

文章编号: 1000-8055(2024)11-20220844-11

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220844

货运飞机装箱与配载组合优化

赵向领^{1,2}, 左 蕾¹

(1. 中国民航大学 空中交通管理学院, 天津 300300;
2. 东北大学 智能工业数据解析与优化教育部重点实验室, 沈阳 110819)

摘 要: 为了指导航空货运装箱操作, 挖掘航班运力, 提高运输效率, 通过装箱与配载组合优化建模与求解, 获得初步装箱方案。建立了分步优化模型、组合优化模型和改进的组合优化模型, 3 种模型以业载量装载最大和重心偏移指定位置最小为目标, 综合考虑了实际装箱和配载操作中的各种限制条件, 包括集装箱和飞机机舱的体积限制、质量限制、位置限制、平衡限制等各类约束。以 B777F 机型为例, 采用商业求解器 Gurobi 对 3 种模型 4 类不同条件数据进行求解、验证和对比分析。试验表明: 分步优化模型的求解速度最快, 在限定时间内求解出来的案例平均使用时间为 87.77 s; 但重心偏差最大, 平均偏差为 1.35%, 部分案例出现不可接受情况, 最大达到 3.66%, 平均业载量最小, 为 97 412.37 kg。组合优化模型求解时间最长, 48% 的案例在限制时间内无法求解出来, 求解出的案例平均使用时间为 880.25 s, 现实操作中很难接受。改进组合优化模型, 求解时间可接受, 平均为 424.79 s, 目标优化效果最好, 平均业载量最大, 为 97 679.77 kg; 所有重心偏差被控制在 1.16% 以内, 平均为 0.79%。

关 键 词: 航空货运; 装箱; 载重平衡; 整数规划; 组合优化

中图分类号: V271.9

文献标志码: A

Optimization of cargo aircraft packing and stowage combination

ZHAO Xiangling^{1,2}, ZUO Lei¹

(1. College of Air Traffic Management, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;
2. Key Laboratory of Data Analytics and Optimization for Smart Industry, Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract: To guide the packing operation, raise aircraft payload, and boost transportation effectiveness, models of the combination of air cargo palletization (ACP) and aircraft weight and balance (AWB) were developed. The bi-level optimization model (BOM), the combinatorial optimization model (COM), and the improved combinatorial optimization model (IOM) were proposed, and the objectives of the models were the maximum payload and the minimum center of gravity (CG) deviation from a defined target CG. The models also took into account a wide range of restrictions in real packing and stowing operations, such as limitations on capacity, weight, loading position, aircraft balance, and other factors in aircraft and unit loading devices. Four scenarios with various conditional data for three models were tested and analyzed using the commercial solver Gurobi, by taking the B777F as an example. Tests showed that while the BOM had the greatest CG deviation and the smallest mean payload (97 412.37 kg), it also had the fastest solution speed. For cases solved within the time limit, the mean computational time was 87.77 s, but the mean CG deviation was 1.35%. And there were some unacceptable cases where the maximum approached 3.66%. The COM test required the longest time for completion; 48% of the cases cannot be

收稿日期: 2022-11-04

基金项目: 国家自然科学基金(U2333217, 52272356); 中央高校基本科研业务费专项(3122020049, 3122019130);

中国民航大学研究生科研创新资助项目(2022YJS087)

作者简介: 赵向领(1979—), 男, 副教授、硕士生导师, 博士, 主要从事飞机装载与配平方面的研究。E-mail: zlx-llx@163.com

引用格式: 赵向领, 左蕾. 货运飞机装箱与配载组合优化[J]. 航空动力学报, 2024, 39(11): 20220844. ZHAO Xiangling, ZUO Lei. Optimization of cargo aircraft packing and stowage combination[J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(11): 20220844.

solved in the given time limit, and the mean took 880.25 s for completion, making it a challenge to accept in real-life scenarios. The IOM had an acceptable solution time, with a mean of 424.79 s, the best target optimization effect, and the greatest payload, with a mean of 97 679.77 kg; all CG deviations were controlled within 1.16%, with a mean of 0.79%.

Keywords: air cargo; packing; weight and balance; integer programming; combinatorial optimization

航空货运是航空公司的重要盈利点,航班的装载计划是航空货运运行规划的重要环节。合理的装载计划不仅要保障飞行安全,还要提高运输量,确保飞机重心合理。计划不合理,会影响航班正常运行。制作装载计划及其操作实施,一般要求在航班起飞前两小时内完成,时间紧迫,且受到货物诸多特征及飞机运行操作等各种安全限制,装载计划决策非常困难。

货运的装载计划包括装箱和配载两部分工作。

装箱是将散货分配到不同的集装器(unit loading devices, ULD),同时需要满足集装器的装载限制。货物的打包装箱,可以更好地对散货进行规划,快速装卸,提高作业效率,减少物品破损;且集装器可多次使用,降低货运费用。在货物打包装箱过程中,货物通过传送带连续送达,操作员基于当前集装器组装现状,及时、快速、不间断地选择一件合适货物,放入集装器,决策时间短,主要依赖个人经验。不同操作员很难实现统一装载标准,使得不同集装器质量及轮廓偏差较大,为后续的配载、装机等工作带来困难。

配载是把已经装载货物的集装器分配到飞机的货舱舱位,同时满足飞机运行的载重平衡要求。合理的配载方案能够通过减少装载后整机重心与目标重心的偏差,减小飞行阻力和燃料消耗,对提高运输效率、降低存储和运输成本等具有重要意义。

当前航空公司把装箱与配载分开计划,操作隔离。装箱过程只考虑集装箱的各种限制要求,不能很好地为后续配载服务,致使配载优化困难或不理想,间接带来燃油消耗增多问题,甚至威胁飞行安全。装箱问题与配载直接相关,通过配载指导货物装箱,通过合理装箱实现更好地配载,是航空物流发展的必然。

因此,本文的研究目的是:在当前航空公司的预配载阶段,通过装箱和配载进行组合优化,以业载量最大为目标,指导装箱方案,充分挖掘航班运力,提高运输效率。

1 国内外研究进展

航空货运的装箱与配载的研究多是把两者单独研究。

在装箱问题的研究中,Brandt 等^[1]综述了装箱问题的相关文献,对比了约束条件指出,同时处理多种实际约束的研究的文献很少。Techanitisawad 等^[2]提出了两步解决方案:首先,通过求解混合整数线性规划模型将物品分发到各个箱子中,然后根据所使用的约束,使用启发式方法对每个箱子进行包装。Ceschia 等^[3]等考虑复杂的集装箱装载问题,考虑了集装箱的约束限制条件,还考虑了盒子必须被送到不同目的地的情况(多次投递)。Liu 等^[4]建立了一个多目标二维数学模型,提出了一种多目标进化粒子群优化算法。对大量各种试验实例进行了数值研究,并将其性能与其他优化方法进行了比较,证明多目标粒子群优化算法在解决多目标装箱问题中的有效性。Bayraktar 等^[5]研究在没有货物重叠超出箱子尺寸限制的情况下,最大化集装器的利用率,解决货物分配的 3 个不同的方位限制,通过人工蜂群算法求解单集装器装载问题。Gimenez-Palacios 等^[6]研究集装箱的装载问题,主要关注一种特殊类型的物流约束:完全装运约束,即确保每个客户订单中的所有箱子都被装载或没有被装载提出了整数线性规划模型,基于先验策略、后验策略和混合策略 3 种情形,使用可变邻域搜索算法求解并进行了广泛的计算分析。Li 等^[7]提出了一种大规模邻域搜索算法,将货物分配给货箱。与传统的邻域搜索和混合整数规划模型相比具有稳定性。Tang^[8]针对随机需求下的航空货物装载问题,提出了一种将场景分解与遗传算法结合的求解方法,讨论了在随机需求下确定集装器装载计划的不同方法。Kaluzny 等^[9]详细介绍了一种混合整数线性规划模型,确定货舱内一组物品的摆放位置,解决装载平衡的问题。虽然考虑了很多相关约束,仍然没有明确考虑到与地板强度和货物捆绑有关的约束。Verstichel 等^[10]介绍了载重平衡问题的混合

整数规划方法, 目标是货物总价值最大化, 并实现最优重心 (center of gravity, CG)。结果表明模型符合安全要求, 实现油耗降低和重心偏移量变小。Huang 等^[11]研究了在航空货运代理中如何合并收到的货物以满足托运人的需求, 同时最大限度地减少航空公司收取的费用。以拉格朗日松弛为基础, 开发了一种递归启发式算法。Bookbinder 等^[12]建立了一个混合整数规划模型, 并提出了枢纽权重方案下空运货物集散问题的 4 种求解方法, 结果表明, 具有松弛诱导邻域搜索的局部分支启发式算法在求解质量和计算时间方面优于其他方法。

配载问题已在多个文献中进行了研究和探讨。论文的不同之处在于涉及的实际约束及数量。张丽霞^[13]设计了航空货运装载问题的混合遗传算法, 并用算例检验了算法的可行性。赵雨霏^[14]构建了客机腹舱装载和全货机装载的优化模型, 使用混合克隆免疫算法, 通过对不同算法进行性能测试, 验证了算法的有效性。谷润平等^[15]以货物装载量最大和重心偏离量最小为目标, 提出了一种改进的遗传算法。史永胜等^[16]构建了民航货机装载模型, 以重心偏移量最小为目标函数, 使用遗传算法进行求解, 并以波音 777 为实例进行验证, 可以较快收敛到最优解。赵向领等^[17]以运输业载最大和重心位置最优为目标, 建立了针对客改货飞机的多目标线性整数规划模型, 并运用遗传算法进行求解, 验证了模型与算法的有效性。姜昱君等^[18]对配载的约束条件和配载流程进行了分析, 提出了一种基于遗传算法的约束回报动态计分解决方法, 使得该方法适用于各种新机型。在国外的研究中, Limbourg 等^[19]提出了一种将集装箱分配到装载位置的混合整数线性规划模型, 除了以最佳重心为目标, 还提出了一种基于转动惯量的新方法, 开发了一个全自动软件来快速计算装载方案。Vancroonenburg 等^[20]将研究进行了扩展, 通过选择一组价值较大的集装箱装到飞机上来实现利润最大化。Lurkin 等^[21]研究了多航段配载问题, 但将其限制为两航段, 目标是尽量减少重心不平衡造成的额外燃油成本和中途机场重新装货作业的成本。Son 等^[22]提出了一种模拟退火算法, 研究考虑了稳定性限制, 重心累积负载限制、位置负载限制、横向负载不平衡限制和重心限制。Wong 等^[23]提出了一种闭环动态航空货物装载数字孪生系统, 装载规划者可以通过该

系统掌握复杂的航空货物装载计划, 并可以优化方案。赵向领等^[24]建立多航段的多目标整数线性规划, 可使集装箱在航空器舱位里面平移, 同时可进一步优化第 2 个航段的重心, 使用 Gurobi 验证了模型的有效性。

当前配载的研究是通过指派集装箱到飞机的位置上实现的, 集装箱以吨为单位计量, 颗粒度较大, 这使得有多余集装箱可供优选的条件下, 调整的质量较多, 失去了按货物调整的精细度。

目前国内外学者多集中于航空货运的单一过程的货运装箱和飞机的载重与平衡, 并且提出了有效的模型和算法, 但是很少有关于货运装箱与配载的组合问题的研究。仅有 Krichen 等^[25]讨论了将物品分配到集装箱, 并将集装箱分配到飞机舱位中, 目标是最大化装载货物的总量和优先级, 并提出了一种多目标粒子群优化方法, 验证了小规模货物数量实例。然而, 他们的模型经过了较大的简化, 缺乏实际操作特征。

针对当前装箱, 本文介绍了混合整数线性规划模型作为航空货运装箱与配载组合问题的决策支持模型。该模型涉及大量约束, 确保飞机的结构完整性和稳定性, 以及货物和机组人员的安全。

2 模型建立

本文的目的是研究在满足一系列限制要求的条件下, 把不同质量、不同体积的物品、货物放入集装箱, 再把集装箱分配到飞机的货舱舱位, 实现运输量最大, 运输效益最大。以业载量最大和重心偏移量最小为优化目标, 综合考虑装箱限制、位置限制和载重平衡限制, 建立数学模型。

飞机装载面临的一个主要问题是装载平衡。飞机装载平衡是在飞机的货舱内合理安排货物位置, 使飞机的重心落在重心包线之内。飞机的重心在航空运输中起着重要作用, 在很大程度上决定了飞机飞行过程中的稳定性和机动性。飞机的重心可以表示为平衡力臂或平均空气动力弦长 (mean aerodynamic chord, MAC, 记为 C_{ma})。平衡力臂是距离参考基准面以英寸或米为单位的真实测量值, 可以使用下面的公式计算获得:

$$B_{cg} = \frac{\sum_i w_i \cdot B_i}{\sum_i w_i} \quad (1)$$

其中 B_{cg} 为飞机重心的平衡力臂, B_i 为第 i 项货物

重心的平衡力臂,即从参考基准到第 i 项货物的距离。然而,在实际使用中 P_{cg} 比平衡力臂 B_{cg} 更常见。 P_{cg} 表示重心的纵向位置占机翼 MAC(用 C_{ma} 表示)的百分比。 B_{cg} 与 P_{cg} 关系为

$$P_{cg} = \frac{B_{cg} - l_{lemac}}{C_{ma}} \times 100\% \quad (2)$$

其中 l_{lemac} 为从参考基准到 MAC 前缘的距离。

为了对问题进行建模,表 1 中定义了必要的符号。

表 1 符号说明
Table 1 Symbol description

分类	参数	含义
货物	i	货物下标
	I	可用的货物集合
	w_i	货物 i 的质量
	v_i	货物 i 的体积
集装箱	j	集装箱下标
	U	可用的集装箱集合
	C	集装箱装载的最大货物质量
	V	集装箱装载的最大货物体积
	W_j	集装箱 j 装载的货物总质量
	k	货舱下标
货舱	L	飞机左侧货舱舱位的集合
	R	飞机右侧货舱舱位的集合
	P	可用的货舱集合
	B_k	货舱 k 的平衡力臂
	W_k	货舱 k 装载的最大货物质量
	S_P	主货舱里并排的成对位置
	B_{oew}	空机的重心位置
	B_{tof}	燃油的重心位置
	B_{zfw}	无油质量的重心位置
	B_{lb}	装载后最小重心位置
飞机	B_{ub}	装载后最大重心位置
	W_{mpl}	最大业载
	W_{tripf}	航程消耗燃油质量
	W_{tof}	起飞燃油质量
	W_{oew}	运营空机质量
	W_{zfw}	无油质量

2.1 装箱配载分步优化模型

装箱配载的分步优化模型是把该组合优化问题分成两步:第 1 步考虑装箱问题;第 2 步考虑配载问题。把两步放在一起进行求解。

2.1.1 装箱模型

设决策变量 z_{ij} 为

$$z_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 个货物装载第 } j \text{ 个集装箱} \\ 0, & \text{否则 } \forall i \in I, \forall j \in U \end{cases} \quad (3)$$

目标函数为最大化装载量:

$$\max Z_1 = \sum_{i \in I} \sum_{j \in U} w_i z_{ij} \quad (4)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j \in U} z_{ij} \leq 1, \quad \forall i \in I \quad (5)$$

$$\sum_{i \in I} z_{ij} \geq 1, \quad \forall j \in U \quad (6)$$

$$W_j = \sum_{i \in I} w_i z_{ij} \leq C, \quad \forall j \in U \quad (7)$$

$$\sum_{i \in I} w_i z_{ij} \leq V, \quad \forall j \in U \quad (8)$$

约束(5)为每个货物最多装载到一个集装箱;约束(6)为每个集装箱至少有一件货物;约束(7)为装载货物的质量不超过货物所在集装箱的最大装载质量;约束(8)为装载货物的体积不超过货物所在集装箱的最大体积限制。

2.1.2 配载模型

设决策变量 y_{jk} 为

$$y_{jk} = \begin{cases} 1, & \text{若集装箱 } j \text{ 装入舱位 } k \\ 0, & \text{否则 } \forall j \in U, \forall k \in P \end{cases} \quad (9)$$

目标函数是最大化装载量和最小化重心偏移量:

$$\max Z_2 = \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} W_j y_{jk} \quad (10)$$

$$\min Z_3 = |P_{\text{target}} - P_{cg}| \quad (11)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k \in P} y_{jk} \leq 1, \quad \forall j \in U \quad (12)$$

$$\sum_{j \in U} y_{jk} \leq 1, \quad \forall k \in P \quad (13)$$

$$\sum_{j \in U} W_j y_{jk} \leq W_k, \quad \forall k \in P \quad (14)$$

$$\left| \sum_{j \in U} \sum_{k \in L} W_j y_{jk} - \sum_{j \in U} \sum_{k \in R} W_j y_{jk} \right| \leq a_{\text{lattow}} \cdot \left(\sum_{j \in U} \sum_{k \in P} W_j y_{jk} + W_{oew} + W_{tof} \right) + b_{\text{lattow}} \quad (15)$$

$$\left| \sum_{j \in U} \sum_{k \in L} W_j y_{jk} - \sum_{j \in U} \sum_{k \in R} W_j y_{jk} \right| \leq a_{latlw} \cdot \left(\sum_{j \in U} \sum_{k \in P} W_j y_{jk} + W_{oew} + W_{tof} - W_{tripf} \right) + b_{latlw} \quad (16)$$

$$\sum_{j \in U} W_j y_{jk_1} \leq a_{unsym} \sum_{j \in U} W_j y_{jk_2} + b_{unsym}, \quad \forall (k_1, k_2) \in S_P \quad (17)$$

$$\sum_{j \in U} W_j y_{jk_2} \leq a_{unsym} \sum_{j \in U} W_j y_{jk_1} + b_{unsym}, \quad \forall (k_1, k_2) \in S_P \quad (18)$$

$$\sum_{j \in U} \sum_{k \in P} W_j y_{jk} \leq W_{mpl} \quad (19)$$

$$\left(W_{oew} + W_{tof} + \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} W_j y_{jk} \right) \cdot B_{lb} \leq W_{oew} \cdot B_{oew} + W_{tof} \cdot B_{tof} + \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} W_j B_k y_{jk} \quad (20)$$

$$W_{oew} \cdot B_{oew} + W_{tof} \cdot B_{tof} + \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} W_j B_k y_{jk} \leq \left(W_{oew} + W_{tof} + \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} W_j y_{jk} \right) \cdot B_{ub} \quad (21)$$

$$\left(W_{zfw} + \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} W_j y_{jk} \right) \cdot B_{lb} \leq W_{zfw} \cdot B_{zfw} + \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} W_j B_k y_{jk} \quad (22)$$

$$W_{zfw} \cdot B_{zfw} + \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} W_j B_k y_{jk} \leq B_{ub} \cdot \left(W_{zfw} + \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} W_j y_{jk} \right) \quad (23)$$

式中 P_{target} 为目标重心, P_{eg} 为实际重心。约束(12)为每个集装箱最多装载到一个舱位; 约束(13)为每个舱位最多有一个集装箱; 约束(14)为装载货物的质量不超过货物所在舱位的最大质量限制; 约束(15)、约束(16)为横侧平衡装载限制, 用左右两侧允许的最大质量差用来表示横向不平衡, 是起飞质量和着陆质量的函数, 其中 a_{lallow} 、 a_{latlw} 、 b_{lallow} 、 b_{latlw} 是线性系数; 约束(17)、约束(18)为主货舱不对称装载限制, 给定 $(k_1, k_2) \in S_P$ 为一对并排的位置, 其中 a_{unsym} 和 b_{unsym} 是常数; 约束(19)为最大业载量限制; 约束(20)、约束(21)、约束

(22)、约束(23)为俯仰平衡限制。

2.2 装箱配载组合优化模型

装箱的组合优化模型是直接考虑每一件货物分配到哪一个集装箱内和相应的飞机机舱内的哪一个位置。

设决策变量 x_{ijk} 为

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 个货物装载第 } j \text{ 个集装箱,} \\ & \text{然后装载到 } k \text{ 个舱位位置} \\ 0, & \text{否则 } \forall i \in I, \forall j \in U, \forall k \in P \end{cases} \quad (24)$$

目标函数为最大化装载量和最小化重心偏离量:

$$\max Z_4 = \sum_{i \in I} \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} w_i x_{ijk} \quad (25)$$

$$\min Z_5 = |P_{target} - P_{eg}| \quad (26)$$

s.t.

$$\sum_{j \in U} \sum_{k \in P} x_{ijk} \leq 1, \quad \forall i \in I \quad (27)$$

$$\sum_{k \in P} y_{jk} \leq 1, \quad \forall j \in U \quad (28)$$

$$\sum_{j \in U} y_{jk} \leq 1, \quad \forall k \in P \quad (29)$$

$$\sum_{i \in I} w_i x_{ijk} \leq C \cdot y_{jk}, \quad \forall j \in U, \forall k \in P \quad (30)$$

$$\sum_{i \in I} w_i x_{ijk} \leq V \cdot y_{jk}, \quad \forall j \in U, \forall k \in P \quad (31)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in U} w_i x_{ijk} \leq W_k, \quad \forall k \in P \quad (32)$$

$$\left| \sum_{i \in I} \sum_{j \in U} \sum_{k \in L} w_i x_{ijk} - \sum_{i \in I} \sum_{j \in U} \sum_{k \in R} w_i x_{ijk} \right| \leq a_{lallow} \cdot \left(\sum_{i \in I} \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} w_i x_{ijk} + W_{oew} + W_{tof} \right) + b_{lallow} \quad (33)$$

$$\left| \sum_{i \in I} \sum_{j \in U} \sum_{k \in L} w_i x_{ijk} - \sum_{i \in I} \sum_{j \in U} \sum_{k \in R} w_i x_{ijk} \right| \leq a_{latlw} \cdot \left(\sum_{i \in I} \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} w_i x_{ijk} + W_{oew} + W_{tof} - W_{tripf} \right) + b_{latlw} \quad (34)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in U} w_i x_{ijk_1} \leq a_{unsym} \sum_{i \in I} \sum_{j \in U} w_i x_{ijk_2} + b_{unsym}, \quad \forall (k_1, k_2) \in S_P \quad (35)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in U} w_i x_{ijk_2} \leq a_{\text{unsym}} \sum_{i \in I} \sum_{j \in U} w_i x_{ijk_1} + b_{\text{unsym}}, \quad \forall (k_1, k_2) \in S_P \quad (36)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} w_i x_{ijk} \leq W_{\text{mpl}} \quad (37)$$

$$\left(W_{\text{owew}} + W_{\text{tofw}} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} w_i x_{ijk} \right) \cdot B_{\text{lb}} \leq W_{\text{owew}} \cdot B_{\text{owew}} + W_{\text{tofw}} \cdot B_{\text{tofw}} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} w_i B_k x_{ijk} \quad (38)$$

$$W_{\text{owew}} \cdot B_{\text{owew}} + W_{\text{tofw}} \cdot B_{\text{tofw}} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} w_i B_k x_{ijk} \leq \left(W_{\text{owew}} + W_{\text{tofw}} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} w_i x_{ijk} \right) \cdot B_{\text{ub}} \quad (39)$$

$$\left(W_{\text{zfw}} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} w_i x_{ijk} \right) \cdot B_{\text{lb}} \leq W_{\text{zfw}} \cdot B_{\text{zfw}} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} w_i B_k x_{ijk} \quad (40)$$

$$W_{\text{zfw}} \cdot B_{\text{zfw}} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} w_i B_k x_{ijk} \leq \left(W_{\text{zfw}} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in U} \sum_{k \in P} w_i x_{ijk} \right) \cdot B_{\text{ub}} \quad (41)$$

约束(27)为每一种货物最多只能放在一个集装箱里,然后放在一个舱位里;约束(28)为每个集装箱最多装载到一个舱位;约束(29)为每个舱位最多有一个集装箱;约束(30)为装载货物的质量不超过货物所在集装箱的最大质量限制;约束(31)为装载货物的体积不超过货物所在集装箱的最大体积限制;约束(32)为装载货物的质量不超过货物所在舱位的最大质量限制;约束(33)、约束(34)为横侧平衡装载限制;约束(35)、约束(36)为主货舱不对称装载限制;约束(37)为最大业载量限制;约束(38)、约束(39)、约束(40)、约束(41)为俯仰平衡限制。

2.3 改进组合优化模型

考虑对组合法的数学模型进行降维处理,直接将货物装入货舱舱位,每个舱位的所有货物对应一个集装箱。

设决策变量 s_{ik} 为

$$s_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 个货物装载到第 } k \text{ 个舱位位置} \\ 0, & \text{否则 } \forall i \in I, \forall k \in P \end{cases} \quad (42)$$

目标函数为最大化装载量和最小化重心偏

离量:

$$\max Z_6 = \sum_{i \in I} \sum_{k \in P} w_i s_{ik} \quad (43)$$

$$\min Z_7 = |P_{\text{tagret}} - P_{\text{cg}}| \quad (44)$$

s.t.

$$\sum_{k \in P} s_{ik} \leq 1, \quad \forall i \in I \quad (45)$$

$$\sum_{i \in I} s_{ik} \geq 1, \quad \forall k \in P \quad (46)$$

$$\sum_{i \in I} w_i s_{ik} \leq W_k, \quad \forall k \in P \quad (47)$$

$$\sum_{i \in I} v_i s_{ik} \leq V, \quad \forall k \in P \quad (48)$$

$$\left| \sum_{i \in I} \sum_{k \in L} w_i s_{ik} - \sum_{i \in I} \sum_{k \in R} w_i s_{ik} \right| \leq a_{\text{lattow}} \cdot \left(\sum_{i \in I} \sum_{k \in P} w_i s_{ik} + W_{\text{owew}} + W_{\text{tofw}} \right) + b_{\text{lattow}} \quad (49)$$

$$\left| \sum_{i \in I} \sum_{k \in L} w_i s_{ik} - \sum_{i \in I} \sum_{k \in R} w_i s_{ik} \right| \leq a_{\text{latlw}} \cdot \left(\sum_{i \in I} \sum_{k \in P} w_i s_{ik} + W_{\text{owew}} + W_{\text{tofw}} + W_{\text{tripf}} \right) + b_{\text{latlw}} \quad (50)$$

$$\sum_{i \in I} w_i s_{ik_1} \leq a_{\text{unsym}} \sum_{i \in I} w_i s_{ik_2} + b_{\text{unsym}}, \quad \forall (k_1, k_2) \in S_P \quad (51)$$

$$\sum_{i \in I} w_i s_{ik_2} \leq a_{\text{unsym}} \sum_{i \in I} w_i s_{ik_1} + b_{\text{unsym}}, \quad \forall (k_1, k_2) \in S_P \quad (52)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in P} w_i s_{ik} \leq W_{\text{mpl}} \quad (53)$$

$$\left(W_{\text{owew}} + W_{\text{fuel}} + \sum_{i \in I} \sum_{k \in P} w_i s_{ik} \right) \cdot B_{\text{lb}} \leq W_{\text{owew}} \cdot B_{\text{owew}} + W_{\text{fuel}} \cdot B_{\text{fuel}} + \sum_{i \in I} \sum_{k \in P} w_i B_k s_{ik} \quad (54)$$

$$W_{\text{owew}} \cdot B_{\text{owew}} + W_{\text{fuel}} \cdot B_{\text{fuel}} + \sum_{i \in I} \sum_{k \in P} w_i B_k s_{ik} \leq \left(W_{\text{owew}} + W_{\text{fuel}} + \sum_{i \in I} \sum_{k \in P} w_i s_{ik} \right) \cdot B_{\text{ub}} \quad (55)$$

$$\left(W_{zfw} + \sum_{i \in I} \sum_{k \in P} w_i s_{ik}\right) \cdot B_{lb} \leq W_{zfw} \cdot B_{zfw} + \sum_{i \in I} \sum_{k \in P} w_i B_k s_{ik} \tag{56}$$

$$W_{zfw} \cdot B_{zfw} + \sum_{i \in I} \sum_{k \in P} w_i B_k s_{ik} \leq \left(W_{zfw} + \sum_{i \in I} \sum_{k \in P} w_i s_{ik}\right) \cdot B_{ub} \tag{57}$$

约束(45)为每个货物最多装载到一个舱位; 约束(46)为每个舱位至少有一件货物; 约束(47)为不超过每个舱位的最大装载量; 约束(48)为舱位的体积限制; 约束(49)、约束(50)为横侧平衡装载限制; 约束(51)、约束(52)为主货舱不对称装载限制; 约束(53)为最大允许载荷约束; 约束(54)、约束(55)、约束(56)、约束(57)为俯仰平衡限制。

3 测试验证

3.1 算例设计

在第 2 节中介绍了装箱配载分步优化模型、组合优化模型和改进组合优化模型, 用于解决货舱内一组物品的排列以优化载重平衡的问题。

本节以 B777F 机型为例, 选取不同规模的货物数据进行算例试验。通过算例对模型进行验证, 评估各种模型效率。货机的装载空间主要为主货舱、前下货舱和后下货舱。图 1 是 B777F 的主货舱装配图, 图 2 是下货舱装配图, 主货舱和下货舱分别有 27 个和 10 个“M”型集装器舱位, 飞机的基本参数如表 2 所示, 货舱的纵向力臂位置和最大装载量如表 3 所示。这里采用常用的“M”型集装箱进行装载, 共需要 37 个, 集装箱数量和货舱数量相等, “M”型集装箱装载货物的最大质量为 6 804 kg, 长为 318 cm, 宽为 244 cm, 设平均高为 163 cm。

这里设计了 30 组不同货物数量的算例对各模型的性能进行评估, 如表 4 所示。

这里假设某航班最大许可业载 (W_{mpl}) 为 102 300



图 1 B777F 的主货舱

Fig. 1 Main cargo compartment side view of Boeing 777

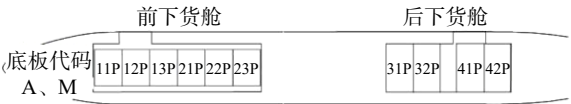


图 2 B777F 的下货舱

Fig. 2 Side view of Boeing 777 lower cargo hold

表 2 飞机基本参数表

Table 2 Basic parameters of aircraft

载重平衡数据	数值
运营空机质量/kg	141 750
最大起飞质量/kg	347 451
最大着陆质量/kg	260 815
最大无燃油质量/kg	248 115
目标重心	28% C_{ma}

表 3 每个货舱位置的最大载荷和力臂

Table 3 Maximum load and balance arm for each cargo hold position

主货舱 舱位	质量 限制/kg	力臂/m	主货舱 舱位	质量 限制/kg	力臂/m
AL	4 082	11.684	AR	4 082	11.684
BL	4 082	14.884 4	BR	4 082	14.884 4
CL	4 802	18.084 8	CR	4 082	18.084 8
DL	4 082	21.285 2	DR	4 082	21.285 2
EL	4 082	24.485 6	ER	4 082	24.485 6
FL	6 803	27.686	FR	6 803	27.686
GL	6 803	30.886 4	GR	6 803	30.886 4
HL	6 803	34.086 8	HR	6 803	34.086 8
JL	4 082	37.287 2	JR	4 082	37.287 2
KL	4 082	40.487 6	KR	4 082	40.487 6
LL	4 082	43.662 6	LR	4 082	43.662 6
ML	4 082	47.193 2	MR	4 082	47.193 2
PL	4 082	50.393 6	PR	4 082	50.393 6
R	3 527	53.213			

前下货舱 舱位	质量 限制/kg	力臂/m	后下货舱 舱位	质量 限制/kg	力臂/m
11P	5 102	11.661 14	31P	6 350	37.851 08
12P	5 102	14.152 88	32P	5 102	40.332 66
13P	5 102	16.634 46	41P	5 102	44.048 68
21P	5 102	19.113 5	42P	5 102	46.530 26
22P	5 102	21.595 08			
23P	6 350	24.076 66			

kg。飞机可容纳货物的最大体积 (V_{mv}) 为 37 个集装箱的体积之和。每组算例中每件货物的质量和体积根据给定范围进行随机采样, “ W_{pla} ”表示算例的可用业载质量, 即预备装载到飞机上的货物总质量, “ V_{va} ”表示该算例所有货物体积之和。算例 1~算例 5、算例 16~算例 20 的可用业载质量小于最大业载量, 算例 6~算例 15、算例 21~算例 25 的可用货物质量大于最大业载量。由于运输中会受到体积的限制, 因此算例 16~算例 30 的货物总体积大于集装箱可用的总体积。

表 4 测试数据
Table 4 Test data

算例	条件	货物 数量	质量 范围/kg	体积 范围/m ³	W_{pla}/kg	V_{va}/m^3
1	$W_{\text{pla}} \leq W_{\text{mpl}}$ $V_{\text{va}} \leq V_{\text{mv}}$	340	[290,305]	[1.0,1.2]	101 299	372.49
2		720	[132,152]	[0.35,0.45]	102 136	288.19
3		760	[127,140]	[0.35,0.45]	101 389	304.03
4		800	[120,135]	[0.35,0.45]	101 944	319.82
5		780	[115,135]	[0.4,0.55]	97 483	371.01
6	$W_{\text{pla}} \geq W_{\text{mpl}}$ $V_{\text{va}} \geq V_{\text{mv}}$	1 080	[86,106]	[0.3,0.4]	103 772	378.25
7		760	[50,260]	[0.01,1]	118 344	391.43
8		1 020	[95,110]	[0.3,0.4]	104 649	357.75
9		1 040	[95,110]	[0.3,0.4]	106 730	364.68
10		1 100	[84,104]	[0.3,0.45]	103 459	410.15
11		340	[51,600]	[0.01,2.59]	109 934	452.58
12		360	[52,599]	[0.01,2.71]	117 501	460.52
13		380	[52,598]	[1,1.2]	122 523	416.63
14		400	[50,549]	[1,1.2]	122 160	438.49
15		1 060	[93,108]	[0.3,0.4]	106 592	371.54
16		400	[51,448]	[0.03,2.39]	100 377	469.6
17		740	[123,138]	[0.01,1.5]	96 386	536.6
18		780	[115,135]	[0.01,1.4]	97 483	563.34
19		760	[125,140]	[0.02,1.6]	100 824	621.6
20		800	[120,135]	[0.01,1.4]	101 944	569.44
21		720	[132,152]	[0.01,1.8]	102 136	669.15
22		820	[51,190]	[0.01,1.3]	98 501	563.02
23		840	[50,180]	[0.01,1.3]	96 961	566.94
24		860	[50,170]	[0.01,1.3]	94 766	554.41
25		880	[50,170]	[0.01,1.2]	95 023	532.87
26	$W_{\text{pla}} \geq W_{\text{mpl}}$ $V_{\text{va}} \geq V_{\text{mv}}$	360	[51,598]	[0.01,2.69]	111 772	490.57
27		380	[50,500]	[0.03,2.41]	107 475	480.7
28		800	[50,230]	[0.01,1.4]	114 198	569.44
29		820	[115,140]	[0.01,1.3]	104 584	563.02
30		840	[115,130]	[0.01,1.3]	102 933	566.94

模型使用 Python 语言实现,采用 Gurobi9.5.0 作为优化求解器。硬件配置为普通笔记本 CPU 3.2 GHz 八核处理器,ROM 16 GB。对于不同的算例,均设置了 3 600 s 的求解时间限制。如果该算例在 3 600 s 内求出了结果,则给出最优解,否则给出的是 3 600 s 时间截止时的解。表 5 给出了 3 种模型的算例结果,其中 Z_2 、 Z_4 、 Z_6 列表示装载的业载量; Z_3 、 Z_5 、 Z_7 列表示重心偏差, t 为 CPU 运行时间; $V_{\text{va}}/V_{\text{mv}}$ 为体积利用率。

3.2 算例分析

为了对不同的模型进行对比,通过绘制 4 种算例的雷达图进行分析。

3.2.1 质量和体积均较小的情况

算例 1~算例 5 为总体积和总质量均小于飞机限制的情况,即 $W_{\text{pla}} \leq W_{\text{mpl}}$ 且 $V_{\text{va}} \leq V_{\text{mv}}$ 。由于 3 种模型均采用相同求解器求解,均获得了最优值,故质量和体积均达到了最大,且相同,如图 3 所示。

由于分步优化模型需要先装载集装箱,再配载,与组合优化相比,可行域小,因此在优化结果中,重心偏差较大,均值为 1.53%。在航空公司实际操作中,重心偏差一般要求控制在 2% 以内。该组算例 4 的分步优化模型的最优方案的重心偏差已经达到了 2%,一般不被接受。组合优化模型和改进组合优化模型的重心偏差的均值分别为 0.86% 和 0.71%,最大值分别为 1.21% 和 0.79%,偏差较小,都在可接受范围。在求解时间上,组合优化模型的求解时间较长,均值为 369.2 s;改进组合优化模型的求解时间的均值降为 2.7 s;分步优化模型的求解时间均值为 0.17 s。

可见,在质量和体积均较小时,分步优化模型在求解时间上有绝对优势,但重心偏差上较差。组合优化模型虽然重心偏差比较小,但求解时间太长。改进组合优化模型虽然在时间上比分步优化模型稍差,但重心偏差最好。

3.2.2 质量大、体积小情况

算例 6~算例 15 为备装货物的总质量大于飞机的最大限制业载、总体积小于飞机限制体积情况,即 $W_{\text{pla}} \geq W_{\text{mpl}}$ 且 $V_{\text{va}} \leq V_{\text{mv}}$ 。3 种模型在给定时间内均获得了最优值,质量相同,如图 4 所示。

分步优化模型重心偏差较大,均值为 1.14%,最大值为算例 12 的 2.035 1%,超过了公司可接受偏差;组合优化模型和改进组合优化模型的重心偏差的均值分别为 0.79% 和 0.84%,最大值分别为 1.08% 和 1.15%,偏差较小,都在可接受范围。在求解时间上,组合优化模型均值为 623.6 s;改进组合优化模型均值为 4.66 s;分步优化模型的模型均值为 0.523 s。

可见,在质量较大、体积较小时,结论与文中第 3.2.1 节相同。

3.2.3 质量小、体积大情况

算例 16~算例 25 为货物总质量小于飞机业载限制、体积受到飞机容积限制情况,即 $W_{\text{pla}} \leq W_{\text{mpl}}$ 且 $V_{\text{va}} \geq V_{\text{mv}}$ 。3 种模型求解得到的质量和体积基本相同,如图 5 所示。

分步优化模型重心偏差更大,均值为 1.69%,

表 5 求解结果
Table 5 Solution results

算例	装箱配载分步优化模型				装箱配载组合优化模型				改进的组合优化模型			
	Z_2/kg	$Z_3/\%$	t/s	$(V_{va}/V_{mv})/\%$	Z_4/kg	$Z_3/\%$	t/s	$(V_{va}/V_{mv})/\%$	Z_6/kg	Z_7	t/s	$(V_{va}/V_{mv})/\%$
1	101 299	0.870 7	0.26	79.58	101 299	1.206 9	115.22	79.58	101 299	0.697 9	1.65	79.58
2	102 136	1.616 2	0.17	61.57	102 136	0.808 7	337.05	61.57	102 136	0.710 6	3.07	61.57
3	101 389	1.733 6	0.16	64.95	101 389	0.699 8	493.67	64.95	101 389	0.790 0	2.31	64.95
4	101 944	1.996 2	0.15	68.33	101 944	0.750 9	469.52	68.33	101 944	0.690 5	2.34	68.33
5	97 483	1.425	0.1	79.26	97 483	0.815 0	430.65	79.26	97 483	0.678 2	4.12	79.26
均值	100 850	1.53	0.17	70.74	100 850	0.86	369.22	70.74	100 850	0.71	2.70	70.74
6	100 446	1.475 8	0.37	78.14	102 297	0.703 4	699.95	79.55	102 296	0.828 8	5.62	79.59
7	102 294	0.852 4	0.38	72.01	102 291	0.795 7	679.25	71.40	102 294	0.704 0	7.52	65.71
8	101 084	0.686 0	1.86	73.76	102 293	0.691 3	307.99	74.56	102 300	0.756 7	8.97	74.62
9	102 292	0.835 9	0.41	74.58	102 292	0.734 5	1 027.1	74.49	102 300	0.739 5	5.19	74.72
10	101 780	0.693 6	0.39	86.14	102 295	0.977 5	1 064.9	86.48	102 296	0.912 9	8.4	86.53
11	102 299	1.055 8	0.28	88.08	102 299	0.714 7	678.55	88.90	102 291	0.806 7	1.05	82.27
12	102 295	2.035 1	0.34	83.18	102 297	0.735 0	397.29	81.52	102 299	0.942 9	1.45	79.93
13	102 300	0.866 5	0.24	73.07	102 296	1.084 9	142.03	67.99	102 294	0.937 5	1.12	79.67
14	102 299	1.486 9	0.31	77.39	102 294	0.790 6	290.9	74.98	102 294	1.153 0	0.86	70.96
15	102 294	1.504 0	0.65	76.16	102 291	0.715 1	939.6	76.07	102 292	0.700 4	6.46	74.88
均值	101 938	1.149 2	0.523	78.25	102 294	0.794 3	623.6	77.59	102 295	0.848 3	4.66	76.89
16	100 323	0.709 5	41.74	99.86	100 263	0.683 0	3 600	99.47	100 274	0.682 9	3 600	99.63
17	90 215	0.693 7	3.88	99.98	89 892	0.642 7	3 600	99.40	90 214	0.645 6	750.73	99.98
18	88 612	1.489 7	92.94	99.98	88 283	0.639 6	3 600	99.55	88 605	1.075 7	3 600	99.97
19	88 612	3.655 4	232.88	100	86 936	0.630 7	3 600	99.60	87 107	0.701 8	3 600	99.92
20	87 167	1.906 7	952.48	99.99	92 006	0.651 4	3 600	99.62	92 230	0.863 1	3 600	99.96
21	85 052	0.975 9	10.25	99.99	84 808	0.633 2	3 600	99.46	84 971	0.622 8	3 600	99.86
22	92 468	2.974 9	270.76	99.98	92 363	0.654 9	3 600	99.70	93 474	0.962 7	3 045	99.99
23	90 607	1.074 6	6.19	99.97	90 662	0.649 2	3 600	99.90	90 697	0.828 4	1 168	99.97
24	89 402	2.976 6	2.89	99.99	89 289	0.653 3	3 600	99.71	89 393	0.643 3	3 600	99.97
25	91 197	0.797 1	9.32	99.98	91 124	0.647 7	3 600	99.79	91 203	0.659 9	1 138	99.99
均值	90 365	1.725 4	162.3	99.97	90 562	0.648 5	3 600	99.62	90 816	0.768 6	2 770	99.92
26	102 297	0.770 7	192.91	91.80	102 291	0.993 5	491.82	85.81	102 292	1.050 7	1.85	85.35
27	102 291	0.849 9	807.61	94.54	102 292	0.865 6	474.07	91.94	102 298	0.764 4	1.99	90.18
28	102 281	0.690 4	3 600	94.58	102 299	0.737 9	1 365.5	97.95	102 297	0.874 7	4.43	94.63
29	95 029	1.103 8	2.09	99.99	94 844	0.670 8	3 600	99.72	95 019	0.663 0	3 600	99.97
30	93 184	0.774 1	1.01	99.99	92 719	0.769 8	3 600	99.23	93 112	0.655 4	3 600	99.89
均值	99 016	0.837 8	923.62	96.18	98 889	0.807 5	1 906.29	94.93	99 003	0.801 6	1 441.65	94.01

算例 19 的重心偏差已经达到了 3.6%, 算例 22 和算例 24 的重心偏差已经达到了 2.9%, 远超可接受水平。组合优化模型和改进组合优化模型的重心偏差的均值分别为 0.64% 和 0.76%, 最大值分别为 0.68% 和 1.07%, 偏差较小, 都在可接受范围。在求解时间上, 由于总质量小于飞机限制、总体积大于飞机限制, 可选择的货物较多, 组合优化模型在给定的 3 600 s 求解时间内, 都没有获得最

优解; 改进组合优化模型有部分算例在给定时间内没有获得最优解; 分步优化模型的求解时间均值为 162.3 s, 时间优势很明显。
可见, 在质量较小、体积较大时, 分步优化模型在求解时间上有绝对优势, 但重心偏差较大, 甚至偏差不可接受。组合优化模型和改进组合优化模型虽然重心偏差较小, 但求解时间太长, 且部分算例在规定时间内无法获得最优解。

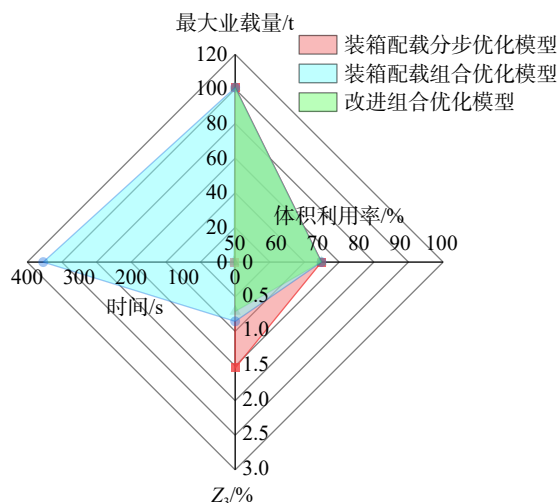


图 3 情形 1 雷达图

Fig. 3 Radar chart of scenario 1

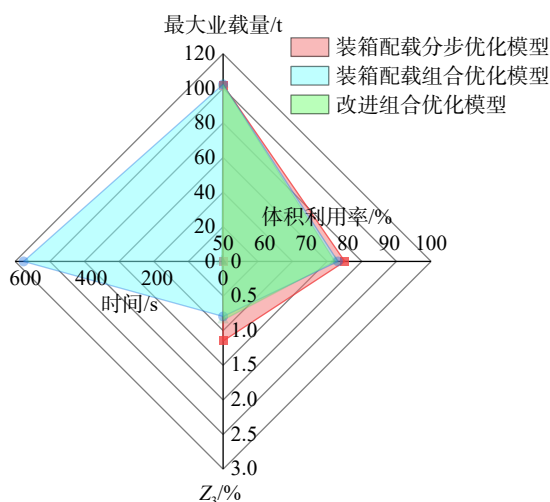


图 4 情形 2 雷达图

Fig. 4 Radar chart of scenario 2

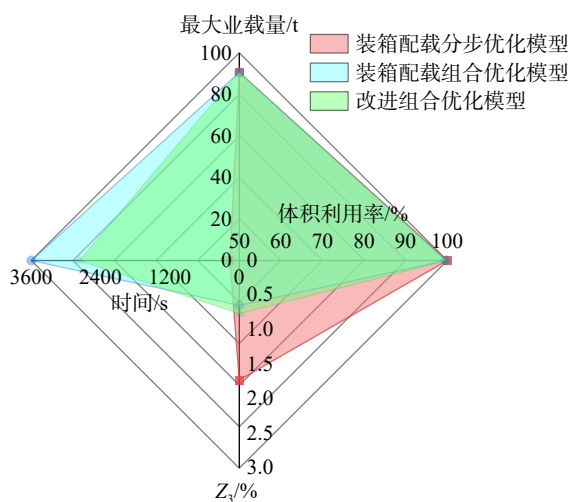


图 5 情形 3 雷达图

Fig. 5 Radar chart of scenario 3

3.2.4 质量和体积均较大情况

算例 26~算例 30 为总体积和总质量均大于飞机限制的情况, 即 $W_{pla} \geq W_{mpl}$ 且 $V_{va} \geq V_{mv}$ 。3 种模型求解得到的质量和体积基本相同, 如图 6 所示。

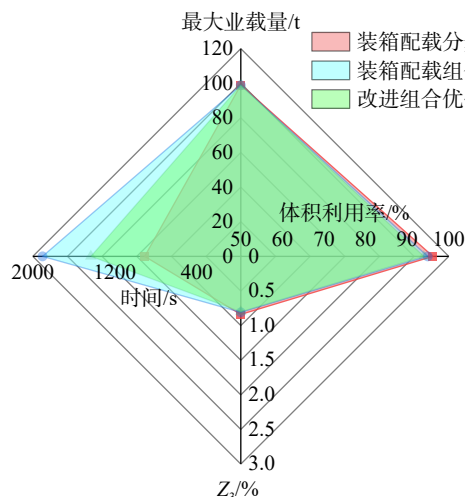


图 6 情形 4 雷达图

Fig. 6 Radar chart of scenario 4

分步优化模型、组合优化模型和改进组合优化模型的重心偏差的均值分别为 0.83%、0.80% 和 0.80%。偏差较小, 都在可接受范围。在求解时间上, 3 种模型的均值分别为 923.628、1 906.29 s 和 1 441.65 s。

可见, 在质量和体积均较大时, 分步优化模型、组合优化模型和改进组合优化模型的重心偏差基本一致, 但组合优化模型求解时间较长。

4 结 论

本文研究了装箱与配载的组合优化问题, 分析了货物装载到集装箱再装载到货舱的整体过程, 给出了 3 种整数规划模型, 并通过 4 种案例进行了对比分析, 得出以下结论:

1) 分步优化模型的可行域小, 优化结果较差, 部分案例的重心偏差太大, 实际操作不可接受。装箱配载组合优化模型虽然求解效果较好, 但求解时间太长, 很难满足实际场景的需要; 改进的组合优化模型与组合优化模型项目相比虽然缩短了求解时间, 但在货物体积大于飞机体积限制时, 部分案例的求解时间会很长, 甚至达到给定的时间限制。

2) 实际应用中可以先采用分步优化模型获得一组方案, 判断方案是否可接受; 如果不可接受再利用改进组合优化模型。

3) 本文的目的是通过装箱与配载的组合实现初步配载, 利用配载结果指导装箱优化。本文讨论的 3 种模型在货物体积方面只考虑了整体体积约束, 并没有考虑在装箱过程中各货物之间的相互位置关系。利用配载结果指导装箱优化, 是需要进一步研究的一个方向。

参考文献:

- [1] BRANDT F, NICKEL S. The air cargo load planning problem-a consolidated problem definition and literature review on related problems[J]. *European Journal of Operational Research*, 2019, 275(2): 399-410.
- [2] TECHANITISAWAD A, TANGWIWATWONG P. A GA-based heuristic for the interrelated container selection loading problems[J]. *Industrial Engineering and Management Systems*, 2004, 3: 22-37.
- [3] CESCHIA S, SCHAERF A. Local search for a multi-drop multi-container loading problem[J]. *Journal of Heuristics*, 2013, 19(2): 275-294.
- [4] LIU D S, TAN K C, HUANG S Y, et al. On solving multiobjective Bin packing problems using evolutionary particle swarm optimization[J]. *European Journal of Operational Research*, 2008, 190(2): 357-382.
- [5] BAYRAKTAR T, ERSÖZ F, KUBAT C. Effects of memory and genetic operators on Artificial Bee Colony algorithm for Single Container Loading problem[J]. *Applied Soft Computing*, 2021, 108: 107462.
- [6] GIMENEZ-PALACIOS I, ALONSO M T, ALVAREZ-VALDES R, et al. Logistic constraints in container loading problems: the impact of complete shipment conditions[J]. *TOP*, 2021, 29(1): 177-203.
- [7] LI Yanzhi, TAO Yi, WANG Fan. A compromised large-scale neighborhood search heuristic for capacitated air cargo loading planning[J]. *European Journal of Operational Research*, 2009, 199(2): 553-560.
- [8] TANG C H. A scenario decomposition-genetic algorithm method for solving stochastic air cargo container loading problems[J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2011, 47(4): 520-531.
- [9] KALUZYNY B L, SHAW R H A D. Optimal aircraft load balancing[J]. *International Transactions in Operational Research*, 2009, 16(6): 767-787.
- [10] VERSTICHEL J, VANCROONENBURG W, SOUFFRIAU W, et al. A mixed integer programming approach to the aircraft weight and balance problem[J]. *Procedia- Social and Behavioral Sciences*, 2011, 20: 1051-1059.
- [11] HUANG Kuancheng, CHI Wenhui. A Lagrangian relaxation based heuristic for the consolidation problem of airfreight forwarders[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2007, 15(4): 235-245.
- [12] BOOKBINDER J H, ELHEDHLI S, LI Zichao. The air-cargo consolidation problem with pivot weight: models and solution methods[J]. *Computers & Operations Research*, 2015, 59: 22-32.
- [13] 张丽霞. 航空货运飞机装载问题研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2012.
- [14] 赵雨霏. 我国快递企业航空货运飞机装载优化研究[D]. 长春: 吉林大学, 2016.
- [15] 谷润平, 贾旭颖, 赵向领, 等. 民航货机装载优化准确建模仿真研究[J]. *计算机仿真*, 2019, 36(3): 20-26.
- [16] 史永胜, 王策. 货机主货舱多约束条件下集装箱装载优化[J]. *科学技术与工程*, 2020, 20(25): 10517-10522.
- [17] 赵向领, 杜有权. 基于遗传算法的民用航空器配载问题[J]. *中国科技论文*, 2021, 16(8): 849-854.
- [18] 姜昱君, 韩锐. 民航客机货舱自动配平优化技术[J]. *计算机系统应用*, 2022, 31(1): 159-167.
- [19] LIMBOURG S, SCHYNS M, LAPORTE G. Automatic aircraft cargo load planning[J]. *Journal of the Operational Research Society*, 2012, 63(9): 1271-1283.
- [20] VANCROONENBURG W, VERSTICHEL J, TAVERNIER K, et al. Automatic air cargo selection and weight balancing: a mixed integer programming approach[J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2014, 65: 70-83.
- [21] LURKIN V, SCHYNS M. The Airline Container Loading Problem with pickup and delivery[J]. *European Journal of Operational Research*, 2015, 244(3): 955-965.
- [22] SON D H, KIM H J. An algorithm for the loading planning of air express cargoes[J]. *Journal of Society of Korea Industrial and Systems Engineering*, 2016, 39(3): 56-63.
- [23] WONG E Y C, MO D Y, SO S. Closed-loop digital twin system for air cargo load planning operations[J]. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 2021, 34(7/8): 801-813.
- [24] 赵向领, 李云飞, 王治宇, 等. 基于装卸顺序的中型机多航段协同配载优化[J]. *北京航空航天大学学报*, 2024, 50(4): 1147-1161.
- [25] 赵向领, 李云飞, 王治宇, 等. 基于装卸顺序的中型机多航段协同配载优化[J]. *北京航空航天大学学报*, 2024, 50(4): 1147-1161. (in Chinese)
- [25] KRICHEN S, DAHMANI N. Solving a load balancing problem with a multi-objective particle swarm optimisation approach: application to aircraft cargo transportation[J]. *International Journal of Operational Research*, 2016, 27(1/2): 62-84.

(编辑: 陈 越)