越小。相似地,当 r 接近于 0 时两个变量无线性相关性, $|r|$ 越接近 1,则说明两个变量线性相关性越强。表 6 中列出了峰值效率工况及近失速工况下,各叶片组中气动性能参数与厚度偏差值之间相关系数的计算结果。

表 6 相关系数计算结果

Table 6 Calculation result of correlation coefficient

气动性能		G1		G2		G3	
		ρ	r	ρ	r	ρ	r
峰值效率工况	等熵效率	-1	-0.999 652 1	-1	-0.998 776 5	-1	-0.998 442 4
	总压比	-1	-0.999 998 7	-1	-0.999 998 5	-1	-0.999 998 1
	质量流量	-1	-0.999 871 7	-1	-0.999 633 6	-1	-0.999 520 7
近失速工况	等熵效率	1	0.992 882 8	1	0.970 788 0	1	0.971 027 3
	总压比	-1	-0.999 877 8	-1	-0.999 507 9	-1	-0.999 459 5
	质量流量	-1	-0.996 113 6	-0.999 574 4	-0.982 822 5	-0.996 184 4	-0.979 824 0

由表 6 中 Spearman 相关系数的计算结果可以发现, 转子气动性能参数与厚度偏差值之间一般为单调相关, 仅在近失速工况下, 加工精度较差的 G2 和 G3 组质量流量与厚度偏差值非单调相关, 但此时 $|r|$ 仍十分接近于 1, 说明在厚度偏差区间内非单调相关区间范围很小。

峰值效率工况下各叶片组中气动性能参数与厚度偏差值间 $|r|$ 值均大于 0.998, 说明该工况下转子气动性能参数与厚度偏差值之间可近似视为线性相关。在近失速工况下转子性能参数与厚度偏差值之间 $|r|$ 值较峰值效率均有所下降, 此时线性相关性降低, 其中 G2 和 G3 组中等熵效率和质量流量与厚度偏差值的 $|r|$ 值降幅最大。

基于表 6 中 10^5 个抽样模型在近失速工况的气动性能参数响应, 获得了该工况下各叶片组质量流量、总压比以及等熵效率的概率密度直方图, 如图 11 所示。从图 11(b)中可以看到, 当性能参数与厚度偏差值为单调相关且线性相关性很强($r \geq 0.999$)时, 转子总压比的概率分布形式与厚度偏差概率分布形式相同。同时, 加工精度越高, 转子气动性能的分布区间越小, 分布也更集中; 相同加工精度下转子气动性能的分布区间则基本相同。

G2 与 G3 组中转子质量流量与厚度偏差值不是严格单调相关, 且线性相关性偏低($r \approx 0.98$), 因此该性能参数的概率分布形式与厚度偏差概率分布不同。从图 11(a)中可以发现在 G2 组和 G3 组的转子的无量纲质量流量在 [0.922 4, 0.923 2] 区间内发生了聚集。而对于加工精度更高的 G1 组, 由表 6 中可以发现该组内质量流量与厚度偏差值之间线性相关性仍然较强($r \geq 0.996$), 因此图 11(a)中质量流量的概率分布仍为正态分布。同时由表 6 中可以得知质量流量与厚度偏差之间为负相关, 对比 G1 和 G2 组转子质量流量概率分布可以得知, 厚度偏差与转子质量流量的非单调相关区间为 [-0.16 mm, -0.1 mm]。

G2 和 G3 组中转子等熵效率与厚度偏差值为严格单调正相关, 因此在图 11(c)的分布区间内聚集现象较弱。同时根据 G3 组转子等熵效率的概率密度分布可以发现分布区间内从左到右各子区间取值逐渐增大, 说明叶片厚度等值偏大或偏小造成的转子等熵效率改变量并不相同, 叶片厚度减薄对等熵效率的影响更大。因此 G1 和 G2 组转子等熵效率概率密度近似为“向右偏头的正

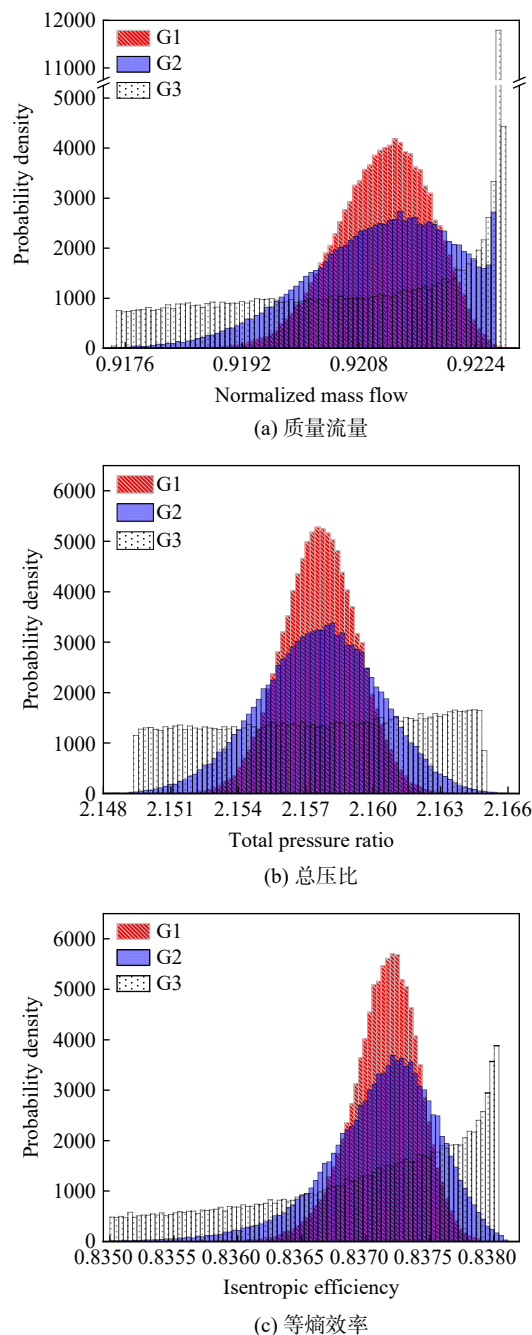


图 11 气动性能概率密度直方图

Fig. 11 Probability density histogram of aerodynamic performance

态分布”。

综上所述, 峰值效率工况下各性能参数与叶片厚度偏差值可视为线性相关, 而在近失速工况该线性相关性减弱。加工精度较低的 G2 和 G3 组中的转子性能参数与厚度偏差值的线性相关性减弱程度更大, 且质量流量与叶片厚度偏差已不再严格单调相关, 因此较大的厚度偏差对气动性能产生的影响已不可认为是简单的线性变化。

3.2.2 流场不确定性分析

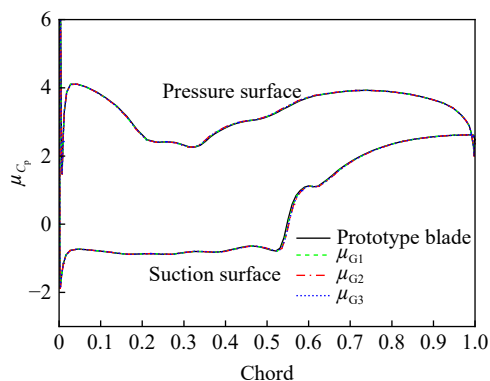
静压系数 C_p 定义为流场内任一点处静压相对通道进口平均静压的提升,并以通道进口平均动压进行无量纲化,用于评价叶片的扩压能力:

$$C_p = \frac{p - p_{in,mavg}}{(p_t - p)_{in,mavg}} \quad (13)$$

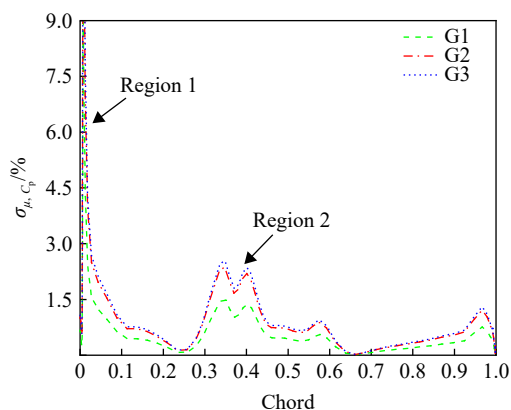
式中 p 为静压, p_t 为相对总压;下标 in 为通道入口截面, mavg 为质量加权平均。

图 12 给出了峰值效率工况下, G1、G2 和 G3 叶片组在 80% 叶高截面处叶表静压系数的均值 (μ_{C_p}) 与无量纲标准差 ($\sigma_{\mu_{C_p}}$) 分布,并将 3 个叶片组叶表静压系数的均值分布与原型叶片 80% 叶高截面的叶表静压系数分布进行了对比。由图 12(a) 可以发现, 3 个叶片组的叶表静压系数均值分布几乎与原型叶片的分布曲线完全重合,说明流场参数的平均水平也几乎没有发生改变。同时对比图 12(b) 和图 12(c) 中相同弦长位置处 3 个叶片组静压系数无量纲标准差的分布,也可说明流场参数的波动幅度与厚度偏差分布的标准差呈正比。

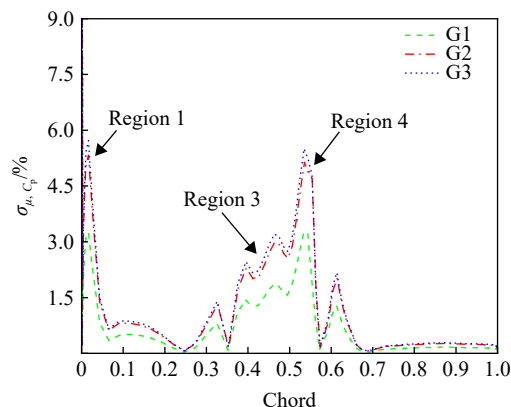
由图 12(b) 和图 12(c) 中叶片吸、压力面静压系数无量纲标准差分布可以发现存在 4 个敏感区域,图 13 在原型叶片 80% 叶高相对马赫数分布



(a) 叶表静压系数均值分布



(b) 压力面静压系数无量纲标准差



(c) 吸力面静压系数无量纲标准差

图 12 80% 叶高截面 μ_{C_p} 及 $\sigma_{\mu_{C_p}}$ 分布

Fig. 12 Distribution of μ_{C_p} and $\sigma_{\mu_{C_p}}$ at 80% span

云图上对这 4 个区域进行了标注。由图 13 中叶片表面附近的相对马赫数分布可以发现,气流首先在流过叶片前缘的过程中会产生角加速度并加速为超声速,这部分超声速气流会在叶片吸力面表面产生一系列的膨胀波继续加速,最后在流过通道激波后减速为亚声速气流。

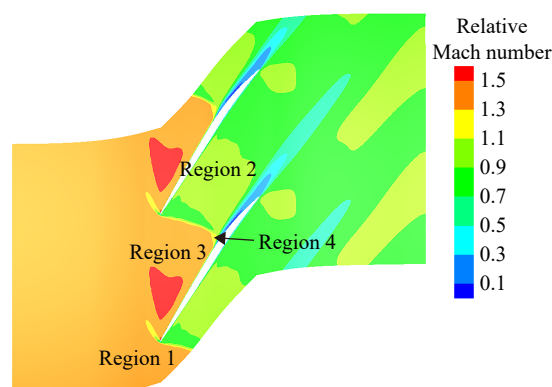


图 13 原型叶片 80% 叶高截面相对马赫数分布

Fig. 13 Relative Mach number distribution at 80% span of prototype blade

在叶片前缘附近存在第 1 个敏感区域,这是因为叶片厚度偏差对质量流量的影响较大,入口气流轴向绝对速度相应改变,相对坐标系下气流到达叶片前缘的来流方向发生变化,导致气流在叶片前缘附近的驻点位置产生偏移,气流绕前缘的加速效果有所不同,因此叶片前缘附近的叶片静压系数变化较为明显。

在压力面 30%~40% 弦长区域存在第 2 个敏感区域。从图 12(a) 原型叶片叶表静压系数的分布来看,该区域之前叶表静压持续下降,之后静压系数则逐渐上升。从图 13 也可看出在这一区

域气流完成了加速向减速的转变。这是因为该区域附近, 垂直于气流方向的有效通道面积由收缩转为扩张, 流经激波后的亚声速气流也由加速转为减速。叶片厚度偏差直接影响到叶间通道面积, 因此该区域流场也受到了较为明显影响。

吸力面上的两个敏感区域前后相连, 分别为吸力面上气流膨胀过程区(35%~50%弦长区域), 和激波及附面层分离区(50%~65%弦长区域)。叶片厚度偏差会导致截面吸力面型线曲率发生变化, 导致叶片吸力面前段转折角度相应改变, 因此吸力面表面超声速气流的膨胀加速受到明显影响。同时气流膨胀后的相对速度直接影响通道激波的位置及强度, 气流的相对速度越大, 通道激波越强, 在吸力面上的位置越靠前。气流流过激

波后减速为亚声速气流, 在激波前后巨大压差的作用下, 叶片表面附面层内的低能流体会产生反向流动, 造成叶片表面的流动分离。由于厚度偏差对激波的强度和位置造成了明显的影响, 因此叶表流动分离的位置和效果也相应地发生了改变。

图 14 中计算得到了近失速工况下, 3 个叶片组在 95% 叶高截面上相对马赫数的无量纲标准差($\sigma_{\mu, rma}$)分布。需要注意的是, 虽然叶片厚度变化会导致各叶片样本网格节点的绝对位置发生变化, 但各样本叶片网格结构相同。因此各网格点相对叶表第 1 层网格相对位置没有变化, 因此在求出各网格节点上相对马赫数无量纲标准差后, 结合原型叶片网格点的绝对位置进行了展示, 以分析流场的敏感区域。

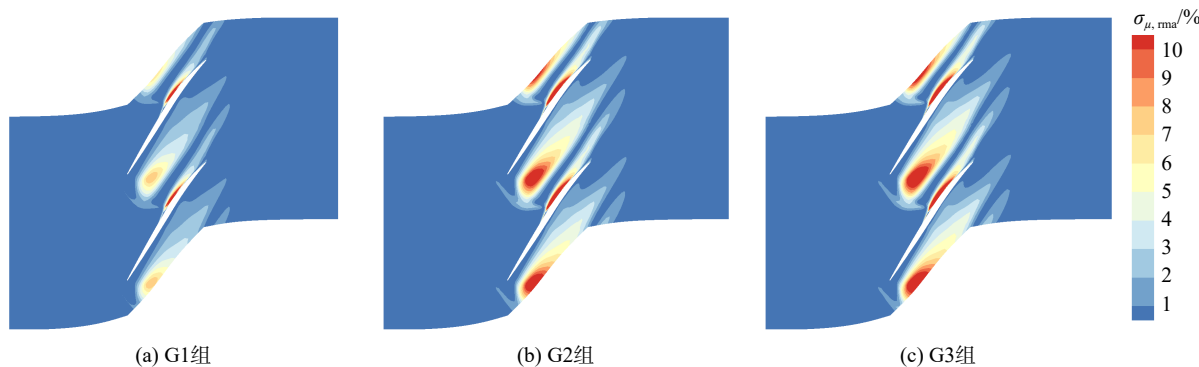


图 14 95% 叶高截面相对马赫数无量纲标准差分布

Fig. 14 Distribution of dimensionless standard deviations of relative Mach number at 95% span

从图 14 中 G1、G2 和 G3 组相同叶高截面上相对马赫数的波动情况可以明显看出, 随着加工精度和偏差分散度的增加, 流场参数的波动程度和明显波动区域逐渐增大。同时, 在近失速工况下, 除了通道激波和附面层分离区域所受影响明显, 通道靠近叶片压力面侧位置也出现了一个敏感区域, 该区域在图 15 中进行了标注, 对应为叶顶泄漏涡破碎形成的低能流体团。

随着工作点向近失速工况逼近, 通道激波强度不断增大, 位置不断前移, 并从叶片前缘脱离, 此时叶顶间隙泄漏涡已无法顺利地流过通道激波, 在激波后部分发生破碎。未破碎的泄漏流可以正常流出通道, 但破碎部分流向发生偏转, 在叶片压力面附近形成较大范围的低能滞止区^[26], 如图 15 中区域 5 所示。由于叶片厚度偏差对通道激波的强度及位置影响明显, 同时厚度偏差引起的质量流量变化也会导致叶片前缘处气流角发生偏移, 叶顶间隙泄漏涡强度及方向也会受到影响。

在两者的共同作用下, 近失速工况下叶顶区域由叶顶泄漏涡破碎引发的低能滞止区的范围也受到了明显的影响。

由叶顶间隙泄漏涡破碎引发的低能滞止区会在周向惯性力的作用下向叶片压力面侧挤压并向

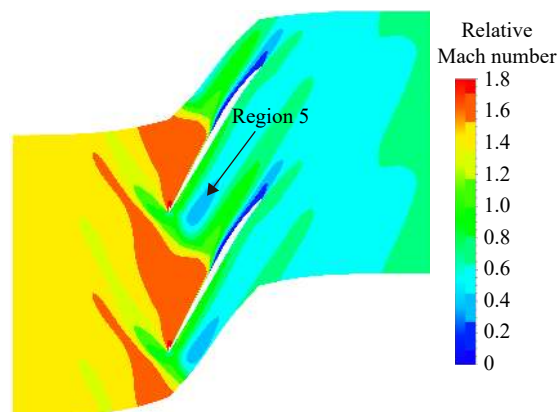


图 15 原型叶片 95% 叶高截面相对马赫数分布

Fig. 15 Relative Mach number distribution at 95% span of prototype blade

前漫延,最终从前缘溢出引发流动失稳。因此可以预见,叶片厚度偏差对转子稳定裕度同样具有明显的影响。

3.3 叶片吸、压力面厚度偏差的影响研究

3.3.1 气动性能不确定性分析

通过构建 NIPC 函数模型,图 16 中给出了 G4、G5 和 G6 组在各计算点处的性能均值,分别记为 μ_{G4} 、 μ_{G5} 和 μ_{G6} ,并与原型叶片气动性能进行了对比。局部放大图中则对比了峰值效率工况以及近失速工况下各叶片组性能均值及原型叶片气动性能。整体来看叶片组性能均值较原型叶片变化不大,但从局部放大图中可以明显看出不同叶片组气动性能的偏移量并不相等,同时近失速工况下气动性能均值的偏移量更大。

图 17 中对 G4、G5 和 G6 组在峰值效率工况和近失速工况下气动性能的无量纲标准差(σ_μ)计算结果进行了比较。峰值效率工况下叶片压力面厚度偏差对转子总压比(π)的影响较为明显,但对质量流量(m_a)和等熵效率(η)的影响很小;叶片吸力面厚度偏差对质量流量的影响最大,但对转

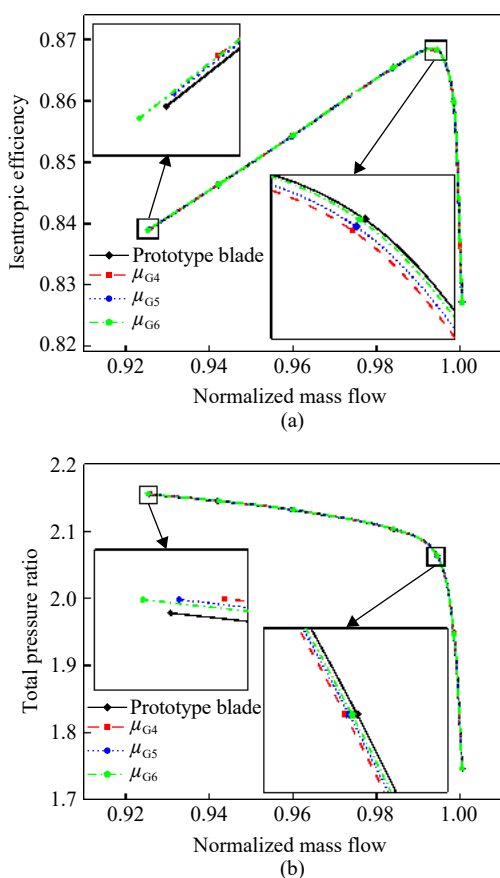
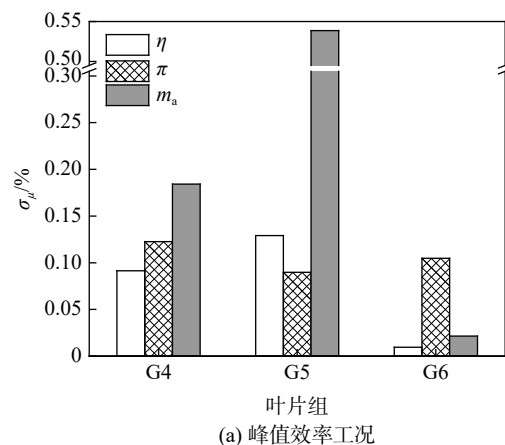
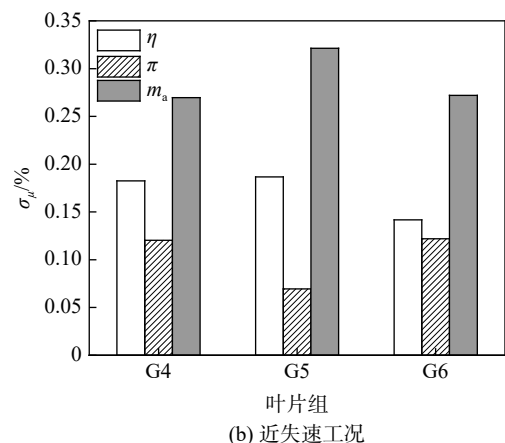


图 16 各叶片组气动性能均值曲线

Fig. 16 Average aerodynamic performance curve of each blade group



(a) 峰值效率工况



(b) 近失速工况

图 17 气动性能无量纲标准差对比

Fig. 17 Comparison of dimensionless standard deviations of aerodynamic performance

子总压比的影响略小于压力面厚度偏差。在近失速工况,叶片压力面厚度偏差对转子等熵效率和质量流量的影响程度明显提升,但其影响效果仍低于吸力面厚度偏差;叶片吸力面厚度偏差对转子各性能影响程度的排序没有发生改变。

对比 G4 组和 G5、G6 组转子性能的无量纲标准差可以发现,叶片吸、压力面厚度偏差共同影响下的转子性能波动程度并不是两者单独影响的叠加,从图 17 中可以看出 G4 组中大部分气动性能的无量纲标准差介于 G5 与 G6 组之间,说明叶片吸、压力面厚度偏差对转子性能单独造成的不确定性影响会在共同作用时部分抵消。

3.3.2 流场不确定性分析

图 18 给出了近失速工况下,3 个叶片组在叶片通道出口截面周向平均总压比的无量纲标准差($\sigma_{\mu,\pi}$)沿叶高的分布。从图中可以发现,叶片压力面厚度偏差对叶片增压能力的影响起主导作用。在 60% 叶高以下区域,叶片厚度偏差引起的转子总压比变化主要是由压力面厚度偏差引起的,只

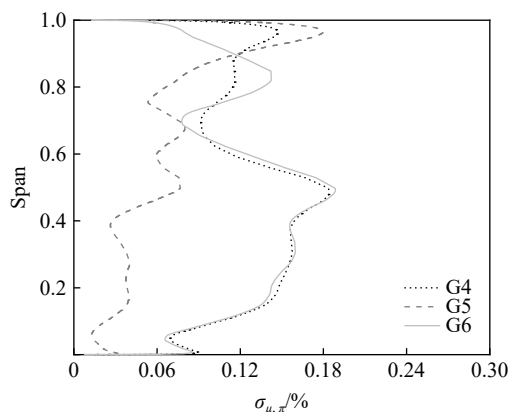


图 18 总压比无量纲标准差分布对比

Fig. 18 Comparison of dimensionless standard deviation distribution of total pressure ratio

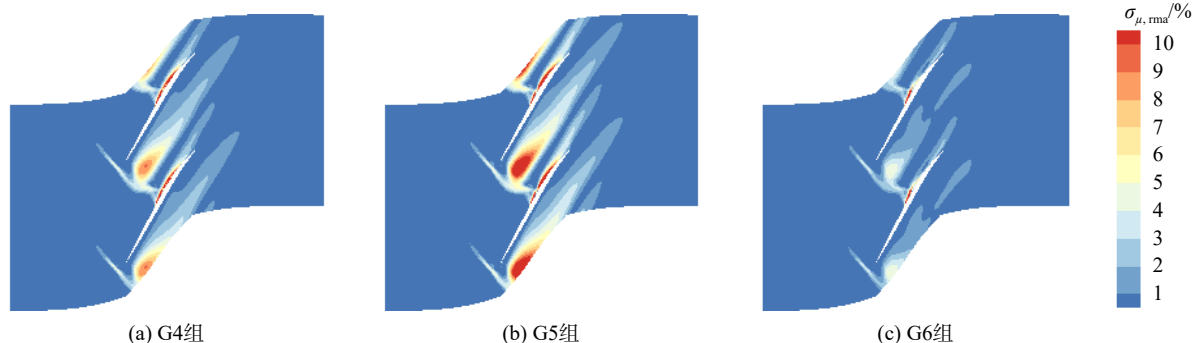


图 19 95% 叶高截面相对马赫数无量纲标准差分布

Fig. 19 Distribution of dimensionless standard deviations of relative Mach number at 95% span

叶片吸、压力面厚度偏差同时作用的 G4 组在 95% 叶高截面上的相对马赫数波动幅度介于 G5 和 G6 组之间, 这说明叶片吸、压力面厚度偏差对流场结构的影响规律相反, 且在两者共同作用时叶片吸力面厚度偏差的影响占主导地位。这进一步证明了在两者共同作用时, 对转子性能单独造成的不确定性影响会有相互抵消的效果。

4 结 论

本文通过构建基于不同概率分布下的 NIPC 模型, 研究了不同概率分布下的叶片厚度偏差以及叶片吸、压力面厚度偏差对转子气动性能的不确定性影响。利用 Spearman 相关系数和 Pearson 相关系数量化分析了叶片厚度偏差与气动性能的相关性, 并分析叶片厚度偏差对流场的不确定性影响, 阐述了流场变化的原因。得到的主要结论如下:

1) 对于厚度偏差概率分布对称且均值为 0 的叶片组, 其性能参数的平均水平较原型叶片变化不大, 性能参数的波动幅度则与厚度偏差分布

有在 90% 叶高以上的区域, 叶片吸力面厚度偏差引起的参数波动才超过压力面厚度偏差。同时, 由 3 个叶片组总压比无量纲标准差曲线在 70% 和 95% 叶高附近区域内的变化趋势也可以看出, 叶片吸、压力面厚度偏差对转子性能的影响具有部分抵消的效果。

图 19 中计算得到了近失速工况下, G4、G5 和 G6 组在 95% 叶高截面上相对马赫数的无量纲标准差分布。从图中可以发现, 叶片吸、压力面厚度偏差引发流场中的敏感区域相同, 但流场中相对马赫数的波动幅度存在较大的差异, 叶片吸力面厚度偏差对叶顶低能滞止区和吸力面附面层的影响明显大于压力面厚度偏差。

的标准差成正比。当加工精度较高时, 转子性能改变量与厚度偏差值具有很强的线性相关性, 随着加工精度降低, 该线性相关性有所下降。

2) 叶片厚度偏差会导致叶片吸力面前半段的膨胀波以及通道激波强度有所改变, 并对转子的增压效果以及等熵效率产生影响。叶片厚度偏差同样对近失速工况下叶顶间隙泄漏涡破碎引发的低能滞止区规模造成了明显的影响。

3) 叶片吸力面厚度偏差主要对转子的质量流量和等熵效率造成影响, 而压力面厚度偏差则主要影响转子的扩压能力。随着出口背压的改变, 叶片吸、压力面厚度偏差对转子性能影响的变化规律也存在差异。同时, 叶片吸、压力面厚度偏差对转子性能独自造成的不确定性影响会在共同作用时部分相互抵消。

参考文献:

- [1] 毛明明. 跨声速轴流压气机叶弯和掠的数值研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2008.
MAO Mingming. Numerical investigation of bowed and swept rotor in a transonic axial compressor[D]. Harbin: Harbin Institute of

- Technology, 2008. (in Chinese)
- [2] 郝伟, 蔺小军, 单晨伟, 等. 薄壁叶片前后缘加工误差补偿技术研究[J]. 机械科学与技术, 2011, 30(9): 1446-1450.
HAO Wei, LIN Xiaojun, SHAN Chenwei, et al. Research on the machining error compensation for the leading and trailing edges of thin-walled blades[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2011, 30(9): 1446-1450. (in Chinese)
- [3] WU C Y. Arbitrary surface flank milling and flank SAM in the design and manufacturing of jet engine fan and compressor airfoils [C]// ASME Turbo Expo 2012. Berlin: ASME Turbo Expo 2012: Turbine Technical Conference and Exposition, 2012: 21-30.
- [4] BAMMERT K, SANDSTEDT H. Influences of manufacturing tolerances and surface roughness of blades on the performance of turbines[J]. *Journal of Engineering for Power*, 1976, 98(1): 29-36.
- [5] SUDER K L, CHIMA R V, STRAZISAR A J, et al. The effect of adding roughness and thickness to a transonic axial compressor rotor[J]. *Journal of Turbomachinery*, 1995, 117(4): 491-505.
- [6] LANGE A, VOIGT M, VOGELER K, et al. Probabilistic CFD simulation of a high-pressure compressor stage taking manufacturing variability into account[C]//ASME Turbo Expo 2010. Glasgow: ASME Turbo Expo 2010: Power for Land, Sea and Air, 2010: 617-628.
- [7] 高丽敏, 蔡宇桐, 曾瑞慧, 等. 叶片加工误差对压气机叶栅气动性能的影响[J]. 推进技术, 2017, 38(3): 525-531.
GAO Limin, CAI Yutong, ZENG Ruihui, et al. Effects of blade machining error on compressor cascade aerodynamic performance [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2017, 38(3): 525-531. (in Chinese)
- [8] 郭正涛, 楚武利, 晏松, 等. 加工误差对压气机叶栅气动性能及稳定性影响的数据挖掘[J]. 推进技术, 2022, 43(3): 141-153.
GUO Zhengtao, CHU Wuli, YAN Song, et al. Data mining on effects of manufacturing error on aerodynamic performance and stability of compressor cascade[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2022, 43(3): 141-153. (in Chinese)
- [9] 中国航空工业总公司. 叶片叶型的标注、公差与叶身表面粗糙度: HB5647-98[S]. 北京: 航空工业出版社, 1999: 15-25.
- [10] MOORE R D R. Design and overall performance of four highly-loaded, high-speed inlet stages for an advanced, high-pressure-ratio core compressor[R]. NASA-TP-1337, 1978.
- [11] SUDER K L, CELESTINA M L. Experimental and computational investigation of the tip clearance flow in a transonic axial compressor rotor[J]. *Journal of Turbomachinery*, 1996, 118(2): 218-229.
- [12] DENTON J D. Lessons from rotor 37[J]. *Journal of Thermal Science*, 1997, 6(1): 1-13.
- [13] 郎进花, 楚武利, 安光耀, 等. 跨声速轴流压气机的失速发展机理[J]. 航空动力学报, 2018, 33(8): 1964-1973.
LANG Jinhua, CHU Wuli, AN Guangyao, et al. Mechanism of stall development in a transonic axial compressor[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2018, 33(8): 1964-1973. (in Chinese)
- [14] 李相君. 高负荷轴流压气机端区流动机制及被动控制[D]. 西安: 西北工业大学, 2018.
LI Xiangjun. The mechanism and passive control of endwall flow in high-load axial flow compressors[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2018. (in Chinese)
- [15] 郭正涛, 楚武利, 姬田园, 等. 端壁倒圆半径误差对高负荷静叶栅性能影响的不确定性分析[J]. 航空动力学报, 2021, 36(10): 2173-2185.
GUO Zhengtao, CHU Wuli, JI Tianyuan, et al. Uncertainty analysis of effects of end wall fillet radius error on high-load stator cascade performance[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2021, 36(10): 2173-2185. (in Chinese)
- [16] MAZZONI C, AHLFELD R, ROSIC B, et al. Uncertainty quantification of leakages in a multistage simulation and comparison with experiments[J]. *Journal of Fluids Engineering*, 2018, 140(2): 021110.
- [17] 傅珏, 蒋伟, 柳一鸣, 等. 叶顶间隙几何不确定性对离心叶轮气动性能的影响[J]. 西安交通大学学报, 2018, 52(11): 51-57.
FU Jue, JIANG Wei, LIU Yiming, et al. Influence of tip clearance geometrical uncertainties on the aerodynamic performance of centrifugal impellers[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2018, 52(11): 51-57. (in Chinese)
- [18] 赵轲, 高正红, 黄江涛, 等. 基于 PCE 方法的翼型不确定性分析及稳健设计[J]. 力学学报, 2014, 46(1): 10-19.
ZHAO Ke, GAO Zhenghong, HUANG Jiangtao, et al. Uncertainty quantification and robust design of airfoil based on polynomial chaos technique[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2014, 46(1): 10-19. (in Chinese)
- [19] 夏立, 邹早建, 王子豪, 等. 应用多项式混沌法求解不确定度量化问题初步研究[C]//中国力学大会论文集 (CCTAM 2019). 杭州: 中国力学学会, 2019: 1128-1133.
XIA Li, ZOU Zaojian, WANG Zihao, et al. Preliminary research on solving uncertainty quantification problems using polynomial chaos method[C]//Proceedings of Chinese Congress of Theoretical and Applied Mechanics (CCTAM 2019). Hangzhou: Chinese Society of Theoretical and Applied Mechanics, 2019: 1128-1133. (in Chinese)
- [20] 王鹏, 修东滨. 不确定性量化导论[M]. 北京: 科学出版社, 2019.
WANG Peng, XIU Dongbin. Introduction to uncertainty quantification[M]. Beijing: Science Press, 2019. (in Chinese)
- [21] 谢启苗. 基于多项式混沌展开的人员疏散时间不确定性研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2014.
XIE Qimiao. Study on uncertainty of occupant evacuation time in fire safety design[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2014. (in Chinese)
- [22] 姬田园, 楚武利, 戴雨晨, 等. 叶顶间隙偏差对叶片气动性能影响的不确定性研究[J]. 推进技术, 2022, 43(10): 134-146.
JI Tianyuan, CHU Wuli, DAI Yuchen, et al. Uncertainty research of effects of blade tip clearance deviation on blade aerodynamic performance[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2022, 43(10): 134-146. (in Chinese)
- [23] 宋晓晶. 基于多项式混沌展开的混合不确定性传播算法[D]. 西安: 长安大学, 2018.
SONG Xiaojing. Hybrid uncertainty propagation algorithm based on polynomial chaos expansion[D]. Xi'an: Changan University, 2018. (in Chinese)
- [24] LANGE A, VOIGT M, VOGELER K, et al. Impact of manufacturing variability on multi-stage high-pressure compressor performance[J]. *Proceedings of the ASME Turbo Expo*, 2012, 7: 417-426.
- [25] 马驰, 高丽敏, 李瑞宇, 等. 真实运行状态下叶顶间隙尺寸波动对跨声速转子气动性能的影响研究[J]. 推进技术, 2020, 41(9): 1958-1966.
MA Chi, GAO Limin, LI Ruiyu, et al. Effects of tip clearance size fluctuation in actual operations on aerodynamic performance of a transonic rotor[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2020, 41(9): 1958-1966. (in Chinese)
- [26] 张燕峰. 高载荷压气机端壁流动及其控制策略研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2010.
ZHANG Yanfeng. Investigation of endwall flow behaviour and its control strategies in highly-loaded compressor[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2010. (in Chinese)

(编辑: 张 雪)