

文章编号: 1000-8055(2024)11-20220970-10

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220970

Langtry-Menter 转捩模型的高超声速修正与验证

李城锐¹, 江中正¹, 吴昌聚¹, 杨雨欣¹, 邓思超²

(1. 浙江大学 航空航天学院, 杭州 310027;

2. 中国运载火箭技术研究院 研究发展部, 北京 100076)

摘 要: 针对高超声速边界层转捩流动预测问题, 基于传统 Langtry-Menter 转捩模型和 SST (shear stress transport) 湍流模型开展高速修正方法研究, 将高超声速横流判据修正、湍动能压力膨胀项可压缩性修正和压力梯度系数修正引入到原始转捩模型, 以拓展模型在高超声速边界层流动转捩的预测能力, 并采用超声速平板、0°攻角高超声速直锥、小攻角高超声速尖锥和 HIFiRE-5 等 6 个典型算例对修正后的转捩模型的预测能力进行验证。研究表明: 修正后的转捩模型所预测的转捩起始位置、转捩终点位置和转捩区长度与实验结果基本吻合, 壁面摩擦阻力和热流的计算结果与实验测量结果基本一致, 修正后的转捩模型对高超声速边界层转捩的预测能力较好。

关 键 词: 高超声速流动; 边界层; 横流判据; 流动转捩; 湍流模型

中图分类号: V211.3

文献标志码: A

Hypersonic modification and verification of Langtry-Menter transition model

LI Chengrui¹, JIANG Zhongzheng¹, WU Changju¹, YANG Yuxin¹, DENG Sichao²

(1. School of Aeronautics and Astronautics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

2. Research and Development Department,

China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

Abstract: For the prediction of hypersonic boundary layer transition flow, three types of high-speed modified methods were studied based on the traditional Langtry-Menter transition model and SST (shear stress transport) turbulence model. The modification of hypersonic cross-flow criterion, compressibility modification of turbulent kinetic energy pressure dilatation term and modification of pressure gradient coefficient were introduced into the original transition model to expand the simulation capacity of the model in hypersonic flow. The modified transition model was validated by using several typical cases: supersonic plate, hypersonic cone with zero angle of attack, hypersonic cone with small angle of attack and hypersonic HIFiRE-5. The results showed that the predicted transition-start position, transition-end position and transition zone length of the modified model were basically consistent with the experimental results. The calculated results of skin friction and heat flux were basically consistent with the experimental measurement data. The modified transition model performed well in predicting hypersonic transition flow.

收稿日期: 2022-12-22

基金项目: 国家自然科学基金 (U20B2007)

作者简介: 李城锐(1995-), 男, 博士生, 主要从事流动转捩和气动优化设计研究。

通信作者: 江中正(1991-), 男, 讲师, 博士, 主要从事稀薄气体动力学研究。E-mail: jzhongzh@zju.edu.cn

引用格式: 李城锐, 江中正, 吴昌聚, 等. Langtry-Menter 转捩模型的高超声速修正与验证[J]. 航空动力学报, 2024, 39(11): 20220970. LI

Chengrui, JIANG Zhongzheng, WU Changju, et al. Hypersonic modification and verification of Langtry-Menter transition model[J].

Journal of Aerospace Power, 2024, 39(11): 20220970.

Keywords: hypersonic flow; boundary layers; cross-flow criterion; transition flow; turbulence models

高超声速边界层转捩问题是高速飞行器气动设计过程中务必考虑的关键气动问题之一。高速飞行器外流场从层流经过转捩发展成湍流,转捩后湍流场中的壁面热流密度和摩擦阻力一般是层流的 3~5 倍^[1],这种气动力/热的突然跃升会对飞行器气动外形设计和热防护设计造成显著影响,是设计人员需要提前考虑的。可靠、准确的高速转捩预测结果能够为飞行器设计工作提供重要的气动参考依据。因此,高超声速转捩预示技术在航天飞机、可重复使用火箭、高超声速导弹等高速飞行器设计环节中具有重要意义。常用的边界层转捩预测手段主要有直接数值模拟(direct numerical simulation, DNS)、大涡模拟(large eddy simulation, LES)、 e^N 方法、转捩判据工程预测方法和转捩模型预测方法。DNS 和 LES 方法能够比较准确地捕捉到小尺度流动涡结构等流动细节,可用于湍流转捩的机理研究,但巨大的计算量使这两种方法目前难以推广到三维飞行器流场计算的工程应用^[2]。 e^N 方法^[3]是基于线性稳定性理论,通过计算不稳定波的线性增长倍数来预测转捩。该方法的缺陷是需要大量的人工干预,使用时较依赖于实验和经验,而在高超声速边界层转捩方面的经验甚少^[4],目前较为复杂的应用实例有椭圆锥^[5]和组合体飞行器模型^[6]。转捩判据工程预测方法是从大量地面实验和飞行实验数据总结出的经验关系式,这些判据不具有通用性,对于每一类新的飞行器均须发展专属的转捩判据^[7]。基于雷诺平均的转捩模型是工程实践中应用最广的数值模拟手段之一,其中 $\gamma-Re_{\theta t}$ 转捩模型^[8-9]以其能够完美与现代 CFD 方法兼容的优势被广泛研究和应用,已被纳入 Fluent、CFX 和 CFD++等主流商业软件,目前已经有多项研究致力于将该模型用于高超声速流转变模拟^[10-11]。

本文基于 $\gamma-Re_{\theta t}$ 转捩模型,在自编 CFD 程序的湍流/转捩模块中融入多个高超声速修正方法,并添加可调节参数,使修正后的转捩模型能够灵活适用于高超声速转捩流动的数值模拟。修正后的转捩模型具备三维高超声速流转变预测能力,提升高超边界层转捩的预测精度。自编转捩程序通过平板、直锥、小攻角尖锥、三维飞行器 HIFIRE-5 等多个算例的验证。

1 计算方法

1.1 控制方程

本文采用有限体积法求解雷诺平均 Navier-Stokes 方程(Reynolds averaged Navier-Stokes),矢通量分裂技术采用 AUSMPW+(advection upstream splitting method by pressure based weight functions)格式计算,插值重构格式选用 MUSCL(monotone upstream-centred schemes for conservation laws)方法,时间离散方法采用 LU-SGS(lower-upper symmetric Gauss-Seidel)隐式方法,采用 Minmod 通量限制器,程序使用 MPI(message passing interface)技术并行计算。

1.2 转捩模型

$\gamma-Re_{\theta t}$ 转捩模型由两个输运方程组成,并耦合 $k-\omega$ SST 湍流模型中的湍动能方程与耗散率方程,4 个方程一起构成能够模拟流动转捩的转捩/湍流模型。 $\gamma-Re_{\theta t}$ 模型中的两个输运方程分别是间歇因子 γ 输运方程和动量厚度转捩雷诺数 $\widetilde{Re}_{\theta t}$ 输运方程,方程形式如下:

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \gamma)}{\partial x_j} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho \widetilde{Re}_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \widetilde{Re}_{\theta t})}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \widetilde{Re}_{\theta t}}{\partial x_j} \right] \quad (2)$$

式中间歇因子 γ 用于触发转捩,取值为 0 表示层流,取值为 1 表示完全湍流; U_j 表示当地速度; x_j 是笛卡儿坐标,下标 $j=1,2,3$ 表示 3 个方向; $\widetilde{Re}_{\theta t}$ 表示转捩动量厚度雷诺数输运标量; ρ 表示密度; μ 是层流动力黏度; μ_t 是湍流涡黏度; σ_γ 和 $\sigma_{\theta t}$ 是模型系数; $P_{\theta t}$ 是源项。方程中的 P_γ 和 E_γ 分别为生成项和破坏项,表达如下:

$$P_\gamma = F_{\text{length}} C_{a1} \rho S (\gamma F_{\text{onset}})^{0.5} (1 - c_{e1} \gamma) \quad (3)$$

$$E_\gamma = c_{a2} \rho \Omega \gamma F_{\text{turb}} (c_{e2} \gamma - 1) \quad (4)$$

其中 S 是应变率, Ω 是涡量。 F_{length} 是控制转捩区长度的经验关系式, F_{onset} 是转捩位置开关。 F_{length} 和 F_{onset} 都是在边界层里控制间歇因子输运方程的无量纲函数。 F_{length} 是输运量 $\widetilde{Re}_{\theta t}$ 的函数,在下文

会提到。 F_{turb} 是破坏项控制函数,其作用是确保 E_γ 在层流边界层外和黏性底层内失效。 c_{a1} 、 c_{e1} 、 c_{a2} 和 c_{e2} 是模型系数。在 $\gamma\text{-}Re_{\theta t}$ 转捩模型中引入了应变率雷诺数 Re_v 物理量, Re_v 在 F_{onset} 函数中发挥作用,其定义如下:

$$Re_v = \frac{\rho y_w^2}{\mu} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| = \frac{\rho y_w^2}{\mu} S \quad (5)$$

其中 y_w 是到壁面的距离; u 是流向速度。 Re_v 的引入使得计算实现当地化,使得转捩发生雷诺数与当地边界层属性存在联系。随着边界层厚度增长, $y_w^2 S$ 增长, Re_v 逐渐达到临界值触发转捩发生,从而决定了 F_{onset} 的转捩位置特性。 γ 的边界条件:壁面处为 0,入口处是 1。

$P_{\theta t}$ 是式(2)中的源项,作用是在边界层外,将输运标量 $\widetilde{Re}_{\theta t}$ 与有经验关系式得来的 $Re_{\theta t}$ 联系起来,允许输运标量 $\widetilde{Re}_{\theta t}$ 从自由流扩散进来。源项表达如下:

$$P_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{\rho}{t} (Re_{\theta t} - \widetilde{Re}_{\theta t}) (1.0 - F_{\theta t}) \quad (6)$$

源项中的混合函数 $F_{\theta t}$ 是边界层识别函数,在边界层内值为 1,在自由来流域等于 0。 $F_{\theta t}$ 的特性使得源项在边界层外开启,在边界层内关闭。作用是在边界层外,输运量 $\widetilde{Re}_{\theta t}$ 趋于当地拟合值 $Re_{\theta t}$;在边界层内,输运量 $\widetilde{Re}_{\theta t}$ 靠方程输运扩散。 $\widetilde{Re}_{\theta t}$ 的边界条件:壁面处是 0 通量,远场是由基于来流湍流度的经验公式计算得到的。 $c_{\theta t}$ 是模型系数。

转捩模型中的间歇因子 γ 耦合到 $k\text{-}\omega$ SST 湍流模型的湍动能输运方程的源项中,从而起到影响湍流模型的作用,公式如下:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j k) = \bar{P}_k - \bar{D}_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (7)$$

$$\bar{P}_k = \gamma_{\text{eff}} P_k \quad (8)$$

$$\bar{D}_k = \min[\max(\gamma_{\text{eff}}, 0.1), 1.0] D_k \quad (9)$$

式中 k 是湍动能; P_k 和 D_k 是原始 $k\text{-}\omega$ SST 湍流模型中的生成项和破坏项; $\bar{P}_k$ 和 $\bar{D}_k$ 是融合转捩模型后的方程生成项和破坏项; γ_{eff} 是有效间歇因子,是考虑分离流动后的间歇因子; σ_k 是模型系数。转捩模型方程源项的其他相关函数表达式和模型系数见文献[12]。

2 高速修正项

为使转捩/湍流模型更好地适用于高超声速流动转捩的模拟,本节阐述 3 种重要的针对湍流/转捩模型的高超声速修正方法。

2.1 高超声速横流修正

在真实的三维飞行器外流场流动边界层中,受到气流横向压力梯度的影响,边界层内近壁面会出现于气流方向垂直的分量,即横流。由于横向速度拐点导致横流失稳触发的流动转捩,称为横流诱导转捩。Langtry 等[13]提出了基于当地化低速横流转捩预测方法,该方法可以较好地融入到 $\gamma\text{-}Re_{\theta t}$ 转捩模型中。国内在高超声速横流转捩的研究方面,周玲等[14]通过对网格预处理计算获得边界层相关参数,将一种横流时间尺度引入到转捩模型中,拓展该模型对高超声速横流不稳定转捩的预测能力。乔磊等[15]基于对可压缩 Falkner-Skan-Cooke 相似解分析,建立能够预测三维外形横流不稳定性的当地化转捩判据。本文参考 Langtry 提出的低速横流转捩方法[13]和向星皓等人提出的高速横流转捩拓展方法[16],通过引入时间尺度项修正原高速横流转捩判据源项,并加入到自编 CFD 程序中,实现程序对三维高超声速横流转捩的预测。

针对 $\gamma\text{-}Re_{\theta t}$ 转捩模型构造的基于横流强度和壁面粗糙度的当地化横流修正方法一般需要经历 4 个步骤。首先定义当地流向涡强度:

$$U = \begin{bmatrix} \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}} \\ \frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}} \\ \frac{w}{\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\boldsymbol{\Omega} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (11)$$

$$\Omega_{\text{streamwise}} = |\boldsymbol{U} \cdot \boldsymbol{\Omega}| \quad (12)$$

其中 $\Omega_{\text{streamwise}}$ 为流向涡强度, $\boldsymbol{U}$ 为单位速度向量, $\boldsymbol{\Omega}$ 为涡向量。其次引入一个无量纲物理量,横流强度 $H_{\text{crossflow}}$,定义如下:

$$H_{\text{crossflow}} = \frac{y_w \Omega_{\text{streamwise}}}{U_{\text{local}}} \quad (13)$$

其中 U_{local} 是当地速度值。 $H_{\text{crossflow}}$ 的特性是在近壁面是常数值,在边界层中间峰值,在边界层外缘趋于 0。第 3 步建立经验关系式,用动量厚度

雷诺数作为转捩准则,用动量厚度或给定参考长度对壁面粗糙度高度进行量纲化处理,从一系列实验值中拟合动量厚度雷诺数对无量纲粗糙度的经验关系函数。低速横流关系式如下:

$$Re_{lcf} = \frac{\theta_l \rho \left(\frac{U_{local}}{0.82} \right)}{\mu} = -35.088 \ln \left(\frac{h}{\theta_l} \right) + 319.51 + f(+\Delta H_{crossflow}) - f(-\Delta H_{crossflow}) \quad (14)$$

式中 Re_{lcf} 是低速横流转捩动量厚度雷诺数(低速横流转捩判据); θ_l 是动量厚度; h 是壁面粗糙度高度; $\Delta H_{crossflow}$ 是横流强度移动函数,其作用是同过涡黏度比抵消速度剖面增加所带来的数值错误,使转捩位置预测更准确。向星皓等人参照上述低速横流转捩关系式的模式,通过线性稳定性方法拓展高超声速横流转捩 DNS 数据^[16],建立高速横流判据关系式,形式如下:

$$Re_{hcf} = C_1 \ln \left(\frac{h}{l_\mu} \right) + C_2 + f(H_{crossflow}) \quad (15)$$

$$f(H_{crossflow}) = 6000 |0.1066 - \Delta H_{crossflow}| + 50000 (0.1066 - \Delta H_{crossflow})^2 \quad (16)$$

式中 Re_{hcf} 是高速横流转捩判据; C_1 、 C_2 为拟合系数; l_μ 是预先给定的粗糙度参考长度,一般给定 1 mm。

最后一步是将上述的横流转捩判据以源项的形式融入到动量厚度转捩雷诺数 $\widetilde{Re}_{\theta_l}$ 输运方程中,实现横流转捩的预测能力。横流转捩修正后的输运方程形式如下:

$$\frac{\partial(\rho \widetilde{Re}_{\theta_l})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \widetilde{Re}_{\theta_l})}{\partial x_j} = P_{\theta_l} + D_{cf} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{\theta_l} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \widetilde{Re}_{\theta_l}}{\partial x_j} \right] \quad (17)$$

D_{cf} 是引入输运方程的源项,低速和高速表达形式略有差别。低速横流转捩的源项:

$$D_{cf} = c_{\theta_l} \frac{\rho}{t} c_{crossflow} \min(Re_{lcf} - \widetilde{Re}_{\theta_l}, 0) F_{\theta l2} \quad (18)$$

高速横流转捩判据源项如下:

$$D_{cf} = c_{cf} \frac{\rho}{c_t t} \min(Re_{hcf} - \widetilde{Re}_{\theta_l}, 0) F_{\theta l} \quad (19)$$

其中 $c_{crossflow}$ 是低速判据系数, c_{cf} 是高速判据系数。上式与文献 [16] 和文献 [17] 中的横流源项不同。由于文献 [16-17] 提出的横流源项公式分母中缺少时间尺度项,为了与 Langtry 提出的低速横流源

项在形式和量纲上一致,本文在高速横流源项公式增加了时间尺度项 t ,并搭配可调参数 c_t , t 定义如下:

$$t = \min \left[\frac{500\mu}{\rho U_{local}^2}, \frac{\rho L^2}{\mu + \mu_t} \right] \quad (20)$$

式中 L 是当地网格长度。从式 (17) 和式 (19) 可以看出,只有在高速横流源项的分母中添加时间尺度项 t 后才能保证 $\widetilde{Re}_{\theta_l}$ 输运方程的量纲平衡和方程的准确性,从而保证修正后转捩模型的数值结果的合理性。 $F_{\theta l2}$ 和 $F_{\theta l}$ 是边界层识别函数,目的是限制横流源项 D_{cf} 仅在边界层内发挥作用。从式 (18) 和式 (19) 能够看出只有在 $Re_{lcf} < \widetilde{Re}_{\theta_l}$ (或 $Re_{hcf} < \widetilde{Re}_{\theta_l}$) 时, D_{cf} 才对输运方程起作用。

2.2 湍动能压力膨胀项的修正

标准 $k-\varepsilon$ 湍流模型的湍动能控制方程和耗散率方程的推导过程建立在不可压缩的条件下,即涡黏性模型本身隐含了速度散度为零的假设。考虑流体的可压缩性后,速度散度不再为零,Reynolds 平均变化成 Favre 平均,湍流模型形式发生改变并产生新的项。可压缩湍流中由速度散度不为零引起的效应被称为膨胀可压缩性效应,对新产生的项进行模化即为膨胀可压缩性修正。考虑可压缩性后重新推导湍动能方程如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} k) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j k) &= \bar{\rho} \tau_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \bar{\rho} \varepsilon + \\ \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{\tau_{ji} u_i''} - \overline{\rho u_j''} \frac{1}{2} \overline{u_i'' u_i''} - \overline{p' u_j''} \right) &- \overline{u_i''} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \overline{p' \frac{\partial u_i''}{\partial x_i}} \end{aligned} \quad (21)$$

式中 τ_{ij} 是雷诺应力。新产生两项,分别是压力功 $-\overline{u_i''} \frac{\partial p}{\partial x_i}$ 和压力膨胀项 $\overline{p' \frac{\partial u_i''}{\partial x_i}}$ 。脉动湍流质量通量 $\overline{u_i''}$ 的值一般很小,通常忽略,本文没有考虑脉动湍流质量通量 $\overline{u_i''}$ 的影响,只对压力膨胀项 $\overline{p' \frac{\partial u_i''}{\partial x_i}}$ 做模化。

高速可压缩湍流中的湍流动能耗散率可以看成由无散度部分 ε_s 和可压缩性耗散率 ε_d 两部分组成^[18]:

$$\bar{\rho} \varepsilon = \bar{\rho} \varepsilon_s + \bar{\rho} \varepsilon_d \quad (22)$$

其中无散度耗散率 ε_s 可认为与不可压缩湍流中的耗散率相同。由此可以看出,膨胀可压缩性修正主要有两部分:可压缩性耗散率 ε_d 和压力膨胀项 $\overline{p' \frac{\partial u_i''}{\partial x_i}}$ 。Sarkar 针对这两项的模化方法^[19]被广泛

采用。Sarkar 在衰变的可压缩湍流中研究可压缩性随湍流马赫数的变化,发现可压缩性耗散率与不可压缩耗散率的比值与湍流马赫数的平方成正比,提出可压缩性耗散率的模型:

$$\varepsilon_d = \alpha_1 \varepsilon_s Ma_t^2 \quad (23)$$

其中 $Ma_t = \sqrt{2k}/a$ 为湍流马赫数, a 为当地声速, α_1 为模型系数,取值为 $\alpha_1 = 1$ 。

对压力膨胀项的模化,将压力脉动分解为快速变化和缓慢演化,仿照不可压缩湍流中压力应变项的模化思想,建立压力膨胀项模化形式如下:

$$\overline{p' \frac{\partial u_i'}{\partial x_i}} = -\alpha_2 P_k Ma_t^2 + \alpha_3 \bar{p} \varepsilon_s Ma_t^2 \quad (24)$$

其中 P_k 是湍动能方程生成项, α_2 和 α_3 为模型系数,取值分别为 $\alpha_2 = -0.15$, $\alpha_3 = 0.2$ 。

2.3 压力梯度参数修正

边界层转捩对流向压力梯度较为敏感,在原始 $\gamma-Re_{\theta t}$ 转捩模型中,计算 $Re_{\theta t}$ 的经验公式含有与压力梯度信息相关的参数 λ_θ , 其定义如下:

$$\lambda_\theta = \frac{\rho \theta^2}{\mu} \cdot \frac{dU}{ds} \quad (25)$$

其中 dU/ds 是流向速度梯度; θ 为动量厚度; 压力梯度参数 λ_θ 能够反映压力梯度与速度梯度及边界层厚度存在关系,压力梯度信息通过参数 λ_θ 传递给 $Re_{\theta t}$ 并影响动量厚度转捩雷诺数输运方程。由于马赫数增加,边界层厚度增加,压力梯度和速度梯度之间的关系在低速流动中和高超声速流动中是不同的,边界层厚度变化带来的流向压力梯度的变化对高超声速转捩具有一定的影响。因此在高超转捩仿真计算中应当考虑高马赫数效应。本文参照张毅峰等^[20-21] 提出的修正方法,得到高马赫数修正后的压力梯度参数表达式:

$$\lambda_{\theta_new} = \lambda_\theta \left(1 + \frac{\gamma' - 1}{2} Ma_e^2 \right) b_2 \quad (26)$$

其中 γ' 是比热比, Ma_e 是边界层外缘马赫数, b_2 是可调节系数。

3 算例验证与结果分析

本节选取典型超声速/高超声速算例进行边界层流动转捩的数值模拟,验证算例的几何外形多样,计算条件差异性大,能够充分对高超声速修正后的转捩模型预测能力作验证。

3.1 超声速绝热壁平板

本节的转捩程序验证算例是来流马赫数 $Ma_\infty = 4.5$ 的超声速平板,壁面条件为绝热壁。来流单位雷诺数 $Re_\infty = 6.433 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$, 来流温度 $T_\infty = 61.1 \text{ K}$ 。来流湍流度设置为 0.1%, 黏性比设置为 0.1。绘制了 4 套不同疏密的网格,4 套网格的属性如表 1 所示。开展网格无关性验证工作,4 套不同网格的壁面摩擦阻力系数分布对比如图 1 所示。不同的网格计算得到的摩阻曲线分布走势基本一致,Grid A 的计算结果略有偏差,差异主要体现在转捩的起止位置。Grid C 和 Grid D 的数值结果完全重合,可判定计算网格收敛,达到网格无关性。

表 1 4 套计算网格的属性

Table 1 Properties of the four sets of grids

网格	网格数量 (流向 × 法向)	第一层网格间距/ μm
Grid A	175 × 120	10
Grid B	219 × 190	5
Grid C	259 × 200	1
Grid D	329 × 220	0.5

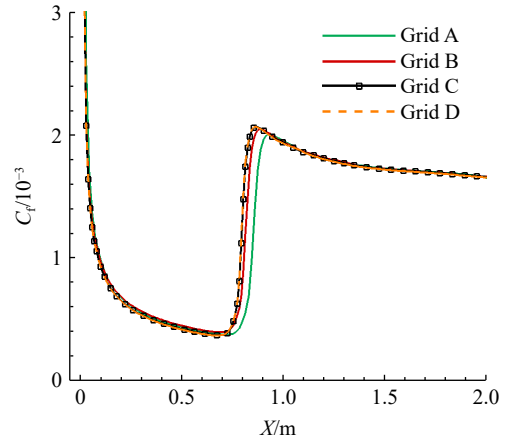


图 1 不同网格的摩擦阻力系数分布曲线对比

Fig. 1 Comparison of skin friction coefficient distribution curves for different grids

不同数值方法对超声速绝热壁平板壁面摩擦阻力系数分布的计算结果对比如图 2 所示。没有经过修正的原始 $\gamma-Re_{\theta t}$ 转捩模型 ($\gamma-Re_{\theta t}$ model) 无法准确预测出转捩位置,数值结果偏差很大。加入压力梯度修正但没有加入湍动能压力膨胀项修正的转捩模型 ($\gamma-Re_{\theta t}$ model + λ_{θ_new}),虽然能够较为准确地预测出转捩起始位置,但湍流部分的数值结果与高精度的 LES 和 DNS 的结果^[22] 偏差

较大,可以看出压力梯度参数修正对转捩位置的预测有较为明显的修正影响。经过压力梯度修正和压力膨胀项修正的 $\gamma-Re_{\theta t}$ 转捩模型(modified $\gamma-Re_{\theta t}$ model)对转捩位置预测和层流、湍流部分壁面摩擦阻力系数的计算结果与 DNS 数据^[22]和两种计算格式的 LES 结果^[22]吻合较好,湍动能压力膨胀项的修正对湍流区数值结果有一定的修正作用,使摩擦阻力系数数值结果更贴近 DNS 结果。需要说明的是,由于本小节的超声速平板算例是二维的,不存在三维横流效应,因此在本小节的平板算例中,改进的 $\gamma-Re_{\theta t}$ 转捩模型(modified $\gamma-Re_{\theta t}$ model)的横流修正部分不起作用。

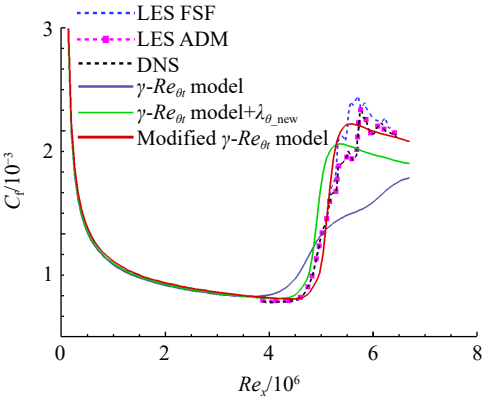


图 2 超声速绝热壁平板摩擦阻力系数分布

Fig. 2 Skin friction coefficient distribution for adiabatic hypersonic flat plate

3.2 0°攻角高超声速直锥

本节用于验证修正转捩模型的两个高超声速圆锥算例是来自 HIFiRE 计划^[23]的地面实验。美澳两国合作开展 HIFiRE 计划的目的是研究高超声速边界层转捩。算例模型为 HIFiRE-1 外形的直锥部分,7°半锥角,头部半径为 5.0 mm。算例 1 的来流马赫数为 7.15,算例 2 的来流马赫数为 6.58,两个验证算例的计算条件见表 2,来流湍流度为 0.06%,黏性比为 10。采用半模网格计算,并绘制 3 套疏密不同的网格,在计算条件 1 状态下开展网格无关性验证研究,3 套网格属性如表 3 所示。3 套网格的气动力、热的计算结果如图 3 和图 4 所示。3 套网格的壁面压力分布完全一致,Grid 2 和 Grid 3 的壁面斯坦顿数计算结果几乎重合,Grid 1 的热仿真结果在转捩位置附近略有细小偏差。可认定 Grid 2 满足网格收敛要求,并采用 Grid 2 作为后续的计算网格。

两个算例的热流密度分布数值结果与实验数

表 2 高超声速圆锥计算条件					
Table 2 Calculation conditions for the hypersonic cone					
算例	Ma_∞	T_∞/K	$\rho_\infty/(\text{kg}/\text{m}^3)$	$Re_\infty/10^6 \text{ m}^{-1}$	T_{wall}/K
1	7.15	231.1	0.070 60	9.92	301.0
2	6.58	214.0	0.125 68	16.7	301.3

注:表中下标 ∞ 表示来流参数, T_{wall} 表示壁面温度。

表 3 3 套直锥计算网格的属性		
Table 3 Properties of three sets of straight cone grids		
网格	网格数量 (流向×法向×周向)	第一层网格间距/ μm
Grid 1	104×60×13	10
Grid 2	186×101×31	1
Grid 3	226×150×37	0.5

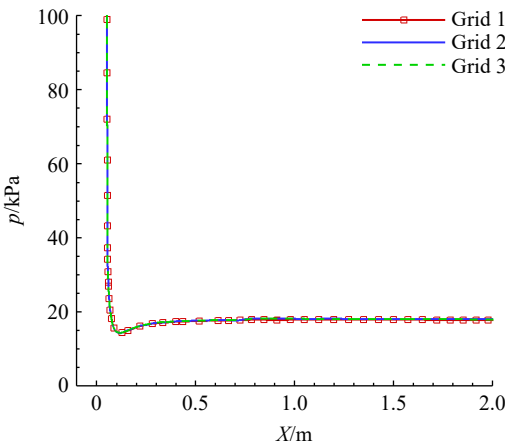


图 3 不同网格的壁面压力分布对比

Fig. 3 Comparison of wall pressure distribution for different grids

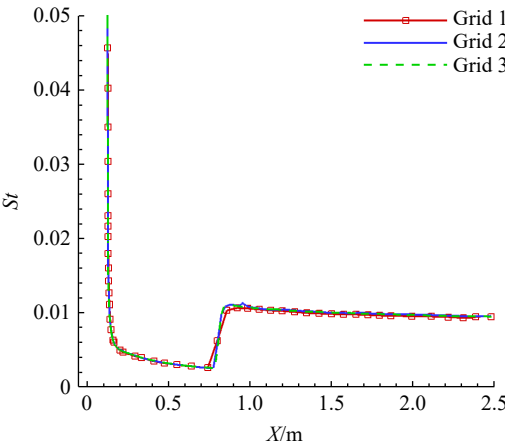


图 4 不同网格的壁面斯坦顿数对比

Fig. 4 Comparison of wall Stanton number for different grids

据的对比见图 5 和图 6。图 5 中的全层流计算值和层流部分实验值吻合较好。全湍流计算结果是原始 $k-\omega$ SST 湍流模型的数值结果。图中可以看

出, 未经过修正的原始转捩模型($\gamma-Re_{\theta t}$ model)无法准确预测出转捩流动现象。有压力梯度参数修正但未经过压力膨胀项修正的半修正转捩模型($\gamma-Re_{\theta t}$ model + λ_{θ_new})能够较为准确地预测出转捩位置, 其对湍流部分的热流计算值与 $k-\omega$ SST湍流模型结果几乎重合, 但比实验值高。完全修正后的转捩模型(modified $\gamma-Re_{\theta t}$ model)包含对湍流模型中湍动能压力膨胀项的修正, 其在湍流部分的预测更贴近实验值。算例的数值结果可以看出, 压力梯度参数的修正使 $\gamma-Re_{\theta t}$ 转捩模型能够较为准确地预测出高速转捩发生的位置, 修正转捩位置的预测准确性。湍动能压力膨胀项的修正提高了湍流部分的数值准确性。

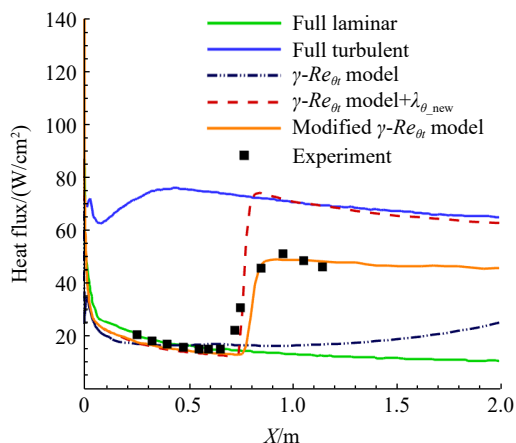


图 5 算例 1 壁面热流密度分布

Fig. 5 Heat flux distribution on wall for case 1

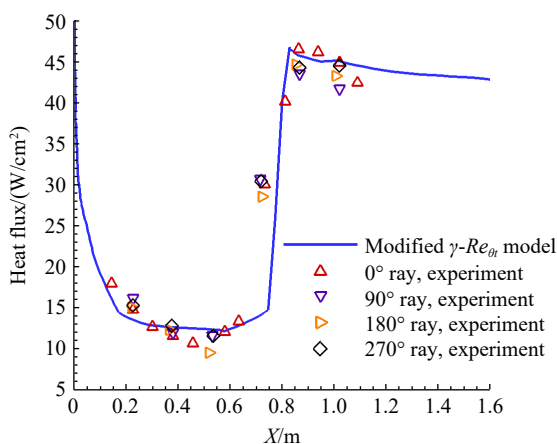


图 6 算例 2 壁面热流密度分布

Fig. 6 Heat flux distribution on wall for case 2

旋转对称的圆锥模型周向选 0° 、 90° 、 180° 、 270° 这 4 个角度流向的实验测量值。从热流分布图 6 中可以看出修正后的转捩模型对算例 2 的数值模拟结果与风洞实验值吻合较好, 转捩位置和

转捩区的热流值基本符合实验测量值。本文修正后的转捩模型能够对两个不同工况的三维 HIFiRE-1 直锥的高超声速转捩流动做出较为准确的预测。本小节的超声速直锥是 0° 攻角状态下的, 因此没有用到高速横流修正项。

3.3 小攻角高超声速直锥

为验证高超声速横流判据修正的效果, 选取三维小攻角高超声速直锥算例。攻角引起迎、背风面的压力不同, 流动从尖锥迎风面流向背面, 存在垂直于流向方向的横向流动速度, 引起横流不稳定产生转捩。本文选取中国空气动力研究与发展中心的高超声速边界层转捩实验尖锥模型^[24], 7° 半锥角, 头部半径为 0.05 mm , 长度为 800 mm 。计算网格为 $213 \times 130 \times 32$ 。计算条件为来流马赫数 $Ma_\infty = 6$, 来流单位雷诺数 $Re_\infty = 1 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$, 来流温度 $T_\infty = 57.81 \text{ K}$, 等温壁条件 $T_{\text{wall}} = 300 \text{ K}$ 。湍流度为 0.6% , 黏性比为 10 。分别计算 $\alpha=2^\circ$ 和 $\alpha=4^\circ$ 两个攻角下的尖锥边界层转捩流动。本小节的转捩模型在数值计算时也用了压力梯度参数修正和压力膨胀项修正。

风洞实验通过红外测量技术获得实验数据是尖锥模型壁面温升值, 边界层内湍流区的热交换强度显著高于层流区, 在转捩区域会出现非常明显的温度突变, 可通过测量模型表面温升(ΔT)得出转捩区域的位置, 从而给出描述转捩过程的温差曲线。温差数据与热流数据之间存在较强的相似性, 壁面温升可以近似认为与热流呈比例关系。将数值计算的热流与实验测量的温升直接进行对比, 在定量上对热流数据进行同比例的拉伸处理, 并忽略单位的差异^[25]。本文将两个攻角下的尖锥迎、背风面中心线的斯坦顿数 (Stanton number, St) 计算结果与实验测量的温升值^[24] 做比较, 对比结果如图 7 和图 8 所示。图中的实线是斯坦顿数计算结果, 按照左侧纵轴标度, 温升实验值按照右侧纵轴标度, 横轴为共用的长度标准。边界层转捩起始位置选取层流过渡到湍流时的温升最低点, 转捩结束位置选取温升最高点^[24]。横流修正后的转捩程序对 2° 攻角尖锥的转捩起始、终点位置的预测结果在迎、背风面中心线上均能大致吻合实验值。 4° 攻角转捩起始和终点位置的预测结果在背风面与实验值符合较好, 在迎风面对转捩起始位置预测较好, 但对转捩终点位置的预测较实验值偏提前。背风面的流动从转捩终点进入全湍流场后, 实验温升值有下降, 即在转捩终点位置温

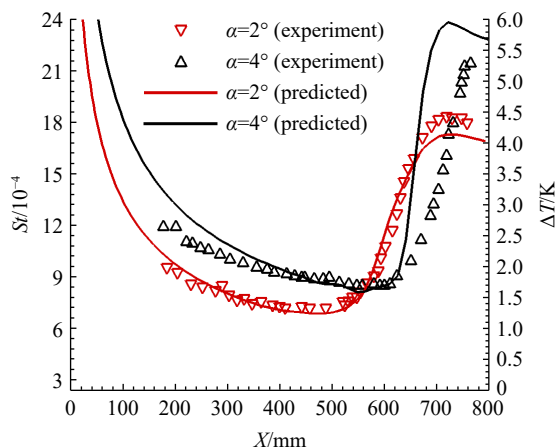


图 7 迎风面中心线斯坦顿数分布和实验温升值

Fig. 7 Stanton number distribution and experimental temperature rise for windward centerline

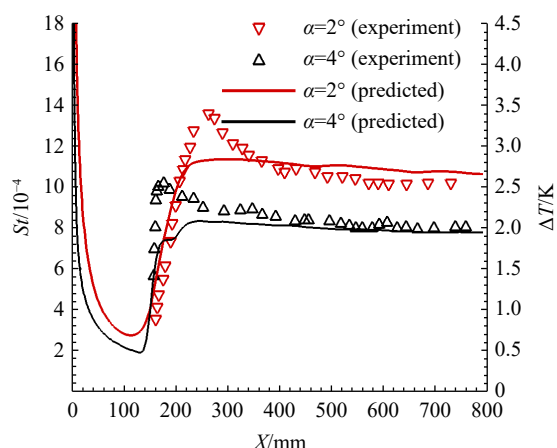


图 8 背风面中心线斯坦顿数分布和实验温升值

Fig. 8 Stanton number distribution and experimental temperature rise for leeward centerline

升形成峰值,但在数值模拟中,转捩终止处的热流峰值和湍流区的热流下降不明显。实验温升值能够显示出尖锥高超声速边界层转捩的攻角效应:攻角从 2° 增加到 4° ,迎风面转捩位置推迟,背风面转捩位置提前。从数值模拟的斯坦顿数分布结果中可以看出同样的攻角效应,证明本文的转捩模型能够模拟出攻角效应对尖锥迎、背风面转捩位置的影响。

3.4 HIFiRE-5

HIFiRE-5 外形是专门用于研究三维高超声速边界层转捩的模型,其实验段外形为宽高比 2:1 的椭锥,在高速流动中会同时产生流向不稳定和横流不稳定。本节计算模型采用 HIFiRE-5 的 38.1% 缩比风洞实验模型^[26],模型长度为 328 mm,长轴半径为 82 mm,短轴半锥角为 7° ,短轴头部半径为 0.95 mm。经过网格无关性验证,计算网格采

用 1/4 模型,网格数量为 $255 \times 165 \times 91$ (流向、法向和周向),第 1 层网格间距为 1×10^{-6} m,计算网格和边界条件示意图见图 9。计算条件为:攻角为 0° , $Ma_\infty = 6$, $Re_\infty = 10.2 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$,等温壁为 300 K。由于是噪声风洞,计算模型中的来流湍流度设置为 1.2%,黏性比为 42。

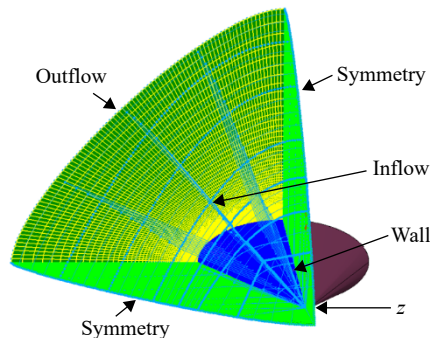
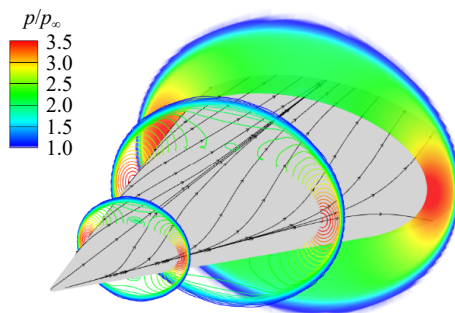


图 9 计算网格和边界条件示意图

Fig. 9 Schematic of computational grid and boundary conditions

采用高超声速横流修正后的转捩模型对上述算例进行数值模拟,修正后的转捩模型也包含压力梯度参数修正和湍动能压力膨胀项修正。图 10 是 HIFiRE-5 壁面极限流线和流场横截面无量纲压力 p/p_∞ 云图。飞行器被包裹在锥形激波里面,飞行器两侧边缘的压力高于中心线附近的压力,在此横向压力梯度下,产生从飞行器两侧外缘向中心线的横向流动,图中的壁面极限流线的走势验证了横向流动速度分量的存在。从图 11 中可以看出两边缘的横向流动在飞行器中心线汇聚并向上卷起形成涡结构,流向涡结构导致边界层内横向速度剖面产生拐点,引起失稳诱发流动转捩。图 12 是对飞行器外流场做 Q 准则涡识别处理后的图像,可以看出中心线上的流向涡结构在顺流方向上逐渐变大。

图 13 是壁面斯坦顿数计算值与实验结果的

图 10 壁面流线和无量纲压力 p/p_∞ 云图Fig. 10 Streamline patterns and contours of p/p_∞

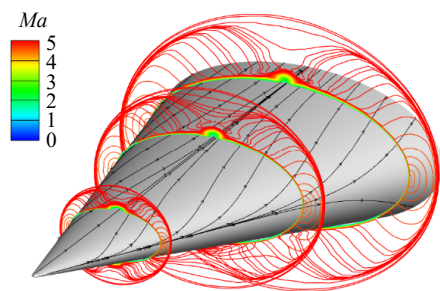


图 11 壁面流线和马赫数云图

Fig. 11 Streamline patterns and contours of Mach number

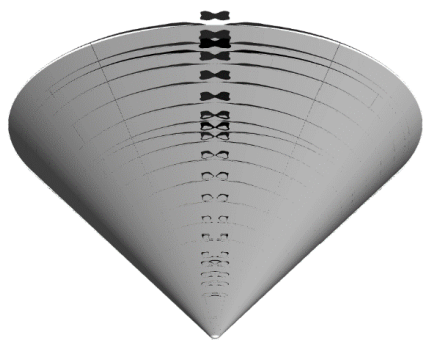
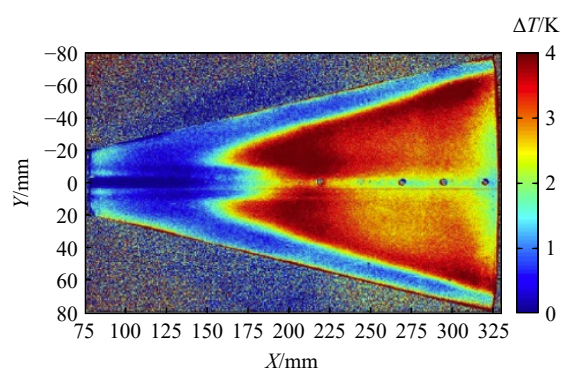
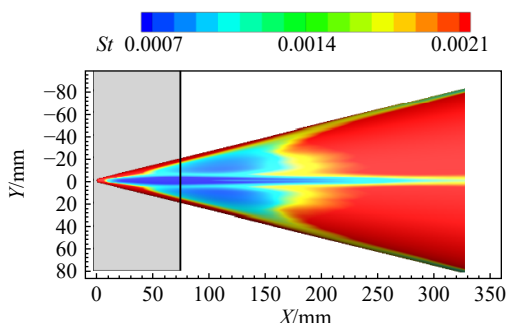


图 12 HIFiRE-5 中心线上的涡

Fig. 12 Vortex on the centerline of HIFiRE-5



(a) 实验热敏云图



(b) 斯坦顿数云图

图 13 数值模拟结果与实验结果对比

Fig. 13 Comparison between computational and experimental results

比对。修正转捩模型预测的转捩位置在 160~180 mm 区间,实验测量转捩发生在 160~190 mm

区间。数值模拟结果中湍流区中心线附近的热流值较低,实验云图也显示出同样的热分布情况。数值模拟的湍流区的横向宽度略大于实验云图,但模型预测的湍流区轮廓基本符合实验测量的湍流区形状。从仿真结果可以看出,修正后的转捩模型能够计算类似 HIFiRE-5 外形的三维飞行器的高超声速转捩流动,并提供可靠的流场图像和物理信息,具备较强的工程应用价值,可为飞行器设计提供支撑。

4 结 论

本文在原始的 $\gamma-Re_{\theta t}$ 转捩模型和 $k-\omega$ SST 湍流模型上,增加高超声速横流判据修正、湍动能压力膨胀项可压缩性修正和压力梯度参数的高超修正,拓展了原始湍流/转捩模型的计算范围,提高了模型在高超声速流动中的预测能力。通过对超声速平板、 0° 攻角圆锥、小攻角尖锥、三维 HIFiRE-5 飞行器等多个典型高超声速算例进行计算,数值结果与实验结果基本吻合,验证高超修正后的转捩模型的实用性和可靠性。本文自编 CFD 程序能够对高超声速边界层转捩流动的转捩起点、转捩终点和转捩区长度做出准确预测,对高超声速转捩前后的层流区和湍流区的摩擦阻力和热流值预示可靠。本文的研究结果和 CFD 程序能为工程转捩预测和飞行器前期设计提供参考。

参考文献:

- [1] 陈坚强,涂国华,张毅锋,等.高超声速边界层转捩研究现状与发展趋势[J].空气动力学学报,2017,35(3):311-337.
CHEN Jianqiang, TU Guohua, ZHANG Yifeng, et al. Hypersonic boundary layer transition: what we know, where shall we go[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2017, 35(3): 311-337. (in Chinese)
- [2] SPALART P R. Strategies for turbulence modelling and simulations[J]. The International Journal of Heat and Fluid Flow, 2000, 21(3): 252-263.
- [3] SARIC W. Physical description of boundary-layer transition: experimental evidence[R]. AGARD-CP-793, 1994.
- [4] 黄章峰,肖凌晨,罗纪生.超声速边界层转捩预测 e^N 方法及其软件开发[J].空气动力学学报,2018,36(2):279-285.
HUANG Zhangfeng, XIAO Lingchen, LUO Jisheng. Transition prediction e^N method and its software development for supersonic boundary layers[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2018, 36(2): 279-285. (in Chinese)
- [5] 罗纪生.高超声速边界层的转捩及预测[J].航空学报,2015,36(1):357-372.
LUO Jisheng. Transition and prediction for hypersonic boundary layers[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(1): 357-372. (in Chinese)
- [6] 于高通,罗纪生.三维高超声速边界层中 e^N 方法的应用[J].航空动力学,2014,29(9):2047-2054.

- YU Gaotong, LUO Jisheng. Application of e^N method in three-dimensional hypersonic boundary layers[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2014, 29(9): 2047-2054. (in Chinese)
- [7] 杨武兵, 沈清, 朱德华, 等. 高超声速边界层转捩研究现状与趋势[J]. *空气动力学学报*, 2018, 36(2): 180-195.
- YANG Wubing, SHEN Qing, ZHU Dehua, et al. Tendency and current status of hypersonic boundary layer transition[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2018, 36(2): 180-195. (in Chinese)
- [8] MENTER F R, LANGTRY R B, LIKKI S R, et al. A correlation-based transition model using local variables: Part I model formulation[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2006, 128(3): 413-422.
- [9] LANGTRY R B, MENTER F R, LIKKI S R, et al. A correlation-based transition model using local variables: Part II test cases and industrial applications[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2006, 128(3): 423-434.
- [10] 周玲, 阎超, 郝子辉, 等. 转捩模式与转捩准则预测高超声速边界层流动[J]. *航空学报*, 2016, 37(4): 1092-1102.
- ZHOU Ling, YAN Chao, HAO Zihui, et al. Transition model and transition criteria for hypersonic boundary layer flow[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2016, 37(4): 1092-1102. (in Chinese)
- [11] YI M, ZHAO H, LE J. Hypersonic natural and forced transition simulation by correlation-based intermittency[R]. AIAA 2017-2337, 2017.
- [12] LANGTRY R B, MENTER F R. Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes[J]. *AIAA Journal*, 2009, 47(12): 2894-2906.
- [13] LANGTRY R B, SENGUPTA K, YE H D T, et al. Extending the γ - re_{θ} local correlation based transition model for crossflow effects[R]. AIAA 2015-2474, 2015.
- [14] ZHOU L, LI R, HAO Z, et al. Improved k - ω - γ model for cross-flow-induced transition prediction in hypersonic flow[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2017, 115: 115-130.
- [15] QIAO L, XU J, BAI J, et al. Fully local transition closure model for hypersonic boundary layers considering crossflow effects[J]. *AIAA Journal*, 2021, 59(5): 1692-1706.
- [16] 向星皓, 张毅锋, 袁先旭, 等. C - γ - Re_{θ} 高超声速三维边界层转捩预测模型[J]. *航空学报*, 2021, 42(9): 188-196.
- XIANG Xinghao, ZHANG Yifeng, YUAN Xianxu, et al. C - γ - Re_{θ} model for hypersonic three-dimensional boundary layer transition prediction[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2021, 42(9): 188-196. (in Chinese)
- [17] XIANG X, CHEN J, YUAN X, et al. Cross-flow transition model predictions of hypersonic transition research vehicle[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2022, 122: 107327.
- [18] KRISHNAMURTY V S, SHYY W. Study of compressibility modifications to the k - ε turbulence model[J]. *Physics of Fluids*, 1997, 9(9): 2769-2788.
- [19] SARKAR S. The pressure-dilatation correlation in compressible flows[J]. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 1992, 4(12): 2674-2682.
- [20] 张毅锋, 何琨, 张益荣, 等. Menter 转捩模型在高超声速流动模拟中的改进及验证[J]. *宇航学报*, 2016, 37(4): 397-402.
- ZHANG Yifeng, HE Kun, ZHANG Yirong, et al. Improvement and validation of Menter's transition model for hypersonic flow simulation[J]. *Journal of Astronautics*, 2016, 37(4): 397-402. (in Chinese)
- [21] ZHANG Y, ZHANG Y, CHEN J, et al. Numerical simulations of hypersonic boundary layer transition based on the flow solver Chant 2.0[R]. AIAA-2017-2409, 2017.
- [22] JIANG L, CHOUDHARI M, CHANG C, et al. Numerical simulations of laminar-turbulent transition in supersonic boundary layer [R]. AIAA 2006-3224, 2006.
- [23] BERGER K T, GREENE F A, KIMMEL R, et al. Aerothermodynamic testing and boundary-layer trip sizing of the HIFiRE flight 1 vehicle[J]. *Journal of spacecraft and rockets*, 2008, 45(6): 1117-1124.
- [24] 陈久芬, 凌岗, 张庆虎, 等. 7° 尖锥高超声速边界层转捩红外测量实验[J]. *实验流体力学*, 2020, 34(1): 60-66.
- CHEN Jiufen, LING Gang, ZHANG Qinghu, et al. Infrared thermography experiments of hypersonic boundary-layer transition on a 7° half-angle sharp cone[J]. *Journal of Experiments in Fluid Mechanics*, 2020, 34(1): 60-66. (in Chinese)
- [25] 胡永煌. 应用于高超尖锥转捩的 SED-SLT 湍流模型研究[D]. 北京: 北京大学, 2020.
- HU Yonghuang. The SED-SLT model applied to transitional hypersonic boundary layers around a sharp cone[D]. Beijing: Peking University, 2020. (in Chinese)
- [26] JULIANO T, SCHNEIDER S. Instability and transition on the HIFiRE-5 in a Mach 6 quiet tunnel[R]. AIAA 2010-5004, 2010.

(编辑: 陈 越)