

文章编号: 1000-8055(2024)11-20220869-08

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220869

基于灵敏度分析的直升机旋翼桨叶模型修正方法

苏子献¹, 韩 东¹, 崔 钊²

(1. 南京航空航天大学 航空学院 直升机动力学全国重点实验室, 南京 210016;

2. 中国飞行试验研究院 飞机所, 西安 710089)

摘 要: 为缩减直升机旋翼桨叶结构有限元模型与实际模型之间模态响应结果之间的偏差, 采用一种基于灵敏度分析的模型修正方法, 由于传统的灵敏度方法未考虑设计参数变化对灵敏度计算结果的影响, 以及出现量化不统一等问题, 针对直升机旋翼桨叶模型对该方法进行适当的改进。以碳纤维复合材料直升机旋翼模型桨叶为例, 通过试验与有限元分析分别得到其实际模型与有限元分析模型的前 6 阶模态的固有频率, 利用灵敏度方法对桨叶有限元模型的主要设计参数进行优化, 使旋翼有限元模型与实际模型间固有频率的平均误差由 8.15% 降低至 1% 以内, 误差有了明显的降低、精度有明显的提升。修正结果表明, 基于灵敏度分析的模型修正方法能够有效提升直升机桨叶结构模型的精度。

关 键 词: 模型修正; 灵敏度分析; 旋翼桨叶; 有限元模型; 实际模型; 固有频率

中图分类号: V214.1

文献标志码: A

Helicopter rotor blade model updating method based on sensitivity analysis

SU Zixian¹, HAN Dong¹, CUI Zhao²

(1. National Key Laboratory of Helicopter Aeromechanics,

College of Aerospace Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. Aircraft Flight Test Technology Institute, Chinese Flight Test Establishment, Xi'an 710089, China)

Abstract: In order to reduce the deviation between the modal response results of the finite element model and the actual model of the helicopter rotor blade structure, a model updating method based on sensitivity analysis was used. In view of traditional sensitivity method without consideration of the influence of the change of design parameters on the sensitivity calculation results, as well as the problem of non-uniform quantification, the method was appropriately improved for the helicopter rotor blade model. Taking the carbon fiber composite helicopter rotor blade model as an example, the natural frequencies of the first six modes of the actual model and the finite element analysis model were obtained through experiments and finite element analysis, respectively, and the main design parameters of the finite element model of the rotor blade were optimized by using the sensitivity method. The average error between the rotor blade finite element model and the actual model was reduced from 8.15% to less than 1%. The error was significantly reduced and the accuracy was significantly improved. The updating results

收稿日期: 2023-11-14

基金项目: 国家自然科学基金(11972181); 江苏高校优势学科建设工程资助项目(PAPD)

作者简介: 苏子献(1998—), 男, 硕士生, 主要从事直升机旋翼动力学方面的研究。E-mail: 444028639@qq.com

通信作者: 韩东(1979—), 男, 教授, 博士, 主要从事直升机动力学及其控制、智能旋翼及旋翼飞行器飞行性能等方面的研究。

E-mail: donghan@nuaa.edu.cn

引用格式: 苏子献, 韩东, 崔钊. 基于灵敏度分析的直升机旋翼桨叶模型修正方法[J]. 航空动力学报, 2024, 39(11): 20220869. SU Zixian, HAN Dong, CUI Zhao. Helicopter rotor blade model updating method based on sensitivity analysis[J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(11): 20220869.

showed that the model updating method based on sensitivity analysis can effectively improve the accuracy of the helicopter propeller structure model.

Keywords: model updating; sensitivity analysis; rotor blade; finite element model; actual model; natural frequency

在直升机的各主要部件中,直升机旋翼是极为重要的一个组成部分。旋翼性能的优劣将会直接影响并决定着直升机的气动性能、飞行力学特性、动力学特征和可靠性等。因此直升机旋翼的设计和试验便成为了直升机设计和研制的重点。在实际的情况下,有限元模型预测结果与实际测试结果之间的响应结果将会不可避免地产生偏差,Mottershead 和 Friswell 分析了产生误差的原因,大致总结为以下 3 类^[1-2]:模型结构误差、模型参数误差和模型阶次误差。为了获得更加真实准确的结构有限元模型,可采取有限元模型参数修正方法来减少误差的产生。

1958 年,Gravitz^[3]为了解决飞机共振实验中振型无法正交化这一问题,第一次提出了有限元模型结构修正方法。到 20 世纪 90 年代,有限元模型修正技术才开始被广泛的运用于航空航天领域,进而应用于整个工程领域,外国学者 Imregun 等^[4]、Park 等^[5]、Machado 等^[6]和中国学者陈德成等^[7]、魏锦辉等^[8]、翁顺等^[9]等都在有限元模型修正领域进行了相关研究。其中,基于模型参数灵敏度分析的模型修正技术^[10-11]具有简单直接的优点,能有效地提升模型的修正精度,因此得到了广泛的应用。

Petersen 等^[12]利用灵敏度方法首次对一大跨度浮桥进行模型修正,验证了基于灵敏度分析的模型修正技术在桥梁领域的可行性。Bartilson 等^[13]基于灵敏度分析提出了一种参数组合方案,该方案考虑了目标函数的结构,以方便同时修正不同的数据,如固有频率和振型。Baybordi 等^[14]提出了一种灵敏度方程的算法,利用时域数据对结构参数进行修正,该灵敏度方程提供了时间响应和结构参数变化之间的线性关系。Zhu 等^[15]为解决基于灵敏度方法的模型修正在大型结构的实际应用中暴露出的计算效率缺陷,提出了一种改进的基于子结构的响应灵敏度方法来加速模型修正的收敛。由于灵敏度函数的计算准确性对参数的模型修正精度具有很大的影响,Esfandiari 等^[16]研究了加权频响函数灵敏度的性能,重新推导了灵敏度函数的加权形式,最终结果表明,用归一化的

结构参数作为未知变量的最小二乘法是最佳的参数修正方法。Izadi 等^[17]开发了一种基于灵敏度方程的有限元模型修正方法,使用传递函数进行结构损伤识别,通过修正结构的刚度参数来识别一个海上外套平台结构的损坏位置和严重程度。此外,李效法^[18]、张森^[19]、张开银等^[20]中国学者也利用灵敏度分析方法实现了不同结构的模型修正。综上,基于灵敏度方法的模型修正技术正被广泛地应用于桥梁、车辆等工程领域。

目前,由于加工制造的精度影响,直升机桨叶试验与计算结果存在较大误差,针对直升机桨叶进行模型修正的研究具有必要性,且国内暂无将该方法应用于直升机桨叶的实例。为此本文针对直升机桨叶提出一种改进的基于灵敏度分析的模型修正方法,并以一直升机旋翼桨叶为例,利用该方法对模型的主要设计参数进行优化,最终验证了基于灵敏度分析的模型修正方法在直升机旋翼方向的可行性。

1 理论基础

灵敏度是一种求导信息,灵敏度方法是基于可测量输出(如固有频率、振型或位移响应)与需要校正的模型参数之间非线性关系的线性化。1 阶灵敏度的表达式一般为^[21]

$$S_{i,j} \Big|_{p=p_0} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial p_j} \Big|_{p=p_0} \quad (1)$$

其中 p_j 为结构的设计参数, p_0 为设计参数的初始值, λ_i 为响应特性。

设结构的设计参数为 p , 同时定义其隐函数为其结构模态的频率向量 f , 当设计参数发生微小的摄动时,第 i 阶的特征向量 f_i 的 1 阶泰勒展开式为

$$f_i(p + \Delta p) = f_i(p) + \sum_{j=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial p_j} \Delta p_j \quad (2)$$

对式(2)进行移项和简化操作可以改写为

$$\Delta f = S \Delta p \quad (3)$$

其中 Δf 为该结构试验频率 f_s 和有限元分析频率 f_e 的差值,可以表示为

$$\Delta f = f_s - f_e \quad (4)$$

Δp 为结构设计参数的摄动值, 如结构的设计参数有 n 个, 则可以表示为

$$\Delta p = \{\Delta p_1, \Delta p_2, \dots, \Delta p_n\} \quad (5)$$

S 为结构的灵敏度矩阵, 可以表示为

$$S = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial p_1} & \frac{\partial f_1}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial p_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial p_1} & \frac{\partial f_2}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial p_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial p_1} & \frac{\partial f_m}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial p_n} \end{bmatrix} \quad (6)$$

2 传统灵敏度的计算方法

有限元离散结构的特征值方程^[22]可以表示为

$$(\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M}) \phi_i = 0 \quad (7)$$

其中 $\mathbf{K}$ 和 $\mathbf{M}$ 分别为 $n \times n$ 维结构的刚度矩阵和质量矩阵, λ_i 为有限元结构的第 i 阶特征值, ϕ_i 为第 i 阶特征向量, 在实际中特征值为结构的固有频率的平方, 特征向量为结构模态的振型。

将上式对修正参数 p_j 取偏微分可以得到

$$(\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M}) \frac{\partial \phi_i}{\partial p_j} + \left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial p_j} - \frac{\partial \lambda_i}{\partial p_j} \mathbf{M} - \lambda_i \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial p_j} \right) \phi_i = 0 \quad (8)$$

将其左乘质量归一化之后的向量 ϕ_i^T

$$\phi_i^T (\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M}) \frac{\partial \phi_i}{\partial p_j} + \phi_i^T \left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial p_j} - \frac{\partial \lambda_i}{\partial p_j} \mathbf{M} - \lambda_i \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial p_j} \right) \phi_i = 0 \quad (9)$$

质量归一化方程为

$$\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i = 1 \quad (10)$$

利用 $\mathbf{K}$ 和 $\mathbf{M}$ 为实对称矩阵的特性, 可以得到特征值灵敏度的表达式为

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial p_j} = \phi_i^T \left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial p_j} - \lambda_i \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial p_j} \right) \phi_i \quad (11)$$

$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial p_j}$ 和 $\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial p_j}$ 的求解较为复杂, 可以用差分法^[9]进行处理

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial p_j} = \frac{\mathbf{K}(p_j + \Delta p_j) - \mathbf{K}(p_j)}{\Delta p_j} \quad (12)$$

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial p_j} = \frac{\mathbf{M}(p_j + \Delta p_j) - \mathbf{M}(p_j)}{\Delta p_j} \quad (13)$$

3 灵敏度方法的改进

3.1 设计参数灵敏度计算的改进

由于本文的修正对象为直升机的旋翼桨叶模型, 修正参数选择桨叶模型的结构设计参数(弹性模量、密度等), 同时前文提及的灵敏度计算表达式如式(11)所示, 式中仅包含结构的质量和刚度矩阵, 未考虑修正参数在修正过程中的变化导致的结构属性的变化, 这将造成灵敏度计算结果出现误差, 因此需要对灵敏度的计算方法进行相应的改进以提高灵敏度的计算精度。

选择桨叶材料的弹性模量和密度作为修正参数, 材料的弹性模量将影响结构的刚度矩阵, 材料的密度将影响结构的质量矩阵, 因此将灵敏度计算分为弹性模量和密度两种, 具体如下:

1) 弹性模量的特征值灵敏度计算

由于弹性模量的变化仅导致结构刚度矩阵的变化, 因此当结构的弹性模量变化 ΔE 时, 基于式(7)结构特征值方程可以改写为:

$$[(\mathbf{K} + \Delta \mathbf{K}) - (\lambda_i + \Delta \lambda) \mathbf{M}] (\phi_i + \Delta \phi_i) = 0 \quad (14)$$

其中 $\Delta \mathbf{K}$ 、 $\Delta \lambda$ 、 $\Delta \phi$ 分别为由结构弹性模量改变导致的结构刚度矩阵, 特征值和特征向量的变化量。

将其左乘质量归一化之后的向量 ϕ_i^T , 并化简得到特征值的变化量为

$$\Delta \lambda_i = \frac{\phi_i^T \Delta \mathbf{K} \phi_i + \phi_i^T \Delta \mathbf{K} \Delta \phi_i}{1 + \phi_i^T \mathbf{M} \Delta \phi_i} \quad (15)$$

当弹性模量变化较小时, 利用差分原理, 灵敏度可以表达为

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial p_j} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial E} = \frac{\Delta \lambda_i}{\Delta E} \quad (16)$$

将式(16)代入式(15)中可以得到弹性模量的特征值灵敏度为

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial E} = \frac{1}{\Delta E} \cdot \frac{\phi_i^T \Delta \mathbf{K} \phi_i + \phi_i^T \Delta \mathbf{K} \Delta \phi_i}{1 + \phi_i^T \mathbf{M} \Delta \phi_i} \quad (17)$$

2) 密度的特征值灵敏度计算

密度的变化仅导致结构质量矩阵的变化, 因此当结构的弹性模量变化 $\Delta \rho$ 时, 基于式(7)结构特征值方程可以改写为

$$[\mathbf{K} - (\lambda_i + \Delta \lambda) (\mathbf{M} + \Delta \mathbf{M})] (\phi_i + \Delta \phi_i) = 0 \quad (18)$$

类似弹性模量的特征值灵敏度计算得到密度的特征值灵敏度为

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial \rho} = \frac{1}{\Delta \rho} \cdot \frac{-\lambda_i \phi_i^T (\Delta \mathbf{M} \Delta \phi_i + \Delta \mathbf{M} \phi_i)}{1 + \phi_i^T \Delta \mathbf{M} \phi_i + \phi_i^T (\mathbf{M} + \Delta \mathbf{M}) \Delta \phi_i} \quad (19)$$

3.2 不同设计参数灵敏度的量化统一

设计参数特征值灵敏度的表达式为 $\frac{\partial \lambda_i}{\partial p_j}$, 式中 λ 为结构的特征值, p 为结构的修正参数。在进行直升机旋翼桨叶模型模态修正时, 选择的修正参数为模型桨叶材料的弹性模量与密度, 其类型不同, 导致设计参数特征值灵敏度的量纲和量级均不相同, 这将直接影响模型修正的精度。

为了解决由于量化不统一导致的灵敏度计算结果出现误差的问题, 利用修正参数的变化率代替其数值的变化, 其表达式如下:

$$\Delta p' = \frac{\Delta p}{p} \quad (20)$$

式中 $\Delta p'$ 为结构修正参数的变化率, Δp 为结构参数数值的变化。

将式(20)分别代入式(17)和式(18)中可以得到量化统一后的弹性模量和密度的特征值灵敏度分别为

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial E} = \frac{1}{\Delta p'} \cdot \frac{\phi_i^T \Delta \mathbf{K} \phi_i + \phi_i^T \Delta \mathbf{K} \Delta \phi_i}{1 + \phi_i^T \mathbf{M} \Delta \phi_i} \quad (21)$$

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial \rho} = \frac{1}{\Delta p'} \cdot \frac{-\lambda_i \phi_i^T (\Delta \mathbf{M} \Delta \phi_i + \Delta \mathbf{M} \phi_i)}{1 + \phi_i^T \Delta \mathbf{M} \phi_i + \phi_i^T (\mathbf{M} + \Delta \mathbf{M}) \Delta \phi_i} \quad (22)$$

4 修正过程实现

4.1 模型修正目标函数

模态修正目标函数的确定通常分为直接法和间接法两种, 本文采用直接法, 即有限元仿真的模态与试验模态的误差作为模型修正的目标函数, 其表达式如式(22)所示。

$$J = \sum_{i=1}^n \frac{(f_e)_i - (f_s)_i}{(f_s)_i} \quad (23)$$

其中 $(f_e)_i$ 和 $(f_s)_i$ 分别为模型的第 i 阶有限元分析频率和试验频率。

4.2 主要修正流程

基于灵敏度分析的有限元模型修正问题的根本就是通过试验获得的结构模型参数和理论分析获得的结构模型参数的差值, 结合修正参数的灵敏度值, 反向获得修正参数的摄动, 这其实相当

于数学问题中的反问题。

首先通过有限元分析及试验分别获得模型的有限元模态与试验模态, 通过相应的模态振型缩聚及相关性分析将两种模态一一对应, 接着将选择的模型设计参数值作为修正参数计算其相应的灵敏度, 并利用灵敏度求解修正参数的初步修正值, 进而得到一次修正后的结构模型参数, 如果得到的模型达到要求, 即可输出修正后的模型, 如未达到要求需重新计算修正参数的灵敏度和相对差值, 进行迭代运算, 直至最终获得的理论结构模型参数和试验结构参数的差值达到需要的精度, 此时的修正参数的值即为所需要的目标参数, 综上所述, 有限元模型修正的流程图如图 1 所示。

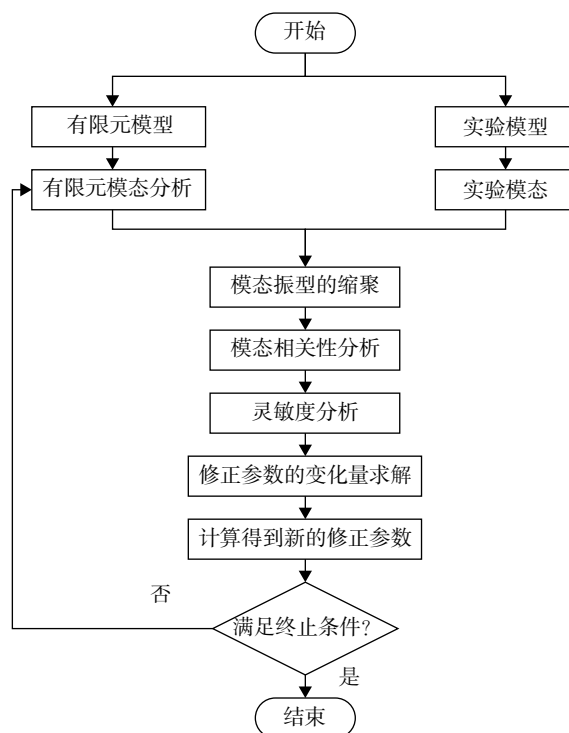


图 1 有限元模型修正流程图

Fig. 1 Finite element model updating flow chart

5 旋翼桨叶模型的模态分析与模型修正

5.1 旋翼桨叶模型

碳纤维复合材料直升机模型桨叶采用 OA213 翼型, 其展长为 1.093 m, 尖削比为 2:1, 采用的几何负扭角为 -5° , 以弦向 1/4 轴线为参考沿展长线性负扭。其总体尺寸如图 2 所示, 外形参数如表 1 所示。

模型桨叶大梁、后缘和蒙皮采用 JH42/RM1906/

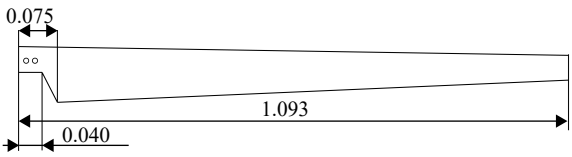


图 2 桨叶总体尺寸(单位: m)

Fig. 2 Blade overall dimensions (unit: m)

表 1 桨叶外形参数

Table 1 Blade profile parameters

参数	数值及说明
展长/m	1.093
翼尖弦长/m	0.046
尖削比	2 : 1
负扭角/(°)	-5
翼型	OA213

35 牌号的碳纤维增强复合材料, 大梁和后缘采用碳纤维单向带, 蒙皮采用平纹布; 配重使用的材料为铅; 泡沫填充物使用的材料为聚甲基丙烯酸亚胺泡沫(PMI 泡沫), 连接件使用的材料为不锈钢, 其主要设计参数及材料属性如表 2 所示, 桨叶剖面结构如图 3 所示。

表 2 桨叶结构设计参数

Table 2 Blade structure design parameters

结构件	设计参数	数值
大梁	密度 $\rho_1/(g/cm^3)$	1.6
	x 方向弹性模量 E_{1x}/GPa	125
	y 方向弹性模量 E_{1y}/GPa	9.65
	z 方向弹性模量 E_{1z}/GPa	9.65
后缘	密度 $\rho_2/(g/cm^3)$	1.6
	x 方向弹性模量 E_{2x}/GPa	125
	y 方向弹性模量 E_{2y}/GPa	9.65
	z 方向弹性模量 E_{2z}/GPa	9.65
蒙皮	密度 $\rho_3/(g/cm^3)$	1.6
	x 方向弹性模量 E_{3x}/GPa	125
	y 方向弹性模量 E_{3y}/GPa	8.25
配重	密度 $\rho_4/(g/cm^3)$	11.34
	弹性模量 E_4/GPa	17
泡沫填充物	密度 ρ_5/GPa	0.052
	弹性模量 E_5/MPa	74
连接件	密度 $\rho_6/(g/cm^3)$	7.8
	弹性模量 E_6/GPa	200

5.2 模型桨叶模态分析

利用敲击法获得模型桨叶频率。将模型桨叶

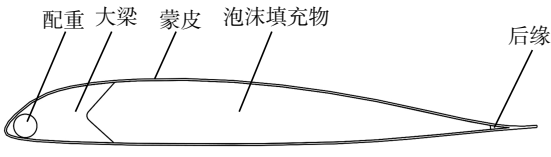


图 3 桨叶剖面结构

Fig. 3 Blade profile structure

根部固支, 加速度传感器固定在桨叶某一测点, 利用力锤敲击桨叶, 通过计算机所含采集卡, 将力锤的激振力信号和模型上某点的响应信号同时采集到计算机, 经专用软件 m+p 系统的计算传递函数分析从而获得结构的各阶固有频率。试验装置如图 4、图 5 所示。

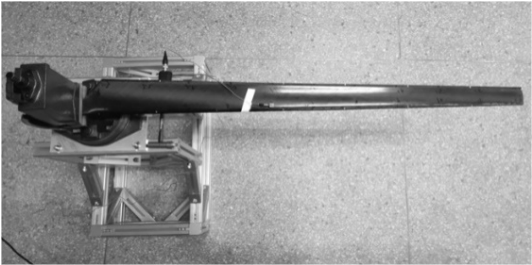


图 4 挥舞、扭转方向测量固有频率

Fig. 4 Measurement of natural frequency in flapping and twisting directions

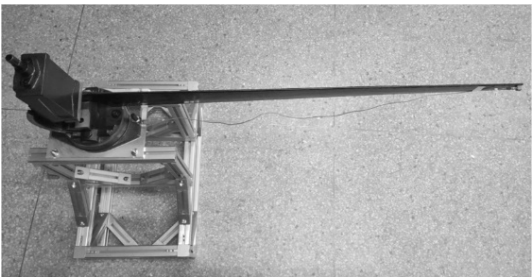


图 5 摆振方向测量固有频率

Fig. 5 Measurement of natural frequency in lagging direction

建立直升机桨叶的有限元模型, 并利用 Abaqus 对模型桨叶进行有限元网格划分, 蒙皮部分通过壳单元划分网格然后根据铺层信息生成蒙皮实体模型, 其余部分采用常规的实体网格, 结果如图 6

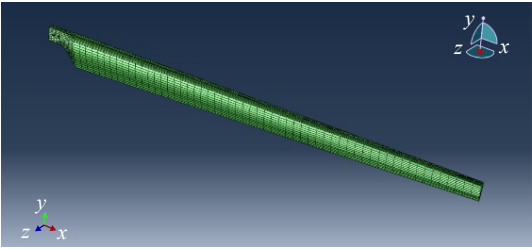


图 6 桨叶有限元模型

Fig. 6 Blade finite element model

所示。对桨根上下表面施加约束,进而获得桨叶有限元模型的各阶固有频率。

通过有限元软件仿真分析和上述实际模型桨叶的固有特性试验,可以得到模型桨叶第 1~6 阶的有限元频率和试验频率如表 3 所示。

表 3 桨叶有限元频率及试验频率
Table 3 Blade finite element frequencies and test frequencies

模态	有限元频率/Hz	试验频率/Hz
1 阶挥舞	11.32	12.60
1 阶摆振	42.08	44.10
2 阶挥舞	45.36	49.13
3 阶挥舞	108.20	118.85
4 阶挥舞	203.51	220.87
1 阶扭转	245.68	271.88

5.3 灵敏度计算及修正参数的选择

为了提高工作效率,需要选取直升机桨叶的主要设计参数进行灵敏度计算,再从这些设计参数中选择灵敏度高的参数作为直升机桨叶模型的修正参数。

利用灵敏度计算方法对表 2 出现的所有桨叶结构设计参数进行灵敏度计算,得到的各参数的灵敏度绝对值如图 7 所示。通过分析设计参数灵敏度的计算结果可以得到,大梁密度(ρ_1)、大梁 x 方向弹性模量(E_{1x})、后缘密度(ρ_2)、蒙皮密度(ρ_3)、蒙皮 X 方向弹性模量(E_{3x})、蒙皮 y 方向弹

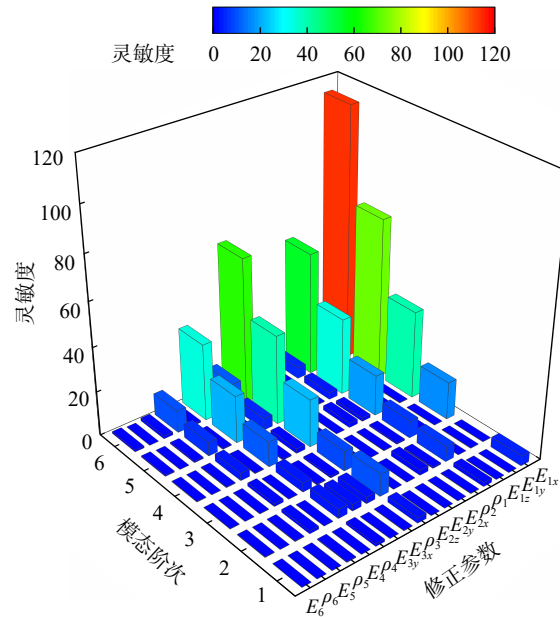


图 7 设计参数灵敏度
Fig. 7 Design parameter sensitivity

性模量(E_{3y})、配重密度(ρ_4)和泡沫填充物密度(ρ_5)的灵敏度相对较大。由于灵敏度的大小决定了模型修正的速度,灵敏度越大修正时的迭代次数越少,修正效率将会提高,因此选择 ρ_1 、 E_{1x} 、 ρ_2 、 ρ_3 、 E_{3x} 、 E_{3y} 、 ρ_4 、 ρ_5 作为模型桨叶的修正参数。

5.4 模型修正

对直升机桨叶进行模型修正,图 8~图 11 分

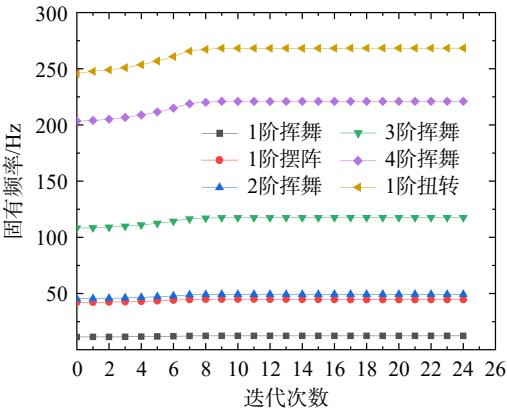


图 8 桨叶固有频率
Fig. 8 Blade natural frequencies

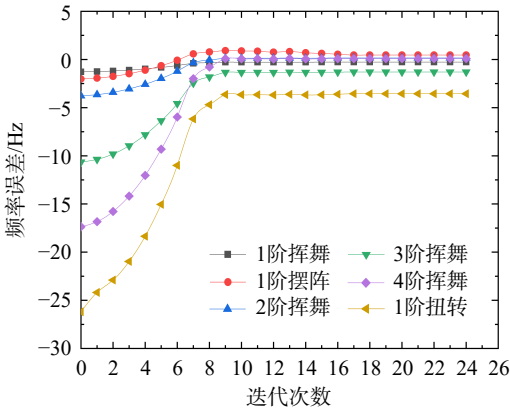


图 9 固有频率误差
Fig. 9 Natural frequencies errors

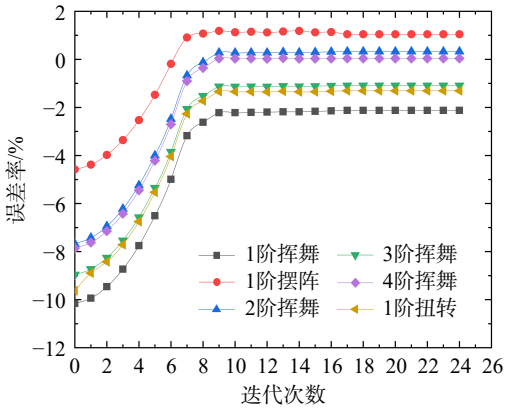


图 10 固有频率的误差率
Fig. 10 Error rate of natural frequencies

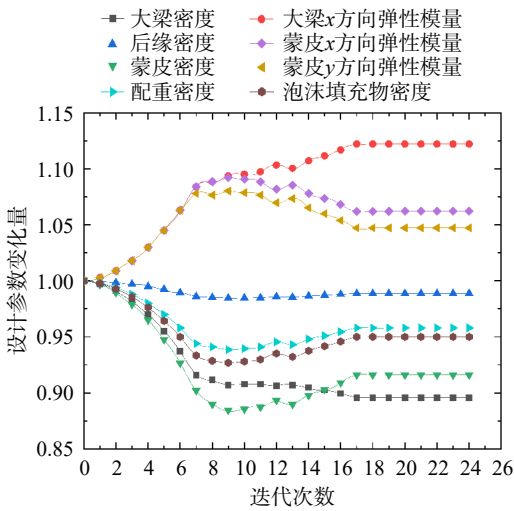


图 11 设计参数的变化量

Fig. 11 Amount of variation of design parameters

别表示修正前后桨叶第 1~6 阶固有频率、固有频率误差、固有频率的误差率及设计参数的变化量迭代收敛图。

通过观察桨叶固有频率、桨叶固有频率的误差、频率的误差率和设计参数的变化量这 4 种迭代收敛图可以分析得到, 在模型修正进行到第 18

次迭代的时候, 模型桨叶第 1~6 阶固有频率已经基本收敛, 当进行到第 24 次迭代修正时固有频率的误差已经降低至 1% 以下, 此时模型的修正已经完成。修正后的有限元分析频率值及修正后的误差值见表 4, 修正前后的模型桨叶结构设计参数修正参数值见表 5。

通过修正结果可以看出, 修正后的直升机旋翼桨叶固有频率值接近试验值, 误差有明显的减少。可以说明基于灵敏度分析的模型参数修正方法可以很好地运用于直升机旋翼桨叶结构。

表 4 修正后桨叶的有限元频率及试验频率

Table 4 Blade finite element frequencies and test frequencies after updating

模态	频率/Hz			误差/%	
	试验	修正前	修正后	修正前	修正后
1 阶挥舞	12.60	11.32	12.33	10.16	2.14
1 阶摆振	44.10	42.08	44.56	4.58	1.04
2 阶挥舞	49.13	45.36	49.30	7.67	0.26
3 阶挥舞	118.85	108.20	117.56	8.96	1.09
4 阶挥舞	220.87	203.51	220.96	7.86	0.04
1 阶扭转	271.88	245.68	268.32	9.64	1.31

表 5 修正前后模型桨叶结构设计参数

Table 5 Design parameters of model blade structure before and after updating

结构件	结构参数	修正前参数值	修正后参数值	参数的变化率/%
大梁	密度 $\rho_1/(g/cm^3)$	1.60	1.43	-10.43
	x 方向弹性模量 E_{1x}/GPa	125	140	-12.23
后缘	密度 $\rho_2/(g/cm^3)$	1.60	1.58	-1.13
	密度 $\rho_3/(g/cm^3)$	1.60	1.47	-8.40
蒙皮	x 方向弹性模量 E_{3x}/GPa	125	133	6.23
	y 方向弹性模量 E_{3y}/GPa	8.25	8.64	4.73
配重	密度 $\rho_4/(g/cm^3)$	11.34	10.77	-5.00
泡沫填充物	密度 $\rho_5/(g/cm^3)$	0.052	0.050	-4.20

6 结 论

本文给出一种常见的有限元模型修正方法: 基于灵敏度分析的模型修正方法。由于传统的灵敏度方法未考虑设计参数变化对灵敏度计算结果的影响, 以及出现量化不统一等问题, 针对直升机旋翼模型桨叶的需要, 对该方法进行适当的改进。使用灵敏度分析的模型修正方法对一复合材料碳纤维直升机旋翼桨叶进行模型修正, 结果显示固有频率误差的平均值由修正前的 8.16% 降低至修正后的 0.98%, 最大误差由 10.16% 降低至

2.14%, 修正结果满足工程要求。因此基于灵敏度分析的模型修正方法可以有效地减少修正参数的误差, 使有限元模型的模态参数与试验模型的模态参数更加接近。最终可以使建立的有限元模型更能够反映实际的结构特性。

参考文献:

[1] MOTTERSHEAD J E, FRISWELL M I. Model updating in structural dynamics: a survey[J]. *Journal of Sound Vibration*, 1993, 167(2): 347-375.
[2] 朱安文, 曲广吉, 高耀南, 等. 结构动力模型修正技术的发展[J]. *力学进展*, 2002, 32(3): 337-348.

- ZHU Anwen, QU Guangji, GAO Yaonan, et al. A survey of the modifying techniques of structure dynamic models[J]. *Advances In Mechanics*, 2002, 32(3): 337-348. (in Chinese)
- [3] GRAVITZ S I. An analytical procedure for orthogonalization of experimentally measured modes[J]. *Journal of the Aerospace Sciences*, 1958, 25(11): 721-722.
- [4] IMREGUN M, VISSER W J. A review of model updating techniques[J]. *Shock and Vibration Digest*, 1991, 23: 141-162.
- [5] PARK W, KIM H K, JONGCHIL P. Finite element model updating for a cable-stayed bridge using manual tuning and sensitivity-based optimization[J]. *Structural Engineering International*, 2012, 22(1): 14-19.
- [6] MACHADO M R, ADHIKARI S, DOS SANTOS J M C, et al. Estimation of beam material random field properties via sensitivity-based model updating using experimental frequency response functions[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, 102: 180-197.
- [7] 陈德成, 魏震松, 曲广吉, 等. 有限元模型修正技术的工程应用[J]. *中国工程科学*, 2001, 3(10): 59-63.
CHEN Decheng, WEI Zhensong, QU Guangji, et al. Engineering application of FEM updating technology[J]. *Engineering Science*, 2001, 3(10): 59-63. (in Chinese)
- [8] 魏锦辉, 任伟新. 基于响应面方法的桥梁静动力有限元模型修正[J]. *公路交通科技*, 2015, 32(2): 68-73.
WEI Jinhui, REN Weixin. Static and dynamic bridge finite element model updating based on response surface method[J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2015, 32(2): 68-73. (in Chinese)
- [9] 翁顺, 朱宏平. 基于有限元模型修正的土木结构损伤识别方法[J]. *工程力学*, 2021, 38(3): 1-16.
WENG Shun, ZHU Hongping. Damage identification of civil structures based on finite element model updating[J]. *Engineering Mechanics*, 2021, 38(3): 1-16. (in Chinese)
- [10] MOTTERSHEAD J E, LINK M, FRISWELL M I. The sensitivity method in finite element model updating: a tutorial[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2011, 25(7): 2275-2296.
- [11] ESFANDIARI A, BAKHTIARI-NEJAD F, RAHAI A, et al. Structural model updating using frequency response function and quasi-linear sensitivity equation[J]. *Journal of Sound Vibration*, 2009, 326(3/4/5): 557-573.
- [12] PETERSEN Ø W, ØISETH O. Sensitivity-based finite element model updating of a pontoon bridge[J]. *Engineering Structures*, 2017, 150: 573-584.
- [13] BARTILSON D T, JANG J, SMYTH A W. Finite element model updating using objective-consistent sensitivity-based parameter clustering and Bayesian regularization[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 114: 328-345.
- [14] BAYBORDI S, ESFANDIARI A. A novel sensitivity-based finite element model updating and damage detection using time domain response[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2022, 537: 117187.
- [15] ZHU Hongping, LI Jiajing, TIAN Wei, et al. An enhanced substructure-based response sensitivity method for finite element model updating of large-scale structures[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 154: 107359.
- [16] ESFANDIARI A, SANAYEI M. More insight on function-weighted frequency response function sensitivity method for analytical model updating[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2021, 509: 116143.
- [17] IZADI A, ESFANDIARI A. Structural damage identification by a sensitivity-based finite element model updating method using transmissibility function data[J]. *Ships and Offshore Structures*, 2023, 18(10): 1415-1428.
- [18] 李效法. 基于灵敏度分析的模型修正研究及其实现[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2007.
LI Xiaofa. Some study of model updating based on sensitivity analysis and its realization[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2007. (in Chinese)
- [19] 张森. 基于模态参数灵敏度的模型修正方法研究[J]. *长春工程学院学报(自然科学版)*, 2019, 20(3): 118-125.
ZHANG Miao. Research on methods of finite element model updating based on modal parameter sensitivity[J]. *Journal of Changchun Institute of Technology (Natural Sciences Edition)*, 2019, 20(3): 118-125. (in Chinese)
- [20] 张开银, 许灿, 张斌, 等. 基于设计参数灵敏度分析的模型修正方法研究[J]. *武汉理工大学学报(交通科学与工程版)*, 2021, 45(6): 1128-1132.
ZHANG Kaiyin, XU Can, ZHANG Bin, et al. Research on model correction method based on sensitivity analysis of design parameters[J]. *Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering)*, 2021, 45(6): 1128-1132. (in Chinese)
- [21] NELSON R B. Simplified calculation of eigenvector derivatives[J]. *AIAA Journal*, 1976, 14(9): 1201-1205.
- [22] 胡斌. 基于灵敏度分析的模型修正方法在隔震桥梁的运用[J]. *华南地震*, 2014, 34(增刊 1): 53-56.
HU Bin. Application of model updating based on sensitivity analysis in isolated bridge[J]. *South China Journal of Seismology*, 2014, 34(Suppl.1): 53-56. (in Chinese)

(编辑: 王碧珺)