

文章编号: 1000-8055(2024)11-20220978-09

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220978

## 螺旋锥齿轮模态试验与模型修正

何宏图<sup>1</sup>, 曹雪梅<sup>1</sup>, 许 浩<sup>2</sup>, 侯圣文<sup>3</sup>

(1. 河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471003;

2. 中国航发中传机械有限公司, 长沙 410200;

3. 陕西法士特齿轮有限责任公司 陕西省齿轮传动重点实验室, 西安 710119)

**摘 要:** 为准确提取螺旋锥齿轮模态参数, 构建精确动力学模型, 通过试验与仿真相结合的方法, 采用移动力锤法进行模态试验, 提取模态参数; 基于实测数据建立精确仿真模型并进行模态分析; 采用初等旋转变换法修正仿真模态振型, 得到准确的试验和仿真模态置信度, 提高分析精度; 以试验模态频率为目标, 采用响应面法修正模型材料参数。修正后固有频率最大相对误差由 0.83% 下降到 0.353%, 提高了仿真模型精度。试验与仿真频响分析结果表明: 由仿真模型不准确导致的移频现象和加速度幅值误差得到有效控制, 验证了动力学模型的准确性。研究方法为螺旋锥齿轮进一步的结构优化和减振避振奠定基础。

**关 键 词:** 模态参数; 螺旋锥齿轮; 模态试验; 模型修正; 响应面法

中图分类号: V232.8; TH113.1

文献标志码: A

## Modal test and model modification of spiral bevel gears

HE Hongtu<sup>1</sup>, CAO Xuemei<sup>1</sup>, XU Hao<sup>2</sup>, HOU Shengwen<sup>3</sup>

(1. School of Mechanical Engineering,

Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan 471003, China;

2. Zhongchuan Transmission Machinery Company Limited,

Aero Engine Corporation of China, Changsha 410200, China;

3. Shaanxi Key Laboratory of Gear Transmission,

Shaanxi Fast Gear Company Limited, Xi'an 710119, China)

**Abstract:** To accurately extract spiral bevel gears' modal parameters and construct an accurate dynamic model, a combination of experimental and simulation methods were used to conduct modal tests using the moving force hammer method to extract modal parameters; an accurate simulation model was established based on measured data and modal analysis was conducted; the elementary rotation transformation method was used to correct the simulation mode shapes, and the accurate confidence of the test and simulation modes was obtained to improve the analysis accuracy; taking the experimental modal frequency as the target, the response surface method was used to correct the material parameters of the model. After the correction, the maximum relative error of natural frequency was reduced from 0.83% to 0.353%, which improved the accuracy of the simulation model. The experimental and simulation frequency response analysis results showed that the frequency shift phenomenon and acceleration amplitude error caused by inaccurate simulation models were effectively controlled, verifying the accuracy

收稿日期: 2022-12-25

基金项目: 国家自然科学基金(51675161); 陕西省重点研发计划项目(2021ZDLGY10-06); 陕西省重点研发计划项目(2021ZDLGY12-03); 龙门实验室前沿探索课题(LMQYTSKT026)

作者简介: 何宏图(1995—), 男, 硕士生, 研究方向为齿轮传动及振动噪声控制。E-mail: hongtuhe@126.com

通信作者: 曹雪梅(1970—), 女, 教授、硕士生导师, 博士, 主要从事齿轮设计与性能检测研究。E-mail: caoxuemei-2002@163.com

引用格式: 何宏图, 曹雪梅, 许浩, 等. 螺旋锥齿轮模态试验与模型修正[J]. 航空动力学报, 2024, 39(11): 20220978. HE Hongtu, CAO Xuemei, XU Hao, et al. Modal test and model modification of spiral bevel gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(11): 20220978.

of the dynamic model. The research method lays the foundation for further structural optimization and vibration reduction and avoidance of spiral bevel gears.

**Keywords:** modal parameter; spiral bevel gear; modal test; model modified; response surface method

螺旋锥齿轮是航空航天、汽车、轮船等传动系统的重要零件,正朝着轻量化和低噪声的方向发展<sup>[1]</sup>。随着齿轮质量的减小,激振力和噪声也会随之增加,进而导致使用寿命下降。因此,分析螺旋锥齿轮模态参数,计算其结构动力特性,找出薄弱点,避免共振故障,对其结构设计、减振避振具有重要的研究意义和应用价值。

试验和仿真分析是获取模态参数的重要途径。Chen 等<sup>[2]</sup>对比了螺旋锥齿轮副仿真和试验的固有频率误差,分析了腹板厚度和腹板开孔对其固有频率的影响。Xiang 等<sup>[3]</sup>通过模态试验获取了螺旋锥齿轮模态参数,分析了仿真和试验固有频率的误差,为螺旋锥齿轮的动态特性分析提供了依据。

实际工程中,仿真计算值与试验测量值之间往往存在偏差,甚至会得到错误结果,从而不能对结构优化设计提供帮助<sup>[4]</sup>。为了精确预测结构的动力响应,建立一个高准确度的仿真模型越来越重要。因此,利用试验数据修正仿真模型的模型修正技术成为目前研究的热点<sup>[5]</sup>。魏静等<sup>[6]</sup>对某型直升机主减速器机匣进行了自由模态试验,验证了机匣仿真模型的有效性。李书文等<sup>[7]</sup>通过风力发电叶片模态试验验证了仿真模型的准确性。麻越垠等<sup>[8]</sup>以叶栅摆动装置模态试验数据为基础,对仿真模型材料参数进行优化,实现模型修正。秦仙蓉等<sup>[9]</sup>基于塔式起重机模态试验数据,修正仿真模型几何参数和材料参数,提高模型精度。螺旋锥齿轮结构复杂并具有循环对称特性,存在模态分裂现象<sup>[10]</sup>。王世宇等<sup>[11]</sup>、徐港辉等<sup>[12]</sup>、Chang、Tseng 等<sup>[13-14]</sup>均对这种现象进行了研究,并总结了产生模态分裂的一般规律。而结构的重频分裂为相近的两个单频,相应的模态相互耦合,将导致共振区加宽和振幅加大,严重影响系统稳定性<sup>[15]</sup>。因此在螺旋锥齿轮的设计中,应考虑频率分裂的影响,通过模态试验<sup>[16]</sup>和精确的参数辨识获取模态参数,进而修正仿真模型,为螺旋锥齿轮动态学特性分析及结构优化奠定基础。

本文通过模态试验获取螺旋锥齿轮模态参数,并与仿真模态进行对比分析;采用初等旋转变换

法,修正试验与仿真模态振型相关性;分析了产生低阶模态分裂的原因;构建二次多项式响应面模型,以试验固有频率为标准,采用满意度函数法优化材料参数;通过试验与仿真的加速度频率响应对比分析,验证了模型修正的有效性。

1 螺旋锥齿轮模态试验

1.1 模态试验方案

图 1 所示为试验研究的螺旋锥齿轮,其几何参数见表 1。

试验用 2 m 长弹性尼龙绳悬挂齿轮,采用移动力锤法进行试验模态分析。采用 m+p Analyzer 数据采集与分析系统,力锤为 DYTRAN 5800B4 型,单向加速度传感器为 DYTRAN 3097A2 型,用 m+p VibPilot 振动控制和动态信号分析仪采集



图 1 试验测试的螺旋锥齿轮  
Fig. 1 Spiral bevel gear for experiment test

表 1 螺旋锥齿轮的几何参数

Table 1 Geometric parameters of spiral bevel gears

| 参数        | 数值及说明    |
|-----------|----------|
| 齿数        | 26       |
| 模数/mm     | 8.484 8  |
| 中点螺旋角/(°) | 35       |
| 法向压力角/(°) | 20       |
| 齿宽/mm     | 46       |
| 旋转方向      | 左旋       |
| 节锥角/(°)   | 38.233 3 |
| 面锥角/(°)   | 41.415   |
| 根锥角/(°)   | 35.807   |
| 齿根高/mm    | 7.452    |
| 齿顶高/mm    | 8.442    |

数据,测试系统及齿轮悬挂方式如图 2(a)所示。

由于轮齿几何形状复杂、轴孔空间狭小,均不便于锤击,因此将螺旋锥齿轮背平面作为测试面,试验共设置 104 个测点,如图 2(b)所示。为准确识别模态参数,以防传感器质量影响结构对称性,选择周向对称分布的 4 个测点:58、64、71、77 号,布置加速度传感器作为响应点。根据齿轮实际工况,提取 12 000 Hz 以内的模态。采用移动力锤法依次对测点进行轴向激励,并进行 3 次有效平均,以保证能够激励出尽量多的模态。

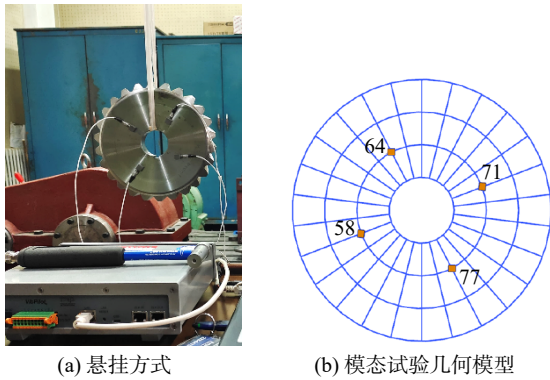


图 2 模态测试悬挂方式及模态试验几何模型

Fig. 2 Suspension mode of modal test and geometric model of modal test

在 m+p Analyzer 数据分析系统进行模态参数辨识,共分为两个阶段。第 1 阶段,使用多参考点时域法辨识系统极点和模态参与因子。第 2 阶段,使用多参考点频域最小二乘算法计算振型和留数。模态参数辨识过程中,最关键的是使用稳态图确定系统极点。稳态图是从测量数据中提取极点的工具,极点是系统的全局特征,随着拟合阶数的增加,系统极点将在稳态图中重复出现。图 3 为多参考点时域算法计算的稳态图,其中稳定极点代表具有稳定频率、阻尼及参与因子的极点,4 条曲线为各参考点频响函数(frequency response function, FRF)。在固有频率处出现稳定的极点列,优质的模态极点在较低的拟合阶次上达到稳定,据此确定系统极点。

## 1.2 试验结果分析

试验采用单向加速度传感器检测轴向振动,因此只识别轴向振动模态。经模态参数辨识提取前 9 阶自由模态,试验模态振型如图 4 所示。

模态置信准则 MAC (model assurance criterion),是振型向量之间的点积,记为  $C_{MAC}$ ,用于评价模态振型向量空间上的相关性<sup>[17]</sup>,其函数定

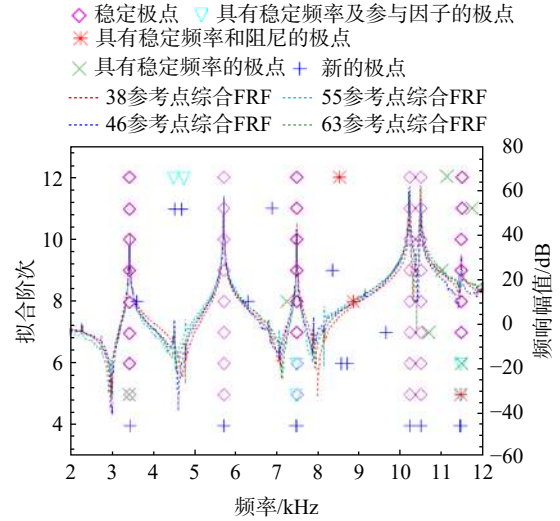


图 3 稳态图

Fig. 3 Stability diagram

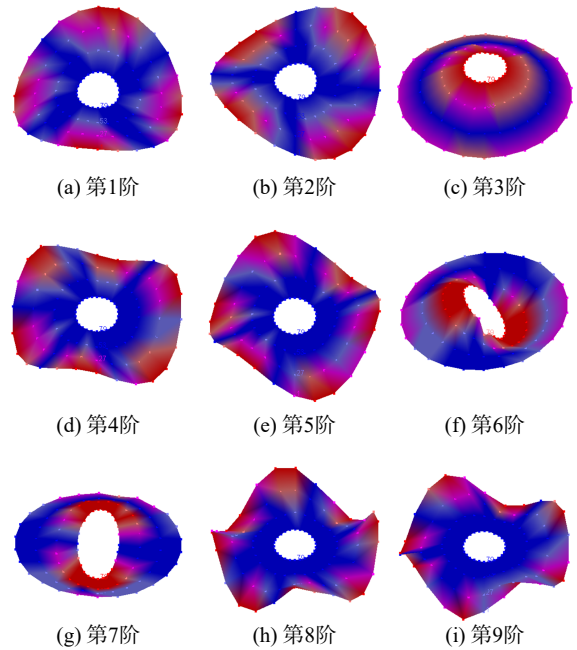


图 4 试验模态振型

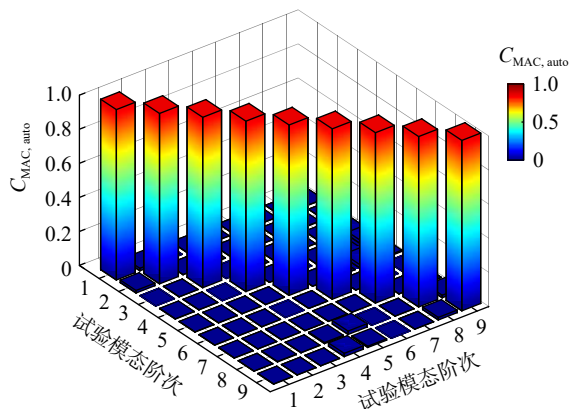
Fig. 4 Experimental modal shapes

义为

$$C_{MAC}(\varphi_r, \varphi_l) = \frac{|\varphi_r^T \varphi_l|^2}{|\varphi_r^T \varphi_r| \cdot |\varphi_l^T \varphi_l|} \quad (1)$$

式中  $\varphi_r, \varphi_l$  是第  $r, l$  阶模态振型向量。

若  $C_{MAC}$  值接近 1,说明两个振型相关性较高;若  $C_{MAC}$  值接近于 0,说明两个振型正交<sup>[18]</sup>。对于模态置信度矩阵而言,矩阵非对角线元素越小,各阶模态振型的独立性越好。在一次模态分析结果中,各阶模态振型向量之间的模态置信度称为自模态置信度,记为  $C_{MAC,auto}$ 。图 5 为试验模态的

图 5 试验模式的  $C_{MAC,auto}$  矩阵图Fig. 5  $C_{MAC,auto}$  matrix of the test mode

$C_{MAC,auto}$  矩阵图, 矩阵对角线元素接近于 1, 非对角线元素接近于 0。说明各阶模态振型均相互独立, 试验测点选择和布置合理, 分析结果无虚假模态。

## 2 螺旋锥齿轮仿真模态分析

### 2.1 仿真模型构建

为保证螺旋锥齿轮模型与其物理实体的几何一致性, 本文使用 Gleason 650GMS 齿轮检测中心实测齿面点坐标, 如图 6 所示。构建螺旋锥齿轮有限元模型, 单元平均大小为 2 mm, 单元类型为 C3D8R, 采用实测齿面点构造齿面网格节点。精确仿真模型能提高模态分析的准确度, 对提升齿轮性能分析可信度也具有重要意义。



图 6 实测齿面点坐标

Fig. 6 Measured coordinates of tooth surface points

### 2.2 仿真模态分析

试验螺旋锥齿轮材料为合金钢。但对于任何材料, 其材料特性参数并不是固定值, 而是一个数值区间<sup>[19]</sup>。材料属性偏差直接影响固有频率,

导致频响函数曲线出现移频现象。本文采用其通用材料参数进行仿真。弹性模量为 210 000 MPa, 密度为 7 900 kg/m<sup>3</sup>, 泊松比为 0.3, 采用 Lanczos 法提取 12 000 Hz 以内的模态, 与试验对应的仿真模态振型如图 7 所示。与图 4 相比, 试验与仿真各阶振型的节径和节圆, 数量一致且相互对应。

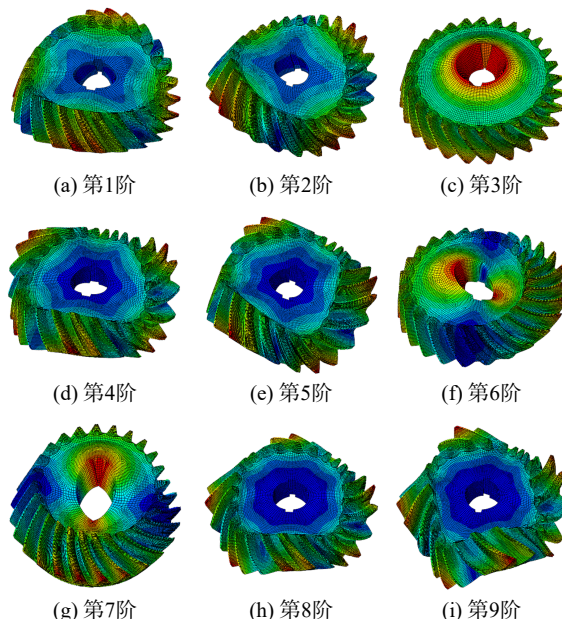


图 7 仿真模态振型

Fig. 7 Simulated modal shape

## 3 试验与仿真模态对比分析

通过对比模态置信度和固有频率, 对仿真和试验结果进行定量的相关性分析。采用初等旋转变换法修正仿真模态振型<sup>[20]</sup>, 得到准确的试验和仿真模态振型置信度; 分析了低阶模态固有频率分裂、试验与仿真频率误差产生的原因。

### 3.1 仿真模型构建

将试验和仿真的模态振型做质量归一化处理, 统一试验测点与仿真节点的自由度和位置。试验与仿真之间的模态置信度称为互模态置信度, 记为  $C_{MAC, cross}$ , 其函数定义为

$$C_{MAC, cross}(\Psi_F, \Psi_S) = \frac{|\Psi_F^T \Psi_S|^2}{|\Psi_F^T \Psi_F| \cdot |\Psi_S^T \Psi_S|} \quad (2)$$

式中  $\Psi_F$ 、 $\Psi_S$  分别为仿真第  $F$  阶和试验第  $S$  阶的模态振型向量。

利用式(2)计算  $C_{MAC, cross}$  矩阵。如图 8 所示, 前 7 阶  $C_{MAC, cross}$  值接近 1, 说明试验与仿真的振型相关性较高, 而第 8 阶、第 9 阶模态处  $C_{MAC, cross}$  值

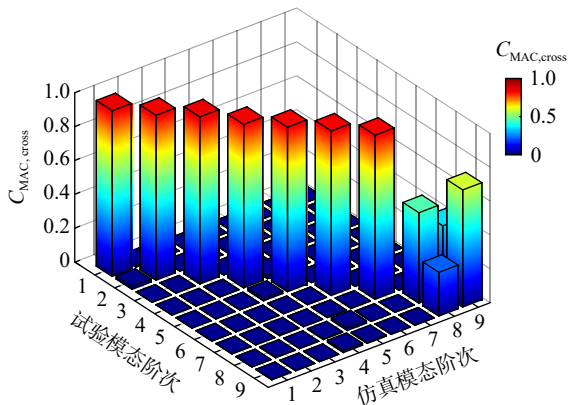


图 8 初始  $C_{MAC, cross}$  矩阵图  
Fig. 8 Initial  $C_{MAC, cross}$  matrix

很低。这是因为试验与仿真采用不同的计算方法，导致得到的各阶重根模态振型通常存在不相等的夹角误差，再综合试验中传感器及其导线对结构对称性的影响，导致试验与仿真  $C_{MAC, cross}$  值很低。

本文采用初等旋转变换法修正模态振型相关性。设置步长为  $1^\circ$ ，将试验模态振型旋转 360 次，以  $C_{MAC, cross}$  最大为目标，计算最优旋转角度。图 9 为初等旋转变换修正后的  $C_{MAC, cross}$  矩阵图，消除夹角误差后，对角元素接近 1，非对角元素接近 0，真实反映了试验与仿真的模态振型相关性。

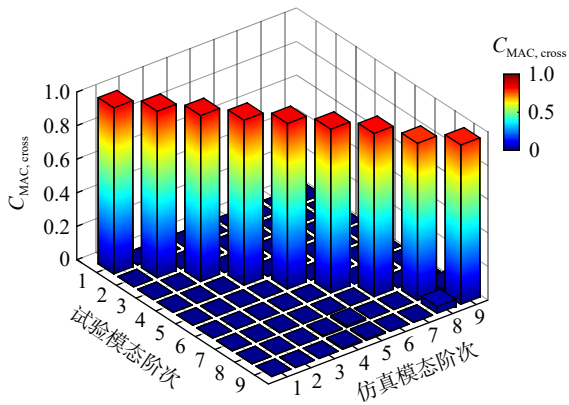


图 9 修正后的  $C_{MAC, cross}$  矩阵图  
Fig. 9 Corrected  $C_{MAC, cross}$  matrix

3.2 固有频率对比分析

表 2 为试验与仿真固有频率及相对误差，并给出了试验模态阻尼比和各阶节圆-节径数量。其中，节径是指齿轮模态振型值为零的直径，节圆是振型值为零的圆周。对比各阶模态振型与频率，发现在振型相同波动特征处出现两个不同频率，即模态分裂现象。根据模态分裂的规律，当  $2n/N$  ( $n$  为振动波数， $N$  为循环对称阶数) 为正整数时产生模态分裂。而本文齿轮齿数为 26，即

$N=26$ ，在低阶模态不产生分裂。但本文齿轮还存在键槽结构，因此，综合考虑轮齿与两个键槽的影响，此时循环对称阶数变为 2，这将导致所有弯曲模态固有频率都产生分裂现象，对应于表 2 节径数(振动波数)为 1、2、3、4 的模态。

表 2 试验与仿真频率对比  
Table 2 Comparison of test and simulation frequencies

| 阶次 | 频率/Hz      |            | 频率相对误差/% | 阻尼比/% | 节圆-节径 |
|----|------------|------------|----------|-------|-------|
|    | 试验         | 仿真         |          |       |       |
| 1  | 3 430.451  | 3 431.706  | 0.037    | 0.060 | 0-2   |
| 2  | 3 443.252  | 3 447.495  | 0.123    | 0.078 | 0-2   |
| 3  | 5 726.575  | 5 774.115  | 0.830    | 0.035 | 1-0   |
| 4  | 7 503.108  | 7 476.442  | 0.355    | 0.029 | 0-3   |
| 5  | 7 507.427  | 7 482.220  | 0.336    | 0.022 | 0-3   |
| 6  | 10 251.236 | 10 314.870 | 0.621    | 0.050 | 1-1   |
| 7  | 10 523.404 | 10 580.790 | 0.545    | 0.041 | 1-1   |
| 8  | 11 502.827 | 11 430.140 | 0.632    | 0.035 | 0-4   |
| 9  | 11 508.263 | 11 430.430 | 0.676    | 0.026 | 0-4   |

其次，对比发现仿真和试验模态存在频率误差，这是因为仿真材料参数不准确，固有频率相对误差最大为 0.83%。固有频率决定了系统的动力学特性，对振动特性分析、预测等后续应用至关重要<sup>[21]</sup>。因此必须修正螺旋锥齿轮模型材料参数，进一步提升模型可信度。

4 试验与仿真模态对比分析

针对螺旋锥齿轮试验与仿真的固有频率误差，采用响应面法<sup>[22]</sup>通过试验数据修正材料参数，降低频率误差。响应面法是通过一系列确定性试验，用多项式函数来近似隐式极限状态函数<sup>[23]</sup>。选定弹性模量、泊松比和密度作为修正参数，前 9 阶固有频率作为目标响应，使用中心复合法<sup>[24]</sup>设计仿真试验样本空间，通过回归分析建立拟合的响应面模型，采用满意度函数法进行优化，得到修正后的材料参数，使试验与仿真固有频率的误差达到最小，得出最可靠的仿真模型。

4.1 固有频率对比分析

设定材料参数取值范围，并采用“三因素五水平”中心复合试验设计方法设计样本点。用水平为 0 代表材料参数初始取值；用水平为  $\pm 1$  代表材料参数在因子点的取值；用水平为  $\pm 2$  代表材料参数在轴向点的取值。待修正参数的水平值如表 3 所示。

表 3 修正参数取值范围  
Table 3 Range of modified parameters

| 参数                               | 水平值         |            |             |             |             |
|----------------------------------|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|
|                                  | -2          | -1         | 0           | 1           | 2           |
| 弹性模量 $E/\text{MPa}$              | 176 364.000 | 19 000.000 | 210 000.000 | 230 000.000 | 243 636.000 |
| 泊松比 $U$                          | 0.132       | 0.200      | 0.300       | 0.400       | 0.468       |
| 密度 $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$ | 7 563.642   | 7 700.000  | 7 900.000   | 8 100.000   | 8 236.358   |

选取 15 组仿真方案如表 4 所示, 求解每组样本点的前 9 阶固有频率, 获得完整的样本数据。

表 4 中心复合设计试验表  
Table 4 Test table of center composite design

| 参数编号 | 水平值  |     |    |
|------|------|-----|----|
|      | 弹性模量 | 泊松比 | 密度 |
| 1    | -1   | -1  | -1 |
| 2    | 1    | -1  | -1 |
| 3    | -1   | 1   | -1 |
| 4    | 1    | 1   | -1 |
| 5    | -1   | -1  | 1  |
| 6    | 1    | -1  | 1  |
| 7    | -1   | 1   | 1  |
| 8    | 1    | 1   | 1  |
| 9    | -2   | 0   | 0  |
| 10   | 2    | 0   | 0  |
| 11   | 0    | -2  | 0  |
| 12   | 0    | 2   | 0  |
| 13   | 0    | 0   | -2 |
| 14   | 0    | 0   | 2  |
| 15   | 0    | 0   | 0  |

本文采用带交叉项的完整二次型响应面模型

$$y = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i + \sum_{i=1}^n \alpha_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j>1}^n \alpha_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (3)$$

式中  $x_i$ 、 $x_j$  ( $i, j=1, 2, \cdots, n$ ) 为修正参数;  $y$  为响应面模型的响应值;  $\varepsilon$  是响应面计算值与真实值之间的误差;  $\alpha_0$ 、 $\alpha_i$ 、 $\alpha_{ii}$ 、 $\alpha_{ij}$  是待定系数。使用最小二乘法求解待定系数, 每阶固有频率对应一个响应面函数模型, 共构造 9 组响应面函数模型。

4.2 模型修正

本文采用满意度函数法进行多响应优化。满意度函数法是将每个响应变量转换成  $[0, 1]$  区间内的个体满意度函数<sup>[25]</sup>。响应越靠近目标值, 满意度越接近 1; 如果响应超出规格范围, 则满意度

为 0。定义个体满意度函数为

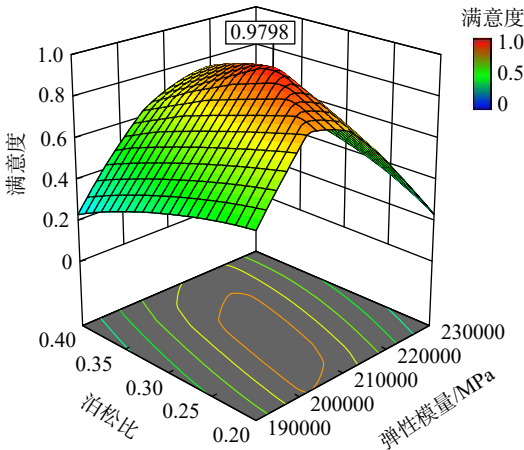
$$f(y_a(x)) = \begin{cases} \left( \frac{y_a(x) - L_a}{R_a - L_a} \right)^{S_a} & L_a \leq y_a(x) < R_a \\ \left( \frac{y_a(x) - H_a}{R_a - H_a} \right)^{P_a} & R_a \leq y_a(x) < H_a \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

式中  $y_a(x)$  ( $a=1, 2, \cdots, m$ ) 表示各响应面模型响应值,  $a$  表示固有频率的阶次, 本文中  $m=9$ ;  $x$  表示修正参数;  $R_a$  表示优化目标值;  $H_a$  和  $L_a$  分别表示  $y_a(x)$  的上下限;  $S_a$ 、 $P_a$  为常数, 决定满意度函数的形状(凹凸性或者线性)。

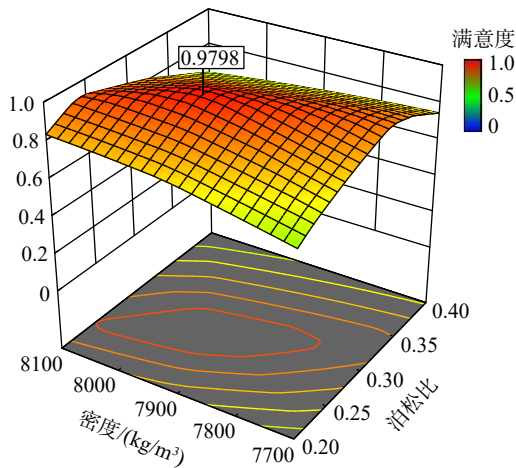
为将多目标优化问题转化为单目标优化问题, 用加权几何平均的综合满意度函数  $F$  作为优化目标函数。将各阶实测固有频率作为目标值, 以综合满意度最大为优化目标, 约束修正参数上下限, 形式如下:

$$\begin{cases} \max & F = \left( \prod_{a=1}^k f(y_a(x))^{\omega_a} \right)^{\frac{1}{\sum \omega_a}} \\ \text{s.t.} & l \leq x \leq h \end{cases} \quad (5)$$

式中  $\omega_a$  为  $y_a(x)$  的权重;  $h$  和  $l$  分别表示修正参数对应的上、下限。优化后各修正参数的满意度函数响应曲面如图 10 所示, 综合满意度函数(满意



(a) 优化后弹性模量、泊松比满意度响应曲面



(b) 优化后密度、泊松比满意度响应曲面

图 10 优化后的满意度响应曲面

Fig. 10 Optimized satisfaction response surface

度)最大值为 0.979 8 接近于 1, 表明优化后各阶固有频率接近实测值。

表 5 是满意度函数法优化后的材料参数。

表 6 是修正后试验与仿真固有频率相对误差表。对比表 2 和表 7, 最大频率相对误差由 0.83% 下降到 0.353%。

表 5 修正后的材料参数

Table 5 Modified material parameters

| 材料参数                               | 原始值         | 修正后值        |
|------------------------------------|-------------|-------------|
| 弹性模量 $E/\text{MPa}$                | 210 000.000 | 208 232.169 |
| 泊松比 $\nu$                          | 0.300       | 0.274       |
| 材料密度 $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$ | 7 900.000   | 7 890.797   |

表 6 模型修正后误差值

Table 6 Error value after model modification

| 模态阶数 | 试验频率/Hz    | 修正后        |        |
|------|------------|------------|--------|
|      |            | 仿真频率/Hz    | 相对误差/% |
| 1    | 3 430.451  | 3 439.541  | 0.265  |
| 2    | 3 443.252  | 3 455.394  | 0.353  |
| 3    | 5 726.575  | 5 715.837  | 0.188  |
| 4    | 7 503.108  | 7 501.398  | 0.023  |
| 5    | 7 507.427  | 7 507.295  | 0.002  |
| 6    | 10 251.236 | 10 263.110 | 0.116  |
| 7    | 10 523.404 | 10 523.440 | 0.000  |
| 8    | 11 502.827 | 11 470.170 | 0.284  |
| 9    | 11 508.263 | 11 470.470 | 0.328  |

4.3 模型验证

采用模态叠加法对修正前后仿真模型进行频

响分析, 模态阻尼比采用试验数据<sup>[26]</sup>, 输入载荷谱为实测 58 号点的锤击力。其中, 修正模型采用修正后的模态振型和材料参数。图 11 为 58 号点修正前后仿真以及试验的加速度响应。模型修正后仿真固有频率和振动加速度更趋近试验测试值, 移频现象得到有效控制; 由于第 8 阶、第 9 阶模态贡献量较低, 因此振动加速度幅值不明显; 仿真振动加速度值与试验值仍有误差。在共振频率处加速度响应幅值主要受阻尼影响, 在后续研究工作中, 将修正模态阻尼比, 进一步提升仿真模型可信度。

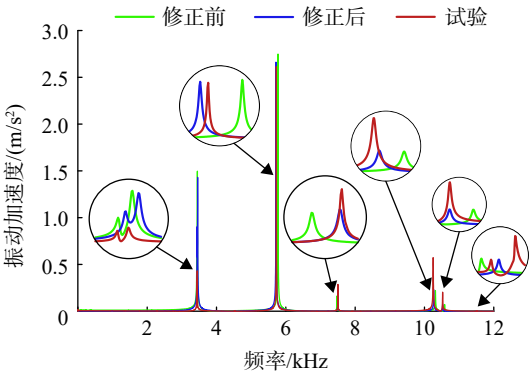


图 11 加速度频响曲线对比图

Fig. 11 Comparison diagram of acceleration frequency response curve

5 结 论

本文通过模态试验提取模态参数, 基于试验数据修正了模态振型和模型材料参数, 构建了高精度螺旋锥齿轮动力学仿真模型。主要工作及结论如下:

1) 基于齿面实测数据构建精确有限元模型; 对仿真和试验模态振型进行定量的相关性分析; 采用初等旋转变换法修正仿真模态振型, 修正后的 CrossMAC 矩阵表明试验与仿真模态振型具有较好的一致性, 提高了分析精度。

2) 对比螺旋锥齿轮试验与仿真的固有频率, 发现了模态分裂现象和试验与仿真的频率误差。分析得出键槽是导致低阶模态分裂的主要原因; 试验与仿真的频率误差是仿真材料参数不准确造成的。

3) 以各阶试验固有频率为目标, 采用响应面法构建材料参数与各阶固有频率之间的回归模型, 修正弹性模量、泊松比和材料密度, 修正后固有频率最大相对误差由 0.83% 下降到 0.353%, 表明

构造的仿真模型具有较高的准确度。

4) 试验与仿真频响分析结果表明, 由于仿真模型不准确导致的移频现象和振动加速度误差得到有效控制, 验证了动力学模型的准确性。

## 参考文献:

- [1] GU Li, XIANG Tie, LI Peng, et al. Free modal analysis for the pinion of logarithmic spiral bevel gear with 20CrMnTi[J]. *Key Engineering Materials*, 2015, 667: 512-517.
- [2] CHEN Yuan, MOU Xudong. Natural characteristics analysis and experimental test of spiral bevel gear pair in the tractor transmission system[J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2021, 13(8): 1-8.
- [3] XIANG Tieming, LAN Diandian, ZHANG Shaohui, et al. Experimental modal test of the spiral bevel gear wheel using the PolyMAX method[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2018, 32(1): 21-28.
- [4] 石进峰, 吴清文, 郭万存, 等. 基于有效模态质量的有限元建模[J]. *系统仿真学报*, 2013, 25(5): 995-998.
- SHI Jinfeng, WU Qingwen, GUO Wancun, et al. Application of modal effective mass for finite element model construction[J]. *Journal of System Simulation*, 2013, 25(5): 995-998. (in Chinese)
- [5] 张保强, 陈国平, 郭勤涛. 基于模态频率和有效模态质量的有限元模型修正[J]. *振动与冲击*, 2012, 31(24): 69-73, 81.
- ZHANG Baoqiang, CHEN Guoping, GUO Qintao. Finite element model updating based on modal frequency and effective modal mass[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2012, 31(24): 69-73, 81. (in Chinese)
- [6] 魏静, 周仁弘毅, 张爱强, 等. 复杂异型机匣高效高精度动力学建模及评价方法[J]. *航空动力学报*, 2021, 36(7): 1520-1532.
- WEI Jing, ZHOU Renhongyi, ZHANG Aiqiang, et al. High-efficiency and accurate dynamical modeling and evaluation method for complex irregular casing[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2021, 36(7): 1520-1532. (in Chinese)
- [7] 李书文, 郭明, 祝磊. 小型风力发电机组叶片模态分析[J]. *太阳能学报*, 2016, 37(5): 1114-1118.
- LI Shuwen, GUO Ming, ZHU Lei. Modal analysis of a blade for a small wind turbine[J]. *Acta Energetica Solaris Sinica*, 2016, 37(5): 1114-1118. (in Chinese)
- [8] 麻越垠, 陈万华, 王元兴, 等. 基于响应面方法的叶栅摆动装置有限元模型修正[J]. *振动与冲击*, 2016, 35(22): 232-236, 242.
- MA Yueyin, CHEN Wanhua, WANG Yuanxing, et al. Finite element model updating of a blade swing mechanism based on response surface method[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2016, 35(22): 232-236, 242. (in Chinese)
- [9] 秦仙蓉, 潘杰, 徐俭, 等. 塔式起重机结构有限元模型修正的响应面方法[J]. *振动与冲击*, 2018, 37(6): 244-250.
- QIN Xianrong, PAN Jie, XU Jian, et al. Response surface method for the structural finite element model updating of tower cranes[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2018, 37(6): 244-250. (in Chinese)
- [10] 徐进友, 刘建平, 王世宇, 等. 环状旋转周期结构模态摄动分析[J]. *天津大学学报*, 2010, 43(11): 1015-1019.
- XU Jinyou, LIU Jianping, WANG Shiyu, et al. Modal perturbation analysis for annular rotationally periodic structures[J]. *Journal of Tianjin University*, 2010, 43(11): 1015-1019. (in Chinese)
- [11] 王世宇, 陈东亮, 刘建平, 等. 分组对称旋转周期结构固有频率分裂解析分析[J]. *天津大学学报*, 2012, 45(5): 393-399.
- WANG Shiyu, CHEN Dongliang, LIU Jianping, et al. Analytical analysis on natural frequency splitting of rotationally periodic structure with grouped features[J]. *Journal of Tianjin University*, 2012, 45(5): 393-399. (in Chinese)
- [12] 徐港辉, 祝长生. 电机定子振动模态频率分裂特性分析[J]. *振动工程学报*, 2023, 36(4): 953-962.
- XU Ganghui, ZHU Changsheng. Analysis of modal frequency splitting characteristics of motor stator vibration[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2023, 36(4): 953-962. (in Chinese)
- [13] CHANG J Y, WICKERT J A. Response of modulated doublet modes to travelling wave excitation[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 242(1): 69-83.
- [14] TSENG J G, WICKERT J A. On the vibration of bolted plate and flange assemblies[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1994, 116(4): 468-473.
- [15] YU R C, MOTE C D Jr. Vibration and parametric excitation in asymmetric circular plates under moving loads[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1987, 119(3): 409-427.
- [16] 张力. 模态分析与试验[M]. 北京: 清华大学出版社, 2011.
- ZHANG Li. Modal analysis and experiments[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2011. (in Chinese)
- [17] 金鑫, 陈凯康, 姬江涛, 等. 基于模态置信度准则的插秧机支撑臂模态分析与结构优化[J]. *农业工程学报*, 2018, 34(18): 93-101.
- JIN Xin, CHEN Kaikang, JI Jiangtao, et al. Modal analysis and structure optimization of transplanter support arm based on modal assurance criterion[J]. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering*, 2018, 34(18): 93-101. (in Chinese)
- [18] 苏忠亭, 徐达, 杨明华, 等. 基于模态试验的某火炮身管有限元模型修正[J]. *振动与冲击*, 2012, 31(24): 54-59.
- SU Zhongting, XU Da, YANG Minghua, et al. Finite-element model updating for a Gun barrel based on modal test[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2012, 31(24): 54-59. (in Chinese)
- [19] 王立新, 陈林凯. 利用模态试验和有限元分析确定材料特性参数的方法[J]. *机械传动*, 2018, 42(12): 150-154.
- WANG Lixin, CHEN Linkai. A method of identifying the characteristic parameter of material by using modal test and finite element analysis[J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2018, 42(12): 150-154. (in Chinese)
- [20] 褚志刚, 夏金凤, 王光建, 等. 循环对称结构重根模态振型相关性修正[J]. *机械工程学报*, 2014, 50(23): 59-65.
- CHU Zhigang, XIA Jinfeng, WANG Guangjian, et al. Correlation correction for doublet mode shapes of cyclic symmetric structures[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 50(23): 59-65. (in Chinese)
- [21] 韩健明, 杨翼, 马清雅, 等. 多级齿轮传动转子系统的模态缩减与振动特性分析[J]. *振动与冲击*, 2021, 40(4): 43-50.
- HAN Jianming, YANG Yi, MA Qingya, et al. Modal reduction and vibration analysis for a multi-stage geared rotors system[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2021, 40(4): 43-50. (in Chinese)
- [22] ZHONG Jiwei, GOU Hongye, ZHAO Hu, et al. Comparison of several model updating methods based on full-scale model test of track beam[J]. *Structures*, 2022, 35: 46-54.
- [23] WANG Hongxia, CHEN Dading, PAN Fei, et al. Multi-objective optimization design of helical gear in centrifugal compressor based on response surface method[J]. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2018, 423: 012040.

- [24] 郭勤涛, 张令弥, 费庆国. 用于确定性计算仿真的响应面法及其试验设计研究[J]. 航空学报, 2006, 27(1): 55-61.  
GUO Qintao, ZHANG Lingmi, FEI Qingguo. Response surface method and its experimental design for deterministic computer simulation[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2006, 27(1): 55-61. (in Chinese)
- [25] 马军, 武柳洋, 何文斌, 等. 基于耦合分析与加权满意度的机械系统多目标协同优化方法[J]. 中国机械工程, 2017, 28(13): 1574-1579.  
MA Jun, WU Liuyang, HE Wenbin, et al. Multi-objective collaborative optimization method for mechanical systems based on coupling analysis and weighted satisfaction degree[J]. China Mechanical Engineering, 2017, 28(13): 1574-1579. (in Chinese)
- [26] 高晔, 孙伟, 朴玉华, 等. 基于实测频响函数反推管路卡箍支承刚度与阻尼[J]. 航空动力学报, 2019, 34(3): 664-670.  
GAO Ye, SUN Wei, PIAO Yuhua, et al. Inverse identification of support stiffness and damping of hoop based on measured FRF[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(3): 664-670. (in Chinese)

(编辑: 王碧琚)