

文章编号: 1000-8055(2024)12-20220990-14

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220990

贴敷 MFC 复合材料薄板半解析建模及减振分析

张 辉^{1,2}, 孙 伟^{1,2}, 骆海涛³

- (1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 沈阳 110819;
2. 东北大学 航空动力装备振动及控制教育部重点实验室, 沈阳 110819;
3. 中国科学院 沈阳自动化研究所, 沈阳 110016)

摘 要: 采用压电纤维复合材料(MFC)对悬臂纤维增强复合材料薄板的振动实施主动控制, 研究其半解析建模方法, 并通过理论及实验对主动控制的减振效果进行了分析。在建模过程中考虑了 MFC 传感器/作动器对悬臂板结构系统质量矩阵和刚度矩阵的贡献, 同时引入了 Rayleigh 阻尼和速度反馈控制提供的主动阻尼, 从而使创建的半解析动力学模型能较为真实地预估 MFC 主动减振效果。进行了实例研究, 用组建的实验系统证明了所创建的半解析模型的合理性。同时, 用理论分析证明在指定的阶跃、三角形和正弦激励 3 种载荷作用下 MFC 主动控制对于复合板自由衰减振动的抑制尤为明显, 进一步, 用实验对主动控制的减振效果进行了量化分析, 表明 MFC 主动控制对结构自由衰减振动的抑制可达到 79.63%。最后基于所创建的半解析动力学模型分析了控制增益和 MFC 作动器贴敷位置对主动控制效果的影响。

关 键 词: 压电纤维复合材料(MFC); 复合材料悬臂薄板; 半解析建模; 主动控制; 减振分析

中图分类号: V448.2

文献标志码: A

Semi-analytical modeling and vibration reduction analysis of composite thin plate with MFC

ZHANG Hui^{1,2}, SUN Wei^{1,2}, LUO Haitao³

- (1. School of Mechanical Engineering and Automation,
Northeastern University, Shenyang 110819, China;
2. Key Laboratory of Vibration and Control of Aero-Propulsion Systems Ministry of Education of China,
Northeastern University, Shenyang 110819, China;
3. Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China)

Abstract: Piezoelectric fiber composite (MFC) was used for active vibration control of cantilevered fiber reinforced composite sheet, its semi-analytical modeling method was studied, and the damping effect of active control was analyzed through theory and experiment. In the process of modeling, the contribution of MFC sensors/actuators to the mass matrix and stiffness matrix of the cantilever plate structure system was considered, and the Rayleigh damping and active damping provided by velocity feedback control were introduced together, so that the semi-analytical dynamic model can truly predict the active vibration reduction effect of MFC. A case study was carried out, and the rationality of the semi-analytical model was proved by the established experimental system. At the same time, theoretical analysis proved that the free attenuation vibration of composite plate can be suppressed obviously by MFC active control under the specified three kinds of loads: step, triangle and sinusoidal excitation. Furthermore, the vibration reduction

收稿日期: 2022-12-29

基金项目: 国家自然科学基金(51975567)

作者简介: 张辉(1999—), 男, 硕士生, 主要从事复合材料结构振动主动控制研究。E-mail: zh199907070202@163.com

通信作者: 孙伟(1975—), 男, 教授, 博士, 主要从事机械系统动力学及振动控制研究。E-mail: weisun@mail.neu.edu.cn

引用格式: 张辉, 孙伟, 骆海涛. 贴敷 MFC 复合材料薄板半解析建模及减振分析[J]. 航空动力学报, 2024, 39(12): 20220990. ZHANG Hui, SUN Wei, LUO Haitao. Semi-analytical modeling and vibration reduction analysis of composite thin plate with MFC[J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(12): 20220990.

effect of active control was quantitatively analyzed by experiments, showing that the free attenuation vibration of composite plate can be suppressed by MFC active control by 79.63%. Finally, based on the created semi-analytical dynamic model, the effects of control gain and MFC actuator position on active control were analyzed.

Keywords: piezoelectric fiber composite (MFC); composite cantilever thin plate;
semi-analytical modeling; active control; vibration reduction analysis

纤维增强复合材料具有比刚度高、比强度高和良好的耐腐蚀性^[1]。目前, T300 碳纤维增强复合材料被广泛地应用在航空航天、建筑和车辆等重要领域。同时在航空航天领域的许多结构可以简化为悬臂板模型, 例如飞机机翼、火箭机翼和太阳电池阵帆板等^[2]。以太阳电池阵帆板为例, 在空间环境中太阳电池阵由于航天器基体姿态机动、指向机动或与其他航天器对接时受到扰动而产生振动^[3], 这些振动难以快速衰减且长时间的持续振动会影响航天器基体的姿态稳定和指向精度, 从而影响其正常工作。严重时还会破坏其结构而造成不可挽回的损失, 所以对这种类似于太阳电池阵的复合材料板进行减振研究具有重要意义。本文选用 T300 碳纤维增强复合材料悬臂薄板作为研究对象, 研究其振动控制问题。

通常对于板类结构振动控制主要有两种形式, 分别是被动控制和主动控制。被动控制不依赖于外界能量的介入, 一般通过阻尼器进行吸能耗能, 减少柔性结构的振动, 进而达到振动控制的效果。国内外学者对板类结构振动被动控制做了很多研究。例如, Larbi 和 Deü^[4] 在夹紧的铝板结构上贴有压电片并将压电片连接到无源电路上构成分流器, 通过分流电路为结构提供电阻从而来达到减振的目的。Chen 和 Huang^[5] 研究了采用约束层阻尼 (CLD) 处理的矩形板的减振效果, 并确定了在矩形板上进行 CLD 处理的最佳位置。Oh 等^[6] 研究了一种被动磁性复合材料 (PMCs) 处理的平板结构的振动控制, 分别从理论和实验上证明了 PMC 处理在增强板的阻尼特性方面的有效性。但被动控制存在控制能力有限、自适应能力差、增质量大等缺点, 因而可能难以满足一些复杂环境下的结构振动控制需求。

主动控制的灵活性更强, 能更好地适应复杂环境的变化, 因而近年来受到越发广泛的关注。当前, 对板类结构振动进行主动控制最常见的是利用压电元件。例如, Tliiba 等^[7] 设计了 H_∞ 控制器, 基于实验研究了贴敷压电传感器和作动器板状智能柔性结构的振动主动控制。Rahman 等^[8] 将压

电片与试样板集成在一起, 对智能板进行了主动振动抑制实验并证明了 PID (proportion integration differentiation) 控制器在智能结构振动主动控制的有效性。除了上述实验研究, 对含有压电元件的板类结构进行动力学建模, 进而实现数值模拟的研究也有很多, Fakhari 和 Ohadi^[9] 建立了基于高阶剪切变形板理论和 von-Karman 非线性应变-位移关系的有限元公式, 并采用位移-速度反馈控制和鲁棒控制算法研究集成压电传感器和作动器对横向载荷作用下功能梯度材料板大幅度振动的控制。Xue 等^[10] 利用一阶剪切变形理论和 Hamilton 原理, 推导出功能梯度压电材料 (FGPM) 板的运动方程并研究了其在热-电-机械载荷作用下的动态响应主动控制问题。Kapuria 和 Yasin^[11] 采用了一种全耦合高效分层理论的有限元法, 研究了集成压电传感器和作动器对复合材料和纤维金属层合板的主动振动抑制并给出了速度反馈和最优化控制策略的数值结果。

由于传统的压电元件具有柔韧性差以及强度低等缺点, 从而限制了其在一些结构上的使用。而压电纤维复合材料 (MFC) 作为一种新型智能材料, 能够提供较大的驱动应变并具备良好的柔韧性^[12-14], 所以目前利用 MFC 进行主动控制成为一大热点。典型研究例如, Sohn 等^[15] 使用 Donnell-Mushtari 壳理论和 Lagrange 方程获得了包括 MFC 致动器在内的智能船体结构的运动方程, 基于优化的执行器配置研究了智能船体结构的主动振动控制。Kim 等^[16] 基于经典层合板理论和 von-Karman 非线性应变-位移关系建立了非线性壁板的机电耦合有限元模型, 利用线性二次调节器 (LQR) 和卡尔曼滤波设计控制器研究 MFC 作动器对非线性壁板颤振的主动控制。Raja 等^[17] 利用一阶剪切变形理论对贴敷 MFC 智能层压板进行有限元建模, 基于模态控制的线性二次调节器对其进行主动控制研究。本文也采用 MFC 对悬臂纤维增强复合材料薄板的振动实施主动控制, 研究其半解析建模方法并组建了实验系统, 通过理论及实验研究了在多种瞬态载荷作用下贴敷

MFC 对该复合板自由振动衰减的控制效果。不同于以往的研究, 这里建模方面的创新体现在: 考虑了 MFC 传感器/作动器对悬臂板结构系统质量矩阵和刚度矩阵的贡献; 同时引入了 Rayleigh 阻尼和速度反馈控制提供的主动阻尼。因而所创建的复合薄板动力学模型能较为真实地预估 MFC 主动减振效果进而有效指导主动控制减振设计。

本文主要内容如下: 第 1 部分详细描述了贴敷 MFC 悬臂纤维增强复合材料薄板的半解析建模及求解, 主要包括分别计算复合材料板和 MFC 传感器/作动器的势能和动能、动力学方程的建立及求解。第 2 部分进行了实例研究, 主要是搭建实验系统对结构进行固有特性及振动响应测试并与半解析模型求解结果进行对比。第 3 部分, 在模型正确的基础上进行参数影响分析, 包括控制增益和 MFC 作动器贴敷位置主动控制的影响。相关结论在第 4 部分。

1 贴敷 MFC 复合材料薄板半解析建模

本部分主要描述了所研究的复合材料薄板和 MFC 结构, 以及利用 MFC 实现主动控制的机理。在此基础上, 采用半解析法推导了复合结构的运动方程以及给出了对运动方程进行求解的方法。

1.1 复合材料薄板以及 MFC 结构

所研究的结构如图 1 所示, MFC 传感器/作动

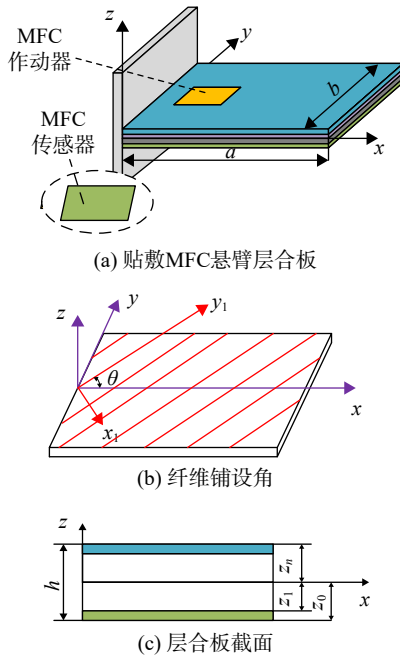


图 1 贴敷 MFC 复合材料悬臂薄板模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of cantilever thin plate model of MFC composite

器对称贴敷在板的上下表面。复合材料薄板是由 n 层碳纤维和基体材料组成, 纤维铺设角为 θ 。复合材料薄板的长、宽分别为 a 和 b , 总厚度为 h , MFC 传感器/作动器的厚度均为 h_p 。

压电纤维复合材料(MFC)主要由压电陶瓷纤维、环氧树脂基体和电极组成。根据极化方向的不同 MFC 可分为 d33 和 d31 型, 其分别为在与纤维方向平行的方向上极化以及垂直于纤维方向的厚度方向上极化, 具体如图 2 所示。本文中所应用的 MFC 传感器为 M-5628-P2 型, 属于 d31 型, MFC 作动器为 M-8528-P1 型, 属于 d33 型。

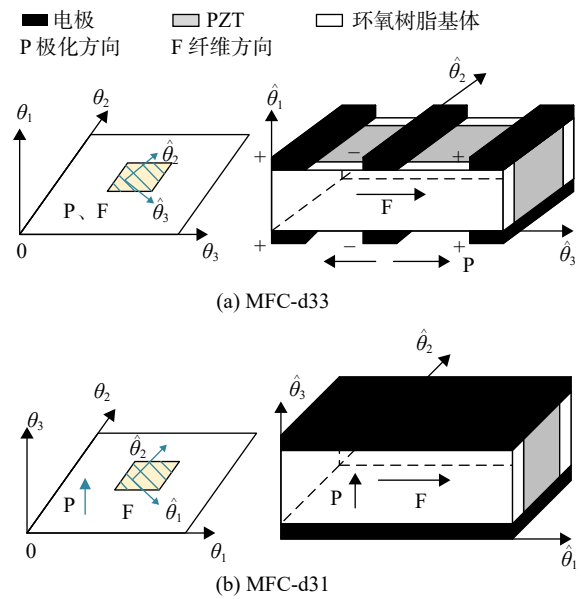


图 2 d33 和 d31 型 MFC 结构示意图

Fig. 2 MFC d33 and d31 structure diagram

1.2 MFC 实现主动控制的机理

利用 MFC 实现主动控制的原理如图 3 所示, 主要是 MFC 传感器检测结构的振动产生电荷, 进而产生传感电压。数据采集器将传感电压输入至控制系统中, 在控制系统中基于一定的控制算法将传感电压转换为控制电压, 控制电压作用于 MFC 作动器上转换为机械能从而对所贴敷结构的振动响应实现主动控制。由于不同的控制算法

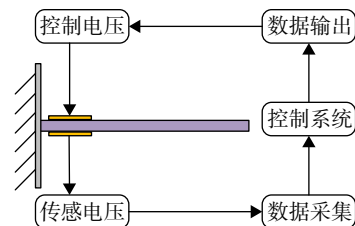


图 3 主动控制原理图

Fig. 3 Schematic diagram of active control

得到的控制电压不同,进而导致主动控制效果产生差异。常见的有正位置反馈控制(PPF)、速度反馈控制、比例反馈控制、线性二次最优控制算法(LQR)以及鲁棒控制等^[18-22]。相比于其他的控制算法,速度反馈控制易于实现、控制程序较为简单且可以取得较好的抑制结果,所以本文采用了速度反馈控制算法计算控制电压。

1.3 结构建模

参见图 1(a),在薄板的中面建立整体坐标系 xOy ,本部分按照半解析建模理念推导贴敷 MFC 悬臂纤维增强复合材料薄板的运动方程。

1.3.1 结构能量方程的推导

以下分别面向复合材料层合板基体及作为作动器及传感器的 MFC 进行能量推导。

1) 复合材料层合板

基于 Kirchhoff 假设和经典层合板理论,可将复合材料薄板的位移场描述为

$$\begin{cases} u(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ v(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ w(x, y, z, t) = w_0(x, y, t) \end{cases} \quad (1)$$

式中 u_0 、 v_0 、 w_0 分别为薄板中面上任意一点沿 x 、 y 、 z 方向的位移; u 、 v 、 w 分别为板内任意一点沿 x 、 y 、 z 方向的位移。

当仅考虑薄板的横向振动,即忽略中面位移 u_0 和 v_0 。根据经典层合板理论的假设可知,正应变 ε_z 和剪应变 γ_{yz} 、 γ_{xz} 都为 0,所以板内任意一点的应变可以表示为

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{cases} \quad (2)$$

单层复合材料在纤维主轴方向的应力-应变本构关系为

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中 Q_{ij} 为弹性常数,表示为

$$\begin{cases} Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{12} = Q_{21} = \frac{\nu_{21}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, Q_{66} = G_{12} \end{cases} \quad (4)$$

式中 E_1 、 E_2 分别为纤维方向及纤维横向的弹性模量, G_{12} 为切变模量, ν_{12} 、 ν_{21} 为泊松比。

当取整体坐标系 xOy 作为参考时,任意一层中应力-应变本构关系为

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$k = 1, 2, \dots, n$

式中

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= c^4 Q_{11} + s^4 Q_{22} + 2c^2 s^2 (Q_{12} + 2Q_{66}) \\ \bar{Q}_{22} &= c^4 Q_{11} + s^4 Q_{22} + 2c^2 s^2 (Q_{12} + 2Q_{66}) \\ \bar{Q}_{66} &= c^2 s^2 (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12}) + (c^2 - s^2)^2 Q_{66} \\ \bar{Q}_{12} &= (c^4 + s^4) Q_{12} + c^2 s^2 (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \\ \bar{Q}_{16} &= cs [c^2 (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) + s^2 (Q_{21} - Q_{22} + 2Q_{66})] \\ \bar{Q}_{26} &= cs [c^2 (Q_{21} - Q_{22} + 2Q_{66}) + s^2 (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})] \\ \bar{Q}_{21} &= \bar{Q}_{12}, \bar{Q}_{61} = \bar{Q}_{16}, \bar{Q}_{62} = \bar{Q}_{26} \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $c = \cos \theta$, $s = \sin \theta$ 。

根据经典薄板理论,并仅考虑复合材料薄板的横向运动,则复合材料薄板的应变能可表示为

$$\begin{aligned} U^c &= \frac{1}{2} \iint D_{11} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_{12} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + \\ &4D_{16} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + D_{22} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right)^2 + \\ &4D_{26} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + 4D_{66} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 dx dy \end{aligned} \quad (7)$$

式中 D_{ij} 为弯曲刚度系数,可以表达为

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (8)$$

复合材料薄板的动能为

$$T^c = \frac{1}{2} \rho h \iint \left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \right)^2 dx dy \quad (9)$$

2) MFC 传感器和作动器

对于 MFC 传感器和作动器引入压电本构方程,具体表示为

$$\begin{cases} \sigma = C\varepsilon - e^T E \\ D = e\varepsilon + \varsigma E \end{cases} \quad (10)$$

式中 σ 、 ε 、 E 、 D 、 C 、 e 、 ς 分别代表应力矢量、应变矢量、电场强度矢量、电位移矢量、弹性刚度矩阵、压电应力常数矩阵和介电常数矩阵。

这里,外部电场仅沿复合材料板的厚度方向施加,并且假定电场是均匀的则 $E_x = E_y = 0 \text{ V/m}$,

$D_x = D_y = 0 \text{ C/m}^2$, 此时 MFC 传感器和作动器的应力矢量可展开为

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^p \\ \sigma_2^p \\ \tau_{12}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1^p \\ \varepsilon_2^p \\ \gamma_{12}^p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{32} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中

$$\begin{cases} C_{11} = \frac{E_1^p}{1 - \nu_{12}^p \nu_{21}^p}, C_{22} = \frac{E_2^p}{1 - \nu_{12}^p \nu_{21}^p} \\ C_{12} = \frac{\nu_{21}^p E_2^p}{1 - \nu_{12}^p \nu_{21}^p}, C_{66} = G_{12}^p \end{cases} \quad (12)$$

式中 E_1^p 、 E_2^p 分别为 MFC 纤维方向及纤维横向的弹性模量, G_{12}^p 为 MFC 切变模量, ν_{12}^p 、 ν_{21}^p 为 MFC 泊松比。压电应力常数 e_{31} 、 e_{32} 可通过压电应变常数 d_{31} 、 d_{32} 和弹性常数获得^[23], 求解式为

$$\begin{aligned} e_{31} &= C_{11} \times d_{31} + C_{12} \times d_{32} \\ e_{32} &= C_{12} \times d_{31} + C_{22} \times d_{32} \end{aligned} \quad (13)$$

与传统的压电材料相比 MFC 存在纤维铺设角, 所以还需将应力-应变关系由纤维主轴坐标系转换到整体坐标系。MFC 纤维主轴方向和整体坐标关系参见图 2, 其中压电纤维的铺设角为 θ^p , 当转化为整体坐标系时的应力-应变关系为

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^p \\ \sigma_y^p \\ \tau_{xy}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{16} \\ \bar{C}_{12} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{26} \\ \bar{C}_{16} & \bar{C}_{26} & \bar{C}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^p \\ \varepsilon_y^p \\ \gamma_{xy}^p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{32} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} U^p &= \frac{1}{2} \iint_{A_{p1}} \left[P_{11} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right)^2 + 2P_{12} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + 4P_{16} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + P_{22} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right)^2 + 4P_{26} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + 4P_{66} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy + \\ &\frac{1}{2} \iint_{A_{p2}} \left[P_{11} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right)^2 + 2P_{12} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + 4P_{16} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + P_{22} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right)^2 + 4P_{26} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + 4P_{66} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy + \\ &Z V_0(t) \iint_{A_{p1}} e_{31} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + e_{32} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} dx dy - \frac{1}{2} \cdot \frac{S_{33}}{h_p} \iint_{A_{p1}} V_0^2(t) dx dy \end{aligned} \quad (19)$$

式中 A_{p1} 、 A_{p2} 分别为 MFC 作动器和传感器的面积, 而符号

$$P_{ij} = \frac{\bar{C}_{ij} [(h/2 + h_p)^3 - (h/2)^3]}{3} \quad (20)$$

$$Z = \frac{(h/2 + h_p)^2 - (h/2)^2}{2h_p} \quad (21)$$

式中

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta^p & \sin^2 \theta^p & -2 \sin \theta^p \cos \theta^p \\ \sin^2 \theta^p & \cos^2 \theta^p & 2 \sin \theta^p \cos \theta^p \\ \sin \theta^p \cos \theta^p & -\sin \theta^p \cos \theta^p & \cos^2 \theta^p - \sin^2 \theta^p \end{bmatrix} \quad (15)$$

$\bar{C}_{ij}$ 具体表达同式 (6) 中的 $\bar{Q}_{ij}$, 只需将 θ 变成 θ^p 。

对于式 (13) 中的应变, 假设 MFC 传感器/作动器与复合材料板很好地贴合, 此时它们的应变-位移关系同式 (2) 中复合材料板的应变-位移关系。

MFC 传感器和作动器的总势能由应变能和电势能组成, 可表达为

$$\begin{aligned} U^p &= \frac{1}{2} \iiint_{V_{p1}} \sigma_x^p \varepsilon_x^p + \sigma_y^p \varepsilon_y^p + \tau_{xy}^p \gamma_{xy}^p dV + \\ &\frac{1}{2} \iiint_{V_{p2}} \sigma_x^p \varepsilon_x^p + \sigma_y^p \varepsilon_y^p + \tau_{xy}^p \gamma_{xy}^p dV - \frac{1}{2} \iiint_{V_{p1}} D_z E_z dV \end{aligned} \quad (16)$$

式中 V_{p1} 、 V_{p2} 分别为 MFC 作动器和传感器的体积, 而符号

$$D_z = e_{31} \varepsilon_x^p + e_{32} \varepsilon_y^p + S_{33} E_z \quad (17)$$

$$E_z = V_0(t) / h_p \quad (18)$$

式中 $V_0(t)$ 为外部控制电压。

这里采用的 MFC 传感器 M-5628-P2 型和作动器 M-8528-P1 型的压电纤维角均为 $\theta^p = 0$, 主要针对弯曲振动进行控制。此时 $\mathbf{T}$ 为单位矩阵。所以可以将 U^p 展开为

MFC 传感器和作动器的动能为

$$T^p = \frac{1}{2} \rho_p h_p \iint_{A_{p1}} \left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \right)^2 dx dy + \frac{1}{2} \rho_p h_p \iint_{A_{p2}} \left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \right)^2 dx dy \quad (22)$$

综上, 贴敷有 MFC 复合材料薄板的总势能和动能分别为

$$U = U^c + U^p \quad (23)$$

$$T = T^c + T^p \quad (24)$$

1.3.2 运动方程的建立

横向位移 w_0 可用假设模态法^[24] 表示为

$$w_0 = \mathbf{W}^T \mathbf{c}(t) \quad (25)$$

式中

$$\begin{aligned} \mathbf{W} &= [W_{11}, W_{12}, \dots, W_{1n}, \dots, W_{m1}, \dots, W_{mn}]^T \\ \mathbf{c}(t) &= [c_{11}, c_{12}, \dots, c_{1n}, \dots, c_{m1}, \dots, c_{mn}]^T \end{aligned} \quad (26)$$

分别为假设模态向量和广义坐标向量, 可以通过满足结构的位移边界条件来确定。 m 、 n 为假设模态数量, 且取值越大, 结果越准确。

进一步, W_{mn} 可以用无量纲形式表达为

$$W_{mn}(\alpha, \beta) = P_m(\alpha) P_n(\beta) \quad (27)$$

式中 $\alpha = x/a$, $\beta = y/b$, $P_m(\alpha)$ 和 $P_n(\beta)$ 为特征正交多项式, 对于悬臂状态的边界条件, 可利用下面公式进行迭代求解^[25]

$$\begin{cases} P_1(\alpha) = \alpha^2, P_1(\beta) = 1 \\ P_2(\zeta) = (\zeta - B_2) P_1(\zeta) \\ P_k(\zeta) = (\zeta - B_k) P_{k-1}(\zeta) - Q_k P_{k-2}(\zeta) \\ \zeta = \alpha, \beta, k > 2 \end{cases} \quad (28)$$

式中

$$B_k = \frac{\int_0^1 [P_{k-1}(\zeta)]^2 \zeta d\zeta}{\int_0^1 [P_{k-1}(\zeta)]^2 d\zeta} \quad (29)$$

$$Q_k = \frac{\int_0^1 P_{k-1}(\zeta) P_{k-2}(\zeta) \zeta d\zeta}{\int_0^1 [P_{k-2}(\zeta)]^2 d\zeta} \quad (30)$$

把 $\alpha = x/a$, $\beta = y/b$ 重新代回到式(27), 则假设模态 W_{mn} 可以变成 x 和 y 的函数, 并代入到式(25)可得到

$$w_0(x, y, t) = \mathbf{W}^T(x, y) \mathbf{c}(t) \quad (31)$$

假定外部激励为定点横向激励, 此时外力虚功 δH 为

$$\delta H = F_0 \delta w(x_0, y_0, t) \quad (32)$$

式中 F_0 表示外激励, x_0 、 y_0 表示外激励作用点的横纵坐标。

Hamilton 原理的基本表达式为

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} T - U + H dt = 0 \quad (33)$$

将式(23)、式(24)、式(31)、式(32)代入到式(33)中得到贴敷 MFC 复合材料悬臂薄板的运动方程

$$\mathbf{M} \frac{d^2 \mathbf{c}(t)}{dt^2} + \mathbf{K} \mathbf{c}(t) + \mathbf{K}_p V_0(t) = F_0 \mathbf{W}(x_0, y_0) \quad (34)$$

式中 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{K}$ 和 $\mathbf{K}_p$ 分别为结构质量矩阵、刚度矩阵和机电耦合矢量, 都是用假设模态 $\mathbf{W}$ 及其偏导数的形式表示, 具体表达见附录 A 中第 1 部分内容。

1.3.3 运动方程求解

对于式(34)由于外部控制电压 $V_0(t)$ 未知并不能直接求解, 需先计算 $V_0(t)$ 。而 $V_0(t)$ 的值取决于控制算法的选择, 这里利用速度反馈控制算法计算 $V_0(t)$, 具体过程如下。

MFC 传感器在无外加电压的情况下, 由于结构变形所产生的电荷为

$$\begin{aligned} Q(t) &= \iint_{A_{p2}} D_z dA = \iint_{A_{p2}} e_{31} \epsilon_x^p + e_{32} \epsilon_y^p dA = \\ &-z_m \iint_{A_{p2}} e_{31} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + e_{32} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} dA = \mathbf{K}_s^T \mathbf{c}(t) \end{aligned} \quad (35)$$

式中 z_m 为传感器中面到复合材料悬臂板中面的距离, $\mathbf{K}_s$ 具体表达见附录 A 中第 2 部分内容。

传感器产生的传感电压为

$$V(t) = \frac{Q(t) h_p}{\epsilon_{33} A_{p2}} = \mathbf{K}_g^T \mathbf{c}(t) \quad (36)$$

式中

$$\mathbf{K}_g = \frac{\mathbf{K}_s h_p}{\epsilon_{33} A_{p2}} \quad (37)$$

采用速度反馈控制算法来确定作用于 MFC 作动器的控制电压 $V_0(t)$, 有

$$V_0(t) = G_v \frac{dV(t)}{dt} = G_v \mathbf{K}_g^T \frac{d\mathbf{c}(t)}{dt} \quad (38)$$

式中 G_v 为速度反馈增益。观察式(38)可知控制电压 $V_0(t)$ 变换为了一种主动阻尼, 从而模拟了 MFC 对结构振动起的抑制作用。

将式(38)代入到式(34), 并考虑结构原有的阻尼, 得到复合材料悬臂板引入主动阻尼的运动方程

$$\mathbf{M} \frac{d^2 \mathbf{c}(t)}{dt^2} + \mathbf{K} \mathbf{c}(t) + (\mathbf{L} + \mathbf{K}_p \mathbf{G}_v \mathbf{K}_g^T) \frac{d\mathbf{c}(t)}{dt} = \mathbf{F} \quad (39)$$

式中 $\mathbf{L}$ 为 Rayleigh 阻尼, $\mathbf{F}$ 为激振力矢量分别表示为

$$\mathbf{L} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (40)$$

$$\mathbf{F} = F_0 \mathbf{W}(x_0, y_0) \quad (41)$$

α 、 β 为 Rayleigh 阻尼系数, 表示为

$$\alpha = 2 \left(\frac{\xi_2}{\omega_2} - \frac{\xi_1}{\omega_1} \right) \left/ \left(\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_1^2} \right) \right. \quad (42)$$

$$\beta = 2(\xi_2 \omega_2 - \xi_1 \omega_1) / (\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

式中 ξ_1 、 ξ_2 为阻尼系数, ω_1 、 ω_2 为贴敷 MFC 复合材料薄板的前两阶固有频率。

式(39)考虑了复合悬臂板结构原有的阻尼以及由于作动器产生的主动阻尼, 因而可以较为真实地模拟复合结构的动力学行为。对于式(39)可用 Newmark- β 方法进行求解, 求解过程可分为以下步骤:

1) 选择 Newmark- β 中的系数 λ 和 μ 及给定 t 时刻的 $\mathbf{c}(t)$ 、 $\dot{\mathbf{c}}(t)$ 和 $\mathbf{F}(t)$ 可得到

$$\ddot{\mathbf{c}}(t) = \mathbf{M}^{-1} [\mathbf{F}(t) - (\mathbf{L} + \mathbf{K}_p \mathbf{G}_v \mathbf{K}_g^T) \dot{\mathbf{c}}(t) - \mathbf{K} \mathbf{c}(t)]$$

2) 此时 $t + \Delta t$ 时刻的加速度和速度可以表示为

$$\ddot{\mathbf{c}}(t + \Delta t) = \frac{1}{\mu \Delta t^2} [\mathbf{c}(t + \Delta t) - \mathbf{c}(t)] - \frac{1}{\mu \Delta t} \dot{\mathbf{c}}(t) - \left(\frac{1}{2\mu} - 1 \right) \ddot{\mathbf{c}}(t)$$

$$\dot{\mathbf{c}}(t + \Delta t) = \frac{\lambda}{\mu \Delta t} [\mathbf{c}(t + \Delta t) - \mathbf{c}(t)] - \left(\frac{\lambda}{\mu} - 1 \right) \dot{\mathbf{c}}(t) - \left(\frac{1}{2\mu} - 1 \right) \Delta t \ddot{\mathbf{c}}(t)$$

3) 将 $t + \Delta t$ 时刻的加速度和速度代入到动力学方程得到

$$\hat{\mathbf{K}}(t + \Delta t) \mathbf{c}(t + \Delta t) = \hat{\mathbf{F}}(t + \Delta t)$$

4) 步骤 3) 中仅有 $\mathbf{c}(t + \Delta t)$ 未知, 求解可得到 $t + \Delta t$ 时刻的位移, 代入步骤 2) 即可得到 $t + \Delta t$ 时刻的加速度和速度。按照以上过程进行迭代求解即可得到一段时间内结构的振动响应, 求解流程如图 4 所示。

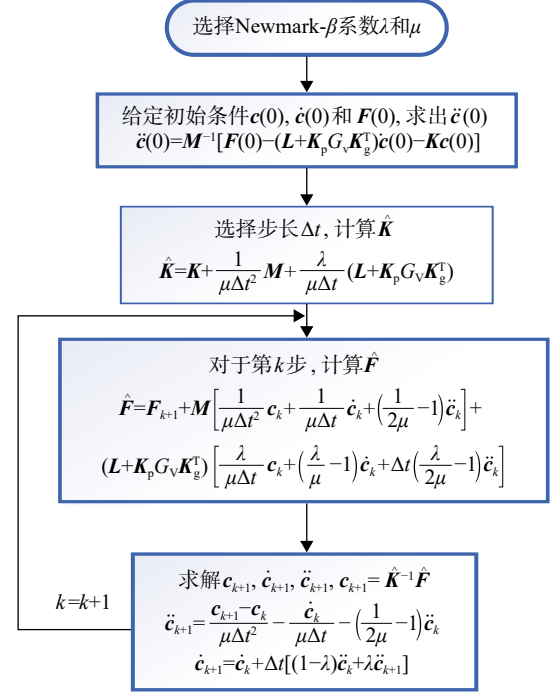


图 4 基于 Newmark- β 法计算复合结构响应的流程图

Fig. 4 Flow chart of calculating the response of composite structure based on Newmark- β method

2 实例分析

本部分以贴敷一对 MFC 传感器/作动器的 T300 碳纤维增强复合材料悬臂薄板为研究对象, 组建了实验系统, 分别用所研发的半解析模型及实验分析复合板的固有频率及振动响应, 通过两者比较检验所创建的动力学模型的合理性。

复合材料层合板的几何参数为: $a=660$ mm、 $b=240$ mm、 $h=1.8$ mm。铺层顺序以及角度如图 5 所示。MFC 作动器的几何参数为: $a_{p1}=85$ mm、 $b_{p1}=28$ mm、 $h_{p1}=0.3$ mm。MFC 传感器的几何参数为 $a_{p2}=56$ mm、 $b_{p2}=28$ mm、 $h_{p2}=0.3$ mm。材料参数见表 1。

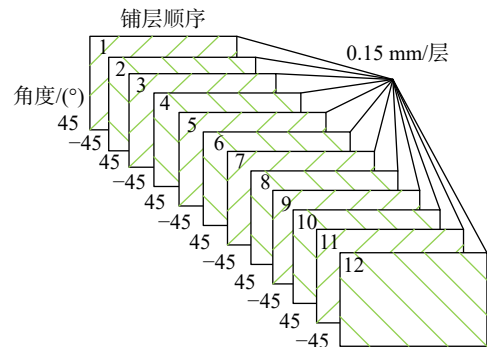


图 5 复合材料层合板的铺层顺序

Fig. 5 Laying sequence of composite laminates

表 1 T300 复合材料和 MFC 材料参数		
Table 1 T300 composite and MFC material parameters		
参数	T300	MFC 传感器/作动器
纤维方向弹性模量/GPa	126	30.336
横向弹性模量/GPa	8.73	15.857
切变模量/GPa	5.5	5.515
泊松比	0.31	0.31
密度/(kg/m ³)	1 620	7 700
介电常数/10 ⁻⁸ (F/m)		1.5
压电应变常数/10 ⁻¹² (m/V)		-171

2.1 固有特性分析

分别采用本文所建立的模型和基于实验对贴敷 MFC 复合材料薄板的固有特性进行分析。在假设模态向量中考虑的模态数为 $m=n=4$, 通过忽略式(29)的机电耦合项和等号右侧的激振力项可得到复合材料悬臂薄板的特征方程进而求得复合结构的固有频率。接下来, 利用实验测试复合板的固有频率, 模态测试实验系统如图 6 所示。具体步骤为, 利用模态力锤锤击复合材料薄板根部位置上的一个锤击点, 同时利用激光位移传感器对拾振点的振动进行测试, 测试信号通过 LMS-SCADAS 数据采集前端采集, 由工作站显示并保存。

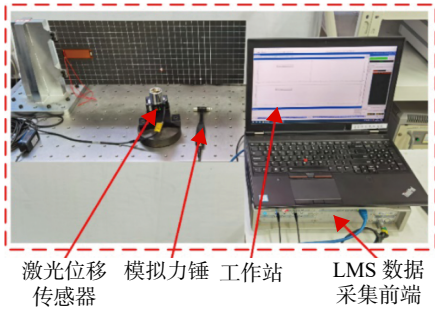


图 6 模态测试实验系统
Fig. 6 Modal test experimental system

通过理论分析及实验获得的贴敷 MFC 复合材料薄板的前 4 阶固有频率见表 2。可以发现, 理论计算与实验测试得到的固有频率两者最大相差 7.54%, 而重点关注的低频区(1 阶及 2 阶)最大偏差小于 3%。以上结果表明了理论求解的合理性。另外, 通过模态测试实验得到结构的前两阶模态阻尼比分别为 2.63%、0.64%, 用于计算式(36)中的 Rayleigh 阻尼系数。

2.2 时域响应分析

本部分在理论分析环节, 将对悬臂复合材料薄板施加 3 种不同形式载荷, 进一步考核基于

表 2 理论计算与实验固有频率对比			
Table 2 Comparison between theoretical calculation and experimental natural frequencies			
阶次	固有频率/ Hz		误差/%
	理论结果	实验结果	
1	3.00	2.93	2.39
2	17.94	18.36	2.29
3	27.45	29.69	7.54
4	53.29	50.00	6.58

MFC 的主动控制对终止 3 种载荷后复合板自由振动衰减的控制效果。之所以这么设定是源于类似太阳能电池阵结构, 对其振动控制通常关注的是受到扰动后振动衰减的速度。具体载荷形式如图 7 所示, 关描述如下:

- 1) 施加大小为 3 N 并在 4 s 后撤去的阶跃载荷。
- 2) 施加 $F_0 = -\frac{3}{4}t + 3$ 并在 4 s 后撤去的三角形载荷。
- 3) 施加 $F_0 = 3 \times \sin(4\pi t)$ 并在 4 s 后撤去的正弦载荷。

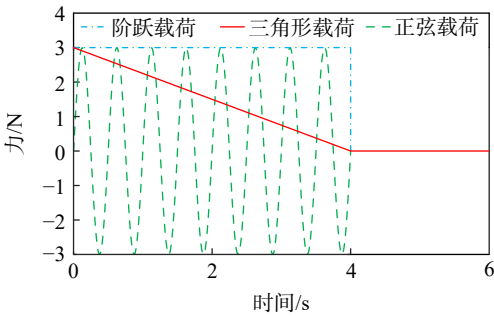


图 7 激振力载荷形式
Fig. 7 Form of excitation force load

具体求解过程描述如下: 在复合材料薄板激振点位置分别施加上述 3 种激振力 F_0 , 将激振点的位置坐标代入到假设模态 W 中得到数值化的假设模态向量并与激振力 F_0 相乘代入到式(34)中等号右侧, 通过 Newmark- β 法对式(34)控制方程进行时域响应求解得到 $c(t)$; 拾振点的位置坐标同样代入到 W 中进行数值化, 最后与 $c(t)$ 一起代入到式(26)得到拾振点的横向位移响应。

当速度反馈控制增益取为 $G_v = 1$ 时, 在 3 种载荷激励下有无主动控制的结构横向位移响应对比如图 8 所示。从图中可以明显看到在指定的 3 种载荷激励下主动控制对于自由衰减振动的抑制尤为明显, 对于受迫振动响应也会产生一定的抑制作用。进一步, 也可说明在上述 3 种载荷各种叠

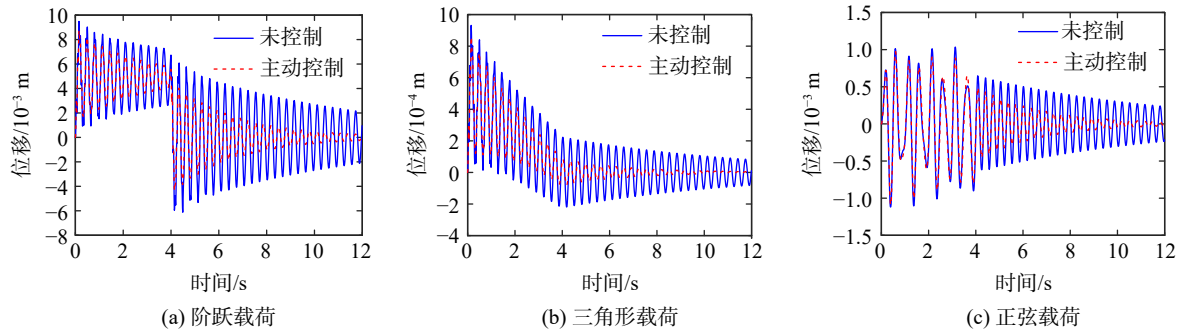


图 8 施加主动控制前后 3 种不同载荷激励作用下拾振点的位移响应对比

Fig. 8 Comparison of displacement response of the picking point under three different loads before and after active control

加组成的较为复杂的载荷激励下, 主动控制对复合材料薄板仍可以发挥抑制振动响应的作用。

为了验证上述求解得到的位移振动响应的正确性, 这里搭建了主动控制实验系统, 具体如图 9 所示, 包括激励、采集和控制部分。对整个实验系统的运行过程描述如下: 首先由工作站给 LMS 数据采集前端一个信号并经功率放大器放大后传输到激振器, 使其对试验件施加一定的激励; 当试验件在激振器作用下产生振动变形后, 贴敷在其上的 MFC 传感器由于变形产生电信号并经电荷放大器处理后传输到 NI 数据采集卡部分; 卡槽中的 NI-9215 可实现对电荷放大器处理后传感电压的采集并将其输入到 LabVIEW 控制端, 在此部分通过所编的 LabVIEW 程序对电压信号进行处理计算得到新的电压信号并由卡槽中的 NI-9263 输出至高压放大器; 高压放大器对电压进行放大后作用到 MFC 作动器上实现对试验件振动的主动抑制; 最后, 激光位移传感器并不参与控制只起到对拾振点位移响应的拾取并和力传感器反馈回的力信号一起经由 LMS 数据采集前端将两者

显示以及保存到工作站, 方便后续对数据的处理。主要测试仪器设备如表 3 所示。

利用上述主动控制实验系统对结构未控制及施加主动控制的位移响应进行测试。这里仅对正弦载荷激励下的主动控制模型进行验证。通过 LMS 工作站施加一个频率为 2 Hz 的电压信号, 调节功率放大器的控制增益使力传感器反馈回的力信号幅值在 3 左右, 这样就保证与前面理论分析对应的第 3 种载荷一致, 在此激励条件下对结构的位移振动响应进行测试。分别测试未控制、控制增益为 0.25、0.5、1 这 4 种情况下拾振点的位移响应并与仿真结果进行对比, 结果见图 10。可以看出不论在何种情况下, 实验测试结果与理论仿真结果都具有较好的一致性, 表明了本文所建立的半解析模型的合理性。

同时由图 10 可以看出在实验测试结果中, 施加主动控制后对于自由衰减振动的抑制尤为明显。在撤去激振力后当位移振动响应峰值衰减到 0.2×10^{-3} m 时, 未控制用了 8 s, 控制增益为 0.25 时用了 4.17 s, 控制增益为 0.5 时用了 2.64 s,

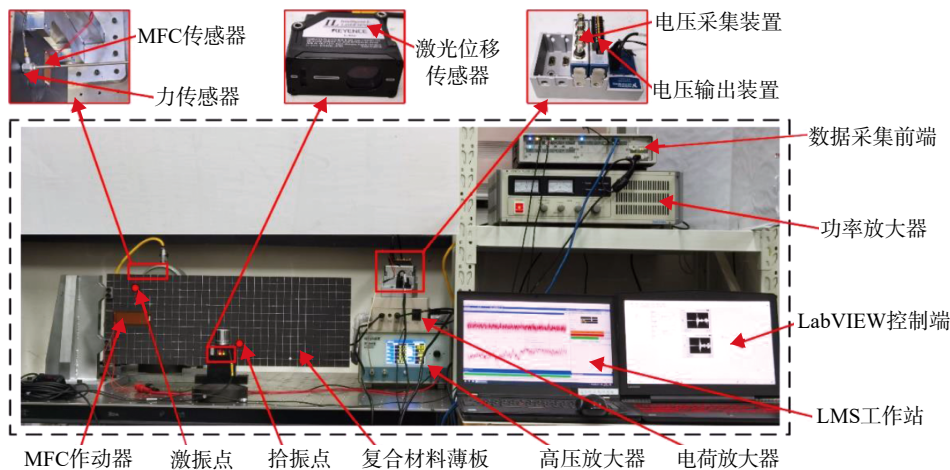


图 9 主动控制实验系统

Fig. 9 Active control experiment system

表 3 主动控制实验系统仪器设备

Table 3 Instruments and equipment of active control experiment system

序号	设备名称
1	LMS 16 通道便携式数据采集前端
2	LMS. Testlab 笔记本工作站
3	功率放大器
4	JZK-2 柔性杆激振器
5	基恩士 IL-600 激光位移传感器
6	电荷放大器
7	NI-9215 电压输入模块
8	NI-9263 电压输出模块
9	NI cDAQ-9174 机箱
10	品致 HA-820A 高压放大器
11	LabVIEW 控制端计算机
12	MFC 传感器/作动器

控制增益为 1 时用了 1.63 s。假如减振效果用 $[(t_w - t_k) / t_w] \times 100\%$ 来表征, 其中 t_w 为未控制时自由衰减振动响应峰值衰减到 0.2×10^{-3} m 所用的时间, t_k 为主动控制时衰减到 0.2×10^{-3} m 所用的时间。此时, 控制增益为 0.25、0.5、1 的减振效果分别为 47.88%、67%、79.63%。

由于在实验测试过程中, 调节 LMS 工作站施加的电压信号以及功率放大器的控制增益使得力传感器反馈回的力信号幅值为 3 并不是稳定的而是在其附近上下波动, 从而导致从实验测试结果来看在受迫振动响应部分施加主动控制与未控制相比减振效果不明显。但在理论计算过程中施加的激振力幅值稳定为 3, 仿真结果表明施加主动控制对于受迫振动响应仍有一定的抑制作用。

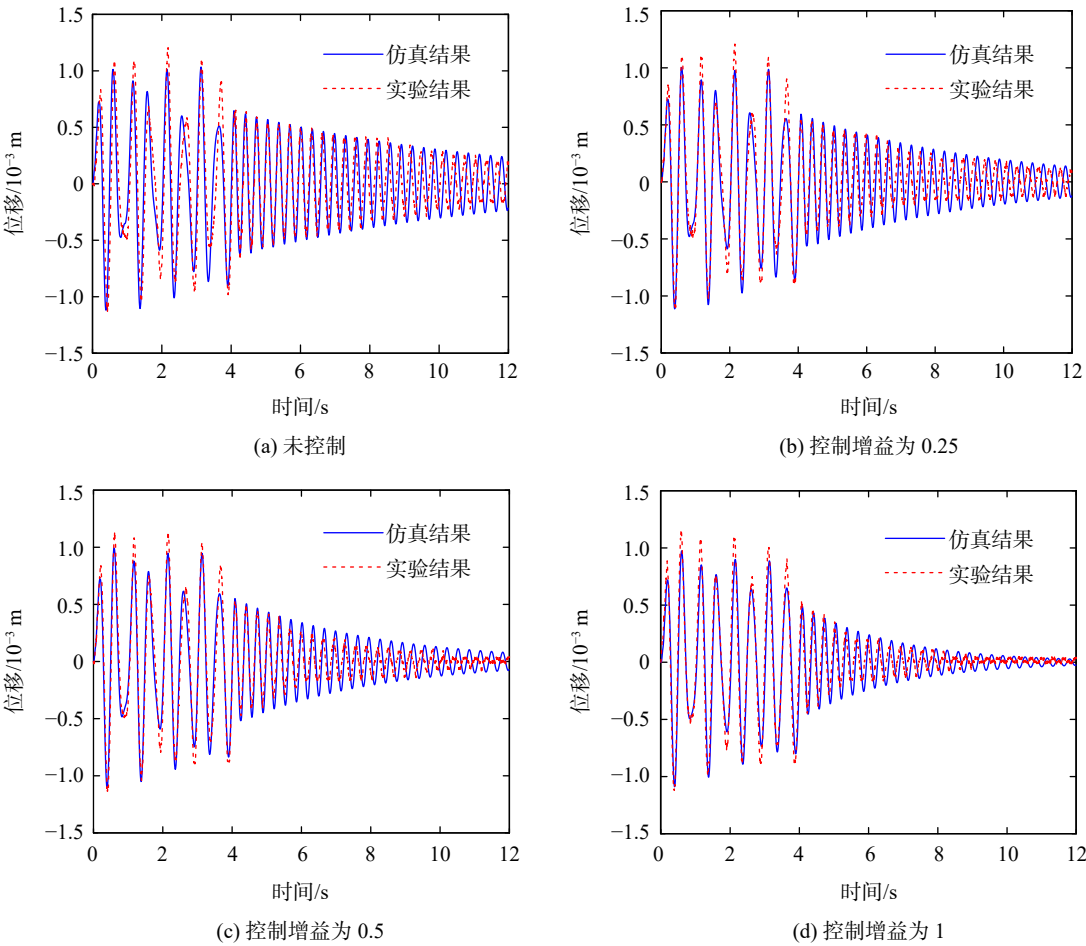


图 10 实验与仿真获得的位移响应对比

Fig. 10 Comparison of displacement responses obtained by experiment and simulation

3 减振分析

本部分基于创建的复合材料薄板半解析模型,

分析控制增益值和 MFC 作动器贴敷位置对主动控制减振效果的影响。

3.1 控制增益对主动控制的影响

基于式(33)可知控制增益的大小影响反馈到 MFC 作动器的控制电压, 而控制电压的大小决定了为结构提供主动阻尼的大小, 进而影响了主动控制的效果。

图 11 给出了设定的 3 种载荷激励情况下不

同控制增益大小对主动控制效果的影响, 可以看出在 3 种载荷下随着控制增益越大主动控制所能达到的抑振效果越显著。但需要注意的是随着控制增益的增大控制电压越来越大, 而 MFC 压电材料具有自己的击穿电压当控制电压过大时会损坏 MFC 所以控制增益并不是越大越好, 需选取合适。

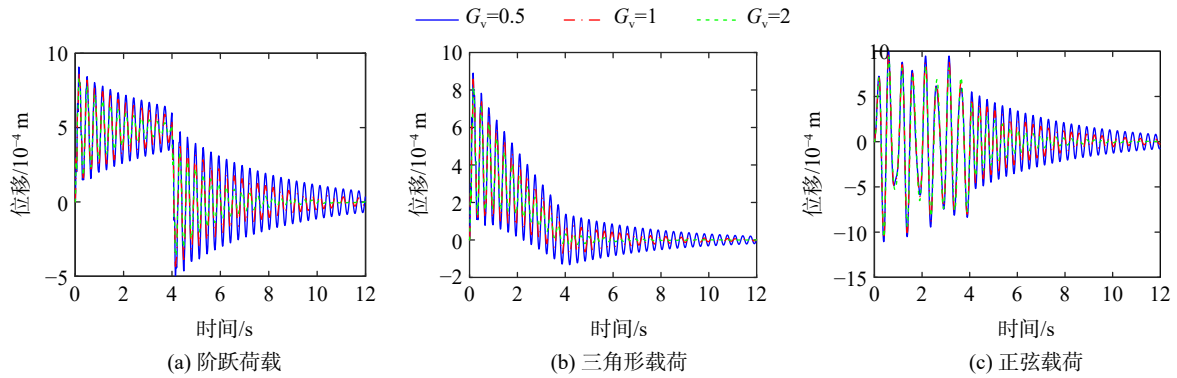


图 11 不同控制增益下复合板振动响应对比

Fig. 11 Comparison of vibration response of composite plates under different control gains

3.2 MFC 作动器贴敷位置对主动控制的影响

图 12 给出了 MFC 作动器 3 种不同的贴敷位置(MFC 传感器与作动器并置), 本小节将在相同控制增益以及文中第 2.2 节设定的 3 种载荷作用

下, 分析不同贴敷位置对主动控制效果的影响。

当控制增益取为 $G_v=1$ 时, MFC 作动器在不同贴敷位置下的位移振动响应结果如图 13 所示。从图中可以发现, 在所设定的激励载荷作用下 MFC 贴敷位置越靠近悬臂薄板的根部位置, 主动控制的抑振效果越显著。

图 14 给出了指定正弦荷载激励、不同贴敷位置且无控制下的 MFC 传感器的传感电压, 得到越靠近悬臂薄板的根部位置传感电压的值越大。而在相同的控制增益下传感电压的大小影响着最终作用于作动器上的控制电压, 这也就解释了图 13 所呈现出的结果。同样的其余两种载荷激励下传感电压也会出现类似规律。

为了对 MFC 作动器贴敷位置进一步分析, 基

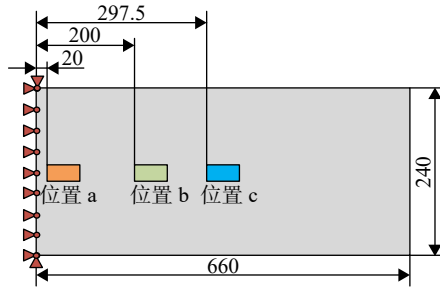


图 12 MFC 三种不同的贴敷位置(单位: mm)

Fig. 12 Three different application positions of MFC (unit: mm)

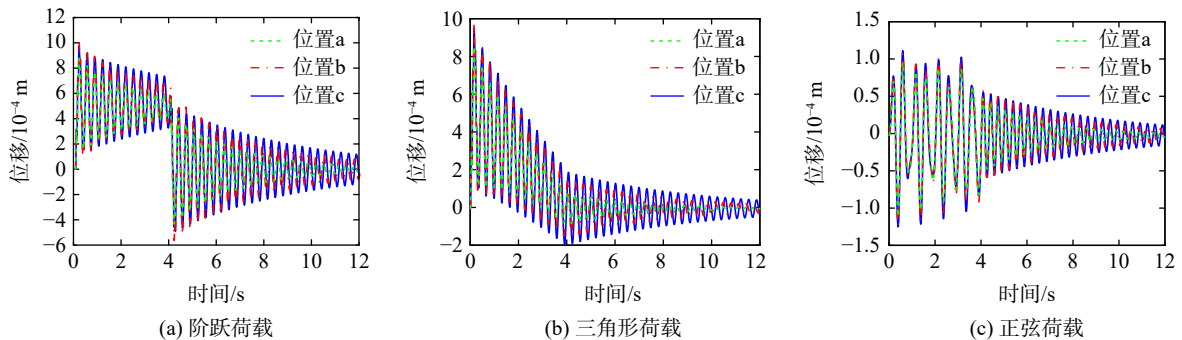


图 13 不同作动器贴敷位置复合板振动响应对比

Fig. 13 Comparison of vibration response of composite plates with different actuator application positions

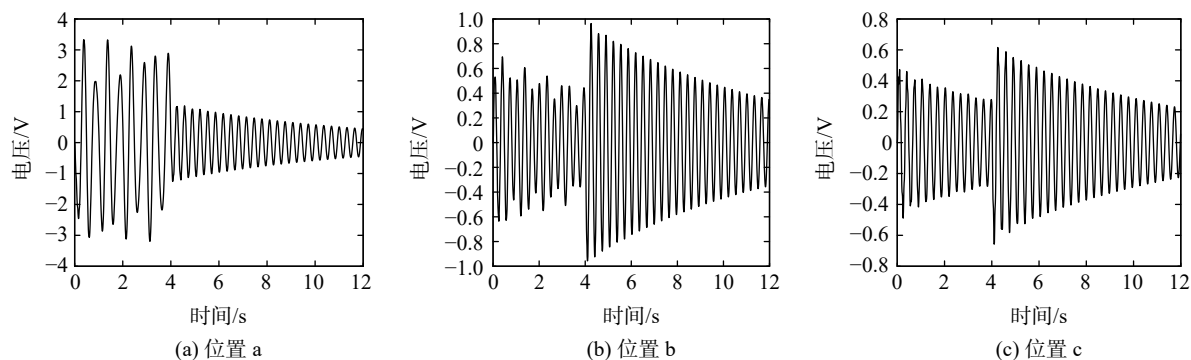


图 14 正弦载荷激励下 MFC 传感器不同贴敷位置的传感电压

Fig. 14 Sensing voltage of MFC sensor at different application positions under sinusoidal load excitation

于 ANSYS 建立复合材料悬臂薄板模型并得到结构的第 1 阶模态应变能(见图 15), 可以发现越靠近结构根部位置应变能越大。这也就指导了 MFC 作动器的贴敷位置即低阶模态应变能较大的位置。

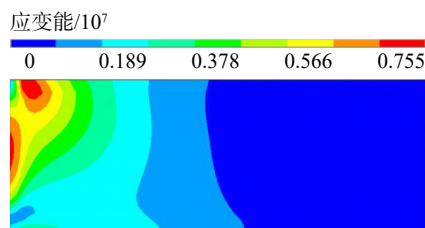


图 15 复合材料悬臂板第 1 阶模态应变能

Fig. 15 First order modal strain energy of composite cantilever plate

4 结 论

本文研究贴敷 MFC 悬臂纤维增强复合材料薄板结构的半解析建模方法, 以及通过理论及实验研究了贴敷的 MFC 传感器/作动器对该复合板主动振动控制的效果, 得出相关结论如下:

1) 基于经典层合板理论、线性压电本构方程、Hamilton 原理和假设模态法完成了贴敷 MFC 复合材料悬臂薄板半解析建模。建模过程中考虑了 MFC 传感器/作动器对悬臂板结构系统质量和刚度矩阵的贡献, 以及同时引入了 Rayleigh 阻尼和速度反馈控制提供的主动阻尼。通过组建的实验系统对所创建的动力学模型进行了校验, 结果表明理论计算与实验测试得到的固有频率在重点关注的低频区(1 阶及 2 阶)最大偏差小于 3%; 正弦激励扰动作用下的理论计算与实验测试获得的时域振动响应曲线具有较好的一致性, 因而可以证明所创建的复合板动力学模型具有合理性。

2) 设定了阶跃、三角形和正弦这 3 种载荷作为悬臂复合板的扰动载荷, 通过所创建的半解析动力学模型分析了 MFC 主动控制对复合板的减振效果, 结果表明, 指定的 3 种载荷激励下主动控制对于自由衰减振动的抑制尤为明显。进一步, 同时实验系统及理论模型量化分析在正弦载荷激励作用下 MFC 主动控制对复合板的减振效果, 结果表明控制增益为 0.25、0.5、1 的减振效果分别为 47.88%、67%、79.63%。上述, 理论及实验结果均说明 MFC 主动控制在复合板振动抑制方面具有很好的效果。

3) 基于所创建的贴敷 MFC 悬臂复合材料板半解析动力学模型分析控制增益和 MFC 作动器贴敷位置对主动控制效果的影响。结果表明: 在不损坏 MFC 压电材料的前提下控制增益越大主动控制效果越好; 在设定的激励载荷作用下 MFC 贴敷位置越靠近悬臂薄板的根部位置, 主动控制的抑振效果越显著。

参考文献:

- [1] FU Yutong, YAO Xuefeng. A review on manufacturing defects and their detection of fiber reinforced resin matrix composites[J]. *Composites Part C: Open Access*, 2022, 8: 100276.
- [2] LU S F, LI H J, ZHANG W, et al. Vibration reduction of FG-CN-TR piezoelectric laminated composite cantilever plate under aerodynamic load using full-dimensional state observer[J]. *Engineering Structures*, 2022, 255: 113942.
- [3] JIANG Jianping, LI Dongxu. Robust H_∞ vibration control for smart solar array structure[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2011, 17(4): 505-515.
- [4] LARBI W, DEÛ J F. Reduced order finite element formulations for vibration reduction using piezoelectric shunt damping[J]. *Applied Acoustics*, 2019, 147: 111-120.
- [5] CHEN Yicheng, HUANG S C. An optimal placement of CLD treatment for vibration suppression of plates[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2002, 44(8): 1801-1821.
- [6] OH J, RUZZENE M, BAZ A. Control of the dynamic characteris-

- tics of passive magnetic composites[J]. *Composites Part B: Engineering*, 1999, 30(7): 739-751.
- [7] TLIBA S, ABOU-KANDIL H, PRIEUR C. Active vibration damping of a smart flexible structure using piezoelectric transducers: H_∞ design and experimental results[J]. *IFAC Proceedings Volumes*, 2005, 38(1): 760-765.
- [8] RAHMAN N U, ALAM M N, ANSARI J A. An experimental study on dynamic analysis and active vibration control of smart laminated plates[J]. *Materials Today: Proceedings*, 2021, 46: 9550-9554.
- [9] FAKHARI V, OHADI A. Nonlinear vibration control of functionally graded plate with piezoelectric layers in thermal environment[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2011, 17(3): 449-469.
- [10] XUE Yu, LI Jinqiang, LI Fengming, et al. Active control of plates made of functionally graded piezoelectric material subjected to thermo-electro-mechanical loads[J]. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2019, 19(9): 1950107.
- [11] KAPURIA S, YASIN M Y. Active vibration suppression of multi-layered plates integrated with piezoelectric fiber reinforced composites using an efficient finite element model[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2010, 329(16): 3247-3265.
- [12] 王晓明, 周文雅, 吴志刚. 压电纤维复合材料驱动的机翼动态形状控制[J]. *航空学报*, 2017, 38(1): 220313.
WANG Xiaoming, ZHOU Wenya, WU Zhigang. Dynamic shape control of wings using piezoelectric fiber composite materials[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2017, 38(1): 220313. (in Chinese)
- [13] 王增增, 马宏伟. 航空发动机轴流压气机非整阶振动实验研究进展[J]. *航空动力学报*, 2022, 37(11): 2416-2429.
WANG Zengzeng, MA Hongwei. Overview of experimental research on non-synchronous vibration in aero-engine axial compressor[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2022, 37(11): 2416-2429. (in Chinese)
- [14] 骆海涛, 吴星元, 刘广明, 等. 智能压电材料 MFC 在太阳能电池阵帆板上的主动抑振研究[J]. *振动工程学报*, 2022, 35(3): 536-543.
LUO Haitao, WU Xingyuan, LIU Guangming, et al. Active vibration suppression of intelligent piezoelectric material MFC on solar array panel[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2022, 35(3): 536-543. (in Chinese)
- [15] SOHN J W, CHOI S B, KIM H S. Vibration control of smart hull structure with optimally placed piezoelectric composite actuators[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2011, 53(8): 647-659.
- [16] KIM M, LI Qinqin, HUANG J K, et al. Active control of nonlinear panel flutter using aeroelastic modes and piezoelectric actuators[J]. *AIAA Journal*, 2008, 46(3): 733-743.
- [17] RAJA S, IKEDA T, DWARAKANATHAN D. Deflection and vibration control of laminated plates using extension and shear actuated fiber composites[J]. *Smart Materials Research*, 2011, 2011: 515942.
- [18] ZIPPO A, FERRARI G, AMABILI M, et al. Active vibration control of a composite sandwich plate[J]. *Composite Structures*, 2015, 128: 100-114.
- [19] KIANI Y, SADIGHI M, ESLAMI M R. Dynamic analysis and active control of smart doubly curved FGM panels[J]. *Composite Structures*, 2013, 102: 205-216.
- [20] SONG Zhiguang, LI Fengming. Optimal locations of piezoelectric actuators and sensors for supersonic flutter control of composite laminated panels[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2014, 20(14): 2118-2132.
- [21] STAVROULAKIS G E, FOUTSITZI G, HADJIGEORGIOU E, et al. Design and robust optimal control of smart beams with application on vibrations suppression[J]. *Advances in Engineering Software*, 2005, 36(11/12): 806-813.
- [22] HU Yanru, NG A. Active robust vibration control of flexible structures[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, 288(1/2): 43-56.
- [23] HE X Q, NG T Y, SIVASHANKER S, et al. Active control of FGM plates with integrated piezoelectric sensors and actuators[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2001, 38(9): 1641-1655.
- [24] SUN Yuhan, SONG Zhiguang, LI Fengming. Theoretical and experimental studies of an effective active vibration control method based on the deflection shape theory and optimal algorithm[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, 170: 108650.
- [25] MAHI A, ADDA BEDIA E A, TOUNSI A. A new hyperbolic shear deformation theory for bending and free vibration analysis of isotropic, functionally graded, sandwich and laminated composite plates[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2015, 39(9): 2489-2508.

(编辑: 王碧琚)

附录 A

1) 贴敷 MFC 复合材料薄板结构的质量矩阵和刚度矩阵分别表示为

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M} &= \rho h \int_0^b \int_0^a \mathbf{W} \mathbf{W}^T dx dy + \rho_p h_p \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \mathbf{W} \mathbf{W}^T dx dy + \rho_p h_p \int_{y_3}^{y_4} \int_{x_3}^{x_4} \mathbf{W} \mathbf{W}^T dx dy \\
 \mathbf{K} &= D_{11} \int_0^b \int_0^a \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial x^2} dx dy + D_{22} \int_0^b \int_0^a \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial y^2} dx dy + 4D_{66} \int_0^b \int_0^a \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial x \partial y} dx dy + \\
 &\quad D_{12} \left(\int_0^b \int_0^a \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial y^2} dx dy + \int_0^b \int_0^a \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial x^2} dx dy \right) + \\
 &\quad 2D_{16} \left(\int_0^b \int_0^a \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial x^2} dx dy + \int_0^b \int_0^a \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial x \partial y} dx dy \right) + \\
 &\quad 2D_{26} \left(\int_0^b \int_0^a \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial y^2} dx dy + \int_0^b \int_0^a \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial x \partial y} dx dy \right) + \\
 &\quad P_{11} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial x^2} dx dy + P_{22} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial y^2} dx dy + \\
 &\quad 4P_{66} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial x \partial y} dx dy + P_{12} \left(\int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial y^2} dx dy + \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial x^2} dx dy \right) + \\
 &\quad 2P_{16} \left(\int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial x^2} dx dy + \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial x \partial y} dx dy \right) + \\
 &\quad 2P_{26} \left(\int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial y^2} dx dy + \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial x \partial y} dx dy \right) + \\
 &\quad P_{11} \int_{y_3}^{y_4} \int_{x_3}^{x_4} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial x^2} dx dy + P_{22} \int_{y_3}^{y_4} \int_{x_3}^{x_4} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial y^2} dx dy + 4P_{66} \int_{y_3}^{y_4} \int_{x_3}^{x_4} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial x \partial y} dx dy + \\
 &\quad P_{12} \left(\int_{y_3}^{y_4} \int_{x_3}^{x_4} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial y^2} dx dy + \int_{y_3}^{y_4} \int_{x_3}^{x_4} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial x^2} dx dy \right) + \\
 &\quad 2P_{16} \left(\int_{y_3}^{y_4} \int_{x_3}^{x_4} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial x^2} dx dy + \int_{y_3}^{y_4} \int_{x_3}^{x_4} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial x \partial y} dx dy \right) + \\
 &\quad 2P_{26} \left(\int_{y_3}^{y_4} \int_{x_3}^{x_4} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial y^2} dx dy + \int_{y_3}^{y_4} \int_{x_3}^{x_4} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{W}^T}{\partial x \partial y} dx dy \right)
 \end{aligned}$$

机电耦合矢量的表达式为

$$\mathbf{K}_p = \frac{(h/2 + h_p)^2 - (h/2)^2}{2h_p} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} e_{31} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x^2} + e_{32} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial y^2} dx dy$$

2) 传感电荷及传感电压计算矩阵可以表示为

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_s &= -\frac{h + h_p}{2} \int_{y_3}^{y_4} \int_{x_3}^{x_4} e_{31} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x^2} + e_{32} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial y^2} dx dy \\
 \mathbf{K}_g &= -\frac{h_p}{S_{33} A_{p_2}} \times \frac{h + h_p}{2} \int_{y_3}^{y_4} \int_{x_3}^{x_4} e_{31} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial x^2} + e_{32} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial y^2} dx dy
 \end{aligned}$$