

文章编号: 1000-8055(2024)11-20220884-10

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220884

基于代理模型和敏感度分析的直升机 主减速器减振优化

许华超^{1,2}, 朱豪杰³, 韩振华⁴, 王 勇^{1,2}, 秦大同²

- (1. 重庆电子科技职业大学 智能制造与汽车学院, 重庆 401331;
2. 重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400044;
3. 天津航天长征技术装备有限公司, 天津 300462;
4. 江苏理工学院 机械工程学院, 江苏 常州 213001)

摘 要: 针对直升机主减速器减振优化存在计算量大、参数多等问题, 提出了基于代理模型和全局敏感度分析的直升机主减速器减振优化方法。定义振动性能的评价指标, 运用最优拉丁超立方抽样法均匀抽取样本数据, 并依次带入直升机主减速器动力学模型求解评价指标样本; 采用代理模型构建并替代计算耗时的主减速器动力学模型, 以提高优化效率; 随后开展参数敏感度分析, 确定优化变量, 并采用遗传算法在优化参数的取值范围内搜索出最优参数值。结果表明: 代理模型能有效替代直升机主减速器动力学模型, 啮合刚度是影响系统振动的重要参数, 优化后主减速器各测点的振动加速度有效值最大与最小降幅分别为 18.01% 和 4.28%。

关 键 词: 直升机; 主减速器; 减振; 敏感度分析; 代理模型

中图分类号: V275; TH113

文献标志码: A

Vibration reduction optimization for helicopter's main gearbox based on surrogate model and sensitivity analysis

XU Huachao^{1,2}, ZHU Haojie³, HAN Zhenhua⁴, WANG Yong^{1,2}, QIN Datong²

- (1. College of Intelligent Manufacturing and Automotive,
Chongqing Polytechnic University of Electronic Technology, Chongqing 401331, China;
2. State Key Laboratory of Mechanical Transmission,
Chongqing University, Chongqing 400044, China;
3. Tianjin Aerospace Long March Technical and Equipment Company, Limited,
Tianjin 300462, China;
4. College of Mechanical Engineering,
Jiangsu University of Technology, Changzhou Jiangsu 213001, China)

Abstract: In view of the problems of large amount of calculation and many parameters in the vibration reduction optimization for helicopter's main gearbox, an optimal design method for vibration reduction of helicopter's main gearbox based on surrogate model and global sensitivity analysis was

收稿日期: 2022-11-19

基金项目: 国家自然科学基金(52005229); 重庆市教委科学技术研究项目(KJQN202203121, KJZD-K202203105);

重庆电子工程职业学院校级科研项目(22XJZYB14); 江苏省基础研究计划(BK20201055)

作者简介: 许华超(1990—), 男, 讲师, 博士, 主要从事直升机主减速器动力学设计与分析方面的研究。

通信作者: 韩振华(1986—), 男, 讲师, 博士, 主要从事齿轮传动设计理论与方法方面的研究。E-mail: han_jsut@jsut.edu.cn

引用格式: 许华超, 朱豪杰, 韩振华, 等. 基于代理模型和敏感度分析的直升机主减速器减振优化[J]. 航空动力学报, 2024, 39(11): 20220884.

XU Huachao, ZHU Haojie, HAN Zhenhua, et al. Vibration reduction optimization for helicopter's main gearbox based on surrogate model and sensitivity analysis[J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(11): 20220884.

proposed. The evaluation index of the vibration performance was defined. The optimal Latin hypercube sampling method was used to evenly extract the sample data, which were brought into the dynamic model of the helicopter's main gearbox to obtain the evaluation index samples. The surrogate model was used to construct and replace the time-consuming dynamic model of main gearbox to improve the optimization efficiency. Subsequently, parameter sensitivity analysis was conducted to determine the optimization variables, and genetic algorithms were used to search for the optimal parameter values within the range of optimization parameters. The results showed that the surrogate model can effectively replace the dynamics model of the helicopter's main gearbox. The meshing stiffness served as an important parameter affecting the system vibration. After optimization, the maximum and minimum reductions in the effective value of vibration acceleration at each measuring point of the main reducer were 18.01% and 4.28%, respectively.

Keywords: helicopter; main gearbox; vibration reduction; sensitivity analysis; surrogate model

主减速器是直升机动力传动系统的关键部件,其振动性能优劣直接影响直升机的安全可靠运行^[1-3],因此开展直升机主减速器减振优化设计具有重要意义。减振优化设计的本质是运用优化算法在参数取值范围内搜寻出最优参数,以达到降低系统振动的目的。然而,减振优化设计是一个反复迭代的计算过程,通常需成百上千次地调用动力学模型,从而找出最优参数;若直接采用优化算法对计算耗时的直升机主减速器动力学模型进行减振优化,其计算效率极低。代理模型的发展为解决直升机主减速器优化效率问题提供了新途径。王英鹏等^[4]采用响应面法对发动机喷管型面进行了优化设计。Zhou 等^[5]运用 Kriging 代理模型研究了风力发电机安装方向与寿命之间的关系。Tao 等^[6]结合代理模型对飞机机翼开展了优化设计。王文竹等^[7]基于 Kriging 代理模型对鼓式制动器的稳定性进行了优化。杨丽丽等^[8]提出一种径向基函数(radial basis function, RBF)代理模型与自适应模拟退火算法相结合的全局优化方法,并对卫星结构进行了优化设计。尹泽勇等^[9]采用代理模型和优化算法相结合的方法对航空动力系统进行了优化设计。近两年,代理模型虽发展迅速,但在直升机主减速器减振优化方面却未见相关报道。

减振优化设计需通过搜寻最优参数以实现提升系统动态性能,但若直接采用优化算法对参数众多的直升机主减速器动力学模型进行减振优化,不仅计算效率低,而且优化目标易陷入局部最优^[10]。因此,优化参数的精简与筛选对直升机主减速器减振优化至关重要。敏感度分析能评价各参数对系统振动的影响程度,是筛选优化参数的有效方法。Sobol 法是一种基于方差的全局敏感

度分析方法^[11],能从众多参数中有效选出对系统振动影响较大的参数,为确定优化参数提供重要依据。

综上所述,由于直升机主减速器动力学模型计算耗时且参数众多,目前仍缺乏高效、有效的直升机主减速器减振优化设计方法,缺少有关直升机主减速器减振优化方面的研究。针对上述问题,本文提出了基于代理模型和敏感度分析的直升机主减速器减振优化方法。采用代理模型的目的是替代计算耗时的直升机主减速器动力学模型,以解决优化效率问题。参数敏感度分析的作用是筛选有效优化参数,以提升优化效果及效率。本文方法可应用于各类航空直升机主减速器的减振优化设计,有效降低系统振动,提升主减速器动态性能,推动直升机产业发展。

1 方法及原理

1.1 代理模型

目前,比较成熟且适合替代直升机主减速器这类高维输入的代理模型主要有克里金模型(Kriging, KRG)、径向基函数(radial basis function, RBF)神经网络模型和支持向量机模型(support vector machine, SVM)。

1.1.1 克里金模型

克里金模型具有良好的拟合能力,预测值 $y(\mathbf{x})$ 主要由回归部分和非参数部分组成,其表达式为^[12]:

$$y(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^k \beta_j f_j(\mathbf{x}) + z(\mathbf{x}) \quad (1)$$

式中 $\mathbf{x}$ 为训练样本; β_j 为回归参数; $f_j(\mathbf{x})$ 为训练样本的多项式函数; $z(\mathbf{x})$ 为随机误差且其协方

差为

$$\text{cov}[z(\mathbf{x}_i), z(\mathbf{x}_j)] = \sigma^2 \sum_{n=1}^N R_n(d_n) \quad (2)$$

式中 N 代表输入变量的个数; $d_n = |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|$ 代表训练样本点 $\mathbf{x}_i$ 和 $\mathbf{x}_j$ 第 n 个分量的距离; $R_n(d_n)$ 代表相关函数; σ^2 代表 $z(\mathbf{x})$ 的方差。

1.1.2 径向基函数神经网络模型

径向基函数神经网络模型是通过离散数据拟合多元函数的方法, 常用的径向基函数为高斯函数, 其表达式为^[13]:

$$R(\mathbf{x}_i - c_p) = \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{x}_i - c_p\|^2\right) \quad (3)$$

式中 $\mathbf{x}_i (i=1, 2, \dots, l)$ 为训练样本; l 为样本总数; c_p 为高斯函数中心值; σ 为高斯函数方差。

输出结果由线性叠加构成, 其表达式为

$$y_j = \sum_{i=1}^h \omega_{ij} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{x}_i - c_p\|^2\right) \quad (4)$$

式中 $\omega_{ij} (i=1, 2, \dots, h; j=1, 2, \dots, t)$ 为隐含层节点

$$\begin{cases} \max R(\alpha_i, \alpha_i^*) = \sum_{i=1}^l y_i (\alpha_i^* - \alpha_i) - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) (\alpha_j - \alpha_j^*) K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \\ \text{s.t.} \begin{cases} \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0 \\ 0 \leq \alpha_i, \alpha_i^* \leq C/l \\ \sum_{i=1}^l (\alpha_i + \alpha_i^*) \leq C \cdot v \end{cases} \end{cases} \quad (7)$$

式中 $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ 代表核函数, 其表达式为

$$K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp(-\gamma \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2) \quad \gamma \geq 0 \quad (8)$$

式中 γ 代表核参数。

预测值的计算表达式为

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^l (\alpha_i^* - \alpha_i) K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) + b \quad (9)$$

1.2 Sobol 敏感度分析

Sobol 全局敏感度分析法能量化评价各参数对系统振动的影响程度, 可筛选出影响较大的参数, 其基本原理如下^[15]:

假设模型可分解为 2^k 项之和, 其表达式为

$$Y = f_0 + \sum_{i=1}^k f_i(x_i) + \sum_{i < j} f_{ij}(x_i, x_j) + \dots + f_{i,2,\dots,k}(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (10)$$

i 到输出层节点 j 之间的连接权值; h 为隐含层节点总数; t 为输出层节点总数; y_j 为输出层节点 j 的预测值。

1.1.3 支持向量机模型

支持向量机模型可建立输入 $\mathbf{x}$ 与输出 $f(\mathbf{x})$ 之间的回归函数, 其表达式如下^[14]:

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{w} \cdot \phi(\mathbf{x}) + b \quad (5)$$

式中 $\phi(\mathbf{x})$ 代表映射函数; $\mathbf{w}$ 和 b 是需要计算的参数, 可通过如下优化模型获得:

$$\begin{cases} \min R(\mathbf{w}, \xi, \xi^*, \varepsilon) = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \left[v\varepsilon + \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l (\xi + \xi^*) \right] \\ \text{s.t.} \begin{cases} y_i - \mathbf{w}\phi(\mathbf{x}_i) - b \leq \varepsilon + \xi_i & i = 1, 2, \dots, l \\ \mathbf{w}\phi(\mathbf{x}_i) + b - y_i \leq \varepsilon + \xi_i \\ \xi_i^*, \varepsilon \geq 0 \end{cases} \end{cases} \quad (6)$$

式中 ξ 和 ξ^* 代表松弛变量; ε 代表训练误差; C 代表惩罚因子; l 代表样本总数; v 代表约束系数。

引入拉格朗日函数, 可将式(6)改写为计算拉格朗日算子 α_i 和 α_i^* 的形式, 即

其中

$$\begin{cases} f_0 = E(Y) \\ f_i(x_i) = E(Y|x_i) - f_0 \\ f_{ij}(x_i, x_j) = E(Y|x_i, x_j) - f_0 - f_i \end{cases} \quad (11)$$

式中 f_0 代表常数; f_i 代表变量 x_i 对系统输出的影响; f_{ij} 代表变量 x_i 和 x_j 共同作用对系统输出的影响。

若变量相互独立, 则式(10)右边各项相互正交, 协方差为 0, 两边同时求方差可得^[16]:

$$V(Y) = \sum_{i=1}^k V_i(x_i) + \sum_{i < j} V_{ij}(x_i, x_j) + \dots + V_{i,2,\dots,k}(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (12)$$

其中

$$\begin{cases} V_i = \text{Var}_{x_i}[Ex_i(Y|x_i)] \\ V_{ij} = \text{Var}_{x_{ij}}[Ex_{ij}(Y|x_i, x_j)] - V_i - V_j \end{cases} \quad (13)$$

式中 $V(Y)$ 代表总方差; V_i 代表变量 x_i 对系统输出的方差; V_{ij} 代表变量 x_i 和 x_j 共同作用对系统输出的方差。

局部敏感度 S_i 表示变量 x_i 单独作用对系统输出的影响程度, 其表达式为

$$S_i = V_i / V(Y) \quad (14)$$

全局敏感度 S_{ti} 表示变量 x_i 和其他变量共同作用的敏感度, 其表达式为

$$S_{ti} = 1 - V_{-i} / V(Y) \quad (15)$$

式中 V_{-i} 为变量 x_i 外其他参数共同作用的方差。

2 直升机主减速器动力学模型

2.1 齿轮系统动力学模型

2.1.1 行星齿轮系统动力学模型

行星齿轮系统动力学模型, 如图 1 所示。下标 p、r、c、s 分别表示行星轮、内齿圈、行星架和太阳轮; x_i 、 y_i 和 θ_i 分别表示平移和扭转振动; φ_n 表示行星轮 n 的位置角; k_m 、 c_m 、 e_m (m 取 sn, rn) 分别表示齿轮啮合刚度、啮合阻尼、啮合误差; α 代表啮合角; r_i 为基圆半径。 k_{pn} 、 k_{rt} 和 k_t 分别表示行星轮支承刚度、内齿圈扭转和支撑刚度。

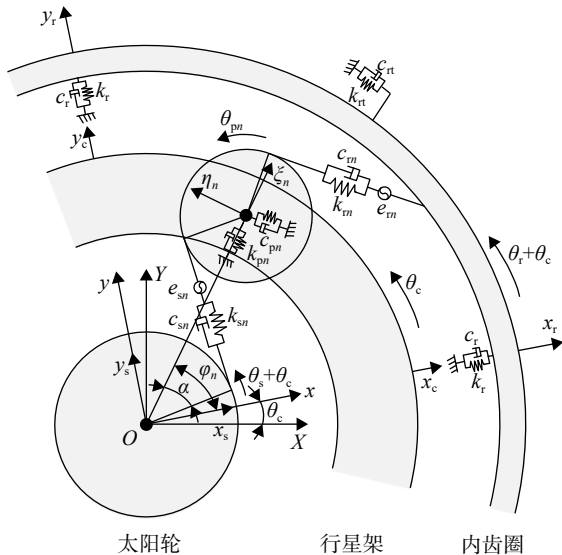


图 1 行星齿轮系统动力学模型

Fig. 1 Dynamic model of planetary gear system

行星齿轮系统内外啮合副各构件位移沿啮合线方向的投影矢量为^[1-2]:

$$\begin{cases} V_{spn} = [\sin \phi, -\cos \phi, -r_s, -\sin \alpha, \cos \alpha, -r_p] \\ V_{rpn} = [\sin \alpha, \cos \alpha, r_p, -\sin \phi, -\cos \phi, -r_t] \end{cases} \quad (16)$$

式中 ϕ 代表啮合线法向与 x 轴正向之间的夹角, $\phi = \alpha \pm \varphi_n$ 。

行星齿轮系统内外啮合副的刚度、阻尼和载荷矩阵的表达式分别为^[1-2]

$$K_m = k_m V_m^T V_m \quad (17)$$

$$C_m = c_m V_m^T V_m \quad (18)$$

$$F_m = [k_m e_m + c_m \dot{e}_m] V_m^T \quad (19)$$

2.1.2 斜齿轮动力学模型

斜齿轮动力学模型, 如图 2 所示。下标 1 和 2 分别表示主动轮和从动轮; x_i 、 y_i 、 z_i 和 θ_{xi} 、 θ_{yi} 、 θ_{zi} 分别表示齿轮沿坐标轴方向的横向和扭转振动; β 表示基圆螺旋角; r_i 表示基圆半径; ϕ_{12} 表示安装相位角。 k_{12} 、 c_{12} 、 e_{12} 和 α_{12} 分别表示斜齿轮副的啮合刚度、啮合阻尼、啮合误差和啮合角。

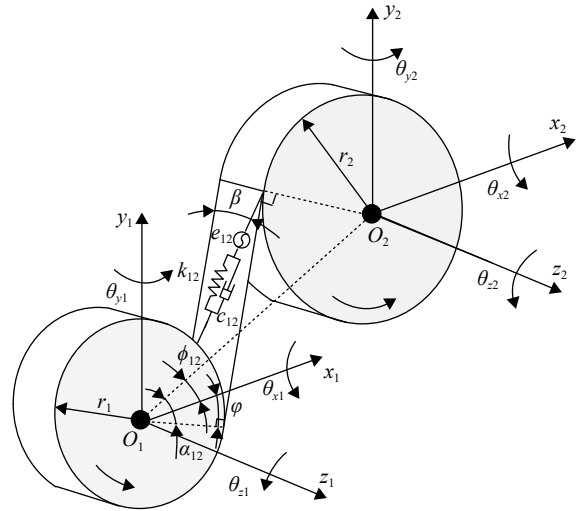


图 2 斜齿轮动力学模型

Fig. 2 Helical gear dynamic model

斜齿轮动力学模型啮合副各构件位移沿啮合线方向的投影矢量为^[1-2]

$$V = (-\cos \beta \sin \varphi, -\cos \beta \cos \varphi, -\sin \beta, -r_1 \sin \beta \cos \varphi, -r_1 \sin \beta \cos \varphi, -r_1 \cos \beta, \cos \beta \sin \varphi, \cos \beta \cos \varphi, \sin \beta, -r_2 \sin \beta \sin \varphi, -r_2 \sin \beta \cos \varphi, -r_2 \cos \beta) \quad (20)$$

式中 φ 代表端面啮合线与 x 轴正向之间的夹角, $\varphi = \alpha_{12} + \phi_{12}$ 。

斜齿轮动力学模型的啮合刚度、啮合阻尼和载荷矢量矩阵分别为^[1-2]

$$\mathbf{K}_{12} = k_{12} \mathbf{V}^T \mathbf{V} \quad (21)$$

$$\mathbf{C}_{12} = c_{12} \mathbf{V}^T \mathbf{V} \quad (22)$$

$$\mathbf{F}_{12} = [k_{12} \mathbf{e}_{12} + c_{12} \dot{\mathbf{e}}_{12}] \mathbf{V}^T \quad (23)$$

2.1.3 螺旋锥齿轮动力学模型

图 3 和图 4 分别为螺旋锥齿轮动力学模型及其啮合副受力分析。下标 p 和 g 分别表示主、从动轮。 δ_a 、 α_a 、 r_j 和 β_a 分别表示螺旋锥齿轮的节锥角、法面压力角、啮合点半径和中点螺旋角。 k_a 、 c_a 、 e_a 和 α_a 分别表示螺旋锥齿轮副的啮合刚度、啮合阻尼、啮合误差和啮合角。

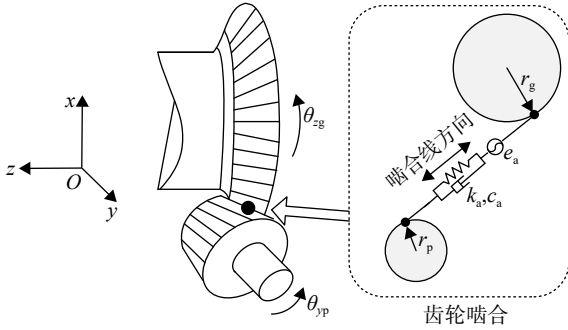


图 3 螺旋锥齿轮啮合模型

Fig. 3 Spiral bevel gear mesh model

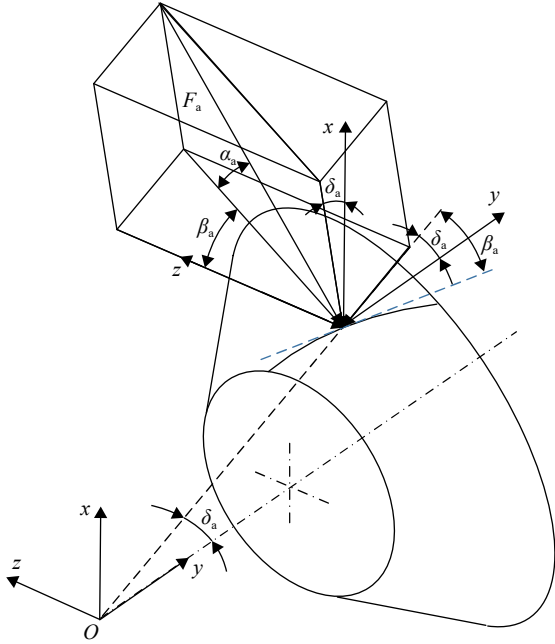


图 4 螺旋锥齿轮受力分析

Fig. 4 Force analysis of spiral bevel gear

螺旋锥齿轮动力学模型啮合副各构件位移沿啮合线方向的投影矢量为^[1-2]

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_a = [& (\sin \alpha_a \cos \delta_a + \cos \alpha_a \sin \beta_a \sin \delta_a), \\ & -(\sin \alpha_a \sin \delta_a - \cos \alpha_a \sin \beta_a \cos \delta_a), \\ & \cos \alpha_a \cos \beta_a, r_p \cos \alpha_a \sin \beta_a, \\ & -(\sin \alpha_a \cos \delta_a + \cos \alpha_a \sin \beta_a \sin \delta_a), \\ & (\sin \alpha_a \sin \delta_a - \cos \alpha_a \sin \beta_a \cos \delta_a), \\ & -\cos \alpha_a \cos \beta_a, -r_g \cos \alpha_a \sin \beta_a] \end{aligned} \quad (24)$$

螺旋锥齿轮副的啮合刚度、啮合阻尼和载荷矢量矩阵分别为^[1-2]

$$\mathbf{K}_a = k_a \mathbf{V}_a^T \mathbf{V}_a \quad (25)$$

$$\mathbf{C}_a = c_a \mathbf{V}_a^T \mathbf{V}_a \quad (26)$$

$$\mathbf{F}_a = [k_a e_a + c_a \dot{e}_a] \mathbf{V}_a^T \quad (27)$$

2.2 传动轴和机匣有限元缩聚模型

2.2.1 传动轴有限元缩聚模型

采用有限元仿真平台中的梁单元建立传动轴有限元模型，并运用缩聚法对其进行缩聚，以减少有限元模型的自由度，提升计算效率。传动轴有限元模型如图 5 所示。

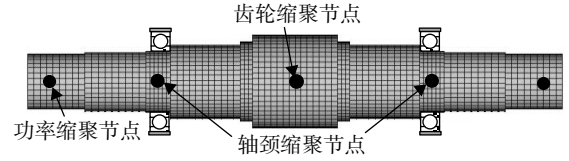


图 5 传动轴有限元模型

Fig. 5 Finite element model of transmission shaft

2.2.2 机匣有限元缩聚模型

基于有限元仿真平台所建机匣有限元模型，如图 6 所示。模型共有 969 948 个节点和 569 028 个单元。为减少机匣有限元模型的自由度，提升计算效率，运用缩聚法对机匣有限元模型进行缩聚，从而获得有限元缩聚模型

2.3 轴承模型

直升机传动系统中各轴承的刚度矩阵为^[9]

$$\mathbf{K}_b = \text{diag}[k_x, k_y, k_z, 0, 0, 0] \quad (28)$$

式中 k_x 、 k_y 、 k_z 代表轴承沿坐标轴方向的刚度。

2.4 系统耦合动力学模型

获得各构件模型后，在 MATLAB 中将各构件模型进行耦合，即可建立考虑轴和机匣结构柔性的直升机主传动系统动力学模型，如图 6 所示。

直升机主传动系统的动力学方程为

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{C}_m + \mathbf{C}_b + \mathbf{C}_t) \dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K}_m + \mathbf{K}_b + \mathbf{K}_t) \mathbf{q} = \mathbf{T} \quad (29)$$

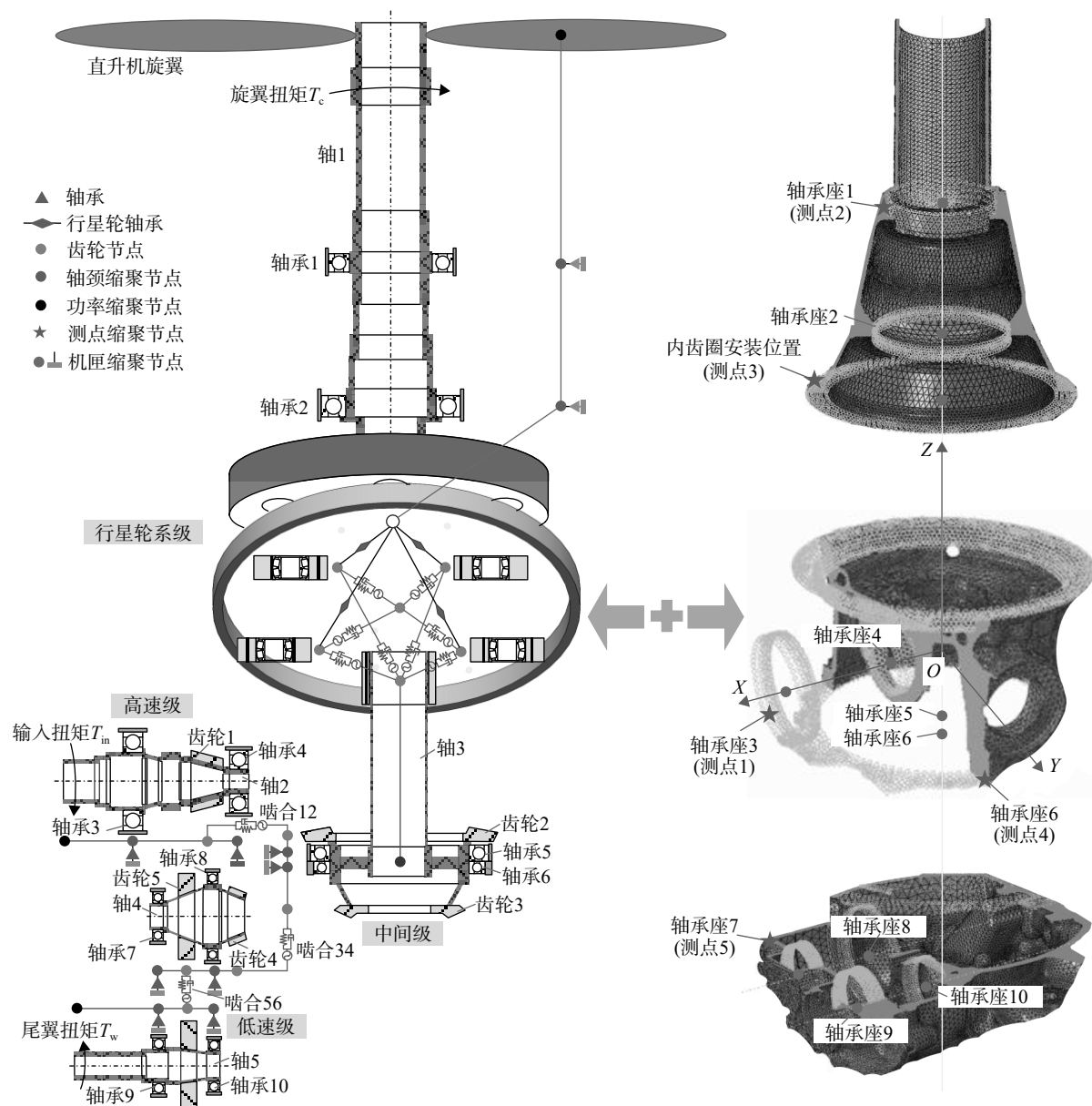


图 6 考虑轴和机匣结构柔性的直升机主减速器动力学模型

Fig. 6 Dynamic model of helicopter main gearbox considering flexibility of shaft and housing

式中 q 、 M 和 T 分别表示系统的广义坐标向量、质量矩阵和载荷向量; K_m 、 K_b 、 K_t 分别表示系统的啮合刚度、支撑刚度和扭转刚度矩阵; C_m 、 C_b 、 C_t 分别表示系统的啮合阻尼、支撑阻尼和扭转阻尼矩阵。

3 直升机主减速器减振优化

3.1 代理模型的构建及选取

由于直升机主减速器激励频率多为高频且在高频范围内振动强度与振动加速度成正比, 故定义空间振动加速度有效值作为评价指标, 其表达式为

$$P_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \left(\sqrt{x_{ni}^2 + y_{ni}^2 + z_{ni}^2} \right)^2}{N}} \quad (30)$$

式中 N 代表数据点总数; x_{ni} 、 y_{ni} 和 z_{ni} ($n=1, 2, \dots, 5$) 代表测点 n 沿广义坐标轴方向的振动加速度。

该直升机主减速器共选取了 5 个振动加速度测点, 各测点位置如图 6 所示。表 1 为直升机主减速器动力学模型各参数的初值及取值范围, 其中刚度参数的单位为 N/m; 确定材料及几何参数后, 啮合刚度和轴承刚度通过有限元法计算获得。为确保减振优化过程中刚度参数的物理意义, 其刚度参数取值范围设定在 $[-30\%, 30\%]$ 。由于阻

表 1 模型参数的初值及取值范围

Table 1 Initial value and value range of model parameters

模型参数	初值	取值范围
高速级平均啮合刚度 x_1	5.7	[5.55, 5.87]
中间级平均啮合刚度 x_2	4.8	[4.65, 4.94]
低速级平均啮合刚度 x_3	3.7	[3.58, 3.81]
行星级平均啮合刚度 x_4	9.5	[9.21, 9.78]
行星轮轴承支撑刚度 x_5	0.034	[0.032 9, 0.035 0]
齿圈与机匣间刚度 x_6	21	[19.4, 20.6]
轴承 1, 2 的支撑刚度 x_7	0.15	[0.146, 0.155]
轴承 3, 4 的径向刚度 x_8	5.1	[4.94, 5.25]
轴承 3, 4 的轴向刚度 x_9	1.7	[1.64, 1.75]
轴承 5, 6 的径向刚度 x_{10}	4.1	[3.97, 4.22]
轴承 5, 6 的轴向刚度 x_{11}	3.4	[3.29, 3.50]
轴承 7, 8 的径向刚度 x_{12}	5.5	[5.33, 5.66]
轴承 7, 8 的轴向刚度 x_{13}	6.2	[6.01, 6.38]
轴承 9, 10 的径向刚度 x_{14}	4.2	[4.07, 4.32]
轴承 9, 10 的轴向刚度 x_{15}	2.0	[1.94, 2.06]

尼参数难以确定^[17], 其初值通过经验公式粗略估算; 根据文献^[18]可知, 啮合阻尼比范围为 [0.03, 0.17], 轴承阻尼比范围为 $[2 \times 10^{-5}, 5 \times 10^{-3}]$ 。

最优拉丁超立方抽样法稳定性较好且能使样本点均匀分布, 是一种获取训练及验证样本的有效方法。采用最优拉丁超立方抽样法在参数取值范围内分别均匀抽取 400 组训练样本和 40 组验证样本, 并将各组样本依次带入直升机主减速器动力学模型计算出对应的评价指标值。

为消除数量级差别并确保代理模型精度, 采用最大最小法对样本数据进行归一化处理, 其表达式为

$$x_k = \frac{x_k - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \quad (31)$$

式中 $x_{\min}$ 和 $x_{\max}$ 分别为列向量中的最小数和最大数。

随后采用 KRG、RBF 和 SVM 分别构建直升机主减速器动力学模型的代理模型, 并利用误差平方 R^2 对各代理模型的预测精度进行量化评价, 以选出精度最高的代理模型。 R^2 的表达式如下:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{j=1}^m (P_j - \hat{P}_j)^2}{\sum_{j=1}^m (P_j - \bar{P}_j)^2} \quad (32)$$

式中 m 代表验证样本的总数; P_j 代表动力学模型

所得真实值; $\hat{P}_j$ 代表代理模型所得预测值; $\bar{P}_j$ 代表真实值的均值。

3 种代理模型的预测精度对比, 如图 7 所示。图中, R^2 越接近 1, 表明代理模型预测精度越高。由图 7 可知, 与 RBF 和 SVM 相比, KRG 的预测精度最高, 其 5 个评价指标 $P_1 \sim P_5$ 的 R^2 值均大于 0.96, 说明 KRG 最适合作为主减速器动力学模型的代理模型。因此, KRG 被选为敏感度分析和遗传优化的最终代理模型。

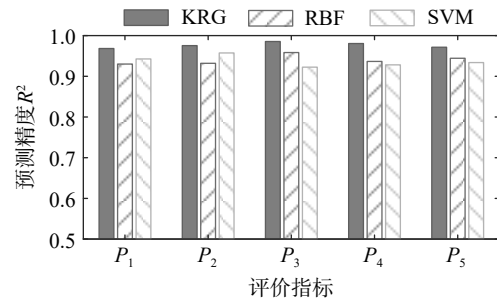
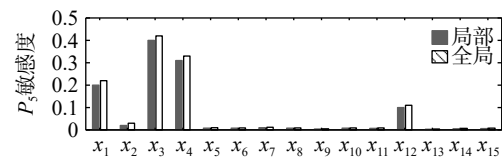
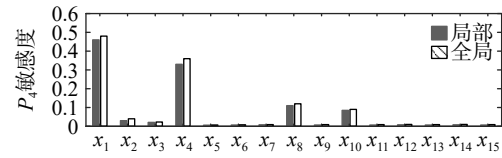
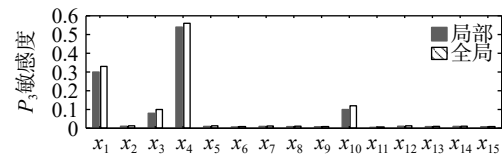


图 7 代理模型预测精度对比

Fig. 7 Prediction accuracy comparison of surrogate models

3.2 基于 Sobol 敏感度分析的优化参数筛选

为了筛选优化参数并提升效率, 将 Sobol 法与 KRG 模型相结合, 对直升机主减速器动力学模型进行了参数敏感度分析。图 8 所示为直升机主减速器动力学模型中 15 个模型参数对 5 个评价指标 P_n ($n=1, 2, \dots, 5$) 的局部和全局敏感度。根据敏感度分析结果可知, 在 15 个参数中, 共有 6 个

(a) P_5 敏感度(b) P_4 敏感度(c) P_3 敏感度

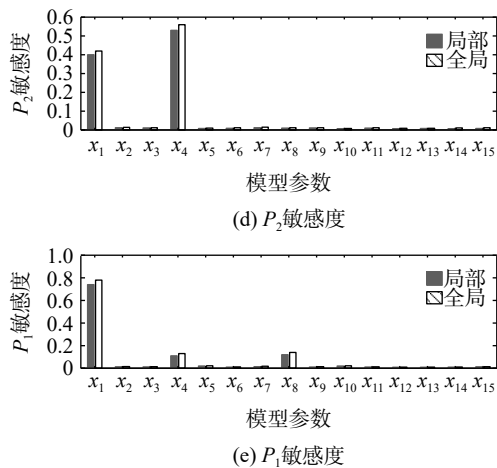


图 8 系统参数敏感度分析
Fig. 8 Sensitivity analysis of system parameters

参数的敏感度较大,它们分别为 x_1 、 x_3 、 x_4 、 x_8 、 x_{10} 和 x_{12} 。在后续优化中,这 6 个参数被作为直升机主减速器动力学模型的优化参数。

3.3 基于遗传算法的减振优化

由于直升机主减速器动力学模型的优化参数和评价指标较多,采用加权系数法将多目标优化问题转化为单目标优化进行求解,并以额定工况下直升机主减速器振动最小作为优化目标,其表达式为

$$\begin{cases} \min F(X) = \sum_{n=1}^5 \omega_n P_n^{\text{model}}(X) \\ \omega_n = \frac{P_n^{\text{test}}}{\sum_{n=1}^5 P_n^{\text{test}}} \\ \text{s.t. } X^{\text{LB}} \leq X \leq X^{\text{UB}} \end{cases} \quad (33)$$

式中 $F(X)$ 代表直升机主减速器减振优化目标; P_n^{test} 和 P_n^{model} ($n=1, 2, 3, 4, 5$)分别代表额定工况下系统第 n 个测点的试验和仿真评价指标值; X 代表优化参数向量, $X=[x_1, x_3, x_4, x_8, x_{10}, x_{12}]^T$; ω_n 代表权重因子,其取值可依据各子目标试验评价指标所占比例确定; X^{LB} 和 X^{UB} 代表 X 的下边界和上边界。

构建减振优化目标后,采用遗传算法在优化参数的取值范围内全局搜索出最优参数,以使优化目标最小。经减振优化后,各优化参数的变化,如表 2 所示。表中,优化参数的变化率 ζ 被定义为 $\zeta=|(X-X_0)/X_0|$; X_0 和 X 分别代表模型参数优化前后的值。由表 2 可知,刚度参数优化前后具有明显改变,这主要是因为敏感刚度参数对直升机

表 2 优化前后的模型参数

Table 2 Model parameters before and after optimization			
参数	优化前/ 10 ⁸ (N/m)	优化后/ 10 ⁸ (N/m)	$\zeta/\%$
x_1	5.7	6.5	14.0
x_3	3.7	3.0	18.9
x_4	9.5	7.8	17.3
x_8	5.1	6.2	22.5
x_{10}	4.1	4.8	16.8
x_{12}	5.5	4.7	13.5

主减速器的动态特性具有较大影响。
为了评价减振优化的效果,通过计算优化前后振动评价指标(P_n^{before} 和 P_n^{after})的相对误差来判断直升机主减速器动态性能的改善率,其计算表达式如下:

$$E_n = \frac{P_n^{\text{before}} - P_n^{\text{after}}}{P_n^{\text{before}}} \times 100\% \quad (34)$$

将表 2 中优化前后的模型参数值分别带入直升机主减速器动力学模型中,并计算出优化前后系统 5 个振动评价指标的仿真值及改善率,如表 3 所示。与优化前相比,优化后额定工况下主减速器振动明显降低,说明本文方法能显著降低主减速器在额定工况下的振动,但在其他运行条件下振动响应能否降低需进一步研究。因此,将不同负载下系统优化前后的振动响应进行了对比,以再次验证减振优化方法的有效性。

表 3 额定工况下系统优化前后各测点的振动响应

Table 3 Vibration response of each measuring point before and after system optimization under rated condition			
测点	振动响应		
	优化前/(m/s ²)	优化后/(m/s ²)	改善率/%
1	260.17	217.30	16.36
2	96.19	91.83	5.31
3	242.77	212.70	12.28
4	189.65	169.78	10.07
5	133.53	122.80	7.92

直升机主减速器保持额定输入转速 6 000 r/min 不变,减振优化前后在不同负载 1 000~6 000 N·m 下直升机主减速器各测点的振动加速度有效值如图 9 所示。由图可知,减振优化后,在不同负载下主减速器各测点的振动加速度有效值均有不同程度降低,这再次验证本文方法能有效降低直升机主减速器振动,提升系统动态性能。

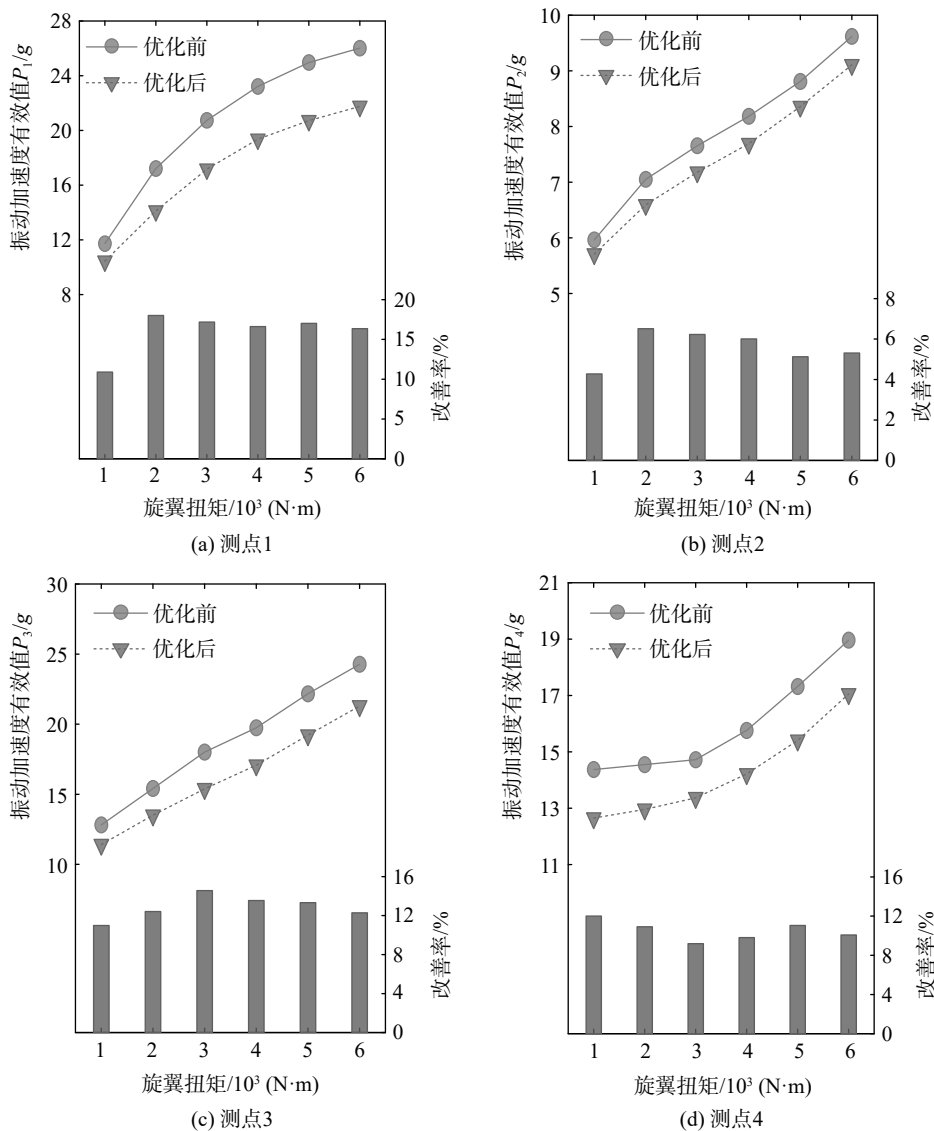


图 9 不同负载下优化前后各测点的振动

Fig. 9 Vibration of each measuring point before and after optimization under different loads

4 结 论

针对直升机主减速器动力学模型计算耗时且参数众多的特点,提出了基于代理模型和敏感度分析的直升机主减速器减振优化方法,并开展了减振优化设计,得到结论如下:

- 1) 代理模型能有效替代计算耗时的直升机主减速器动力学模型,敏感度分析可从众多参数中筛选出有效优化参数。
- 2) 高速级、低速级和行星级的啮合刚度对直升机主减速器相应级的振动响应影响较大。
- 3) 优化结果显示本文减振优化方法可有效降低主减速器振动,提升系统动态性能。

参考文献:

- [1] 许华超, 秦大同, 刘长钊, 等. 考虑结构柔性的多级齿轮箱变速过程动态特性研究[J]. 振动工程学报, 2021, 34(1): 99-107.
- [2] XU Huachao, QIN Datong, LIU Changzhao, et al. Dynamic characteristics of the multi-stage gearbox considering structural flexibility during the variable speed process[J]. Journal of Vibration Engineering, 2021, 34(1): 99-107. (in Chinese)
- [3] 许华超, 秦大同, 刘长钊, 等. 计入结构柔性的直升机主减速器振动特性分析[J]. 航空动力学报, 2019, 34(5): 1020-1028.
- [4] XU Huachao, QIN Datong, LIU Changzhao, et al. Vibration characteristics analysis for helicopter main gearbox considering structural flexibility[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(5): 1020-1028. (in Chinese)
- [5] 蒋函成, 魏静, 张爱强, 等. 某直升机主减传动系统振动能量传递特性研究[J]. 振动与冲击, 2021, 40(7): 95-104, 170.
- [6] JIANG Hancheng, WEI Jing, ZHANG Aiqiang, et al. Vibration energy transfer characteristics of main reducer transmission system of a helicopter[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(7): 95-104, 170. (in Chinese)
- [7] 王英鹏, 徐义华, 孙海俊, 等. 基于响应面法的火箭发动机

- 喷管型面优化设计[J]. 航空动力学报, 2022, 37(1): 214-224.
- WANG Yingpeng, XU Yihua, SUN Haijun, et al. Optimization design for nozzle contour of rocket engine based on response surface method[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(1): 214-224. (in Chinese)
- [5] ZHOU Shengtao, LI Chao, XIAO Yiqing, et al. Importance of platform mounting orientation of Y-shaped semi-submersible floating wind turbines: a case study by using surrogate models[J]. *Renewable Energy*, 2020, 156: 260-278.
- [6] TAO Jun, SUN Gang, GUO Liqiang, et al. Application of a PCA-DBN-based surrogate model to robust aerodynamic design optimization[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2020, 33(6): 1573-1588.
- [7] 王文竹, 李杰, 刘刚, 等. 基于 Kriging 代理模型鼓式制动器稳定性的优化设计[J]. 振动与冲击, 2021, 40(11): 134-138, 162.
- WANG Wenzhu, LI Jie, LIU Gang, et al. Optimization design of drum brake stability based on Kriging surrogate model[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(11): 134-138, 162. (in Chinese)
- [8] 杨丽丽, 孔祥龙, 李文龙, 等. 基于高保真度代理模型的卫星结构优化[J]. 振动与冲击, 2021, 40(23): 208-215, 222.
- YANG Lili, KONG Xianglong, LI Wenlong, et al. Satellite structure optimization based on high fidelity surrogate model[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(23): 208-215, 222. (in Chinese)
- [9] 尹泽勇, 米栋, 张立章, 等. 航空动力系统整机多学科设计优化方法[J]. 航空动力学报, 2022, 37(10): 2025-2045.
- YIN Zeyong, MI Dong, ZHANG Lizhang, et al. Multidisciplinary design optimization method of overall aircraft power system[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(10): 2025-2045. (in Chinese)
- [10] GUO Ning, YANG Zhichun, WANG Le, et al. Dynamic model updating based on strain mode shape and natural frequency using hybrid pattern search technique[J]. *Journal of Sound Vibration*, 2018, 422: 112-130.
- [11] SHAO Qian, GAO Enlai, MARA T, et al. Global sensitivity analysis of solid oxide fuel cells with Bayesian sparse polynomial chaos expansions[J]. *Applied Energy*, 2020, 260: 114318.
- [12] LIU Fuchao, WEI Pengfei, ZHOU Changcong, et al. Reliability and reliability sensitivity analysis of structure by combining adaptive linked importance sampling and Kriging reliability method[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2020, 33(4): 1218-1227.
- [13] 赵鸿华, 宋双文, 王志凯. 基于 NSGA-II 算法的小弯管冲击冷却多目标优化[J]. 航空动力学报, 2022, 37(1): 1-12.
- ZHAO Honghua, SONG Shuangwen, WANG Zhikai. Multi-objective optimization of impingement cooling of concave wall based on NSGA-II algorithm[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(1): 1-12. (in Chinese)
- [14] XU Yanwu, ZHANG Zhuoran, YU Li, et al. Behavior and functional modeling methods of doubly salient electromagnetic generators for aircraft electrical power system applications[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2019, 32(2): 477-488.
- [15] Sobol IM. Sensitivity analysis for nonlinear mathematical models[J]. *Mathematical Modeling and Computational Experiment*, 1993(1): 407-414.
- [16] GUO Jinghui, LIN Guiping, BU Xueqin, et al. Sensitivity analysis of flowfield modeling parameters upon the flow structure and aerodynamics of an opposing jet over a hypersonic blunt body[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2020, 33(1): 161-175.
- [17] KUBUR M, KAHARAMAN A, ZINI D M, et al. Dynamic analysis of a multi-shaft helical gear transmission by finite elements: model and experiment[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2004, 126(3): 398-406.
- [18] YI Yuanyuan, QIN Datong, LIU Changzhao. Investigation of electromechanical coupling vibration characteristics of an electric drive multistage gear system[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2018, 121: 446-459.

(编辑: 秦理曼)