

文章编号: 1000-8055(2024)11-20220960-10

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220960

基于旋量的测力台架模型分析和 推力定位

李 东¹, 张磊乐¹, 郑国良¹, 邢彦昌², 游广飞¹

(1. 中国机械科学研究总院 郑州机械研究所有限公司, 郑州 450001;
2. 中国空气动力研究与发展中心 超高速空气动力研究所, 四川 绵阳 621000)

摘 要: 基于旋量理论和变形位移协调关系, 对八分支正交盒式测力台架进行了旋量建模、模型求解、误差补偿和推力定位方面的研究。从台架的载荷偏心 and 测力耦合两大特点出发, 建立了台架的旋量模型, 并结合分支变形约束关系推导出辅助模型求解的约束方程。数值算例和仿真表明, 旋量模型及约束方程的最大相对误差为 9.147%。基于测力单元变形与台架位移之间的协调关系, 建立了误差补偿模型。数值算例和仿真表明, 分力的最小补偿量为 78.03%。此外, 针对矢量推力定位的不确定性问题, 通过旋量理论的 Poincot 中心轴定理明确了其原因, 即忽略了合力中纯力偶的影响。解析法表明, 质心偏移对矢量推力不确定的影响为线性。

关 键 词: 测力台架; 变形协调; 旋量; 台架设计; 推力定位

中图分类号: V216

文献标志码: A

Thrust stand model analysis and thrust positioning based on screw algebra

LI Dong¹, ZHANG Leile¹, ZHENG Guoliang¹, XING Yanchang², YOU Guangfei¹

(1. Zhengzhou Research Institute of Mechanical Engineering Company Limited,
China Academy of Machiney Science and Technology Group, Zhengzhou 450001, China;
2. Hypervelocity Aerodynamics Institute,
China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang Sichuan 621000, China)

Abstract: The screw theory and coordination between deformation and displacement were applied to research the octagonal orthogonal box-type thrust stand in screw modeling, model solving, error compensation, and thrust positioning. Screw model of the stand was established based on the two major characteristics of load eccentricity and force coupling. And constraint equations for model solution were derived based on the branches deformation constraint relationship. Numerical examples and simulations showed that the maximum relative error of the screw model was 9.147%. An error compensation model was established based on the coordinated relationship between the branches deformation and the stand displacement. Numerical examples and simulations showed that the minimum compensation for force was 78.03%. The Poincot's central axis theorem of the screw theory was used to clarify the uncertainty of vector thrust positioning, which was caused by ignoring the influence of pure couple in the resultant force. The analytic method indicated that the effect of mass center offset on vector thrust uncertainty was linear.

收稿日期: 2022-12-16

作者简介: 李东(1998—), 男, 硕士生, 主要研究方向为非标设备的力学分析与优化创新。

通信作者: 张磊乐(1979—), 男, 研究员级高级工程师, 硕士, 主要研究方向为非标设备设计。E-mail: 99336093@qq.com

引用格式: 李东, 张磊乐, 郑国良, 等. 基于旋量的测力台架模型分析和推力定位[J]. 航空动力学报, 2024, 39(11): 20220960. LI Dong, ZHANG Leile, ZHENG Guoliang, et al. Thrust stand model analysis and thrust positioning based on screw algebra[J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(11): 20220960.

Keywords: thrust stand; deformation compatibility; screw algebra; stand design; thrust positioning

在航空、航天飞行器的发展历程中,测力台架(天平)扮演了推力性能研究的关键角色,其主要服务于飞行器研发阶段的矢量推力测量和评估,因此测力台架受到国内外众多科研工作者的关注,并对其各个方面进行了深入研究。

目前,研究较多的测力台架主要包括基于 Stewart 机构的六分力台架^[1]、载荷过台架几何中心的正交六分力台架^[2]和载荷偏离台架中心的正交盒式测力台架^[3-6]。测力台架的研究焦点主要集中在结构设计、测量方法和校准精度 3 个方面,三者相辅相成,共同推动了测力台架的发展。在结构设计方面,有学者通过有限元仿真进行结构优化设计^[7-8];在测量方法方面,有学者应用解耦算法降低测量干扰^[9];在校准精度方面,常见的校准方式为最小二乘法,随着人工智能技术的发展,逐渐兴起应用神经网络进行校准^[10-11],并取得显著的效果。

旋量理论也称螺旋理论,以形式简洁和数学概括而闻名。Poinso(1806)合力理论和 Chasles (1830)运动理论构成了旋量理论的两大基石。旋量理论在空间力学分析中有很好的效率,所以适合应用于测力台架的研究,而目前旋量理论在测力台架的应用主要是构建平衡方程。本文在总结现有测力台架研究工作的基础上,应用旋量理论对具有代表性的测力台架(盒式测力台架)进行了理论建模和相关分析,促进旋量理论在测力台架研究中的进一步应用。

在测力台架的研究领域中,误差的分析及应用主要集中在测量不确定度分析^[12]、基于静力学方法的结构原理误差分析^[13]和基于静态映射矩阵条件数的机构布局优化研究^[14]。本文在结合位移变形协调条件和平衡方程基础上提出一种变形误差补偿方法,以促进在结构设计阶段考虑测力单元轴向刚度对测量性能的影响,提高测力台架的结构设计效率。

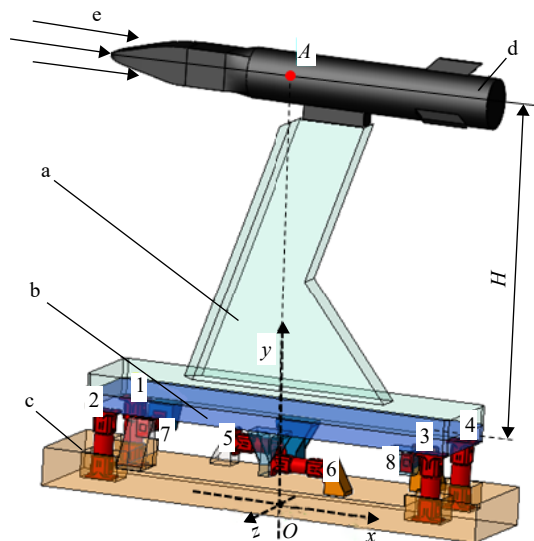
矢量推力定位即为合力的等效作用点求解,是表征飞行器推力性能和受力状态的重要环节,矢量推力定位通过测量合力和合力矩得到合力的等效作用点,但部分分析在研究中忽略了与合力同方向的力偶,从而使得到的作用点表现出很大不确定性,本文通过旋量理论对这一不确定性进

行了深入分析。

1 旋量模型建立

1.1 盒式测力台架

八分支正交盒式测力台架模型如图 1 所示, 所研究模型是在六分支的 3 : 2 : 1 布局的基础上增加两个测力单元, 构成 4 : 2 : 2 的布局; 考虑到测力幅值的对称性, 测力单元采用中心线对称布置的布局方式, 如图 1 所示, 1~8 号即为测力单元, 其初始测力方向沿接触面的法向布置且和坐标轴平行; 气流载荷的等效作用点为 A 点。



1~4 y 向测力单元; 5、6 x 向测力单元; 7、8 z 向测力单元;
a 模型支架; b 动架; c 定架; d 模型; e 气流。

图 1 盒式测力台架示意图

Fig. 1 Box-type thrust stand

该测力台架有以下两个特点: ①底面布置 4 个测力单元; ②等效载荷作用点与测力台架在高度上有距离, 即结构载荷偏心距, 如图 1 中 H 所示。特点①通常是为了结构稳定性, 特点②是由于工况条件要求, 如风洞环境。载荷过台架几何中心的六分力测力台架的测力单元可以布置在等效载荷作用线的周围, 没有图 1 中 H 所示的限制。六分支台架的测力单元布置满足 3 个准则^[15]就可以达到完全解耦状态: ①两相对面上测力单元的测量轴线不共线; ②一面最多布置 3 个测力单元, 且 3 个测力点不共线; ③相邻面不测量相同力矩。八分支在完全解耦的六分支基础上增加分支

可以使静力映射系数矩阵满秩。

将盒式测力台架测量模型和载荷过台架几何中心的六分力台架模型对比, 可以发现主要有两点不同: 第一点是特点①造成与准则②相违背。第二点是特点②造成与准则③相违背, 从图 1 可以发现 x 向的两组测力单元和 z 向的两组测力单元同时测量 y 轴的力矩。对于第二点, 理想解决方式是将 z 向测力点放置在等效载荷作用点正下方, 实际过程中由于载荷未知、测量模型的更换等随机因素, 使得这一方式很难达到。

针对以上所述的盒式测力台架两大特点, 应用旋量相关理论, 进行建模分析。对模型作如下假设: ①假设动架、模型支架和模型连接成一个刚体; ②所用测力单元可等效为单轴弹簧, 仅产生轴向变形; ③模型所受外力作用于等效作用点 A , 整体满足理想条件要求。

1.2 力旋量模型

构建力旋量需要 4 个参数, 即力的幅值、方向、作用点和旋矩, 相比于力的定义, 力旋量多了旋矩这一参数, 这个参数可以反映力和力偶的关系, 具有坐标无关性, 是合力分析的关键参数。

定义 1 力旋量是含有力幅值的旋量, 隶属于旋量范畴, 与李代数构成对偶关系^[6], 可表示为

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{m} \end{bmatrix} = f \begin{bmatrix} \mathbf{s} \\ \mathbf{r} \times \mathbf{s} + h \cdot \mathbf{s} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{W}$ 为空间力旋量, 为六维向量; $\mathbf{f}$ 表示合力, 为三维向量; $\mathbf{m}$ 表示以坐标轴为转化中心的合力偶, 为三维向量; f 表示力的幅值, 为标量; $\mathbf{s}$ 是力所在矢量的空间姿态向量; $\mathbf{r}$ 是力作用点的位置向量, 纯力偶的位置向量为零; h 是旋矩, 为标量, 纯力的旋矩为零。

旋矩是反映原力系中纯力偶大小 c 和纯力大小 f 比值的参数, 可表示为

$$h = \frac{c}{f} = \frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{f}}{\mathbf{f} \cdot \mathbf{f}} \quad (2)$$

力旋量 $\mathbf{W}$ 的形式为六维向量, 六个元素等价空间笛卡尔坐标系中某一点的 3 个力分量和以坐标轴为转化中心的 3 个力偶分量。通过力旋量建立的测力台架旋量模型本质上也是六个分量相等。相对于静力学的力分量相等表达, 旋量表达可以通过简洁的代数结构充分映射力的空间信息。同一坐标系旋量的合成是通过线性叠加实现的, 建立盒式测力台架的 3 旋量矩阵, 组合得到台架的

旋量模型, 其中台架的 3 个旋量矩阵为等效载荷力旋量矩阵、重力力旋量矩阵和测力单元力旋量矩阵, 具体建模过程如下。

1) 等效载荷力旋量矩阵

等效载荷力旋量 $\mathbf{W}_1$ 可由 3 个纯力力旋量和 3 个纯力偶力旋量表示为

$$\mathbf{W}_1 = \mathbf{W}_{fx} + \mathbf{W}_{fy} + \mathbf{W}_{fz} + \mathbf{W}_{mx} + \mathbf{W}_{my} + \mathbf{W}_{mz} \quad (3)$$

式中 $\mathbf{W}_{fx}$ 、 $\mathbf{W}_{fy}$ 、 $\mathbf{W}_{fz}$ 分别表示等效载荷在参考坐标系中沿 x 轴、 y 轴及 z 轴的分力形成的力旋量, $\mathbf{W}_{mx}$ 、 $\mathbf{W}_{my}$ 、 $\mathbf{W}_{mz}$ 分别表示对参考坐标的 x 轴、 y 轴和 z 轴的力矩所形成的力旋量。

2) 重力力旋量矩阵

测力台架整体系统的重力主要包含模型重力、支架重力和动架重力。其力旋量可表示为

$$\mathbf{W}_g = \mathbf{W}_{g1} + \mathbf{W}_{g2} + \mathbf{W}_{g3} \quad (4)$$

式中 $\mathbf{W}_{gi}$ ($i = 1, 2, 3$) 分别表示三部分结构的重力力旋量。

3) 测力单元力旋量矩阵

$$\mathbf{W}_s = \mathbf{G}_s \mathbf{f}_s \quad (5)$$

式(5)中旋量矩阵 $\mathbf{G}_s$ 为静力映射矩阵, 也是整个测力系统的数学化表示, 可表示为

$$\mathbf{G}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{s1} & \mathbf{s}_{s2} & \cdots & \mathbf{s}_{s8} \\ \mathbf{r}_{s1} \times \mathbf{s}_{s1} & \mathbf{r}_{s2} \times \mathbf{s}_{s2} & \cdots & \mathbf{r}_{s8} \times \mathbf{s}_{s8} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中 $\mathbf{s}_{si}$ ($i = 1, 2, \dots, 8$) 为测力单元方向向量, $\mathbf{r}_{si} \times \mathbf{s}_{si}$ 表示测力点位置向量与测力单元方向向量的外积。式(5)中 $\mathbf{f}_s$ 为 8 个测力单元受到的轴向力组成的向量即 $\mathbf{f}_s = [f_{s1} \ f_{s2} \ \cdots \ f_{s8}]$ 。

由式(3)、式(4)和式(5)得到台架的旋量模型

$$\mathbf{W}_s = \mathbf{W}_1 + \mathbf{W}_g = \mathbf{W}_{lg} \quad (7)$$

式中 $\mathbf{W}_{lg}$ 表示重力和外载荷的合力力旋量。

以上首先基于力旋量的线性叠加性, 用模块化思维建立了模型相关的 3 个力旋量, 然后根据力旋量的等效关系建立了盒式测力台架的旋量模型。根据实际需求, 上述 3 个力旋量矩阵可以调整模块的列向维度, 从而快速修改整体模型, 这是旋量模型相对于静力学模型的一个优点。

1.3 变形协调条件

如图 2 所示, $\mathbf{l}_{si}$ 、 $\mathbf{l}'_{si}$ 分别为变形前和变形后第 i 个测力单元的定架坐标指向动架坐标的向量; $\mathbf{r}_0$ 、 $\mathbf{r}'_0$ 分别为台架变形前后由全局坐标系原点指向动架参考点的位置向量。 $\mathbf{t}_{si}$ 、 $\mathbf{t}'_{si}$ 分别为变形前

1) 约束方程 1

通过变形协调条件推导 1~4 号测力单元的约束方程, 具体过程如下。对称分支的轴向变形与台架的位移存在一定协调关系, 以 1 号和 3 号两个对称布置的测力单元为例, 存在如下关系。

$$\begin{cases} l_1 + l_3 = 2(y_y/y_0)r_0 \\ l'_1 + l'_3 = 2(y_y/y_0)r'_0 \end{cases} \quad (15)$$

式中 l_1 、 l'_1 、 l_3 、 l'_3 、 r_0 、 r'_0 含义均和图 2 一致; y_y 为测力单元动架坐标的 y 向坐标; y_0 为动架参考点的 y 向坐标, 如图 2 中 B 点所示。由式(15)可得

$$\Delta l_1 + \Delta l_3 = 2(y_y/y_0)\Delta r_0 \quad (16)$$

将上式等号两边同时点乘两者方向向量得到

$$s_1(\Delta l_1 + \Delta l_3)s_3 = s_1[2(y_y/y_0)\Delta r_0]s_3 \quad (17)$$

忽略无穷小量由式(17)、式(11)和式(12)可以得到

$$\begin{cases} \Delta l_1 + \Delta l_3 = 2\Delta r_y(y_y/y_0) \\ \Delta l_2 + \Delta l_4 = 2\Delta r_y(y_y/y_0) \end{cases} \quad (18)$$

1~4 号单元刚度一致, 可得单元反力约束方程

$$(f_1 + f_3) - (f_2 + f_4) = 0 \quad (19)$$

式中 f_1 、 f_2 、 f_3 、 f_4 是 1~4 号测力单元反力, 为标量。上述推导过程表明, 只要满足: ①四点共面; ②两组测力单元点的坐标之和相等; ③轴向刚度相同。满足所述 3 个条件, 则 4 个测力点的测量值存在如式(19)约束。

2) 约束方程 2

在 x 向和 z 向组成的测力系统中, x 向和 z 向的 4 个测力单元共同测量关于 y 轴的力偶。

$$\begin{cases} M_y = M_{56} + M_{78} \\ M_{56} = -0.5L_{56}(f_5 + f_6) \\ M_{78} = -0.5L_{78}(f_7 + f_8) \end{cases} \quad (20)$$

式中 M_{56} 、 M_{78} 分别代表 5、6 号分支和 7 号、8 号分支产生的关于 y 轴的合力偶; M_y 是关于 y 轴的合力偶; f_5 、 f_6 、 f_7 、 f_8 是 5~8 号分支的单元反力, 为标量; L_{56} 是 5 号、6 号测力单元的距离; L_{78} 是 7 号、8 号测力单元的距离。

当整体力系在微变形情况下达到稳态时, 5 号至 8 号测力单元满足约束条件:

$$\begin{cases} M_{56} + M_{78} = 0.5L_{56}(K_{56}L_{56}\Delta\theta_y) + 0.5L_{78}(K_{78}L_{78}\Delta\theta_y) \\ M_{56} - M_{78} = 0.5L_{56}(K_{56}L_{56}\Delta\theta_y) - 0.5L_{78}(K_{78}L_{78}\Delta\theta_y) \end{cases} \quad (21)$$

式中 K_{56} 、 K_{78} 分别为 5、6 号测力单元和 7 号、8 号测力单元的轴向刚度; $\Delta\theta_y$ 为动架 y 轴姿态转角; 5~8 号测力单元的约束方程可表达为

$$L_{56}(f_5 + f_6) - L_{78}(f_7 + f_8) = -2\left(\frac{K_{56} \cdot L_{56}^2 - K_{78} \cdot L_{78}^2}{K_{56} \cdot L_{56}^2 + K_{78} \cdot L_{78}^2}\right)M_y \quad (22)$$

两个约束方程都是针对正交测力系统典型耦合方式的特点分析得到, 且都满足要求①和要求②。约束方程 1 可以完全脱离测力单元轴向刚度影响, 而 7~8 号测力单元的约束方程依赖于测力单元距离和轴向刚度。在风洞测力台架实际应用过程中可以忽略 M_y 。所以约束方程法也从另一方面反映了所研究的测力台架结构 f_s 求解可以在一定程度上忽略分支刚度影响。

2.2 数值算例

模型的载荷信息、重力信息及测力单元如下。

1) 等效载荷

风洞中模型受到的外部载荷主要包括轴向力、法向力、侧向力和俯仰力矩, 如图 1 所示。

表 1 载荷信息表

Table 1 Load information table

分力	方向/m	作用点/m	分力数值
F_x/kN	(1, 0, 0)	(0, 3.36, 0)	150
F_y/kN	(0, 1, 0)	(0, 3.36, 0)	-100
F_z/kN	(0, 0, 1)	(0, 3.36, 0)	50
$M_z/(\text{kN}\cdot\text{m})$	(0, 0, 1)	(0, 3.36, 0)	-50

2) 重力

令重力加速度 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, 机构三部分重力信息如图 2 所示。

表 2 重力信息表

Table 2 Gravity information table

结构	重力方向/m	重心坐标/m	质量/kg
模型	(0, -1, 0)	(0, 3.36, 0)	5 000
支架	(0, -1, 0)	(0, 2, 0)	5 000
动架	(0, -1, 0)	(0, 0.6, 0)	2 000

3) 测力单元

如图 1 布局, 具体信息如图 3 所示。静力映射矩阵 G_s 中位置矢量选用定架坐标。

2.3 结果验证

将模型的所有构件视为刚体, 在仿真软件 Adams 中建立力学仿真模型如图 4 所示。

表 3 测力单元信息表

Table 3 Force cell information table

i	r_{si}/mm	t_{si}/mm	s_{si}/m
1	(-1 360, 100, -320)	(-1 360, 635, -320)	(0, 1, 0)
2	(-1 360, 100, 320)	(-1 360, 635, 320)	(0, 1, 0)
3	(1 360, 100, 320)	(1 360, 635, 320)	(0, 1, 0)
4	(1 360, 100, -320)	(1 360, 635, -320)	(0, 1, 0)
5	(-470, 390, -300)	(-40, 390, -300)	(1, 0, 0)
6	(470, 390, 300)	(40, 390, 300)	(-1, 0, 0)
7	(-1 100, 515, 180)	(-1 100, 515, -180)	(0, 0, -1)
8	(1 100, 515, -180)	(1 100, 515, 180)	(0, 0, 1)

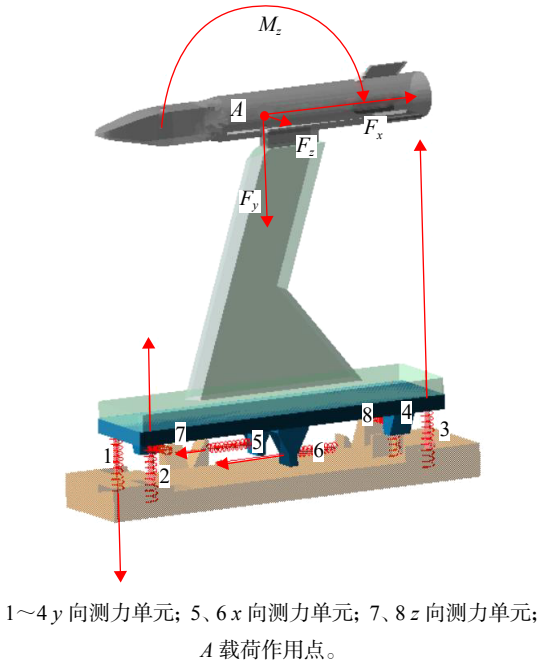


图 4 仿真示意图

Fig. 4 Simulation diagram

仿真模型的全局坐标系建立在定架底面的几何中心,模型的载荷信息、质量信息、测力单元信息分别和表 1、表 2 一致,以弹簧元件代替测力单元,八个测力单元刚度均为 400 kN/mm,阻尼根据仿真状况调节。弹簧单元与定架、动架连接的位置和表 3 一致。

最终得到理论计算数值和仿真模拟数值如表 4 所示。理论数值正负代表与坐标方向的相同状态和相反状态,仿真数值的正负分别代表弹簧受压状态和受拉状态。

理论数值与仿真数值最大差值为 365.3 N,以仿真数值作为真值,计算相对误差,最大相对误差是 9.147%,发生在幅值最小的测量单元。

以上结果表明了测力台架的旋量模型及约束

表 4 测力模型计算结果

Table 4 Force measurement model calculation results

编号	力/N			相对误差/%
	理论数值	仿真数值	差值	
1	147 817.37	-148 159.50	-342.125 9	2.309
2	-74 448.25	74 782.77	334.515 8	4.473
3	-256 617.37	256 982.63	365.261 8	1.421
4	-34 351.75	34 040.37	-311.379 8	-9.147
5	75 000.00	-75 049.34	-49.337 4	0.657
6	-75 000.00	75 044.18	44.180 7	0.589
7	-25 000.00	25 175.27	175.267 4	6.962
8	25 000.00	-24 892.22	107.776 4	-4.330

方程是有效性的,且具有很高的精度。在理论计算方面,约束方程法得到的结果和通用解法结果误差小于 10^{-10} N。与仿真结果相比,相对误差和机构测力单元的刚度关系较大,在各向刚度相同情形下,两组相对误差之比接近刚度的反比。

3 变形误差补偿模型

测力单元受到轴向作用力会发生轴向变形,该变形会引起测力单元的测力轴线偏斜、台架质心偏心以及推力作用点的偏心等,是测力台架原理误差的主要根源之一。有研究者对推力偏心和台架偏心造成的原理误差进行了分析^[18],而目前有关测力单元变形对台架测量性能影响的研究资料十分有限。轴向变形造成的测轴偏心破坏了测力单元之间的正交性,增大了各向测力单元间的干扰,是造成测量误差的重要原因。为此本节针对该问题提出一种测力单元轴向变形误差补偿方法,旨在一定程度上提升测量分析精度。

3.1 误差模型

测力单元发生轴向变形引起测力单元与动架连接点发生位移,其主要影响为测力单元的测力方向发生微小变化。如图 3 所示,考虑测力单元轴向变形,先通过“过程 1-过程 4”修正 G_s 为变形后的 G'_s ,需要注意的是 s'_{si} 不是跟随动架的刚体运动,而是由定架上固定的点和动架上移动的点共同决定。如图 2 所示,变形后的测力单元 l'_i 可以表示为

$$l'_i = t_i + \Delta t_i - r_{si} \quad (23)$$

由模型假设,变形后的方向向量可以表达为

$$s'_{si} = \frac{l'_i}{|l'_i|} \quad (24)$$

得到变形后的一阶静力映射矩阵 G'_s

$$G'_s = \begin{bmatrix} s'_{s1} & s'_{s2} & \cdots & s'_{s8} \\ r_{s1} \times s'_{s1} & r_{s2} \times s'_{s2} & \cdots & r_{s8} \times s'_{s8} \end{bmatrix} \quad (25)$$

已知测量幅值 f_s , 定义变形相对测量误差

$$E = \frac{G'_s f_s - W_{lg}}{G_s f_s - W_{lg}} \quad (26)$$

式(26)中 f_s 表示真实测量的值, 相对误差 E 表示补偿前后得到合力与真值误差之比。

3.2 仿真验证

为了简化分析, 在文中第 2.2 节中的数据和仿真的基础上做两点变化, 一方面忽略了重力; 另一方面将八个测力单元刚度均定义为 100 kN/mm。读取 Adams 模型中弹簧单元的结果, 分别与 G_s 和 G'_s 相乘得到不考虑变形补偿和考虑变形补偿的外载荷结果, 真实的外载荷 W_{lg} 通过仿真模型获取, 然后计算相对测量误差, 具体数据如表 5 所示。

表 5 载荷测量结果

Table 5 Result of load measurement

W_{lg}/N	$(G_s f_s - W_{lg})/N$	$(G'_s f_s - W_{lg})/N$	E
150 000	-142.503 4	31.289 5	-0.219 6
-100 000	186.721 6	2.400 0	0.012 9
50 000	-118.433 3	6.435 2	-0.054 3
169 003.17	-47.029 2	51.822 5	-1.101 9
1 567.594 7	331.739 1	-59.606 6	-0.179 7
-554 233.5	13.971 4	-64.799 0	-4.638 0

结果表明通过计算变形后 G'_s 的补偿方法对 3 个力成分的补偿效果显著, 最小补偿量为 78.03%。而对于力矩的补偿效果较差, 甚至出现过度补偿的现象。对该问题进行进一步分析发现, 外载荷等效作用点随模型发生移动, 从而产生附加力矩。

而补偿的等价 A 点位移和实际的 A 点位移在方向和大小方面均有误差, 所以附加力矩之和会表现出一定程度的过度补偿的现象, 这也是由于结构载荷偏心距 H 对变形误差放大的一种表现。

过度补偿现象属于是位移补偿误差造成的现象, 所以一般相对误差 E 越大, 也反映了实际误差比较小。综上可知, 力矩的真值需要综合补偿前后的结果分析。

4 矢量推力定位

4.1 矢量推力作用点

矢量推力作用点的测定对研究飞行器的受力状态及推力性能意义重大。基本测定思想为通过测得合力的力和力矩, 应用式(27)反求作用点, 为了克服矢量外积的逆在数学上不适定, 有研究者根据实际实验状况添加一个线性无关的几何约束条件获得唯一解; 有研究者提出环向偏转法从力学的角度得到合力的作用点^[15], 可以得到截面上力的作用点, 该方法在求解过程中通过多次人为添加约束条件的方式有效降低不确定性。

$$\begin{bmatrix} 0 & F_z & -F_y \\ -F_z & 0 & F_x \\ F_y & -F_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \quad (27)$$

以上两种方式都忽略了合力矩成分中可能包含与合力同向的力偶, 从而使求得的作用点可能有一定偏差, 基于力旋量理论对此进行说明。

定理 1 Poinsot 中心轴定理, 任意力与力偶的力系均可简化为空间某定点处的纯力和与之平行的力偶。

定理 1 表明, 合力的状态可以被划分为 6 种, 如表 6 所示。

表 6 合力状态表

Table 6 State of resultant force

序号	合力	合力矩	力与力矩位置关系	刚体受力状况
1	$\neq 0$	$= 0$		过原点纯力
2	$= 0$	$\neq 0$		纯力偶
3	$= 0$	$= 0$		平衡
4	$\neq 0$	$\neq 0$	垂直	不过原点纯力
5	$\neq 0$	$\neq 0$	平行	螺旋状态
6	$\neq 0$	$\neq 0$	既不垂直也不平行	不过原点纯力和纯力偶

通常情况下由于重力的存在, 且重力的等效作用点(重心)往往与外载荷作用点不重合, 所以测力单元测量到的合外力通常是表 6 第 6 种情况。

而应用式(27)进行合力作用点的求解就会忽略合力矩中与合力方向相同力偶的影响, 因而在力学角度产生很大的不确定性。为此可以应用合力力

旋量参数求解方法来弥补上述缺陷。

确定合力的作用点其目的是得到合力作用线的位置,当已经得到的合力力旋量的主部 $\mathbf{f}$ 和副部 $\mathbf{m}$ 时,可以得到如下公式

$$\mathbf{f} \times \mathbf{m} = \mathbf{f} \times \mathbf{r} \times \mathbf{f} = (\mathbf{f} \cdot \mathbf{f}) \mathbf{r} - (\mathbf{f} \cdot \mathbf{r}) \mathbf{f} \quad (28)$$

进一步得到过原点且垂直于 $\mathbf{f}$ 的线矢量的正交位置向量:

$$\mathbf{r}_0 = \frac{\mathbf{f} \times \mathbf{m}}{\mathbf{f} \cdot \mathbf{f}} \quad (29)$$

这里的力学意义为,将合力作用点移动到 $\mathbf{r}_0$,此时合外力由纯力和纯力偶构成。

4.2 推力定位数值算例

以表 1 中载荷信息为例,测量到的合力为

$$\mathbf{f}_1 = [150 \quad -100 \quad 50 \quad 0 \quad 0 \quad -50]^T \quad (30)$$

应用力旋量理论可以得到力旋量的各个参数如式(31)所示。得到合力所在直线过点(0.142 9, 0.2143, 0)m, 合力的方向为(0.801 8, -0.534 5, 0.267 3)。其力学含义为,当合力移动到点(0.142 9, 0.214 3, 0)m,可以得到纯力 $\mathbf{f}$ 和纯力偶 $\mathbf{c}$ 。

$$\begin{cases} \mathbf{f} = \mathbf{f}_1 = 187.0829 (0.8018, -0.5345, 0.2673)^T \text{ kN} \\ \mathbf{m} = 50 (0, 0, -1)^T \text{ kN} \cdot \text{m} \\ \mathbf{c} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{s} = -13.3631 \text{ kN} \cdot \text{m} \\ h = c/f = -0.0714 \text{ m} \\ \mathbf{r}_0 = \frac{\mathbf{f} \times \mathbf{m}}{\mathbf{f} \cdot \mathbf{f}} = (0.1429, 0.2143, 0)^T \text{ m} \\ \mathbf{m}_n = \mathbf{m} - \mathbf{c}\mathbf{s} = (10.7143, -7.1429, -42.4286)^T \text{ kN} \cdot \text{m} \end{cases} \quad (31)$$

式中 $\mathbf{m}_n$ 是与 $\mathbf{f}$ 正交的力偶分量,将 $\mathbf{f}$ 和 $\mathbf{m}_n$ 带入式(27),可以求得关注截面作用点的位置。若只关心矢量推力作用点也可先从总的力旋量中减去重力旋量,然后得到合力、与合力方向正交的力偶,再进行外载荷作用点的求解。

4.3 质心偏心与矢量推力

发动机自重产生的附加力矩对推力台架矢量推力的测定影响巨大,本文基于旋量,以表 1 和表 2 给定的数据为基础,做一个数值算例分析。将模型质心的 x 轴坐标从-1 到 1 以步长 $\Delta x = 0.3 \text{ m}$ 平移,图 5 绘制了这个变化过程中合力的位置向量和方向向量的变化。

从图 5 可以观察到,随着质心位置由 x 负半轴向正半轴移动,正交位置向量的 x 和 y 坐标值线性增大, z 轴坐标值不变。

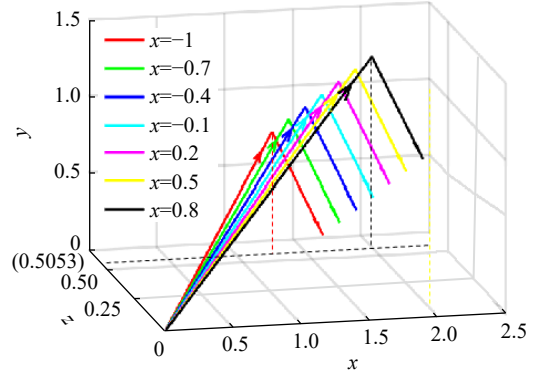


图 5 质心位置与合力关系图

Fig. 5 Relationship between the position of the center of mass and the resultant force

如图 1 所示,质心偏心就会引起系统对全局坐标系原点 O 的附加力矩,定义沿 z 向偏心产生沿 x 轴的附加力矩 M_{mx} ,沿 x 向偏心产生沿 z 轴的附加力矩 M_{mz} 。

定义台体未发生质心偏移合力旋量

$$\mathbf{W}_b = [F_x \quad F_y \quad F_z \quad M_x \quad M_y \quad M_z]^T \quad (32)$$

则质心偏移合力旋量:

$$\mathbf{W}_p = [F_x \quad F_y \quad F_z \quad M_x + M_{mx} \quad M_y \quad M_z + M_{mz}]^T \quad (33)$$

式(33)表明质心偏心影响合力的本质是重力产生附加力矩影响合力的合力偶,不影响合力中纯力的方向(坐标分量)和大小。

定义质心未偏心时合力位置向量:

$$\mathbf{r}_b = [x_b \quad y_b \quad z_b] \quad (34)$$

由式(29)得到质心偏心时合力位置向量

$$\mathbf{r}_p = \left[x_b + \frac{F_y M_{mz}}{|\mathbf{f}_b|^2} \quad y_b + \frac{F_z M_{mx} - F_x M_{mz}}{|\mathbf{f}_b|^2} \quad z_b - \frac{F_y M_{mx}}{|\mathbf{f}_b|^2} \right] \quad (35)$$

式(35)中 $|\mathbf{f}_b|$ 为合力旋量 $\mathbf{W}_p$ 主部的模。式(35)反映了图 5 的变化趋势,即随着质心沿 x 向移动, M_{mx} 的值为零,合力作用点的 x 坐标和 y 坐标线性变化, z 坐标不发生变化。

合力的方向与质心偏心无关,定义合力的姿态(方向)向量 $\mathbf{s}$

$$\mathbf{s} = [s_x \quad s_y \quad s_z] \quad (36)$$

定义质心未偏移合力旋矩 h_b ,则质心偏移的合力旋矩 h_p 可表达为

$$h_p = h_b + \frac{s_x M_{mx} + s_z M_{mz}}{|\mathbf{f}_b|} \quad (37)$$

旋矩 h_p 反映了纯力偶与合力比值的大小, 式(37)表明, 随着质心偏移量增大, 纯力偶呈线性增加趋势。由于质心偏心不影响合力的大小和方向, 若忽略纯力偶的影响, 直接使用式(27)计算矢量推力等效作用点的特解, 其计算结果的误差会随着质心偏心量增大而增大。

5 结 论

结合旋量理论和变形位移协调关系对八分支正交盒式测力台架进行了旋量建模、模型求解、误差补偿和推力定位方面的研究。

1) 在分析了盒式测力台架的载荷偏心和测力耦合两大特点的基础上, 基于旋量理论建立了八分支正交盒式测力台架的旋量模型。并明确了以测力单元与定架的连接点作为静力映射矩阵的位置矢量在轴向变形研究方面更为合适。

2) 在分析了旋量模型基础上, 从八个测量分支的轴向变形协调角度出发, 推导了两个约束方程, 并通过数值算例和仿真进行了验证, 结果显示约束方程求解结果与仿真的最大相对误差只有 9.147%。

3) 基于测力单元变形与台体位移协调关系, 建立了误差补偿模型, 模型在合力方面有较好的补偿效果, 数值算例的最小补偿量为 78.03%。由于结构载荷偏心距 H 放大变形误差, 力矩需要综合补偿前后的结果进行综合评估。

4) 一方面针对矢量推力定位出现的不确定性现象, 指出其主要原因是忽略了与合力同向力偶(纯力偶)的影响, 并基于旋量理论提出合力作用点的求解方法; 另一方面用解析法分析了质心偏心对合力作用点的影响, 质心偏心不影响合力中的纯力, 但对合力偶、合力的位置向量和旋矩具有线性影响。

参考文献:

- [1] 姚建涛, 李立建, 许允斗, 等. 超静定六维力传感器静定测量模型及标定方法[J]. 仪器仪表学报, 2013, 34(9): 1927-1933.
YAO Jiantao, LI Lijian, XU Yundou, et al. Statically determinate measurement model and calibration method of statically indeterminate six-axis force sensor[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2013, 34(9): 1927-1933. (in Chinese)
- [2] 吴锋, 袁占斌, 张有, 等. 矢量推力台架各向同性及灵敏度分析[J]. 航空动力学报, 2020, 35(7): 1353-1360.
WU Feng, YUAN Zhanbin, ZHANG You, et al. Analysis on isotropy and sensitivity of vector thrust stand[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(7): 1353-1360. (in Chinese)
- [3] 王润明, 罗毅. 航空发动机推力测量台架动架支撑方式研究[J]. 燃气涡轮试验与研究, 2013, 26(1): 9-11, 46.
WANG Runming, LUO Yi. Supporting methods for movable stand of aero-engine thrust measurement test bench[J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2013, 26(1): 9-11, 46. (in Chinese)
- [4] 朱舒扬. 全尺寸超燃冲压发动机推力测量台架研制[J]. 火箭推进, 2015, 41(5): 106-110.
ZHU Shuyang. Development of thrust measurement platform for full-scale scramjet[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2015, 41(5): 106-110. (in Chinese)
- [5] 王宏亮, 晏卓, 李志勋, 等. 发动机矢量推力测量与校准系统设计研究[J]. 火箭推进, 2018, 44(1): 75-80.
WANG Hongliang, YAN Zhuo, LI Zhixun, et al. Design research on thrust vector measurement and calibration system for rocket engine[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2018, 44(1): 75-80. (in Chinese)
- [6] 于常安, 王罗, 何显中, 等. 航空矢量喷管测试平台用六分量盒式天平结构设计[J]. 航空动力学报, 2016, 31(1): 23-30.
YU Changan, WANG Luo, HE Xianzhong, et al. Design on structure of six-component box balance for the aero-engine vector nozzle measuring platform[J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(1): 23-30. (in Chinese)
- [7] 苗磊, 李耀华, 李建强, 等. 某飞行器推力矢量试验测力装置研制[J]. 航空动力学报, 2020, 35(12): 2521-2531.
MIAO Lei, LI Yaohua, LI Jianqiang, et al. Development of force measuring device for an aircraft thrust vectoring test[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(12): 2521-2531. (in Chinese)
- [8] 赵荣娟, 刘施然, 周正, 等. 激波风洞超燃冲压发动机推力测量技术研究[J]. 实验流体力学, 2022, 36(4): 103-108.
ZHAO Rongjuan, LIU Shiran, ZHOU Zheng, et al. Research of scramjet thrust test in shock tunnel[J]. Journal of Experiments in Fluid Mechanics, 2022, 36(4): 103-108. (in Chinese)
- [9] 王红艳, 孙宝元, 钱敏, 等. 解耦算法在发动机推力矢量测量中的应用[J]. 宇航计测技术, 2005, 25(6): 14-17, 31.
WANG Hongyan, SUN Baoyuan, QIAN Min, et al. Engine thrust vector measurement by using decoupling algorithm[J]. Journal of Astronautic Metrology and Measurement, 2005, 25(6): 14-17, 31. (in Chinese)
- [10] 汪运鹏, 聂少军, 王粤, 等. 卷积神经网络在风洞天平静态校准中的应用[J]. 空气动力学学报, 2023, 41(3): 25-32.
WANG Yunpeng, NIE Shaojun, WANG Yue, et al. Application of convolutional neural network in static calibration of wind tunnel balance[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2023, 41(3): 25-32. (in Chinese)
- [11] 聂少军, 王粤, 汪运鹏, 等. 循环神经网络在智能天平研究中的应用[J]. 力学学报, 2021, 53(8): 2336-2344.
NIE Shaojun, WANG Yue, WANG Yunpeng, et al. Application of recurrent neural network in research of intelligent wind tunnel balance[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2021, 53(8): 2336-2344. (in Chinese)
- [12] 吴锋, 杨桥, 张有, 等. 航空发动机矢量推力测量系统的静态校准及不确定度评定方法研究[J]. 测控技术, 2021, 40(1): 83-89.
WU Feng, YANG Qiao, ZHANG You, et al. Static calibration and uncertainty evaluation of aero-engine thrust vectoring measurement system[J]. Measurement & Control Technology, 2021, 40(1): 83-89. (in Chinese)

- [13] JUN Zhang, AKBAR M A, LEI Wangxin, et al. Optimization of design and measurement principle of six-components force/thrust measurement stand[J]. Journal of Engineering, Design and Technology, 2020, 18(5): 1371-1379.
- [14] MILOS P, DAVIDOVIC N, JOJIC B, et al. A novel 6 DOF thrust vector control test stand[J]. Tehnicki Vjesnik-Technical Gazette, 2015, 22(5): 1247-1254.
- [15] 张有, 张斌山, 吴锋, 等. 六分力台架设计与矢量推力定位[J]. 航空动力学报, 2019, 34(11): 2324-2330.
ZHANG You, ZHANG Binshan, WU Feng, et al. Six-component stand design and vector thrust positioning[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(11): 2324-2330. (in Chinese)
- [16] 戴建生. 旋量代数与李群、李代数[M]. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2020.
- DAI Jiansheng. Spinor algebra and lie groups and lie algebras[M]. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 2020. (in Chinese)
- [17] 姚建涛, 李立建, 许允斗, 等. 冗余并联结构六维力传感器及其超静定静力映射解析分析[J]. 工程力学, 2014, 31(10): 205-211.
YAO Jiantao, LI Lijian, XU Yundou, et al. Redundant-parallel structure six-axis force sensor and hyperstatic static mapping analytical analysis[J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(10): 205-211. (in Chinese)
- [18] 张有, 吴锋, 何培垒. 航空发动机推力测量台架原理误差分析[J]. 航空发动机, 2016, 42(4): 76-80.
ZHANG You, WU Feng, HE Peilei. Principle errors analysis of thrust measurement test bench system for aeroengine[J]. Aeroengine, 2016, 42(4): 76-80. (in Chinese)

(编辑: 陈 越)