

文章编号: 1000-8055(2024)10-20220761-09

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220761

逆特征线法的适用性分析

刘传振, 孟旭飞, 白 鹏

(中国航天空气动力技术研究院, 北京 100074)

摘 要: 使用逆特征线法(iMoC)由给定激波形状求解轴对称流场, 并研究其适用性。比较左右特征线交织和左特征线流场交织推进这两种推进方式, 发现使用逆向左特征线和流线交织的方法求未知解点, 操作比较简单, 而且稳定性更好。将激波形状分为凹曲线和凸曲线, 分别分析逆特征线法的适用性: 对于凹激波形状, 结合斜激波关系式证明, 使用逆特征线法一般是求解波后流场的; 对于凸激波形状, 当激波角沿轴向减小过多时会发生左行特征线交叉, 导致逆特征线法不适用, 并进而提出在不适用的凸激波形状段, 可以使用一段膨胀流代替。最后结合计算流体力学技术验证本文的方法和结论, 为推进逆特征线法在乘波体和进气道设计中的应用提供理论支撑。

关 键 词: 逆特征线法; 轴对称; 激波; 膨胀流; 计算流体力学

中图分类号: V211.5

文献标志码: A

Applicability of inverse method of characteristics

LIU Chuanzhen, MENG Xufei, BAI Peng

(China Academy of Aerospace Aerodynamics, Beijing 100074, China)

Abstract: The inverse method of characteristics (iMoC) was employed to simulate the axisymmetric flow behind a predefined shock wave. Its applicability was also analyzed. Firstly, two marching schemes in iMoC were compared: by the interaction of the left-running and right-running characteristic lines and the interaction of the left-running characteristic line and stream line. It was found that the scheme of interacting the left-running characteristic line and stream line was simpler and more stable. The applicability of iMoC was then analyzed for the concave and convex shock shape, respectively. It was proved that iMoC can compute the flow behind the concave shock wave based on the oblique shock relations. For the convex shock wave, when the shock wave angle declined too much along the axial coordinate, the clusters of left-running characteristic lines may interact, leading to the failure of marching in iMoC. Furthermore, an expansion flow can be placed to deal with the infeasible segment on the convex shock wave. The computational fluid dynamics techniques were applied to verify this method and analysis result. This study provides a theoretical support to propel the application of iMoC in waverider and inward inlet design.

Keywords: inverse method of characteristics; axisymmetric; shock wave; expansion flow; computational fluid dynamics

轴对称流场在乘波体和内转式进气道设计中具有很多优势。采用轴对称流场代替楔形流和锥

形流, 是扩大设计空间、提升设计灵活性的有效手段, 可以生成具有特殊性能的外形。在锥导乘

收稿日期: 2022-10-02

基金项目: 国家自然科学基金(12271266)

作者简介: 刘传振(1989—), 男, 高级工程师, 博士, 主要从事乘波体设计方面的研究。

通信作者: 白鹏(1973—), 男, 研究员, 博士, 主要从事高超声速气动布局设计方面的研究。E-mail: backleon60@163.com

引用格式: 刘传振, 孟旭飞, 白鹏. 逆特征线法的适用性分析[J]. 航空动力学报, 2024, 39(10): 20220761. LIU Chuanzhen, MENG Xufei, BAI Peng. Applicability of inverse method of characteristics[J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(10): 20220761.

波体设计方法的基础上,崔凯等^[1]使用轴对称流场代替锥形流生成乘波体外形,增大了设计空间; Mangin 等^[2]使用轴对称幂次流场设计乘波体,优化后的外形比锥导乘波体容积高 20%;丁峰等^[3]使用轴对称尖拱形流场生成乘波体,相比锥导外形具有更高升阻比、更小配平阻力和更大的内部容积;刘文等^[4]使用轴对称幂次流场设计乘波体,结合翼上反角调节,得到了横侧向稳定提高的外形。在密切锥乘波体设计方法中,也可以使用轴对称流场, Sobieczky 等^[5]提出“密切轴对称流场”设计方法,得到了长度更小、容积率更大的乘波体; Rodi 等^[6-7]在各密切面内使用连续变化的轴对称流场,并以幂次流场为例设计乘波体,发现有减少阻力、提升容积、调整压心位置等优势;王江峰等^[8]在密切锥方法中使用多级压缩锥流场,生成的乘波体具有良好的前体预压缩性能;柳军等^[9]在密切面内使用表面压力可控的轴对称流场,通过调整物面形状及压力分布,得到了具有不同容积率和升阻比的乘波体。Mizener 等^[10]使用幂次流作为基准流场设计乘波体,提供了比密切锥外形更好的发动机入口气流,更易与进气道一体化。Zhou 等^[11]提出了一种“微密切轴对称流场”方法,在激波面当地生成很多微密切面,在密切面内布置轴对称流场。这种方法除了可以由任意激波曲面计算波后流场外,还考虑了来流速度不均匀的情况。

在内转式进气道设计方面,南向军等^[12-13]通过给定进气道压缩段上的压力分布或马赫数分布,采用特征线法(method of characteristic, MoC)求解轴对称基准流场,实现了高超声速进气道压力分布和马赫数分布规律的可控设计。尤延铎等^[14]借用密切思想提出了三维变截面内乘波式进气道设计,其进出口截面形状同时可控,并可保证进气道内部激波形状和主要流动特征仍与设计基本流场一致。贺旭照等^[15]采用特征线法设计了具有直线初始激波、内收缩段消除反射激波、出口均匀可控的基准内锥流场,发展出密切内锥乘波前体进气道一体化设计技术。Huang 等^[16]使用密切轴对称流场方法设计了内乘波进气道,并参考 DSI(diverterless supersonic inlet)进气道移除大部分边界层流动,提高了进气道的气动性能。曲俐鹏等^[17]通过采用壁面马赫数反正切分布内收缩基准流场和改进密切轴对称过程中的控制型线实现了对一体化乘波进气道的改进设计。刘亚洲等^[18]

针对不同延伸段压力分布的双钟形喷管,采用特征线法对延伸段型面开展了设计,发现延伸段逆压梯度分布的双钟形喷管能够在小于发动机启动时间内完成工作模态转换。

以上工作使用的轴对称流场都是从已知的物面边界或物面条件求流场,但有时在设计中,设计人员更关心激波形状。比如乘波体的前缘线是流动捕获管到激波面的投影,给定激波形状可以更灵活地设计乘波体的前缘线或平面形状;在进气道设计中,给定入口激波形状则可得到产生该激波的进气道口部型面,并实现进气道较优的压缩性能和合适的流量捕获,在前体与进气道一体化设计上较为便利^[19]。因此由给定激波形状求波后流场的反设计问题是非常值得研究的课题。计算流体力学(computational fluid dynamics, CFD)结合优化技术可以求解这类问题,但十分复杂和耗时,而在二维和轴对称流动中,使用逆特征线法(inverse method of characteristics, iMoC)反求流场则比较简单和高效。Sobieczky 等^[5]采用逆向特征线法求解已知激波形状的流场和壁面,提出了具有较高升阻比的乘波体设计。Yu 等^[20]使用逆特征线法求解流场生成乘波体,并研究了激波形状对乘波体性能的影响,发现凸激波形状带来更好的性能,但容积降低。乔文友等^[19]使用逆特征线法设计了具有两级激波的 Bump 型面和乘波前体/进气道的一体化造型,展示了良好的应用潜力。郭善广等^[21]使用逆特征线法计算曲线激波后的流场,实现了高超声速二元进气道前体长度、压缩能力、压缩效率、流量捕获特性和结构长度的可控设计。

采用逆特征线法求解给定激波后流场的文献较少,以上列举的文献中都没有涉及逆特征线法的适用性问题,即由何种形状的激波可以求出波后流场,而何种形状则不可以。一般来说,超声速流动流过任意的物面均可以得到相应的激波形状,但反过来,任意的激波形状却不一定存在物面与之对应;同时,使用数值方法求激波后的流场可能出现问题, Jones 等^[22]使用横流步进法计算三维激波面后的流场时,发现存在病态现象,导致无法求解。逆特征线法反求二维和轴对称流场同样存在类似问题,本文即由此开展工作,将激波形状分为凹曲线和凸曲线,分别分析逆特征线法对不同激波形状的适用性,并提出激波形状不适用时的处理手段,最后结合 CFD 技术验证本

文方法和结论。

1 理论和方法

1.1 特征线理论

过流场处一点有两条特征线:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\pm} = \lambda_{\pm} = \tan(\theta \pm \alpha) \quad (1)$$

式中 λ 为特征线斜率, $\pm$ 分别表示左行和右行特征线, θ 为气流速度矢量角, $\tan \theta = \frac{u}{v}$, u 和 v 分别为两方向的速度分量, α 为马赫角。

$$\alpha = \arcsin(1/Ma) \quad (2)$$

式中 Ma 表示马赫数。除左右行特征线外, 还有一条流线:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_0 = \lambda_0 = \frac{v}{u} \quad (3)$$

沿特征线的相容方程有两个:

$$\frac{\sqrt{Ma^2 - 1}}{\rho V^2} dp_{\pm} \pm d\theta_{\pm} + \delta \left[\frac{\sin \theta dx_{\pm}}{y Ma \cos(\theta \pm \alpha)} \right] = 0 \quad (4)$$

分别在左右行特征线上, 其中 ρ 为密度, V 为速度, p 为压力, δ 为系数, 当 $\delta=0$ 时为二维流场, $\delta=1$ 时为轴对称流场。

沿流线的相容方程有两个:

$$\begin{cases} \rho V dV + dp = 0 \\ dp - a^2 d\rho = 0 \end{cases} \quad (5)$$

由式(4)和式(5)可知相容方程的物理含义是黎曼不变量沿特征线保持不变, 且黎曼不变量与特征线的传播方向无关, 这正是逆特征线法的物理基础。

1.2 不同推进方式比较

在文献[5]和文献[20]中, 使用左右特征线交织的方法求解未知点。如图1所示, 已知激波上点1和点2的位置和流场参数, 由点1发出的右特征线 C_- 和点2发出的逆向左特征线 C_+ 相交, 联立式(1)的两个公式得到点4的坐标。点4再发出流线 C_0 与点1发出的逆向左特征线相交于点3, 因为点1和点3在已计算的一簇逆向左特征线上, 因此可以得到点3的位置流场参数。确定3条特征线后, 根据式(4)和式(5)的相容方程即可确定点4的流场参数。

在计算过程中, 可以使用预估-校正法不断迭代提高精度。在预估阶段, 首先猜测点4的流场

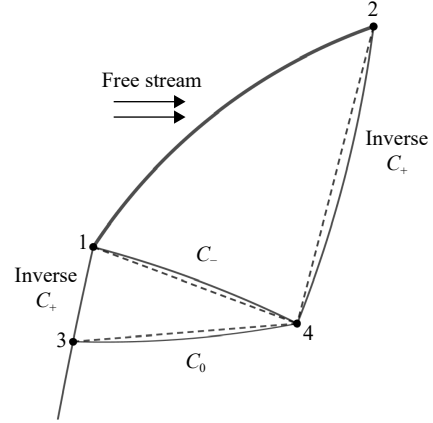


图1 逆向左特征线和右特征线交织的网格单元^[5,20]

Fig. 1 Mesh element intersected by left-running and right-running characteristic lines^[5,20]

参数, 根据流场参数确定过点2、点4和点4、点1的左右特征线, 求出相交点4的坐标, 然后根据点4坐标和流场参数预估流线 C_0 的方程, 求出点3的坐标和流场参数, 并根据相容方程更正点4的流场参数; 然后进入校正阶段, 使用预估阶段计算的点4的流场参数, 更新点4的坐标、点3的位置和流场参数, 再根据相容方程更新点4流场参数。不断迭代以上过程直到收敛。

图1所示的网格点求解过程不仅可以处理激波边界单元, 还可以处理内点单元, 但这种处理有两点不足: 第一是流线方程需要用到点1发出的逆向左特征线簇, 无法确定点3位于点1与哪个相邻点之间, 额外增加了判定的步骤, 而且容易产生计算不稳定; 第二是无法直接计算物面边界单元, 需要额外处理, 如文献[20]使用质量平衡约束求物面边界点, 增加了处理复杂度。

为了解决上述方法的不足, 在文献[19]和文献[21]中, 使用左特征线和流线交织的方法求未知解点。如图2所示, 首先由点1发出的流线 C_0 和点2发出的逆向左特征线 C_+ 相交, 并联立式(1)和式(3)求出点4的坐标, 由点4再发出逆向右特征线 C_- 与点1和点2的连线相交, 确定出点3的坐标和流场参数。然后联立通过点4的相容方程式(式(4)和式(5))确定4点的流场参数。在计算中, 也使用预估-校正法不断迭代提高计算精度。

这个过程可以处理激波边界单元和内点单元, 而且由于前簇逆向左特征线边界点发出的流线可以当作物面边界, 因此也可以处理物面边界单元。同时, 在这个过程中, 点3处于点1和点2之间, 计算稳定性较高。

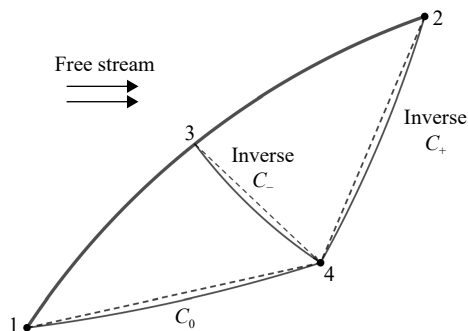
图 2 逆向左特征线和流线交织的网格单元^[19, 21]Fig. 2 Mesh element intersected by left-running characteristic line and stream line^[19, 21]

图 3 为使用逆特征线法求激波后流场的推进网格示意图, 激波上点 A_1 、 A_2 、 $\dots$ 、 A_n 的流场参数可根据兰金-雨贡纽关系中的斜激波关系式确定, 然后由左向右, 不断根据图 2 所示的过程求未知解点。当解点在网格内部时为内点, 而过 A_1 点的流线与左行特征线的交点 B_2 、 B_3 、 $\dots$ 、 B_n 则可当作物面边界点。

由激波得到的流场区域由激波、物面边界和左行特征线簇包围, 类似一个曲边三角形, 有时范围比较小。本文使用特征线法计算激波依赖区域后的流场以扩大流场范围。具体做法是以激波依赖区域中的最末一簇左行特征线为起始线, 然后推进求解直到给定的物面边界, 得到补足区域。为保证物面边界连续, 其起始点和起始点处斜率由激波依赖区域的物面边界决定。图 4 所示为流场示意图, Shock dependent area 为激波依赖区域,

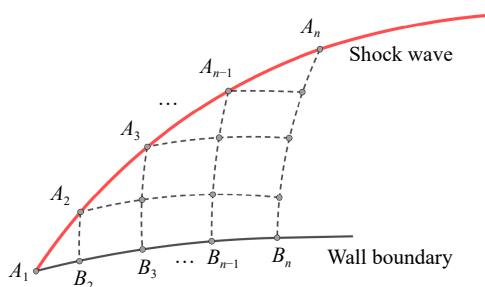


图 3 逆特征线法计算网格

Fig. 3 Computational mesh using iMoC

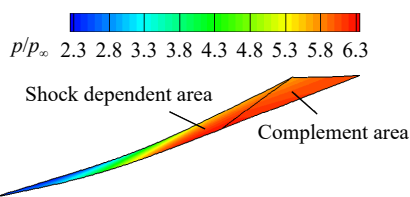


图 4 激波依赖区域的补足

Fig. 4 Complement of shock-dependent area

Complement area 是补足区域, p/p_∞ 是压力与自由来流压力的比值。

2 对不同激波形状的适用性

在给定激波曲线形状求波后流场时, 激波曲线应该是一条单调递增曲线, 否则当激波曲线下降或水平时, 无法使用斜激波关系式得到波后流场参数。

不过, 即使激波曲线是单调递增的, 也无法确定所有的曲线形状均可作为可行激波计算波后流场。在特征线法和逆特征线法的实施过程中, 常见的问题是同簇特征线相交, 此时特征线/逆特征线法是不适用的。尤其是在逆特征线法模拟流场时, 不是所有的曲线都可以作为激波形状求取波后流场, 因此常常发生同簇左行特征线的相交, 即不适用的情况会大大增加, 本节即研究逆特征线法的适用性, 探索何种激波形状可以求解波后流场, 何种激波形状无法求解, 并给出不适用情况时的替代措施。在本节的分析中, 波前为均匀流场。

2.1 凹函数激波曲线

二阶可导凹函数的充要条件是二阶导数小于等于 0, 因此当单调递增曲线的表达形式是凹函数时, 其切线斜率是单调递增或不变(即单调不减)的。激波曲线的切角为激波角, 因此对于凹函数激波曲线, 激波角也单调递增或不变。此时逆特征线法一般总是可以处理的, 即避免了同簇左行特征线相交的情况。

这个结论可以通过斜激波关系式简单论证。

首先, 考察激波角沿轴线坐标不变的情况, 相当于激波曲线局部为直线, 此时流场为锥形流, 逆特征线法是可以计算的。

其次, 考虑激波角单调递增的情况。式(6)为斜激波后气流速度矢量角 θ 的关系式, 式(7)是波后马赫数 Ma_2 的关系式:

$$\tan \theta = 2 \cot \beta \frac{Ma_1^2 \sin^2 \beta - 1}{Ma_1^2 [\gamma + \cos(2\beta)] + 2} \quad (6)$$

$$Ma_2 = \sqrt{\frac{1 + [(\gamma - 1)/2] Ma_1^2 \sin^2 \beta}{\gamma Ma_1^2 \sin^2 \beta - (\gamma - 1)/2}} \cdot \frac{1}{\sin(\beta - \theta)} \quad (7)$$

式中 Ma_1 是波前马赫数, γ 为比热比, β 为激波角。查看式(6)可得, 当 β 增大时, θ 增加; 查看式(7)可得, 当 β 增大时, Ma_2 减小, 导致马赫角 α 增大, 综合导致左行特征线的斜率 $\lambda_+ = \tan(\theta + \alpha)$ 增大,

因此后簇左行特征线在激波处的斜率大于前簇左行特征线。

最后,考察流场内部情况。如果后簇左行特征线的激波角等于前簇,等同于激波曲线为直线的情况,此时同簇左行特征线不相交;而当后簇的激波角大于前簇时,在流场内部导致后簇左行特征线的斜率大于激波曲线为直线时的斜率,使得后簇特征线相对直激波情况时会远离前簇,因此也不会相交。

综上所述,当激波角单调不减时,左行特征线簇不会相交,逆特征线法可以计算波后流场。

值得一提的是,当后簇特征线的激波角远比前簇大时,特征线斜率也会大很多,导致特征线分布非常稀疏,所以在切率变化大的地方,激波曲线上取点要密;极端情况是激波角不连续,如图 5 中所示的点 C ,出现了激波角的突变,此时相当于点 A 与点 B 之间的左行特征线簇交于点 C 。这种情况下,可以人为增加特征线个数以加密网格,具体处理为:在点 C 处将激波角 N 等分,生成 N 簇左行特征线,每一簇特征线在激波处的流场参数均由斜激波关系式根据 N 等分的激波角确定,然后使用图 2 的方法推进求出每一簇特征线及其流场参数。

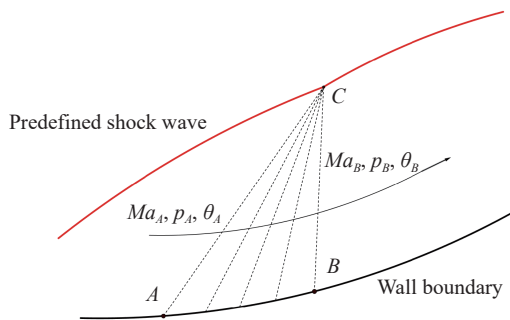


图 5 不连续的激波角

Fig. 5 Discontinuous shock wave angle

2.2 凸函数激波曲线

当激波曲线的表达形式是凸函数时,其切线斜率单调递减或不变,激波角也因此单调减小或不变。

只考虑激波角单调减小的情况。当激波角沿轴向坐标减小时,后簇左行特征线的斜率小于前簇,使后簇左行特征线向前簇靠近;激波角减小过多时,就会导致左行特征线交叉,此时逆特征线法不适用。当然,不是所有减小的激波角都会导致特征线相交,因此激波曲线为凸是逆特征线

法不适用的必要条件,而非充分。

当激波角沿 x 轴减小导致左行特征线相交时,一个极端但合理的情况是左行特征线在物面相交于一点,此时相当于物面发生转折,产生膨胀流区域。如图 6 所示, C 点为物面转折点,曲线段 $\widehat{AB}$ 为膨胀流场区域的激波形状。而当激波角继续减小到导致特征线相交于物面以上时,则是不合理的。因此当给定的激波位于膨胀区域的激波以下时,逆特征线法不适用,甚至这样的激波形状可能不存在;反过来说,如果激波形状在 $\widehat{AB}$ 之上,逆特征线法可以求解波后流场。

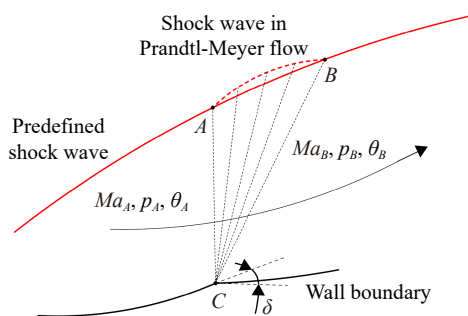


图 6 局部的膨胀流场区域

Fig. 6 Local area of expansion flow

如果想确定逆特征线法对于什么样的激波形状是适用的,最好的方法是由 A 点之前的激波和流场参数求出膨胀流场区域的激波形状。这涉及激波与膨胀波的干扰问题,由于问题的非线性,难以给出膨胀流区域精确的激波形状^[23]。因此目前是通过计算机程序判断左行特征线簇是否交叉来判定激波形状的可行性。

另外,图 6 所示的情形也给处理不可行的激波形状提供了方法,即使用局部膨胀流场代替不适用的激波段。这种处理虽然会导致生成的激波与给定的激波有所偏差,但可以保证计算的顺利进行,并且很多情况下膨胀流处的激波与给定的激波形状偏差较小。

具体方法为:

1) 判定同簇左行特征线是否与前簇特征线相交,如果相交,设定一个小量的物面偏转角 ε 作为迭代量。

2) 求解物面偏转角为 ε 的膨胀流场。具体处理如图 7 所示,线段 $\overline{AC}$ 为已计算得到的前簇左行特征线,点 Q 、 R 、 T 为 $\overline{AC}$ 上的点,位置和流场参数已知。线段 $\overline{BC}$ 为待求膨胀区域的特征线簇,点 S 、 U 、 V 、 W 为待求线上的内点,其求解可以参

考文献 [24] 中特征线法的内点求解方法。注意在求 S 点时, 将 C 点看作 $\overline{BC}$ 上的点, 流场参数由 Prandtl-Meyer 关系式计算。 B 点为激波上的点, 其位置和流场参数的求解可参考外部激波点的求解方法[24]。

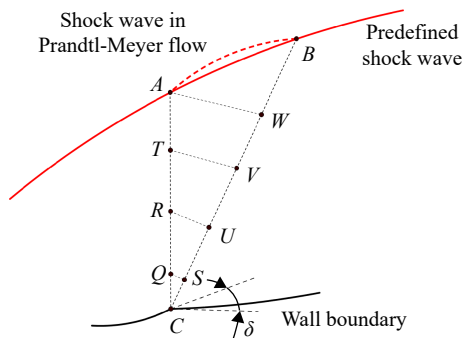


图 7 膨胀流的求解

Fig. 7 Solution of expansion flow

3) 判定给定激波边界是否与膨胀区域的激波相交, 如果是, 计算停止; 如果不是, 迭代步骤 1) 和步骤 2), 得到多条膨胀区域的左行特征线簇组成膨胀流场。

4) 当生成与给定激波相交的激波段 $\widehat{AB}$ 后, 激波角在交点处发生突变, 使用图 5 所示的手段加密特征线网格。

3 算例验证和分析

本节分别给出凹激波曲线和凸激波曲线两个算例以验证所提出方法的有效性。为了增加曲线的控制能力, 使用 B 样条[25] 表达激波曲线。B 样条曲线表述为:

$$C(w) = \sum_{i=0}^n N_{i,d}(w) P_i \quad (8)$$

式中, P_i 是控制点, d 为 B 样条基函数的阶数, $n+1$ 为控制点数。 $N_{i,d}(w)$ 是定义在非周期(且非均匀)节点矢量 $\mathbf{W} = \{\underbrace{a, \dots, a}_{d+1}, w_{d+1}, \dots, w_{m-d-1}, \underbrace{b, \dots, b}_{d+1}\}$ 上的 d 次 B 样条基函数, 共有 $m+1$ 个节点, $m = n+d+1$ 。 w 为自变量, 取值范围 $[a, b]$ 。本文使用三次准均匀 B 样条, 即 $d=3$, 且 $\{w_{d+1}, \dots, w_{m-d-1}\}$ 在 $[a, b]$ 区间内均匀分布, 一般取 $a=0, b=1$; 控制点选择为 6 个, 即 $n+1=6$ 。准均匀 B 样条的首末两端通过首末的两个控制点, 而且首端斜率与开始两个控制点组成的线段的斜率相同, 末端斜率与末尾两个控制点组成的线段的斜率相同, 具有良好的控制能力。

在补足区域, 简单起见, 物面边界设定为直线。

3.1 凹激波流场

设定控制点生成凹激波曲线, 表 1 给出了控制点的轴向坐标 x 和径向坐标 r , 此时曲线的斜率单调递增。

表 1 凹激波曲线的 B 样条控制点

Table 1 Control points of B-spline for concave shock curve

坐标	控制点					
	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
r	0	0.06	0.12	0.20	0.30	0.40

使用逆特征线法计算波后流场, 计算状态为来流马赫数 $Ma=5$, 攻角为 0° 。所得结果如图 8 所示, 图 8 同时给出了激波曲线和对应的控制点位置。对于凹激波曲线来说, 逆特征线法一般都是可以计算波后流场的, 而且激波形状正是事先指定的曲线。

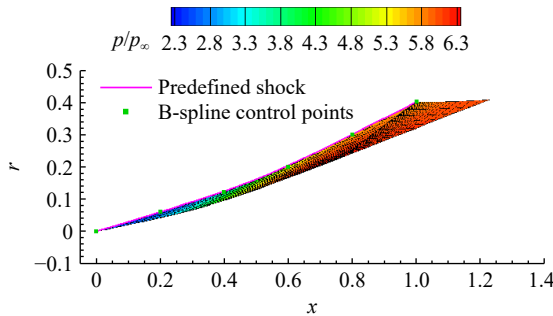


图 8 凹激波流场的网格和压力分布

Fig. 8 Mesh and pressure distribution of flows with concave shock wave

使用 CFD 技术验证流场。提取图 8 流场的物面边界, 绕 x 轴旋转得到旋成体, 求解无黏 Euler 方程。计算网格为 O 型结构网格, 半模网格量为 216 万, 无黏通量采用 Roe 格式离散, 时间推进采用 LU-SGS(lower-upper symmetric Gauss-Seide)隐式方法。图 9 给出了马赫数分布对比图, 上半部分为使用逆特征线法生成的流场, 下半部分为 CFD 计算得到的 Euler 流场, 可以看到逆特征线法计算得到的流场与 CFD 计算的 Euler 结果吻合良好, 尤其是激波基本重合。图 10 为凹激波流场沿物面的压力对比, CFD 结果和逆特征线法的结果吻合得也很好, 只是在补足流场区域有一定偏差。以上结果说明逆特征线法求解凹激波流场是有效的。

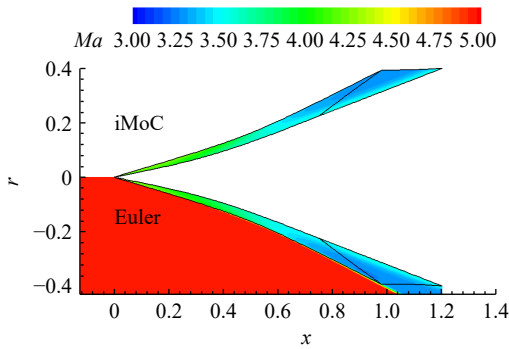


图 9 iMoC 和 CFD 计算的凹激波流场马赫数对比
Fig. 9 Mach number comparison of flows with concave shock wave simulated using iMoC and CFD

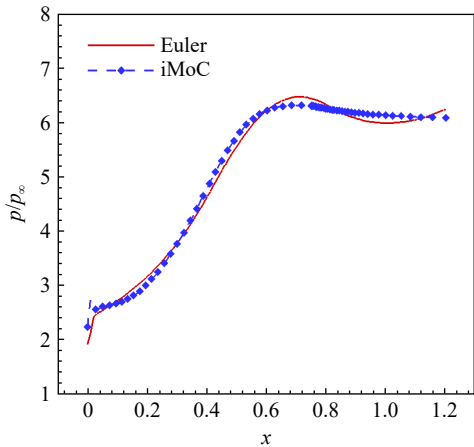


图 10 凹激波流场沿物面的压力对比
Fig. 10 Comparison of pressure distribution along wall boundary in flows with concave shock

3.2 凸激波流场

凸激波曲线的控制点如表 2 所示, 在轴向坐标约 $[0, 0.35]$ 和 $[0.65, 1.0]$ 两个范围内函数为凸, 激波角减小。图 11 给出了使用第 1.2 节方法生成的流场, 计算状态与凹激波流场相同。在第 1 个范围 $[0, 0.35]$ 内, 发生了左行特征线簇交叉的情况, 因此在物面 $x=0.0691$ 处使用膨胀流代替, 如图 11(b) 所示, $x=0.0691$ 是物面的转折点位置; 膨胀流处的激波位于轴向位置 $[0.1799, 0.4617]$ 之间, 之后给定的激波穿出, 可以正常计算; 在第 2 个范围 $[0.65, 1.0]$ 内, 虽然激波角减小, 但未发

表 2 凸激波曲线的 B 样条控制点
Table 2 Control points of B-spline for convex shock curve

坐标	控制点					
	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
x	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
r	0.0	0.08	0.10	0.20	0.32	0.40

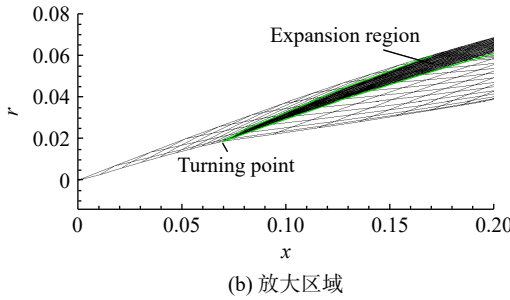
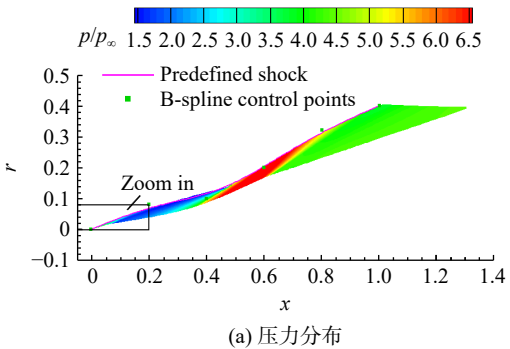


图 11 凸激波流场
Fig. 11 Flow with convex shock wave

生特征线的交叉, 逆特征线法可以正常进行。
因为在 $[0.1799, 0.4617]$ 范围内使用膨胀流代替了逆特征线法计算流场, 所以激波与给定形状之间有所偏差, 图 12 给出了生成激波与给定激波之间的形状对比和误差, 最大相对误差为 3.87%。在其他区域, 激波均与给定的形状重合。
使用 CFD 验证流场, 图 13 给出了马赫数分布对比图, 上半部分为使用逆特征线法生成的凸激波流场, 下半部分为 CFD 计算的 Euler 流场, 与凹激波流场类似, 逆特征线法流场与 Euler 结果吻合良好, 尤其是激波基本重合。图 14 为沿物面

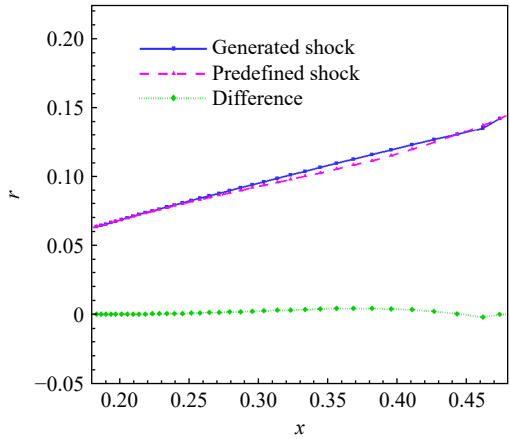


图 12 凸激波流场的激波形状局部对比
Fig. 12 Part comparison of shock wave shape in flow with convex shock

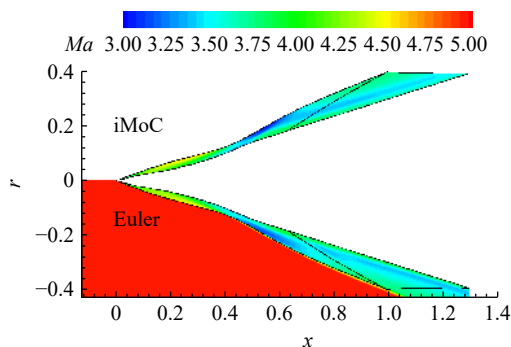


图 13 iMoC 和 CFD 计算的凸激波流场马赫数对比

Fig. 13 Mach number comparison of flows with convex shock wave simulated using iMoC and CFD

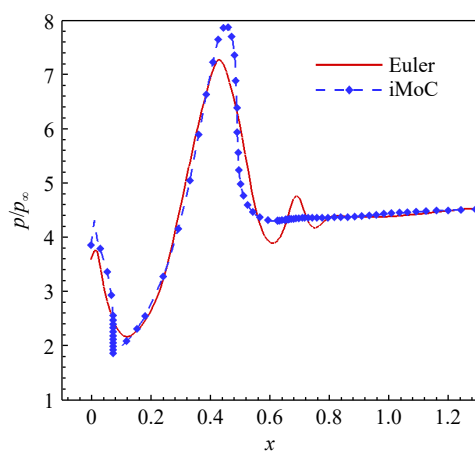


图 14 凸激波流场沿物面的压力对比

Fig. 14 Comparison of pressure distribution along wall boundary in flows with convex shock wave

的压力对比,除了在最大和最小压力处有一定差距外,大体也比较符合,说明本文的方法处理凸激波流场是有效的。

4 结 论

本文比较分析逆特征线法的推进方式,研究了它在处理不同类型激波形状时的适用性,并通过 CFD 技术进行了验证。得到初步结论如下:

1) 在逆特征线法实施中,使用逆向左特征线和流线交织的方法求未知解点,操作比较简单,而且计算稳定性更好。

2) 根据斜激波关系式证明,对于凹曲线激波形状来说,使用逆特征线法一般总是可以求解波后流场,另外在激波角变化较大的地方需要加密取点以防止网格稀疏。

3) 对于凸曲线激波形状来说,当激波角沿轴向减小过多时会发生特征线交叉,导致逆特征线法不适用。

4) 在不适用的凸激波形状段,可以使用一段膨胀流代替,得到的激波与给定的激波有时偏差较小。

参考文献:

- [1] CUI Kai, ZHAO Dongxu, YANG Guowei. Waverider configurations derived from general conical flowfields[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2007, 23(3): 247-255.
- [2] MANGIN B, BENAY R, CHANETZ B, et al. Optimization of viscous waveriders derived from axisymmetric power-law blunt body flows[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2006, 43(5): 990-998.
- [3] DING Feng, LIU Jun, SHEN Chibing, et al. Novel approach for design of a waverider vehicle generated from axisymmetric supersonic flows past a pointed von Karman ogive[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2015, 42: 297-308.
- [4] LIU Wen, ZHANG Chenan, WANG Xiaopeng, et al. Parametric study on lateral-directional stability of hypersonic waverider[J]. *AIAA Journal*, 2021: 1-18.
- [5] SOBIECZKY H, ZORES B, WANG Z, et al. High speed flow design using osculating axisymmetric flows[R]. Xi'an, China: 3rd Pacific International Conference on Aerospace Science and Technology 1997.
- [6] RODI P. The osculating flowfield method of waverider geometry generation[R]. AIAA2005-511, 2005.
- [7] RODI P, GENOVESI D. Engineering-based performance comparisons between osculating cone and osculating flowfield waveriders [R]. AIAA2007-4344, 2007.
- [8] WANG Xudong, WANG Jiangfeng, LYU Zhenjun. A new integration method based on the coupling of multistage osculating cones waverider and Busemann inlet for hypersonic airbreathing vehicles [J]. *Acta Astronautica*, 2016, 126: 424-438.
- [9] LIU Zhen, LIU Jun, DING Feng, et al. Influence of surface pressure distribution of basic flowfield on osculating axisymmetric waverider[J]. *AIAA Journal*, 2019, 57(10): 4560-4568.
- [10] MIZENER A R, LU F K, RODI P E. Performance sensitivities of rotating detonation engines installed onto waverider forebodies[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2019, 35(2): 289-302.
- [11] ZHOU Hang, JIN Zhiguang. A novel approach for inverse design of three-dimensional shock waves under non-uniform flows[J]. *Acta Astronautica*, 2020, 176: 324-331.
- [12] 南向军, 张堃元, 金志光, 等. 压升规律可控的高超声速内收缩进气道设计[J]. *航空动力学报*, 2011, 26(3): 518-523.
NAN Xiangjun, ZHANG Kunyuan, JIN Zhiguang, et al. Investigation on hypersonic inward turning inlets with controlled pressure gradient[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2011, 26(3): 518-523. (in Chinese)
- [13] 李永洲, 张堃元, 南向军. 基于马赫数分布规律可控概念的高超声速内收缩进气道设计[J]. *航空动力学报*, 2012, 27(11): 2484-2491.
LI Yongzhou, ZHANG Kunyuan, NAN Xiangjun. Design of hypersonic inward turning inlets base on concept of controllable Mach number distribution[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2012, 27(11): 2484-2491. (in Chinese)
- [14] YOU Yancheng, LIANG Dewang. Design concept of three-dimensional section controllable internal waverider hypersonic inlet[J]. *Science in China Series E: Technological Sciences*, 2009, 52(7): 2017-2028.
- [15] 贺旭照, 周正, 倪鸿礼. 密切内锥乘波前体进气道一体化设

- 计和性能分析[J]. 推进技术, 2012, 33(4): 510-515.
- HE Xuzhao, ZHOU Zheng, NI Hongli. Integrated design methods and performance analyses of osculating inward turning cone waverider forebody inlet(OICWI)[J]. Journal of Propulsion Technology, 2012, 33(4): 510-515. (in Chinese)
- [16] HUANG Guoping, ZUO Fengyuan, QIAO Wenyong. Design method of internal waverider inlet under non-uniform upstream for inlet/forebody integration[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2018, 74: 160-172.
- [17] 曲俐鹏, 曾学军, 余安远, 等. 一体化乘波进气道改进设计和流动特征分析[J]. 航空动力学报, 2018, 33(4): 865-873.
- QU Lipeng, ZENG Xuejun, YU Anyuan, et al. Improving design and flow characteristics analysis of an integrated wave-rider inlet[J]. Journal of Aerospace Power, 2018, 33(4): 865-873. (in Chinese)
- [18] 刘亚洲, 李平, 陈宏玉, 等. 不同延伸段压力分布的双钟形喷管设计[J]. 航空动力学报, 2022, 37(2): 424-432.
- LIU Yazhou, LI Ping, CHEN Hongyu, et al. Design of dual-bell nozzles with different extension pressure distributions[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(2): 424-432. (in Chinese)
- [19] 乔文友, 黄国平, 夏晨, 等. 发展用于高速飞行器前体/进气道匹配设计的逆特征线法[J]. 航空动力学报, 2014, 29(6): 1444-1452.
- QIAO Wenyong, HUANG Guoping, XIA Chen, et al. Development of inverse characteristic method for matching design of high-speed aircraft forebody/inlet[J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(6): 1444-1452. (in Chinese)
- [20] YU Kaikai, XU Jinglei, GONG Hao, et al. Inverse design methodology of cone-derived waverider based on pre-defined shock wave under strong geometric constraints[J]. *Acta Astronautica*, 2019, 159: 527-539.
- [21] 郭善广, 王振国, 赵玉新, 等. 高超声速二元进气道前体曲线激波逆向设计[J]. 航空学报, 2014, 35(5): 1246-1256.
- GUO Shanguang, WANG Zhenguo, ZHAO Yuxin, et al. Inverse design of the fore-body curved shock wave of the hypersonic planar inlet[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2014, 35(5): 1246-1256. (in Chinese)
- [22] JONES K, DOUGHERTY F, SEEBASS A, et al. Waverider design for generalized shock geometries[R]. AIAA1993-774, 1993.
- [23] LI H, BEN-DOR G. Oblique-shock/expansion-fan interaction-analytical solution[J]. *AIAA Journal*, 1996, 34(2): 418-421.
- [24] 周建伟. 轴对称体外流场的有旋特征线法[J]. 上海航天, 1999, 16(6): 24-29, 41.
- ZHOU Jianwei. The theory of the viscous characteristics for the flow field of the axisymmetric body[J]. *Aerospace Shanghai*, 1999, 16(6): 24-29, 41. (in Chinese)
- [25] LES P, WAYNE T. The NURBS book (second edition) [M]. Heidelberg, Germany: Springer-Verlag, 1997.

(编辑: 秦理曼)