

文章编号: 1000-8055(2024)10-20220819-12

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220819

直升机旋翼翼型高效优化设计方法

崔森润^{1,2}, 李国强³, 张卫国², 杨小权¹, 畅舒羽²

(1. 上海大学 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072;

2. 中国空气动力研究与发展中心 低速空气动力研究所, 四川 绵阳 621000;

3. 国防科技大学 空天科学学院, 长沙 410073)

摘 要: 基于传统双时间方法的共轭梯度旋翼翼型优化设计方法效率低下, 难以满足工程实际多点多工况的优化需求, 针对直升机旋翼翼型非定常多点多目标优化设计问题, 耦合高效的时间谱方法和多重网格方法, 发展了一种适用于直升机旋翼翼型悬停、前飞和机动等多种运动状态的多点多目标优化设计方法, 其中, Navier-Stokes 方程和共轭方程的求解均采用时间谱方法进行物理时间项的离散, 同时还采用几何多重网格加速收敛, 以提高翼型优化计算效率。算例选取典型旋翼翼型 NACA0012 与 OA209 分别开展悬停、前飞和机动等状态的定常优化与非定常优化。结果表明: 该静态与动态气动外形优化设计方法具有较高精度, 能够实现直升机旋翼的悬停、机动和前飞等复杂运动状态下的翼型多点多目标优化设计; 相比于传统的双时间共轭梯度优化设计方法, 时间谱共轭梯度优化设计方法能够提高翼型优化计算效率 5 倍以上。

关 键 词: 旋翼; 翼型; 优化设计; 共轭梯度方法; 时间谱方法

中图分类号: V211.3

文献标志码: A

Efficient optimization design method of helicopter rotor airfoil

CUI Senrun^{1,2}, LI Guoqiang³, ZHANG Weiguo², YANG Xiaoquan¹, CHANG Shuyu²

(1. Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics,

Shanghai University, Shanghai 200072, China;

2. Low Speed Aerodynamics Institute,

China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang Sichuan 621000, China;

3. College of Aerospace Science and Engineering,

National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The adjoint-based design optimization method of rotor airfoil is inefficient in combination with a dual time stepping method, making it difficult to meet the optimization requirements of multi-point and multi-objective optimization in engineering. Considering the problem of unsteady optimization design of rotor airfoil, coupled with efficient time spectral method and multigrid method, a multi-point and multi-objective optimization design method suitable for multiple motion states of helicopter, such as hovering, forward flight and maneuvering, was developed. The Navier-Stokes equation and adjoint equation were solved by using the time spectral method to discretize the physical time term. In addition, the multigrid method was used to improve the optimization efficiency. The rotor airfoil NACA0012 and OA209 were selected to carry out multi-point, multi-objective steady and unsteady optimizations. The results showed that the static and dynamic aerodynamic shape optimization design methods had high accuracy, and can

收稿日期: 2022-10-26

基金项目: 装备预研共用技术项目(50906030601)

作者简介: 崔森润(1998—), 男, 硕士生, 主要从事翼型优化设计方面的研究。

通信作者: 杨小权(1983—), 男, 教授、博士生导师, 博士, 研究方向为计算流体力学、空气动力学等。E-mail: quanshui@shu.edu.cn

引用格式: 崔森润, 李国强, 张卫国, 等. 直升机旋翼翼型高效优化设计方法[J]. 航空动力学报, 2024, 39(10): 20220819. CUI Senrun, LI Guoqiang, ZHANG Weiguo, et al. Efficient optimization design method of helicopter rotor airfoil[J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(10): 20220819.

realize the multi-point and multi-objective optimization design of rotor airfoils under complex motion states; compared with dual time stepping and adjoint-based design optimization method, the time spectral and adjoint-based design optimization method can improve the calculation efficiency of airfoil optimization by more than 5 times.

Keywords: rotor; airfoil; optimization design; adjoint method; time spectral method

翼型是旋翼的基本构成要求^[1], 其气动性能的好坏与旋翼性能优劣有着密切的关系, 进而能够影响直升机的各种性能, 如载重、速度、航程和噪声等。与固定翼飞机不同, 直升机需要在不同状态下飞行, 导致旋翼将处于不同的气动环境中。因而, 旋翼翼型优化设计需满足多种飞行状态的要求, 具有多点、多目标的特点。此外, 直升机飞行时旋翼处于非定常状态, 而翼型的定常优化设计无法完全满足其非定常性能的需求。因此, 旋翼翼型优化设计仍具有较大的难度。

早期的翼型设计主要依赖于设计人员的工程经验, 借助大量的风洞实验来完成。随着计算机和计算流体力学的发展, 基于数值方法的翼型优化设计得到了广泛的应用。目前旋翼翼型优化方法已日趋成熟, 根据优化方法, 可分为以进化算法为基础的全局优化和以梯度算法为基础的局部优化。其中, 局部优化与全局优化相比, 其具有更高的效率, 但梯度的快速获取成为其主要难点。Jameson^[2]通过共轭梯度方法实现了梯度精确、高效的计算, 并针对机翼翼型成功完成优化。随着基于共轭梯度方法的机翼翼型优化设计方法的不断完善^[3-6], 国内有很多学者将其应用于旋翼翼型优化设计中。黄海生等人^[7]采用黏性共轭梯度方法针对 OA212 翼型开展减阻优化的研究。吴琪^[8]根据直升机旋翼翼型的需求, 利用连续共轭梯度的方法实现旋翼翼型的多目标多约束的优化设计, 获得了较优的结果。

针对非定常状态下的旋翼翼型优化设计, 国内外有很多学者开展了大量研究工作, Mani 等人^[9]基于黏性共轭梯度方法, 针对 SC1095 翼型进行动态优化设计, 优化翼型展现了很好的动态失速抑制特性。Wang 等人^[10]采用序列二次规划法针对非定常状态下的 SC1095 翼型进行多点、多目标优化设计, 取得了较好的动态失速抑制效果。招启军等人^[11]在旋翼翼型定常优化的基础上, 采用序列二次规划法实现翼型动态优化, 优化翼型的动态特性得到显著提高。王清等人^[12]针对 SC1905 翼型通过遗传算法实现翼型静态和动态

性能综合优化设计, 并将优化翼型在旋翼上进行验证, 结果证实了该方法的有效性。

然而, 上述研究都采用双时间方法(dual time stepping, DTS)来实现非定常状态下翼型绕流的数值模拟, 该方法引入伪时间导数项, 通过伪时间方向推进获得每个物理时刻的瞬时流场解。为保证非定常解的精确性, 一个周期往往需要采用很小的物理时间步长。此外, 周期性流动往往需要若干周期才能达到稳定, 计算效率较低。因而, 对于涉及周期性非定常流动问题的优化设计问题, 高效的数值方法显得十分有必要。

针对周期性非定常问题的求解, Hall 等人^[13]提出了谐波平衡法, 利用流动的周期性特征, 将原时域内的周期性非定常问题做傅里叶变换, 使之转化为频域内的定常问题。Gopinath 和 Jameson^[14-15]进一步提出时间谱(time spectral, TS)方法。杨小权等人^[16]发展了基于时间谱方法的振动翼型、机翼和直升机旋翼数值模拟方法, 取得了较好的结果。该方法将周期进行 N 等分, 基于傅里叶变换, 建立了 N 个等分时刻时间导数项与相关变量的非线性近似插值, 将非定常流动问题的求解转化为 N 个等分时刻相互耦合的定常问题的求解。与双时间方法相比, 时间谱方法仅需较少时刻数参与计算, 就能达到相同时间精度的解, 因此该方法的计算效率更高。

为提高旋翼翼型非定常优化计算效率, 本文以 Navier-Stokes(N-S)方程和共轭方程为基础, 发展了基于时间谱方法的共轭梯度翼型优化设计方法, 并且耦合多重网格等加速收敛方法, 实现了旋翼翼型的非定常高效优化设计。典型的旋翼翼型优化设计算例表明, 发展的时间谱共轭梯度翼型优化设计方法, 具有较高的计算精度和计算效率, 相比双时间方法能够提高计算效率 5 倍以上。

1 数值模拟方法

1.1 流场控制方程

本文流场计算控制方程为非定常守恒形式

的 N-S 方程

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}_{ci}}{\partial x_i} = \frac{\partial \mathbf{f}_{vi}}{\partial x_i} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{w}$ 为守恒变量, $\mathbf{f}_c$ 和 $\mathbf{f}_v$ 分别为无黏通量项与黏性通量项, 其具体形式如下

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho E \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_{ci} = \begin{bmatrix} \rho(u_i - u_{bi}) \\ \rho(u_i - u_{bi})u_1 + p\delta_{i1} \\ \rho(u_i - u_{bi})u_2 + p\delta_{i2} \\ \rho(u_i - u_{bi})H + pu_{bi} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{f}_{vi} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma_{i1} \\ \sigma_{i2} \\ u_j \sigma_{ij} + \kappa \frac{\partial \Theta}{\partial x_i} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 u_1 和 u_2 为速度分量, u_{b1} 和 u_{b2} 为网格速度分量, ρ 、 p 、 E 、 H 、 Θ 分别为密度、压力、总能、总焓和温度, 其满足状态方程

$$p = (\gamma - 1) \rho \left(E - \frac{1}{2} u_i u_i \right) \quad (3)$$

其中 σ 为黏性应力分量, κ 为导热系数, γ 为比热比, 对于空气取 1.4。在流场求解过程中, 对流项采用 Roe 格式进行离散, 物理时间项分别采用双时间方法和时间谱方法, 伪时间推进采用隐式 LU-SGS (lower-upper symmetric Gauss-Seidel) 格式, 湍流模型选用 Spalart-Allmaras (S-A) 湍流模型。

1.2 时间推进方法

对控制方程(式(1))进行空间离散

$$V \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \mathbf{R}(\mathbf{w}) = \mathbf{0} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{R}$ 为控制体边界上的通量之和, V 为控制体体积。为求解方便, 在式(4)中引入伪时间 τ 导数项

$$V \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \tau} + V \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \mathbf{R}(\mathbf{w}) = \mathbf{0} \quad (5)$$

1.2.1 双时间方法

半离散控制方程(式(5))中的物理时间项采用 2 阶向后差分进行离散

$$V \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \tau} + V \frac{3\mathbf{w}^{n+1} - 4\mathbf{w}^n + \mathbf{w}^{n-1}}{2\Delta t} + \mathbf{R}(\mathbf{w}^{n+1}) = \mathbf{0} \quad (6)$$

其中 Δt 为当地时间步长。将式(6)中的伪时间项进行 1 阶向后差分离散

$$V \frac{\mathbf{w}^{m+1} - \mathbf{w}^m}{\Delta \tau} + V \frac{3\mathbf{w}^{m+1} - 4\mathbf{w}^m + \mathbf{w}^{m-1}}{2\Delta t} + \mathbf{R}(\mathbf{w}^{m+1}) = \mathbf{0} \quad (7)$$

将式(7)中的残值进行线性化处理

$$\left[\left(\frac{V}{\Delta \tau} + \frac{3V}{2\Delta t} \right) \mathbf{I} + \left(\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{w}} \right)^m \right] \Delta \mathbf{w} = - \frac{3\mathbf{w}^m - 4\mathbf{w}^n + \mathbf{w}^{n+1}}{2\Delta t} - \mathbf{R}^m \quad (8)$$

其中 $\mathbf{I}$ 为单位矩阵。式(8)采用 LU-SGS 格式进行求解。

1.2.2 时间谱方法

若流动具有周期性, 则流动变量随时间呈现周期性的变化。将周期 T 进行 N 等分, 若 N 偶数, 则一个周期 T 内第 n 时刻流动变量 $\mathbf{w}^n$ 的傅里叶变换为

$$\widehat{\mathbf{w}}_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{w}^n e^{-ik \frac{2\pi}{T} n \Delta t} \quad (9)$$

对应的傅里叶反变换为

$$\mathbf{w}^n = \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \widehat{\mathbf{w}}_k e^{ik \frac{2\pi}{T} n \Delta t} \quad (10)$$

其中物理时间步长 $\Delta t = T/N$, $0 \leq n < N$ 。

将式(10)对时间求导可得

$$D_t \mathbf{w}^n = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} ik \widehat{\mathbf{w}}_k e^{ik \frac{2\pi}{T} n \Delta t} \quad (11)$$

将式(9)代入式(11)中经过化简可得

$$D_t \mathbf{w}^n = \sum_{j=0}^{N-1} d_{nj} \mathbf{w}^j \quad (12)$$

其中

$$d_{nj} = \begin{cases} \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{1}{2} (-1)^{n-j} \cot \left[\frac{\pi(n-j)}{N} \right], & n \neq j \\ 0, & n = j \end{cases} \quad (13)$$

若 N 为奇数, 经过相似的推导可得

$$d_{nj} = \begin{cases} \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{1}{2} (-1)^{n-j} \csc \left[\frac{\pi(n-j)}{N} \right], & n \neq j \\ 0, & n = j \end{cases} \quad (14)$$

于是, 半离散控制方程(式(5))可写为

$$V \frac{\partial \mathbf{w}^n}{\partial \tau} + V D_t \mathbf{w}^n + \mathbf{R}(\mathbf{w}^n) = \mathbf{0} \quad (15)$$

式(15)的求解采用隐式 LU-SGS 格式。

1.3 多重网格技术

多重网格技术是一种提高收敛速度的有效方

法,其利用一系列粗细不同的网格来消除不同频率的误差。先在细网格上采用有效的迭代方法以消除高频误差,随后通过适当的插值方法,将解传递到粗网格上,此时细网格上难以消除的低频误差相对于粗网格变成容易消除的高频误差,再将消除低频误差的解插值传递到细网格上,从而达到加速收敛的目的。本文采用杨小权等人^[17-18]发展的高效的多重网格方法,其中 V 循环采用计算效率较高的 3V2-4-8 循环方式。限制过程采用面积加权法,插值过程采用直接赋值法。

2 优化方法

2.1 共轭梯度方法

共轭梯度方法最早由 Pironneau^[19]、Jameson^[2]引入到优化设计领域。该方法将流动方程作为约束条件,通过拉格朗日乘子引入到目标函数中,将设计问题转化为控制问题,只需求解流动方程和共轭方程,即可获得目标函数对设计变量的梯度信息。

本文从非定常气动优化问题出发推导共轭梯度方法。一般情况下目标函数 O 可定义为

$$O = \int_0^{t_f} \left[\int_B \mathbf{M}(\mathbf{w}, \mathbf{S}) d\mathbf{B}_\xi + \int_D \mathbf{P}(\mathbf{w}, \mathbf{S}) d\mathbf{D}_\xi \right] dt \quad (16)$$

其中 $d\mathbf{B}_\xi$ 、 $d\mathbf{D}_\xi$ 分别为计算域中的表面和空间积分单元, $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{P}$ 依赖于流动变量 $\mathbf{w}$ 和坐标变换矩阵 $\mathbf{S}$ 。气动外形的改变会引起流场解与空间矩阵的变化,进而导致目标函数的变化,即

$$\delta O = \int_0^{t_f} \left[\int_B \delta \mathbf{M}(\mathbf{w}, \mathbf{S}) d\mathbf{B}_\xi + \int_D \delta \mathbf{P}(\mathbf{w}, \mathbf{S}) d\mathbf{D}_\xi \right] dt \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} & \int_D \left[\left(J \psi^T \delta \mathbf{w} \right)_0^{t_f} - \int_0^{t_f} J \frac{\partial \psi^T}{\partial t} \delta \mathbf{w} dt \right] dD + \int_0^{t_f} \int_B n_i \psi^T \left[\left(\frac{\partial \mathbf{F}_{ci}}{\partial \mathbf{w}} - \frac{\partial \mathbf{F}_{vi}}{\partial \mathbf{w}} \right) \delta \mathbf{w} + \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{ci}}{\partial \mathbf{S}} - \frac{\partial \mathbf{F}_{vi}}{\partial \mathbf{S}} \right) \delta \mathbf{S} \right] d\mathbf{B} - \\ & \int_D \frac{\partial \psi^T}{\partial \xi_i} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{F}_{ci}}{\partial \mathbf{w}} - \frac{\partial \mathbf{F}_{vi}}{\partial \mathbf{w}} \right) \delta \mathbf{w} + \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{ci}}{\partial \mathbf{S}} - \frac{\partial \mathbf{F}_{vi}}{\partial \mathbf{S}} \right) \delta \mathbf{S} \right] dD dt = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

将式(21)代入式(17)中,并按照包含流动变量变分和坐标变换矩阵变分的各项归类整理得

$$\begin{aligned} O = & \int_0^{t_f} \int_D \left[\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{w}} + J \frac{\partial \psi^T}{\partial t} + \frac{\partial \psi^T}{\partial \xi_i} \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{ci}}{\partial \mathbf{w}} - \frac{\partial \mathbf{F}_{vi}}{\partial \mathbf{w}} \right) \right] \delta \mathbf{w} dD dt + \int_0^{t_f} \int_B \left[\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{w}} - n_i \psi^T \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{ci}}{\partial \mathbf{w}} - \frac{\partial \mathbf{F}_{vi}}{\partial \mathbf{w}} \right) \right] \delta \mathbf{w} d\mathbf{B}_\xi dt + \\ & \int_0^{t_f} \int_D \left[\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{S}} + \frac{\partial \psi^T}{\partial \xi_i} \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{ci}}{\partial \mathbf{S}} - \frac{\partial \mathbf{F}_{vi}}{\partial \mathbf{S}} \right) \right] \delta \mathbf{S} dD dt + \int_0^{t_f} \int_B \left[\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{S}} - n_i \psi^T \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{ci}}{\partial \mathbf{S}} - \frac{\partial \mathbf{F}_{vi}}{\partial \mathbf{S}} \right) \right] \delta \mathbf{S} d\mathbf{B}_\xi dt - \\ & \int_D \left[J \psi^T(t_f) \delta \mathbf{w}(t_f) - J \psi^T(0) \delta \mathbf{w}(0) \right] dD \end{aligned} \quad (22)$$

$$\delta \mathbf{M} = \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{w}} \delta \mathbf{w} + \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{S}} \delta \mathbf{S}$$

$$\delta \mathbf{P} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{w}} \delta \mathbf{w} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{S}} \delta \mathbf{S}$$

非定常状态下,对应于气动外形变化的控制方程可写为

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta(J\mathbf{w}) + \frac{\partial \delta(\mathbf{F}_{ci} - \mathbf{F}_{vi})}{\partial \xi_i} = 0 \quad (18)$$

其中 J 为坐标变换矩阵的 Jacobin 值, $\mathbf{F}_{ci} = \mathbf{S}_{ij} \mathbf{f}_{cj}$, $\mathbf{F}_{vi} = \mathbf{S}_{ij} \mathbf{f}_{vj}$ 。 $\delta \mathbf{F}_{ci}$ 、 $\delta \mathbf{F}_{vi}$ 也可写成与 $\delta \mathbf{w}$ 、 $\delta \mathbf{S}$ 相关的贡献,即

$$\delta \mathbf{F}_{ci} = \frac{\partial \mathbf{F}_{ci}}{\partial \mathbf{w}} \delta \mathbf{w} + \frac{\partial \mathbf{F}_{ci}}{\partial \mathbf{S}} \delta \mathbf{S}$$

$$\delta \mathbf{F}_{vi} = \frac{\partial \mathbf{F}_{vi}}{\partial \mathbf{w}} \delta \mathbf{w} + \frac{\partial \mathbf{F}_{vi}}{\partial \mathbf{S}} \delta \mathbf{S}$$

引入共轭变量 ψ , 在整个计算空间和时间周期内求得

$$\int_0^{t_f} \int_D \psi^T \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \delta(J\mathbf{w}) + \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{F}_{ci}}{\partial \mathbf{w}} - \frac{\partial \mathbf{F}_{vi}}{\partial \mathbf{w}} \right) \delta \mathbf{w} + \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{ci}}{\partial \mathbf{S}} - \frac{\partial \mathbf{F}_{vi}}{\partial \mathbf{S}} \right) \delta \mathbf{S} \right] \right\} dD dt = 0 \quad (19)$$

由于本文中非定常过程网格是刚性变化,网格单元体积不随时间发生变化,则可将上式分为两部分并调换积分顺序有

$$\int_D \int_0^{t_f} \psi^T J \frac{\partial}{\partial t} \delta \mathbf{w} dt dD + \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{F}_{ci}}{\partial \mathbf{w}} - \frac{\partial \mathbf{F}_{vi}}{\partial \mathbf{w}} \right) \delta \mathbf{w} + \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{ci}}{\partial \mathbf{S}} - \frac{\partial \mathbf{F}_{vi}}{\partial \mathbf{S}} \right) \delta \mathbf{S} \right] dD dt = 0 \quad (20)$$

若 ψ 可微,则将式(20)分部积分得

选取合适的共轭变量 ψ 使得目标函数变分 δO 中不和 δw 显性相关, 这样目标函数对设计变量的梯度信息就可以直接通过计算变换矩阵变分项 δS 得到。

则令式(22)空间积分中包含流动变量变分项 δw 的系数为零就能得到相应的非定常共轭方程

$$J \frac{\partial \psi^T}{\partial t} + \frac{\partial \psi^T}{\partial \xi_i} \left(\frac{\partial F_{ci}}{\partial w} - \frac{\partial F_{vi}}{\partial w} \right) + \frac{\partial P}{\partial w} = 0 \quad (23)$$

令式(22)物面边界积分中包含流动变量变分项的系数 δw 为零就能得到非定常共轭方程的物面边界条件

$$n_i \psi^T \left(\frac{\partial F_{ci}}{\partial w} - \frac{\partial F_{vi}}{\partial w} \right) = \left[\frac{\partial M}{\partial w} \right]^T \quad (24)$$

一般情况下令共轭变量在初始时刻为零则有

$$\psi^T(0) \delta w(0) = 0 \quad (25)$$

本文研究的问题做非定常周期运动, 同样有

$$\psi^T(t_f) \delta w(t_f) = 0 \quad (26)$$

剩余项为目标函数变分 δO 的最终形式

$$\begin{aligned} \delta O = & \int_0^{t_f} \left\{ \int_D \left[\frac{\partial P}{\partial S} + \frac{\partial \psi^T}{\partial \xi_i} \left(\frac{\partial F_{ci}}{\partial S} - \frac{\partial F_{vi}}{\partial S} \right) \right] \delta S dD + \right. \\ & \left. \int_B \left[\frac{\partial M}{\partial S} - n_i \psi^T \left(\frac{\partial F_{ci}}{\partial S} - \frac{\partial F_{vi}}{\partial S} \right) \right] \delta S dB_\xi \right\} dt \end{aligned} \quad (27)$$

2.2 共轭方程的数值求解

共轭方程(式(23))的表达形式和流动控制方程基本一致, 因此可采用计算流体力学的数值方法进行共轭方程的求解。

引入伪时间 τ 导数项后, 共轭方程式(式(23))的空间半离散形式可写成

$$V \frac{\partial \psi}{\partial \tau} + V \frac{\partial \psi}{\partial t} + R(\psi) = 0 \quad (28)$$

采用双时间方法时, 将半离散共轭方程(式(28))中的伪时间项进行 1 阶向后差分离散, 物理时间项进行 2 阶向后差分离散

$$\begin{aligned} V \frac{\psi^{m+1} - \psi^n}{\Delta \tau} + V \frac{3\psi^{m+1} - 4\psi^n + \psi^{n-1}}{2\Delta t} + \\ R(\psi^{n+1}) = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

采用时间谱方法时, 半离散共轭方程(式(28))

可写为

$$V \frac{\partial \psi^n}{\partial \tau} + V D_t \psi^n + R(\psi^n) = 0 \quad (30)$$

$$D_t \psi^n = \sum_{j=0}^{N-1} d_{nj} \psi^j$$

其中 d_{nj} 与前文形式相同。

式(29)与式(30)采用显式 Runge-Kutta 格式进行求解。其中, 空间项的离散应用了中心有限体积格式, 采用当地时间步长、多重网格方法等加速措施来提高收敛速度。

2.3 翼型参数化方法

形函数法是常用的翼型参数化方法之一, 其利用解析函数线性叠加来对基准翼型进行修型, 进而描述翼型的几何形状, 具有设计变量少、适应性强等特点。其中 Hicks 和 Henne^[20]形函数在气动优化设计领域中应用最为广泛。本文也采用该方法对翼型进行参数化建模, 具体形式如下:

$$y_{up} = y_{0up} + \sum_{k=1}^{k=n_f} c_k f_k(x) \quad (31)$$

$$y_{low} = y_{0low} + \sum_{k=1}^{k=n_f} c_{k+n} f_k(x) \quad (32)$$

其中 y_{up} 、 y_{low} 为翼型的上下表面函数, y_{0up} 、 y_{0low} 为基准翼型的上下表面函数, n_f 为形函数的数目, c_k 为形函数的权重, 在优化过程中作为设计变量。

$$f_k(x) = \begin{cases} x^{0.25} (1-x) e^{-20x}, & k=1 \\ \sin^3(\pi x^{e(k)}), & k \geq 2 \end{cases} \quad (33)$$

其中 $e(k) = \ln 0.5 / \ln x_k$, $0 \leq x_k \leq 1$ 。

2.4 优化过程

本文建立的定常/非定常优化设计方法的过程如图 1 所示。

1) 求解流场控制方程。为耦合共轭方程与梯度的求解, 需保存一个周期内每个物理时间步的流场变量。

2) 求解共轭方程。为计算梯度, 需保存一个周期内每个物理时间步的共轭变量。

3) 计算目标函数的梯度。引入流场变量与共轭变量, 将每个时间步的梯度信息在一个非定常周期内进行积分, 再做时间平均来得到非定常优化设计的梯度信息。

4) 使用梯度优化算法, 得到新的翼型。

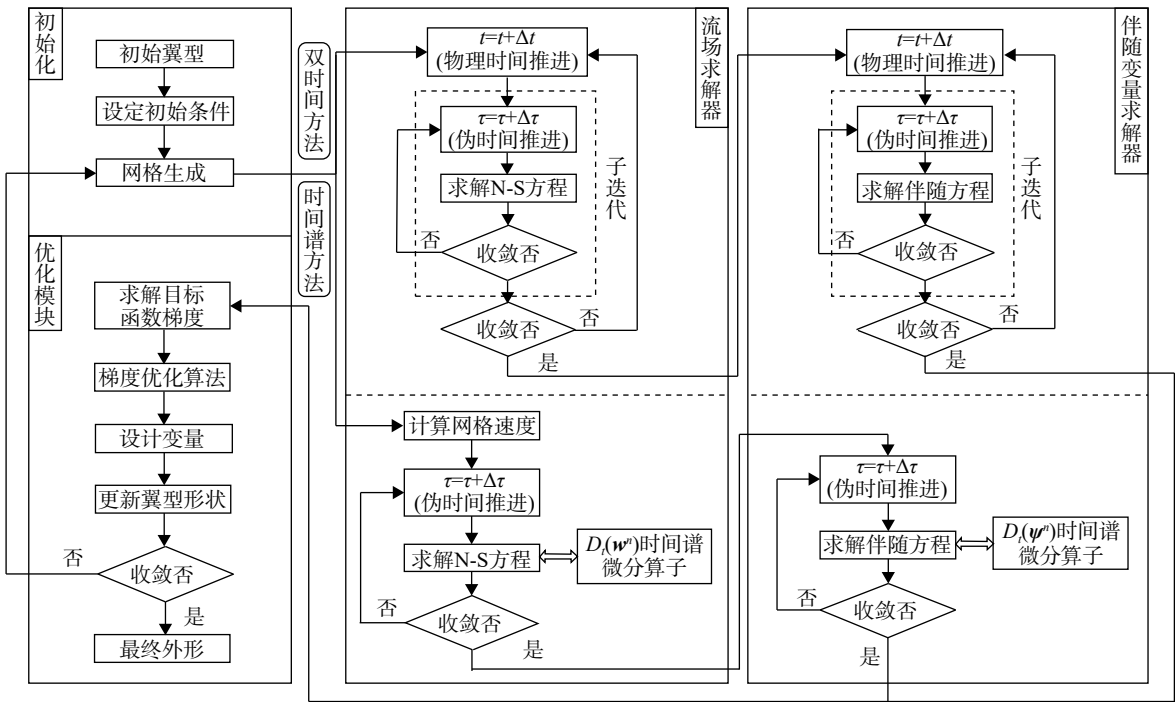


图 1 气动外形优化流程

Fig. 1 Procedure of aerodynamic shape optimization

5) 重复上述过程至收敛。

3 算例及分析

为了验证流场计算程序的可靠性,本文选取典型的振荡翼型绕流算例进行验证,计算模型为 NACA0012 翼型,计算工况如表 1 所示, Ma 为马赫数、 α_m 为平均迎角, α_0 为振幅、 Re 为雷诺数、 k_f 为缩减频率。计算网格为 C 型网格,大小为 201×49 ,其中第 1 层网格高度为 $1.0 \times 10^{-5}C$ (C 弦长),远场距离大约为 $15C$ 。物理时间的离散分别采用双时间方法和时间谱方法。在采用双时间方法进行计算时,每个时间周期进行 360 个时间等分,每个物理时间步的最大迭代次数为 30,共进行 4 个周期的计算;在采用时间谱方法求解时,每个时间周期取 12 等分。

表 1 振荡翼型计算工况

Table 1 Computation condition for oscillating airfoils

Ma	$\alpha_m/(^\circ)$	$\alpha_0/(^\circ)$	k_f	$Re/10^6$
0.6	2.89	2.41	0.080 8	4.8

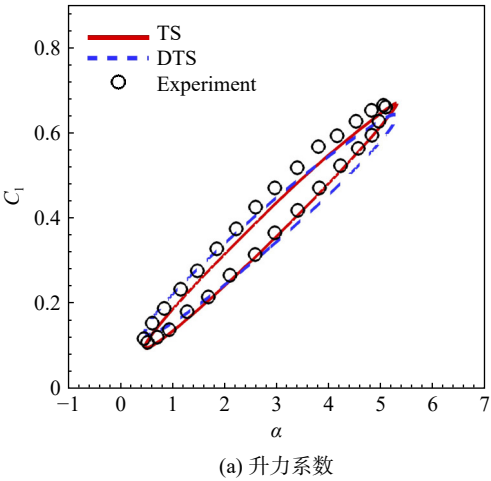
图 2 给出了双时间方法和时间谱方法计算的非定常气动特性与实验值的对比,其中 α 为迎角, C_l 为升力系数, C_d 为阻力系数, C_m 为力矩系数,为避免重复,下文不再赘述。从图中可以看出,计算结果与实验值吻合较好。与双时间方法相比,

时间谱方法计算的升力系数与力矩系数和实验值更加接近。图 3 给出了时间谱方法和双时间方法的总计算时间对比。由图可知,时间谱方法的计算效率远远高于双时间方法,可以提高计算效率 5 倍以上。

3.1 定常状态下翼型优化设计

3.1.1 定常状态下目标函数及约束条件

旋翼翼型的设计需要考虑多种飞行状态下的性能,属于典型的多目标优化设计问题。本文以 NACA0012 翼型为初始翼型,在悬停和机动状态下,开展多点优化设计,具体目标函数及约束条件如表 2 所示。



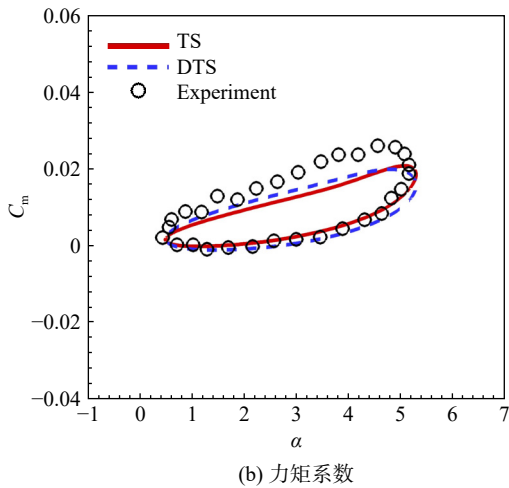


图 2 非定常气动力计算值与实验值对比

Fig. 2 Comparison of calculated data of unsteady aerodynamic force with test data

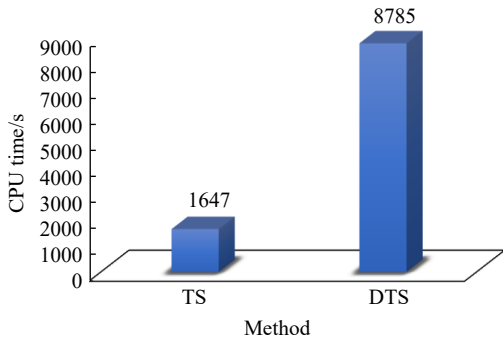


图 3 总计算时间对比

Fig. 3 Comparison of total CPU time

表 2 设计状态、目标函数及约束条件

Table 2 Design states, objective functions and constraint conditions

状态编号	设计状态	目标函数	约束条件
状态 1	$Ma = 0.6$ $C_l = 0.6$	$\frac{C_l}{C_d} < \left[\frac{C_l}{C_d} \right]_0$	$C_l > C_{l0}$
状态 2	$Ma = 0.4$ $\alpha = 11^\circ$	$C_{l,max} > C_{l,max0}$	$C_d < C_{d0}$ $ C_m < C_{m0} $

注: 表中下标 0 表示初始翼型的气动性能, 下标 max 表示取最大值。

本文采用加权目标函数方法来处理多目标优化设计问题。此时, 旋翼翼型优化设计的目标函数为

$$O = \omega_1 O_1 + \omega_2 O_2 \quad (34)$$

其中 O_1 和 O_2 分别为状态 1 和状态 2 的目标函数, ω_1 和 ω_2 为两个优化状态的权值, 分别取 0.8 和 0.2。除考虑翼型气动约束外, 还应满足结构的要求,

因而需对翼型厚度进行约束, 如式 (35) 所示。

$$\text{s.t. } 0.9H_{d0} \leq H_d \leq 1.1H_{d0} \quad (35)$$

其中 H_d 表示翼型的最大厚度。

3.1.2 定常状态下优化结果及分析

图 4 给出了优化翼型与初始翼型的几何外形对比从图中可以看出, 相较于初始翼型, 优化翼型的弯度有所增大, 这有助于提高翼型的升力系数。此外, 最大厚度也略有增大, 从 0.120 增加到 0.123, 满足几何约束条件。优化翼型在设计点下的气动特性在表 3 中给出, 状态 1 下的升阻比相较初始翼型提升了 2.87%; 状态 2 下的升力系数增加了 2.48%。

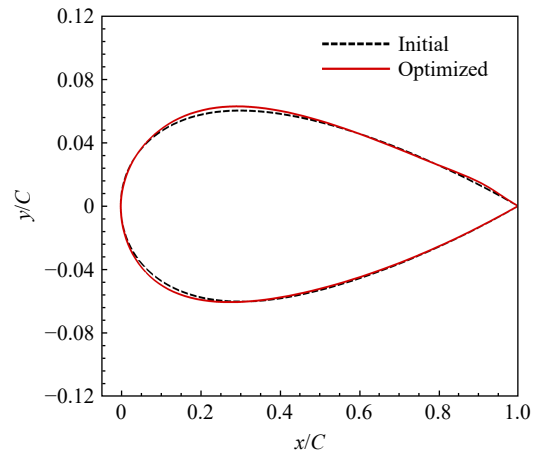


图 4 定常状态下优化前后翼型的几何外形对比图

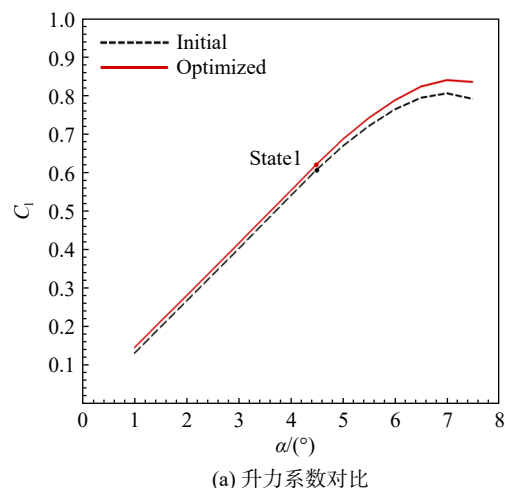
Fig. 4 Comparison of airfoil before and after optimization under the steady condition

表 3 优化翼型与初始翼型气动特性计算值

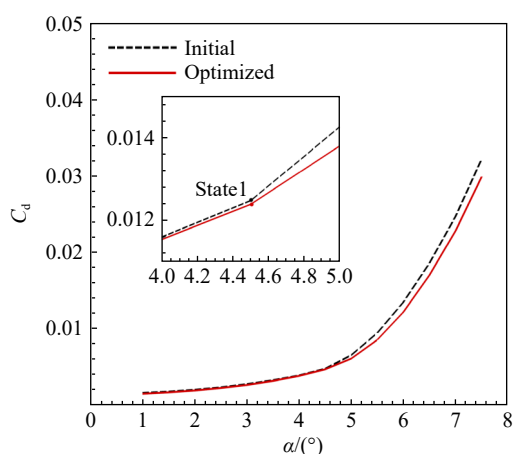
Table 3 Calculated data of aerodynamic characteristic of optimized airfoil and initial airfoil

状态编号 (参数)	初始翼型	优化翼型	优化 百分比/%
状态 1 (C_l/C_d)	48.09	49.47	2.87
状态 2 (C_l)	1.075	1.102	2.48

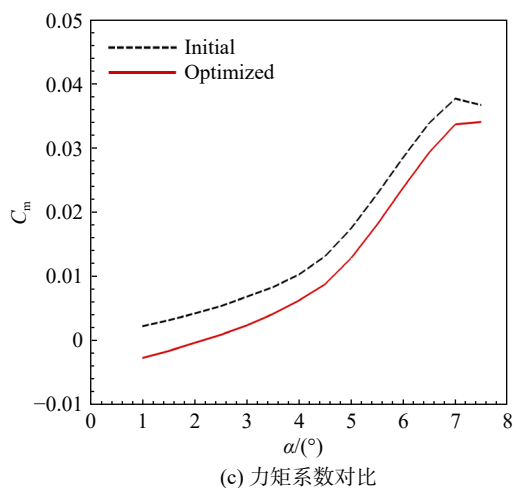
图 5 给出了 $Ma = 0.6$ 下优化前后翼型气动特性的对比, 从图中可以看出, 优化翼型在设计点处的升力系数提升了 2.36%, 阻力系数降低了 0.48%, 满足此状态下的约束条件。同时, 其他气动特性相较初始翼型均有所改善。图 6 给出了两种翼型的极曲线对比, 由图可知, 相同阻力系数下, 优化翼型相较初始翼型可以提供更多的升力。图 7 给出了设计点 1 处优化前后翼型表面压力系数对比图, 从图中可以看出, 优化后的翼型较初



(a) 升力系数对比



(b) 阻力系数对比

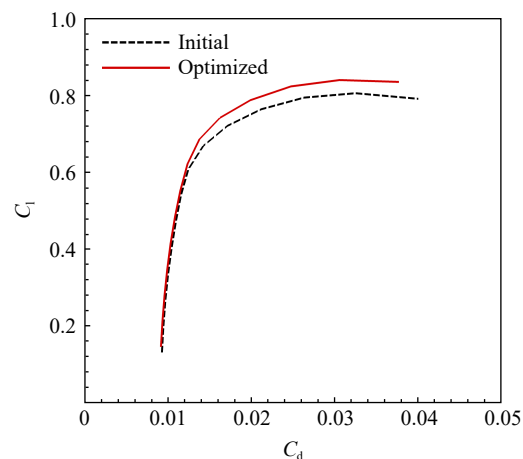
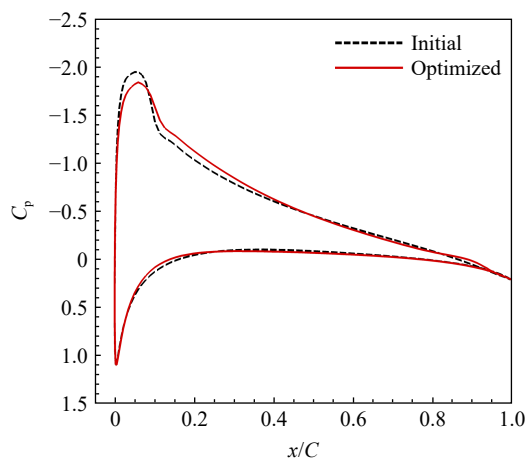


(c) 力矩系数对比

图 5 定常状态下优化前后翼型气动特性对比 ($Ma=0.6$)Fig. 5 Comparison of aerodynamic characteristics of airfoil before and after optimization under the steady condition ($Ma=0.6$)

始翼型前缘负压峰值有一定的降低,逆压梯度也相应减小,使得翼型有着更高的升阻比。

图 8 给出了 $Ma=0.4$ 下优化前后翼型气动特性的对比,从图中可以看出,优化翼型在设计点 2 处的升力系数有明显提高,阻力系数与力矩系数

图 6 优化前后翼型极曲线对比图 ($Ma=0.6$)Fig. 6 Drag polar comparison of airfoil before and after optimization ($Ma=0.6$)图 7 定常状态下优化前后翼型表面压力系数分布对比图 ($Ma=0.4$)Fig. 7 Comparison of pressure coefficient distribution of airfoil before and after optimization under the steady condition ($Ma=0.4$)

也得到了有效的下降,而且失速迎角也得到推迟。同时优化翼型的其他气动力相较初始翼型均有所改善。图 9 给出了设计点 2 处优化前后翼型表面压力系数对比图,从图中可以看出,优化翼型前缘处的负压峰值有所降低,逆压梯度分布也有所优化改善,有利于减缓气流分离,从而使阻力减小。此外,翼中处优化翼型上表面的表面压力有所增大,使翼中提供了更多的升力,从而有效的提高了翼型的升力系数。

3.2 非定常状态下翼型优化

3.2.1 非定常状态下目标函数及约束条件

定常状态下优化的翼型不一定能拥有良好的动态特性,因此,开展非定常状态下的翼型优化

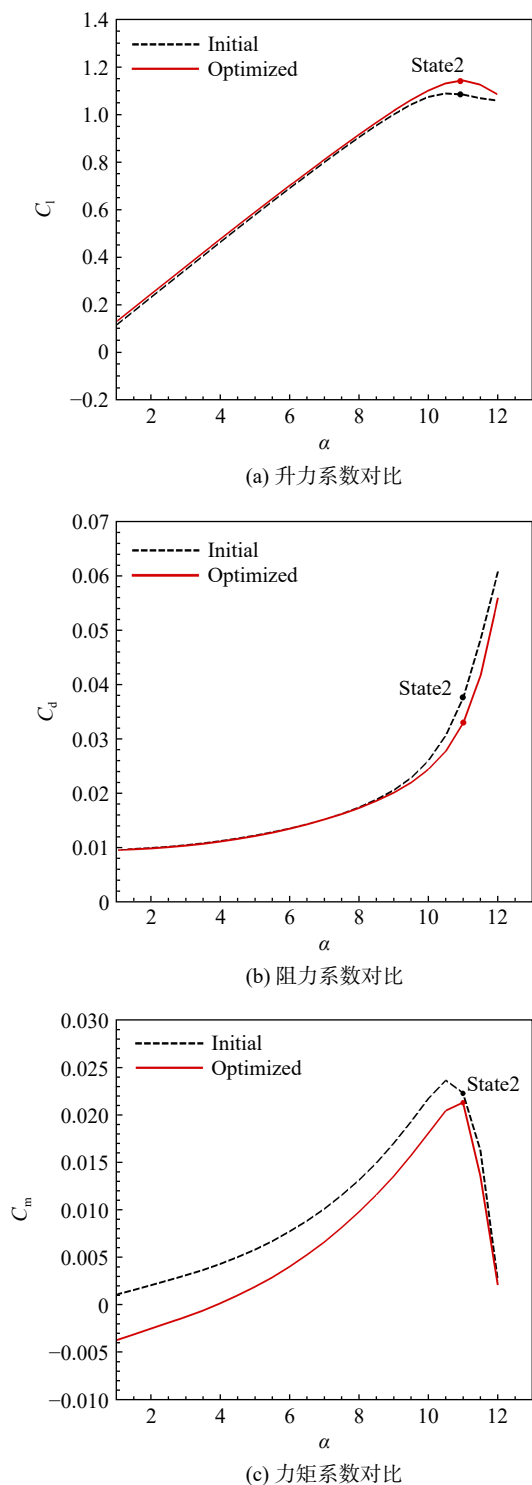


图 8 定常状态下优化前后翼型气动特性对比图

(Ma = 0.4)

Fig. 8 Comparison of aerodynamic characteristics of airfoil before and after optimization under the steady condition

(Ma = 0.4)

设计是尤为重要的。本文以减少时均阻力系数与时均力矩系数为目标,同时保证时均升力系数不减,来提升翼型的动态特性。目标函数及约束条件为

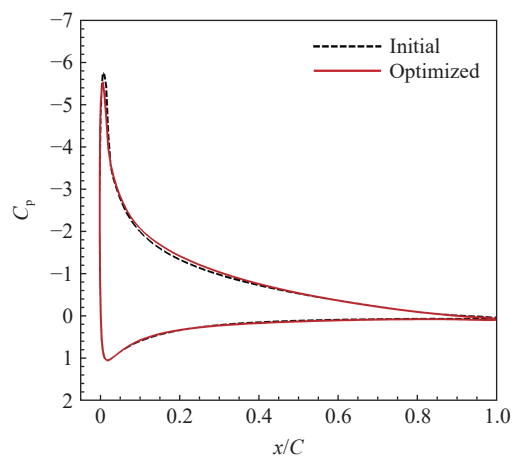


图 9 非定常状态下优化前后翼型表面压力系数分布对比图

(Ma = 0.4)

Fig. 9 Comparison of pressure coefficient distribution of airfoil before and after optimization under the unsteady condition

(Ma = 0.4)

$$\begin{aligned} \min \quad & \overline{C_d} + |\overline{C_m}| \\ \text{s.t.} \quad & \overline{C_l} \geq \overline{C_{l0}} \\ & 0.9D_0 \leq D \leq 1.1D_0 \end{aligned} \quad (36)$$

其中 $\overline{C_l}$ 为时均升力系数, $\overline{C_d}$ 为时均阻力系数, $\overline{C_m}$ 为时均力矩系数, 为避免重复, 下文不再赘述。

3.2.2 非定常状态下优化结果及分析

本文利用第 2 节所述方法对 NACA0012 翼型与 OA209 翼型进行非定常优化设计, 设计工况如表 4 所示。针对非定常状态下流动控制方程与共轭方程的求解, 分别采用了双时间方法与时间谱方法进行物理时间离散, 其中双时间方法将一个周期进行 360 等分, 而时间谱方法则将一个周期进行 12 等分。

表 4 非定常优化设计工况

Table 4 Unsteady optimum design condition

算例	翼型	Ma	$\alpha_m/(^\circ)$	$\alpha_0/(^\circ)$	k_f
1	NACA0012	0.6	2.89	2.41	0.080 8
2	OA209	0.4	8	6	0.07

图 10 给出了算例 1 优化翼型与初始翼型 NACA0012 的对比, 为方便起见, 将采用双时间方法和时间谱方法的优化翼型分别称作优化翼型 1 与优化翼型 2。从图中可以看出, 两种优化翼型的弯度都有明显增大, 这有助于提高翼型的升力系数。而最大厚度略有所减小, 从而能有效地减小翼型的阻力系数。优化翼型在设计状态下的时均气动力在表 5 中给出, 优化翼型 1 的时均阻力系数与时均力矩系数分别下降了 1.63% 和 58.52%,

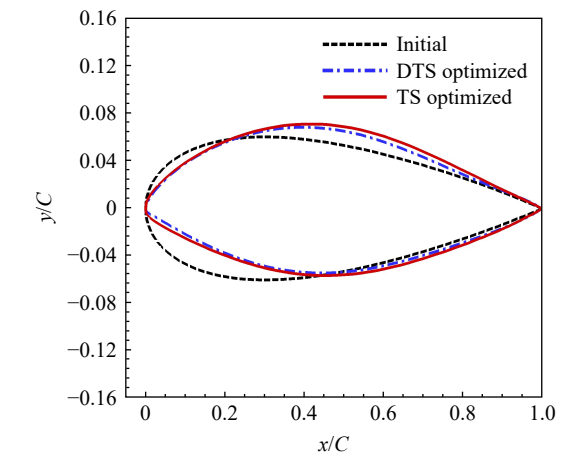


图 10 非定常状态下优化前后翼型的几何外形对比图
(算例 1)

Fig. 10 Comparison of airfoil before and after optimization under the unsteady condition (case 1)

表 5 优化翼型与初始翼型时均气动特性计算值
(算例 1)

Table 5 Calculated data of time averaged aerodynamic forces of optimized airfoil and initial airfoil (case 1)

时均气动力	初始翼型	优化翼型 1	优化翼型 2
$\overline{C_l}$	0.378	0.380	0.386
$\overline{C_d}$	0.036 9	0.036 3	0.036 1
$ \overline{C_m} $	0.008 51	0.003 53	0.007 81

优化翼型 2 的时均阻力系数与时均力矩系数分别下降了 2.17% 和 8.23%。

图 11 给出了 3 种翼型在非定常状态下气动特性的对比。可以看出, 经过优化设计后, 两种优化翼型的升力系数迟滞环面积显著减小。优化翼型 1 与优化翼型 2 的阻力系数峰值有明显下降, 分别减小了 4.43% 和 5.15%。此外, 力矩峰值明显下降, 部分迎角状态下力矩系数也有所减小,

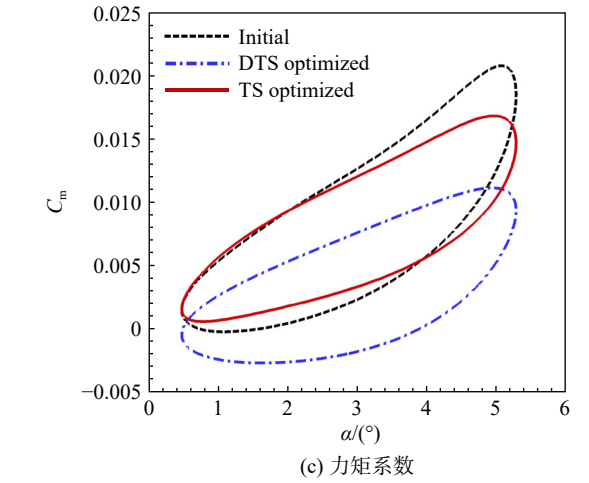
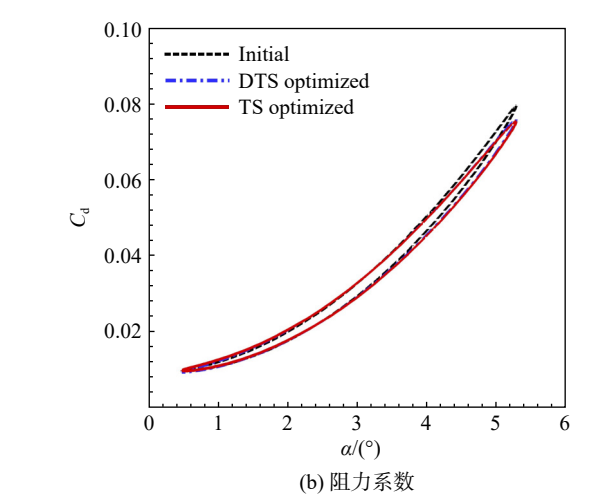
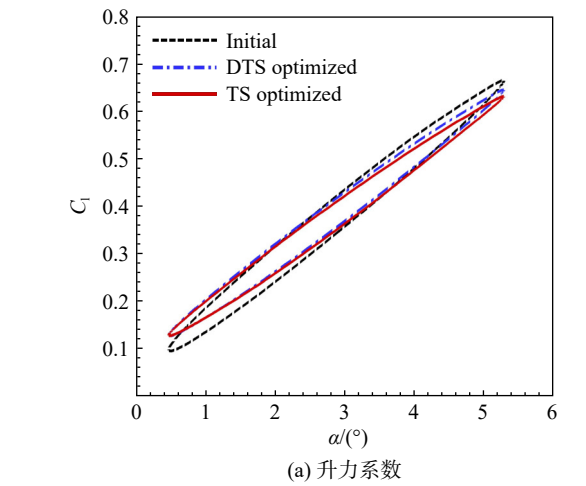


图 11 非定常状态下优化前后翼型气动特性对比图(算例 1)

Fig. 11 Comparison of aerodynamic characteristics of airfoil before and after optimization under the unsteady condition (case 1)

这些表明优化后的翼型具有更佳的动力学特性。

图 12 给出了算例 2 优化翼型与初始翼型 OA209 的对比。从图中可以看出, 两种优化翼型的弯度略有增加, 最大厚度略有减小, 使优化翼型的升力与阻力特性都有所提升。优化翼型在设计状态下的时均气动力在表 6 中给出, 优化翼型 1 的时均阻力系数与时均力矩系数分别下降了 2.78% 和 38.89%, 优化翼型 2 的时均阻力系数与时均力矩系数分别下降了 3.83% 和 14.34%。

图 13 给出了 3 种翼型在非定常状态下气动特性的对比。可以看出, 经过优化设计后, 两种优化翼型的升力系数在各个迎角下基本都有所提升; 优化翼型 1 与优化翼型 2 的阻力系数峰值有明显下降, 分别减小了 6.51% 和 9.73%, 阻力系数迟滞环面积都有所减小; 力矩峰值也得到改善, 分别下降 10.96% 和 8.28%。这些显示优化翼型

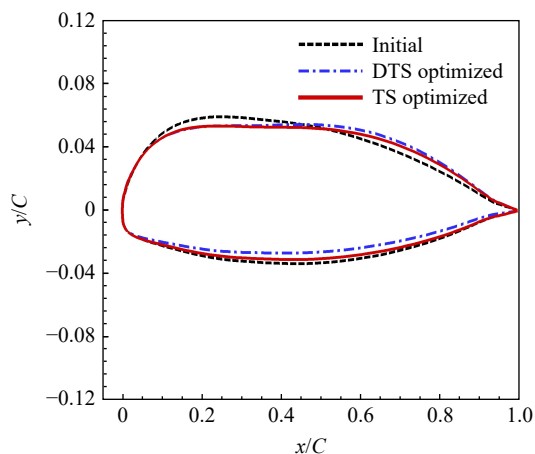


图 12 非定常状态下优化前后翼型的几何外形对比图
(算例 2)

Fig. 12 Comparison of airfoil before and after optimization under the unsteady condition (case 2)

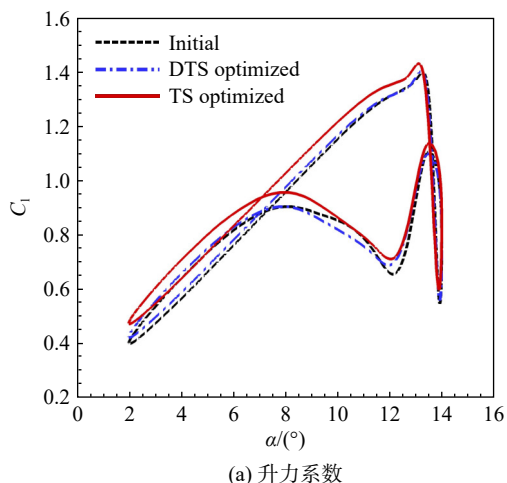
表 6 优化翼型与初始翼型时均气动特性计算值
(算例 2)

Table 6 Calculated data of time averaged aerodynamic forces of optimized airfoil and initial airfoil (case 2)

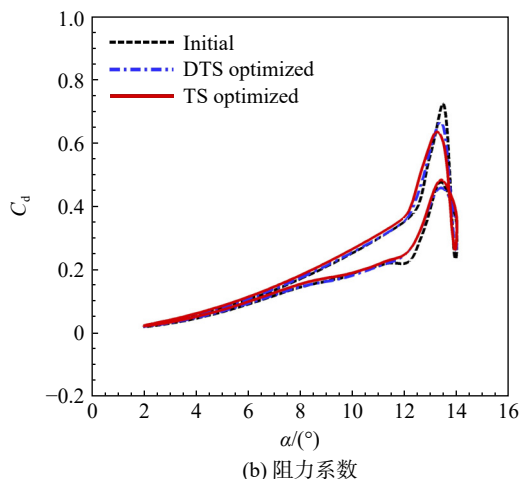
时均气动力	初始翼型	优化翼型 1	优化翼型 2
$\overline{C_l}$	0.782	0.804	0.836
$\overline{C_d}$	0.201 3	0.195 7	0.193 6
$ \overline{C_m} $	0.053 41	0.032 64	0.045 75

非定常气动特性都有所提升。

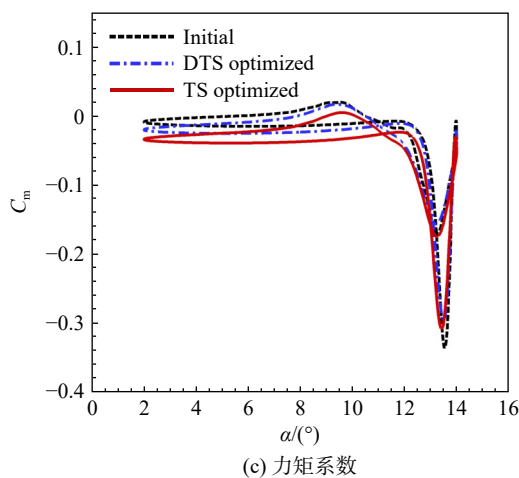
从图 10 与图 12 可以看出, 优化翼型 1 与优化翼型 2 有所差别, 这主要与优化算法有关。面对这种多极值点的优化设计, 采用梯度优化算法容易使优化结果陷入局部最优解, 加之采用求解方法的不同使梯度值的精度有所差别, 因而, 两种优化结果有所差别。但两种优化翼型的气动特性表明, 两种优化方法均有效。



(a) 升力系数



(b) 阻力系数



(c) 力矩系数

图 13 非定常状态下优化前后翼型气动特性对比图(算例 2)

Fig. 13 Comparison of aerodynamic characteristics of airfoil before and after optimization under the unsteady condition (case 2)

图 14 给出了两个非定常优化算例每轮优化迭代所需时间的对比。从图中可以看出, 时间谱共轭梯度优化方法的翼型优化计算效率是双时间共轭梯度优化方法的 5 倍以上。

梯度的求解需要存储每个时刻的流动变量与共轭变量。在保证计算精度的前提下, 时间谱方

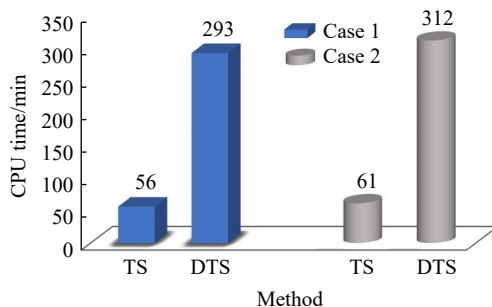


图 14 每步优化计算时间对比

Fig. 14 Comparison of CPU time for each step

法所需参与计算的时刻数较少,因此相时间谱共轭梯度优化设计方法对内存的需求远远小于双时间共轭梯度优化设计方法。

4 结 论

针对直升机旋翼翼型的多状态多工况和多目标优化设计问题,本文发展了耦合时间谱方法和多重网格的高效率翼型非定常优化设计方法,用于直升机旋翼翼型的优化设计,结论如下:

1) 基于时间谱方法和多重网格方法,发展了高效的旋翼翼型优化设计方法,相比与传统的双时间翼型优化设计方法,时间谱翼型优化设计方法具有较高的计算精度,且具有提高优化设计计算效率 5 倍以上的优势。

2) NACA0012 翼型定常状态下的优化结果表明, $Ma = 0.6$ 设计状态下翼型的升阻比增加了 2.87%,有效地提升了直升机的悬停性能。 $Ma = 0.4$ 设计状态翼型的最大升力系数增加了 2.48%,同时,失速迎角也得到推迟,从而能够拥有更好的机动性能。

3) NACA0012 翼型与 OA209 翼型非定常优化结果表明,翼型在设计状态下表现出更好的气动特性,升力系数迟滞环面积减小,阻力系数与力矩系数峰值明显下降。

参考文献:

- [1] 张卫国,孙俊峰,招启军,等.旋翼翼型气动设计与验证方法[J]. *空气动力学学报*, 2021, 39(6): 136-148, 155.
ZHANG Weiguo, SUN Junfeng, ZHAO Qijun, et al. Aerodynamic design and verification methods of rotor airfoils[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2021, 39(6): 136-148, 155. (in Chinese)
- [2] JAMESON A. Aerodynamic design via control theory[J]. *Journal of Scientific Computing*, 1988, 3(3): 233-260.
- [3] ANDERSON W K, VENKATKRISHNAN V. Aerodynamic design optimization on unstructured grids with a continuous adjoint formulation[J]. *Computers & Fluids*, 1999, 28(4/5): 443-480.
- [4] NADARAJAH S, JAMESON A. A comparison of the continuous and discrete adjoint approach to automatic aerodynamic optimization[R]. AIAA 2000-667, 2000.
- [5] 杨旭东.基于控制理论的气动优化设计技术研究[D].西安:西北工业大学, 2002.
YANG Xudong. Research on aerodynamic optimization design technology based on control theory[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2002. (in Chinese)
- [6] 左英桃,高正红,何俊.基于 N-S 方程和离散共轭方法的气动外形设计[J]. *空气动力学学报*, 2010, 28(5): 509-512, 524.
ZUO Yingtao, GAO Zhenghong, HE Jun. Aerodynamic design method based on N-S equations and discrete adjoint approach[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2010, 28(5): 509-512, 524. (in Chinese)
- [7] 黄海生,杨旭东.基于控制理论的旋翼翼型优化设计[J]. *航空计算技术*, 2010, 40(4): 22-26.
HUANG Haisheng, YANG Xudong. Optimum shape design of rotor airfoils via control theory[J]. *Aeronautical Computing Technique*, 2010, 40(4): 22-26. (in Chinese)
- [8] 吴琪.基于粘性伴随方法的旋翼先进气动外形优化设计分析[D].南京:南京航空航天大学, 2014.
WU Qi. Optimal design and analysis on advanced aerodynamic shape of rotor based on A viscous adjoint method[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2014. (in Chinese)
- [9] MANI K, LOCKWOOD B, MAVRIPLIS D. Adjoint-based unsteady airfoil design optimization with application to dynamic stall [C]// American Helicopter Society 68th Annual Forum. FortWorth, Texas, US: American Helicopter Society International, Inc, 2012: 68.
- [10] WANG Qing, ZHAO Qijun, WU Qi. Aerodynamic shape optimization for alleviating dynamic stall characteristics of helicopter rotor airfoil[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2015, 28(2): 346-356.
- [11] 招启军,王清,赵国庆.旋翼翼型定常-非定常特性综合优化设计新方法[J]. *南京航空航天大学学报*, 2014, 46(3): 355-363.
ZHAO Qijun, WANG Qing, ZHAO Guoqing. New optimization design method for rotor airfoil considering steady-unsteady characteristics[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2014, 46(3): 355-363. (in Chinese)
- [12] 王清,招启军.基于遗传算法的旋翼翼型综合气动优化设计[J]. *航空动力学报*, 2016, 31(6): 1486-1495.
WANG Qing, ZHAO Qijun. Synthetical optimization design of rotor airfoil by genetic algorithm[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2016, 31(6): 1486-1495. (in Chinese)
- [13] HALL K C, THOMAS J P, CLARK W S. Computation of unsteady nonlinear flows in cascades using a harmonic balance technique[J]. *AIAA Journal*, 2002, 40: 879-886.
- [14] GOPINATH A, JAMESON A. Time spectral method for periodic unsteady computations over two- and three- dimensional bodies[R]. AIAA 2005-1220, 2005.
- [15] GOPINATH A, JAMESON A. Application of the time spectral method to periodic unsteady vortex shedding[R]. AIAA 2006-449, 2006.
- [16] 杨小权,程苏堃,杨爱明,等.基于时间谱方法的振荡翼型和机翼非定常黏性绕流数值模拟[J]. *航空学报*, 2013, 34(4): 787-797.
YANG Xiaoquan, CHENG Sukun, YANG Aiming, et al. Time spectral method for numerical simulation of unsteady viscous flow over oscillating airfoil and wing[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(4): 787-797. (in Chinese)
- [17] 杨小权,杨爱明,翁培奋.悬停旋翼无粘流场数值模拟中的多重网格方法[J]. *空气动力学学报*, 2009, 27(5): 608-615.
YANG Xiaoquan, YANG Aiming, WENG Peifen. The mutilgrid method in Euler equation computation about a helicopter rotor in hover[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2009, 27(5): 608-615. (in Chinese)
- [18] 姬昌睿,杨小权,杨爱明,等.用强耦合 RANS 方法模拟旋翼悬停流场[J]. *航空动力学报*, 2014, 29(8): 1894-1903.
JI Changrui, YANG Xiaoquan, YANG Aiming, et al. Strongly coupled RANS algorithm for simulating hovering rotor flow[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2014, 29(8): 1894-1903. (in Chinese)
- [19] PIRONNEAU O. On optimum profiles in Stokes flow[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1973, 59(1): 117-128.
- [20] HICKS R M, HENNE P A. Wing design by numerical optimization[J]. *Journal of Aircraft*, 1978, 15(7): 407-412.

(编辑:陈越)