

加工误差对超声速叶栅气动性能影响的 不确定性分析

刘铠烨¹, 楚武利¹, 郭正涛¹, 梁彩云², 孟德君²

(1. 西北工业大学 动力与能源学院, 西安 710129;

2. 中国航发沈阳发动机研究所, 沈阳 110015)

摘 要: 为了研究法向加工误差对超声速叶栅气动性能的影响, 基于高斯过程和主成分分析法, 构建了由法向加工误差导致的叶表五维几何不确定性模型。采用基于高斯分布型的非嵌入式混沌多项式方法, 结合稀疏网格技术, 构建了叶栅性能的代理模型, 并预测了加工误差对超声速叶栅气动性能的影响。研究中, 还提出了一种量化叶栅流场各部分损失的损失源模型。结果表明: 在随机加工误差影响下, 超声速叶栅总压损失系数近似于正态分布。总压损失系数对前缘部分的加工误差最为敏感, 对吸力面加工误差的敏感程度高于压力面加工误差, 并且敏感性沿弦向位置向后逐渐递减。影响机理是, 前缘加工误差会影响弓形激波强度以及前缘加速过程, 从而影响槽道激波结并构造出叶栅损失出现较大偏差。

关 键 词: 超声速叶栅; 法向加工误差; 非嵌入式混沌多项式; 不确定性量化分析; 气动性能

中图分类号: V231.3

文献标志码: A

Uncertainty analysis of effects of manufacturing errors on aerodynamic performance of supersonic cascades

LIU Kaiye¹, CHU Wuli¹, GUO Zhengtao¹, LIANG Caiyun², MENG Dejun²

(1. School of Power and Energy, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China;

2. Shenyang Engine Research Institute, Aero Engine Corporation of China, Shenyang 110015, China)

Abstract: To study the effects of normal manufacturing error on the aerodynamic performance of supersonic cascade, a model of five-dimensional blade surface geometric variability from normal manufacturing errors was constructed based on Gaussian process and principal component analysis. Combined with the non-intrusive polynomial chaos expansion based on Gaussian distribution and the sparse grid technique, a surrogate mode of cascade performance was proposed. Then, the effects of manufacturing error on the aerodynamic performance of supersonic cascade were predicted by the surrogate model. A loss source model was also proposed to quantify the loss of each part of cascade flow field. The results showed that the total pressure loss coefficient of supersonic cascade was approximately normal distribution under the effects of random manufacturing error. The total pressure loss coefficient was most sensitive to the manufacturing error of the leading edge, and more sensitive to the manufacturing error of the suction surface than to the manufacturing error of the pressure surface, and the sensitivity gradually decreased backward along the chord. According to the mechanism, the leading edge manufacturing error may affect the bow shock wave strength and the leading edge acceleration process,

收稿日期: 2022-10-14

基金项目: 国家科技重大专项(J2019-I-0011)

作者简介: 刘铠烨(1999—), 男, 硕士生, 研究方向为叶轮机械气动热力学。

通信作者: 楚武利(1962—), 男, 教授、博士生导师, 博士, 研究领域为高性能轴流及离心压气机先进流动控制。E-mail: wlcchu@nwpu.edu.cn

引用格式: 刘铠烨, 楚武利, 郭正涛, 等. 加工误差对超声速叶栅气动性能影响的不确定性分析[J]. 航空动力学报, 2024, 39(12): 20220791. LIU Kaiye, CHU Wuli, GUO Zhengtao, et al. Uncertainty analysis of effects of manufacturing errors on aerodynamic performance of supersonic cascades[J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(12): 20220791.

thus affecting the passage shock pattern and forming a cascade loss with a large deviation.

Keywords: supersonic cascade; normal manufacturing error; non-intrusive polynomial chaos; uncertainty quantification; aerodynamic performance

压气机是航空发动机的重要部件之一,其性能的好坏会决定发动机的性能和工作效果。随着现代航空工业的发展,叶片几何形状因为压气机的性能要求而设计得更加复杂。在叶片实际生产制造过程中,由于加工误差的存在,压气机叶片会不可避免地偏离理论叶型,压气机的性能和稳定性也会因此偏离设计要求。Goodhand 等^[1]研究发现,真实的压气机叶片几何偏差将对三维流动分离产生不利影响,并且这种影响与叶片载荷增加 10% 的影响相当。由此可见,加工误差会对压气机的性能、稳定性等产生不可忽视的影响。一般来说,通过改进加工工艺、提高加工精度来使实际叶型与理论叶型保持一致往往需要付出更高的成本,并且会导致加工效率降低。如果可以提前评估当前加工工艺下叶片加工误差对性能的影响,并为叶片设计和生产提供一定的指导,那么就可以在控制加工成本的同时保证压气机气动性能可控。因此,研究叶片加工误差对压气机流场结构的影响机理以及对气动性能的影响规律具有深远的工程意义和广阔的应用前景。

为此,国内外众多学者进行了相关研究。国外在这方面的研究已经相当深入,并建立了完善的研究体系。Lange 等^[2-3]建立了将压气机叶片的光学测量坐标转化为叶片轮廓参数的几何不确定性模型,并以此为基础基于蒙特卡洛法(Monte Carlo, MC)对压气机性能做了不确定性量化分析。Garzon 等^[4-5]根据压气机叶片实际测量数据基于主成分分析法(principal component analysis, PCA)建立了几何不确定性模型,结合蒙特卡洛法研究了几何不确定性对压气机性能的影响,发现几何不确定性会导致效率下降 1.2%,此后 Garzon 等^[6]在压气机转子优化过程中考虑了型面偏差对气动性能的影响,通过稳健性设计降低了效率对于加工误差的敏感性;国内关于加工误差不确定性对压气机性能影响的研究在最近几年有了快速的发展。陈为雄等^[7]以 Rotor 67 转子 70% 叶高截面基元级叶型为研究对象,通过正交试验及数值模拟方法研究了不同误差对叶栅气动性能的敏感性,发现激波损失是叶栅性能随轮廓度误差增加而恶化的重要原因。高丽敏等^[8]和李萍^[9]以可控扩散叶型为研究对象,运用数值仿真和试验,研究了

不同加工误差对平面叶栅性能的影响。于贤君等^[10]以高压压气机后面级转子中间截面叶型为研究对象,研究了不同局部几何偏差模态对叶型性能的影响。刘佳鑫等^[11]通过对实测叶型几何进行数值模拟,研究了加工误差对二维叶型性能的影响。郭正涛等^[12-14]对低速高负荷叶栅分别基人工神经网络、多项式混沌展开(polynomial chaos expansions, PCE)以及数据驱动的混沌多项式研究了法向加工误差、端壁倒圆半径和轮廓度安装角耦合误差对叶栅性能以及稳定性的影响,得到如下结论:①对于法向加工误差,叶片前缘和吸力面型线处的加工偏差对损失影响较大;②端壁倒圆半径误差在近失速工况下会对性能产生较大影响;③对于耦合误差,大攻角工况下应注重安装角误差的影响,而小攻角工况下应注重轮廓度误差的影响。

从国内外各学者目前研究来看,目前的加工误差研究对象主要为三维转子以及二维亚声速或跨声速叶型,有关超声速平面叶型的研究较少。根据压气机的发展趋势,压气机级压比正不断提高,这使得研究以及设计超/跨声速压气机成为了必然,探究超声速叶栅流动对压气机叶片设计具有指导性作用。对于超声速叶栅而言,其激波结构可以实现增压的目的,但激波也会使得叶栅流动更加复杂,激波本身导致的损失以及激波-附面层的干扰引起的流阻损失等会对流动以及效率产生影响。由此可见,研究加工误差对超声速叶栅性能的影响具有重要意义。

如上面所说,损失是评价超声速叶栅性能的重要指标,目前对流动损失的研究主要是定性分析以及对全局损失的分析。而有关叶栅流动各局部损失量化的研究较少,目前相关的成果主要是针对低速亚声速叶栅流动的损失源模型^[12,15-16],以及结合经验公式的一维激波损失模型^[17]。在超声速叶栅流动中,直接使用基于低亚声速流动所搭建的损失源模型必定会造成巨大误差。而在复杂流动中,一维激波损失模型由于需要对激波的几何特征有较精准的捕捉,这在小尺度变几何流场中是不太容易实现的,并且叶栅流动中,激波损失只是一方面,激波引发的附面层分离以及尾迹等产生的损失也是不容忽视的。为此,本文在已

有的研究基础上,提出了一种能够较为合理量化超声速叶栅流动损失的损失源模型。

目前主要的不确定性研究方法有 PCA^[18-19]、MC^[20-21]、PCE^[22-24] 等,其中 PCA 主要应用于构造叶片几何偏差模型,而 PCE 用于构建代理模型。MC 主要用于估算统计矩,虽然思路简单,但为了达到一定精度水平往往需要对大量的样本进行 CFD 计算,代价比较昂贵。而 PCE 具有较高的精度,能够得到随机变量的整个概率分布,同时也可以方便地得到统计矩,其运算量相比 MC 少很多。同时,针对较高维度的研究对象,还可以将 PCE 与一些技术(如稀疏网格法)结合,进一步减少计算量。

综上所述,本文以 SL-19 超声速平面叶栅为研究对象,基于零均值高斯过程描述法向加工误差,采用基于法向加工误差的 PCA 法建立表征叶型偏差的几何不确定性模型,基于非嵌入式混沌多项式构建代理模型,探究叶片法向加工误差对流场以及性能的影响,并且结合 Spearman 秩相关分析以及流动损失源分析找出加工时最敏感的误差区域。本文所得结论将为加工误差对轴流压气机转子气动性能的影响研究提供参考,并且本文在研究超声速平面叶栅流动时所使用的损失源模型以及“唯一进气角”推算方法同样也可以为今后的相关领域的研究提供一定的参考。

1 不确定性量化方法

1.1 几何不确定性模型

如图 1,定义法向加工误差为设计型线上的点 P_d 沿其外法线方向 $\hat{n}$ 到实际加工型线上的点 P_m 所对应的移动距离 e ,用公式表述为

$$P_m(c) = P_d(c) + e(c)\hat{n}(c) \quad (1)$$

其中 $|c| \in [0, 1]$, 为无量纲弦长位置。 $c < 0$ 表明 P_d 位于吸力面上, $c > 0$ 表明 P_d 位于压力面上。

1.1.1 高斯随机过程

叶片在加工制造时具有随机性,将法向加工误差作为随机变量。并参考文献 [25],采用零均值高斯随机过程来描述法向加工误差 $e(c, \omega)$ 的概率分布,使其更符合实际情况。几何不确定性模型可以这样描述:

$$P_m(c, \omega) = P_d(c) + e(c, \omega)\hat{n}(c) \quad (2)$$

其中 $\omega \in \Omega$ 为概率空间 $\{\Omega, F, P\}$ 中的随机变量; $c \in \Gamma$, Γ 为叶片几何空间变量。

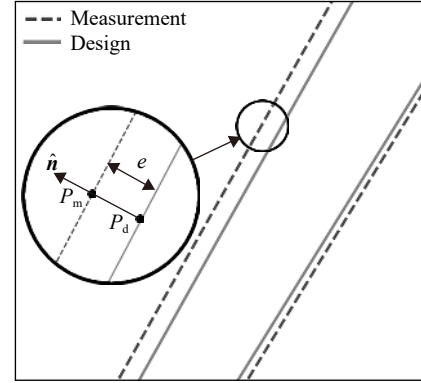


图 1 法向加工误差示意图

Fig. 1 Schematic of normal manufacturing error

对于零均值高斯随机过程,随机变量 $e(c, \omega)$ 的均值、标准差以及协方差函数定义如下:

$$\mu_e(c) = E[e(c, \omega)] \equiv 0 \quad (3)$$

$$\sigma_e(c) = \sqrt{E[e(c, \omega) - \mu_e(c)]^2} = f(c) \quad (4)$$

$$\text{Cov}(c_1, c_2) = \sigma(c_1)\sigma(c_2)\exp(-ht^2) \quad (5)$$

其中 $\forall \omega \in \Omega, \forall c \in \Gamma, \forall c_1, c_2 \in \Gamma$ 。① $f(c)$ 为关于叶栅几何空间位置的连续函数,结合 3σ 原则,由轮廓度误差的 $1/3$ 给定。② h 为协方差函数参数,表征两点间相关性的衰减速度,对于距离相同的两点, h 越大则相关性越小,其取值会影响 PCA 中主成分的选取。③ $t = s_{12}/s_{\max}$, 是通过最大表面距离(半叶型周长) $s_{\max}$ 无量纲化的叶表距离。

1.1.2 PCA

在高斯过程描述的几何不确定性模型中,随机变量 $e(c, \omega)$ 是无限维的,并且各个维度之间是相关的,直接对其进行研究比较复杂。因此,需要对此进行适当简化,常见的方法有 K-L 展开以及 PCA 法。本文采用 PCA 法对随机过程进行近似,以达到降维的目的。

本文选取 $N=200$ 个点,根据协方差函数得到其协方差矩阵 C ,并求解出协方差矩阵 C 的特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ 。最后,选取前 m 阶主成分,并要求累积方差贡献率满足式(6):

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i / \sum_{i=1}^N \lambda_i > 99\% \quad (6)$$

于是高斯过程可近似表示为式(7):

$$\hat{e}(c, \omega) = \sum_{i=1}^m \sqrt{\lambda_i} p_i \xi_i(\omega) \quad (7)$$

$\forall c \in \Gamma \quad \omega \in \Omega$

其中 $\mathbf{p}_i$ 为各特征值 λ_i 对应的特征向量, $\xi_i(\omega)$ 为标准正态分布的随机变量, 且 $\xi_i(\omega)$ 之间是互不相关的。最终, 几何不确定性模型表示为

$$P_m(c, \omega) = P_d(c) + \sum_{i=1}^m \sqrt{\lambda_i} \mathbf{p}_i(c) \xi_i(\omega) \hat{\mathbf{n}}(c) \quad (8)$$

1.2 代理模型构建方法

1.2.1 非嵌入式多项式混沌法

PCE 是一种非常有效的基于随机展开的不确

$$Y(\theta) = c_0 H_0 + \sum_{i_1=1}^{\infty} c_{i_1} H_1[\xi_{i_1}(\theta)] + \sum_{i_1=1}^{\infty} \sum_{i_2=1}^{i_1} c_{i_1 i_2} H_2[\xi_{i_1}(\theta), \xi_{i_2}(\theta)] + \sum_{i_1=1}^{\infty} \sum_{i_2=1}^{i_1} \sum_{i_3=1}^{i_2} c_{i_1 i_2 i_3} H_3[\xi_{i_1}(\theta), \xi_{i_2}(\theta), \xi_{i_3}(\theta)] + \dots \quad (9)$$

其中 $H_n(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \dots, \xi_{i_n})$ 表示 n 阶 Hermite 正交多项式, 它是标准多维随机变量 $\xi = (\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \dots, \xi_{i_n})$ 的函数。

在实际使用中, 式(9)的 PCE 模型会根据计算精度的要求在 p 阶被截断。相应 PCE 模型表示为

$$Y(\theta) \approx y = \sum_{j=0}^P \hat{c}_j \Psi_j(\xi) \quad (10)$$

其中, 多项式的项数 P 由 PCE 的展开阶数 p 以及随机变量 ξ 的维数 d 决定。

2) PCE 系数 $\hat{c}_j$ 求解。最常见的方法是 Galerkin 投影法, 它运用了正交多项式的正交性。对式(10), 在等式两边同时依次投影到正交多项式 $\Psi_j(\xi)$ 上, 经过化简有

$$\hat{c}_j = \frac{\langle y, \Psi_j \rangle}{\langle \Psi_j, \Psi_j \rangle} \quad (11)$$

其中, 对于分母是存在解析解的, 主要计算量在分子的计算上, 可以通过数值方法计算积分 $\int_{\Omega} y \Psi_j \rho(\xi) d\xi$ ($\rho(\xi)$ 为联合概率密度函数) 得到。

求得 PCE 系数后, 整个 PCE 模型就已经确定了, 不确定性分析将直接在该模型上进行。

1.2.2 稀疏网格数值积分

求解 PCE 系数时, 需要计算 $\int_{\Omega} y \Psi_j \rho(\xi) d\xi$ 。一般可以通过全因子数值积分法进行求解, 该方法代数精度较高并且总是稳定和收敛的, 但存在“维度灾难”问题, 计算量非常大, 因此产生了基于稀疏网格的数值积分法。稀疏网格数值积分可追溯到俄国数学家 Smolyak 提出的 Smolyak 算法,

定性量化分析方法。其中, 非嵌入式多项式混沌法(non-intrusive polynomial chaos, NIPC)在进行不确定分析时, 将响应函数看作黑箱, 仅仅关注输入和输出变量之间的函数映射关系, 无需涉入函数内部对求解器进行修改, 近十多年来在各个领域得到了广泛应用。NIPC 法大致可以分为以下两步:

1) 构建 PCE 模型。可用一组正交多项式基函数的加权线性组合来表示。对任意随机变量 Y , 当输入变量 ξ 服从正态分布时, PCE 模型表示为

相比于全因子数值积分法, 可以大幅度降低样本数、缓解“维度灾难”问题。其思想是用一维求积公式的张量积组合构造多维求积公式。

对于一维求积公式, 积分节点 U_1^{ij} , 权值 w_1^{ij} , 则 d 维具有 k 阶稀疏网格精度的数值积分节点和权值分别为

$$U_d^k = \bigcup_{k+1 \leq |i| \leq q} U_1^{i_1} \otimes U_1^{i_2} \otimes \dots \otimes U_1^{i_d} \quad (12)$$

$$w_i = (-1)^{q-|i|} \binom{d-1}{q-|i|} (w_1^{i_1} \dots w_1^{i_d}) \quad (13)$$

其中 $q = k + d$, $|i| = i_1 + i_2 + \dots + i_d$, 而 i_1, i_2 等表示各维度求积节点个数。

因此高维积分 $\int_{\Omega} y \Psi_j \rho(\xi) d\xi$ 可以表示为

$$\int_{\Omega} y \Psi_j \rho(\xi) d\xi \approx \sum_{l=1}^{N_s} y_l \Psi_j(\xi_l) w_l \quad \xi \in U_d^k \quad (14)$$

其中 N_s 为稀疏网格数值积分节点总数。表 1 展示了不同维度和阶数下稀疏网格所需的配置点个数(NSG)和全网格所需配置点个数(NFG)。可以看到随着维度增加, NFG 呈指数增长, 而稀疏网格能显著减少配置点数, 缓解“维度灾难”。

表 1 稀疏网格和全网格配置点数

Table 1 Number of collocation points of sparse grid and full grid

d	$k=2$		$k=3$	
	NSG	NFG	NSG	NFG
3	25	27	69	64
5	61	243	241	1 024
8	145	6 561	849	65 536
10	221	59 049	1 771	1 048 576

2 研究对象及方法

2.1 研究对象以及 CFD 验证

2.1.1 研究对象信息以及数值仿真方法

研究对象为预压缩超声速叶栅 ARL-SL19, 该叶型源于 Wennerstrom 设计的跨声速压气机转子的叶顶部分截面。文献 [26] 提供了其型线坐标以及其他主要设计参数, 几何参数如表 2 所示。

表 2 叶栅 ARL-SL19 几何参数
Table 2 Geometric features of ARL-SL19 cascade

参数	数值
弦长/mm	85
稠度	1.53
安装角/(°)	56.93

采用商用软件 NUMECA 对该叶栅进行准二维计算。由 NUMECA/Autogrid5 生成结构化网格, 计算区域为叶高 2 mm 的薄层区域, 取叶中流面做平面二维流动分析, 计算域及边界类型示意图见图 2(图中 C_{az} 为叶片的轴向弦长)。网格拓扑结构为“H-O-H”型, 总节点数为 25 万, 其中叶高方向的网格数为 5, 距壁面的第 1 层网格高度 $y_{wall} = 10^{-6}$ m 以保证 $y^+ < 1$ 。数值计算在直角坐标系下用 NUMECA/FineTurbo 完成。边界条件设置与 DFVLR^[26] 试验台压比为 2.3 工况下的试验条件保持一致: 选用超声速进口, 其总温为 310 K、总压为 101 325 Pa、马赫数为 1.586、进气角设置要满足“唯一攻角”要求, 所需的进口气动参数都可以用这些通过气动函数换算出来。出口选用压力出口, 指定平均静压为 55 977 Pa。叶型表面为绝热无滑移边界, 湍流模型选用 S-A 模型, 空间离散采用二阶迎风格式。需要注意的是, 由于该超声速叶栅轴向马赫数是亚声的, 存在“唯一攻角”(或

“唯一进气角”)问题, 因此进口气流角设置要满足“唯一进气角”条件。

本文不确定输出变量总压损失系数 $\tilde{\omega}$ 定义为

$$\tilde{\omega} = \frac{p_{in}^* - p_{out}^*}{p_{in}^* - p_{in}} \quad (15)$$

其中 p^* 和 p 分别表示总压和静压, 下标 in 和 out 分别表示计算域进口和出口位置。

2.1.2 “唯一进气角”及 CFD 验证

在设计工况下, 试验的进口气流角测量值为 57.6° 。因此在推算“唯一进气角”时, 以进气角 57.6° 为起始工况, 并不断调整进气角来逼近“唯一进气角”, 逼近的标准是抑制进口区域不守恒现象^[27], 这个过程与压气机推算近失速边界类似。对于当前所研究的工况, 图 3 展示了该进气角下的马赫数分布云图以及不同进气角下马赫数沿直线 $Y=0$ 的分布。可以看到, 在进气角调节范围被限定在 0.01° 后, 进口区域波动已经被控制得很小, 此时进气角为 58.32° , 可以将该进气角作为“唯一进气角”。

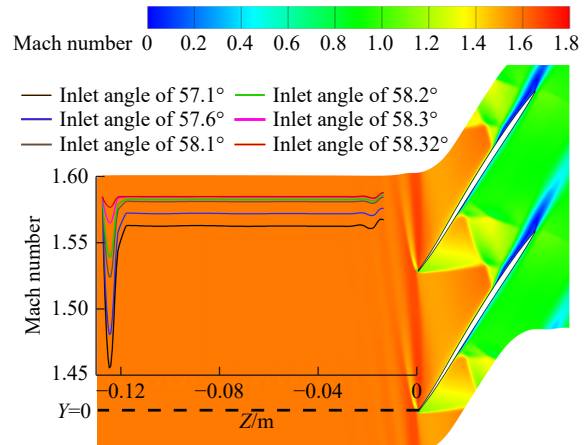


图 3 叶栅上游马赫数分布

Fig. 3 Mach number in upstream of cascade

图 4 展示了不同数量网格(9 万、12 万、25 万以及 50 万)模型计算的叶表等熵马赫数 Ma_{is} 的分布与 Tweedt 等^[26] 的试验数据, 图中 SS 为吸力面, PS 为压力面。通过不同网格模型计算结果的对比, 可知网格数大于 12 万后计算结果已经收敛, 考虑到加工误差量级较小, 并且为了更精细地捕捉流场细节, 本文选取 25 万节点的网格模型。从数值计算结果与试验测量结果的对比, 可以发现两者比较吻合, 只是压力面前半部分略有差异。不过国内外各学者^[28-30] 的仿真结果均有类似的问题, 主要原因: ①试验中叶表测点密度不足以准确捕捉激波; ②真实试验中的三维效应干扰; ③实

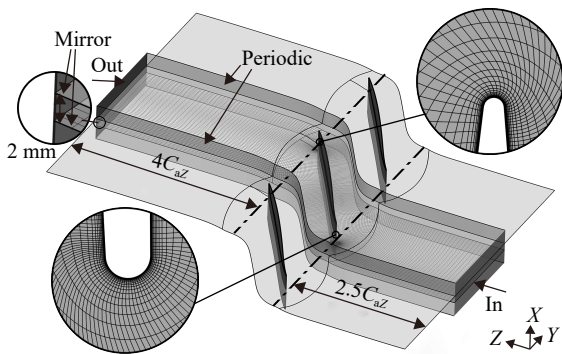


图 2 计算域和网格示意图

Fig. 2 Schematic of computational domain and grid

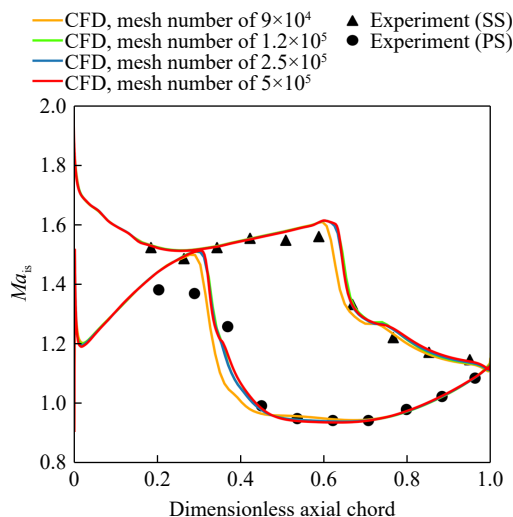


图 4 不同网格数量对叶表等熵马赫数的影响

Fig. 4 Effect of different mesh schemes on isentropic Mach number on blade surface

际提供的叶型坐标缺失前尾缘形状,造成数值计算所拟合的叶型与真实叶型有差异。

为了清楚地展示波系结构,用激波函数对其进行描述。激波函数的定义为

$$f_{\text{shock}} = \frac{\mathbf{V} \cdot \nabla \rho}{|\mathbf{V}| \rho} \quad (16)$$

其中 $\mathbf{V}$ 为速度矢量, $\nabla \rho$ 为密度梯度,该函数可以表征气流在流动方向上的密度相对变化,大于零表示压缩,小于零表示膨胀,激波函数值越大说明激波强度越强。

图 5 展示了叶栅的波系结构,可以看到这是经典的双激波模式,并且结合图 3,可以看到第一道和第二道通道激波分别引发了吸力面和压力面的流动分离,这些现象与试验观测相符。另外,在下游出口处本文计算的损失系数为 0.1343,与试验结果 0.134 的相对误差为 0.2%。

由本文所研究的对象存在“唯一攻角”问题,在考虑加工误差时,各样本的几何存在差异,因此对于特定来流马赫数,各样本对应的“唯一进气角”会有所区别。各个样本均要推算出“唯一进气角”,因此需要验证该方法的准确性。在不同来流马赫数下推算该叶栅的“唯一进气角”,并且与 Pi-oveasan 等^[31]的数值计算结果以及试验数据作对比(如图 6),可以看到通过该方法能够准确推算出“唯一进气角”。

2.1.3 损失源分析

对于超声速叶栅而言增压主要依靠激波来实现,而由此所产生的激波损失以及激波所诱导的附面层分离损失也是值得关注的。为了更加细致地分析加工误差对损失的影响,需要将总压损失源进行分类,这方面本课题组前期已经进行了一定的研究^[15-16],同时参照文献[17]初步划分损失源,示意图见图 7。

1) 前缘损失 ζ_{LE} : 计算域入口至 5% C_{az} 区域内的损失,主要由前缘阻滞、脱体激波以及外伸波系对气流的扰动造成。

2) 附面层损失 ζ_{BL} : 前缘损失边界至尾缘除分离区,且壁面距离小于等于 δ 区域内的损失(δ 为附面层厚度)。

3) 吸力面、压力面附面层分离损失 ζ_{SS} 、 ζ_{PS} : 吸力面、压力面分离区,且距壁面小于等于 δ 域内的损失。

4) 第一、二道通道激波损失 $\zeta_{1\text{stshock}}$ 、 $\zeta_{2\text{ndshock}}$: $f_{\text{shock}} \geq 30$, 且壁面距离大于 δ 区域内的损失,这主要是气流经过激波所产生。

5) 尾迹损失 ζ_{TE} : 100% C_{a} 至计算域出口区域的损失(C_{a} 为弦长方向),这主要来源于尾迹损失以及尾迹与主流的掺混。

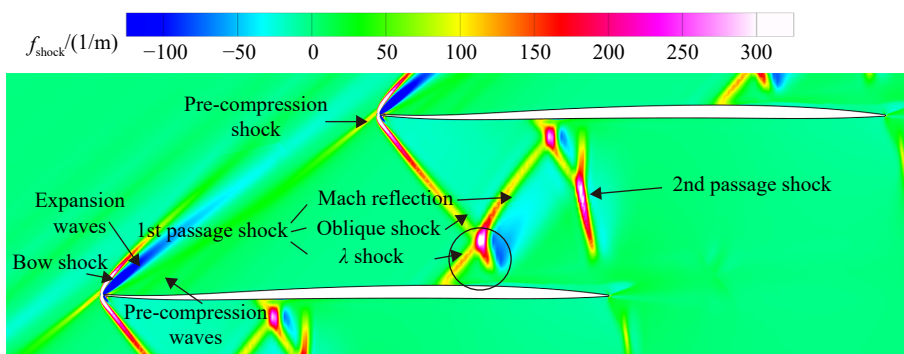


图 5 叶栅波系结构

Fig. 5 Shock wave pattern of cascade

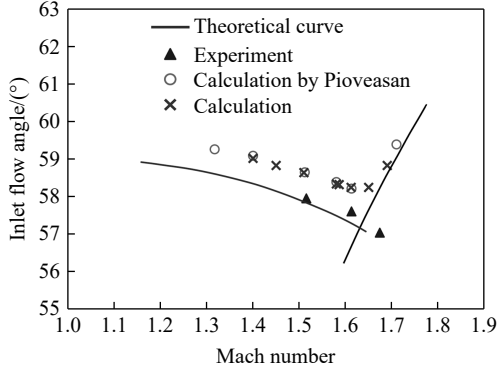


图 6 ARL-SL19 叶栅“唯一攻角”曲线

Fig. 6 Unique incidence curves of ARL-SL19 cascade

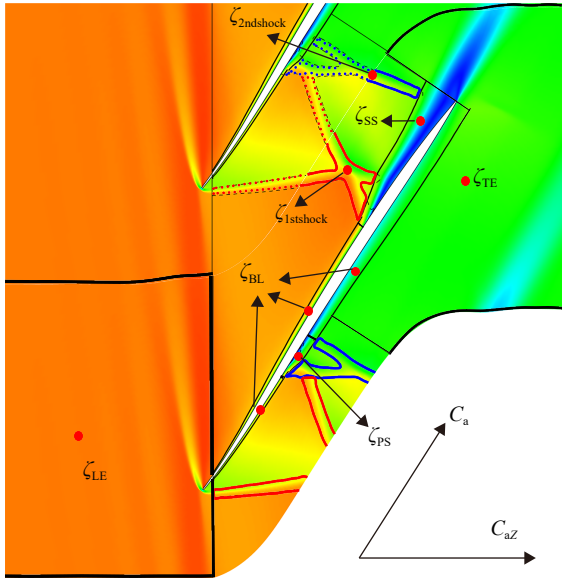


图 7 损失源划分模型

Fig. 7 Loss divided for loss sources analysis model

6) 其他损失 ζ_{other} : 叶栅通道其他流动区域的损失。

对于估算特定区域的总压损失, 前期的研究建立在低速不可压假设下, 因此需要进行一定的修改。参照式(15)定义局部总压损失系数:

$$\zeta = \frac{p_{\text{in}}^* - p^*}{p_{\text{in}}^* - p_{\text{in}}} \quad (17)$$

通过数值计算可以得到流场内局部总压损失系数的分布, 不过局部总压损失系数反映的是从上游到观测位置损失的累积效果, 不便于直接反映产生损失的快慢, 而梯度 $\nabla\zeta$ 在某一方向的投影可以反映其在某一方向的变化快慢。基于这个想法, 有下面的做法:

将局部总压损失系数梯度 $\nabla\zeta$ 与 $\rho\mathbf{V}$ 做点积, 并在指定的区域 Ω (其边界为 $\partial\Omega$) 内积分。由格林公式有

$$\int_{\Omega} \rho\mathbf{V} \cdot \nabla\zeta d\Omega = \int_{\partial\Omega} \zeta\rho\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} ds - \int_{\Omega} \zeta\nabla \cdot (\rho\mathbf{V}) d\Omega \quad (18)$$

其中 $\mathbf{n}$ 为积分区域边界的外法线方向。根据微分形式的连续方程, 对定常可压缩流动有

$$\nabla \cdot (\rho\mathbf{V}) = 0 \quad (19)$$

因此式(18)可以变为

$$\int_{\Omega} \rho\mathbf{V} \cdot \nabla\zeta d\Omega = \int_{\partial\Omega} \zeta\rho\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} ds \quad (20)$$

式(20)中方程右边沿边界的积分可以看作局部总压损失系数通过边界的净流出率, 即

$$\int_{\partial\Omega} \zeta\rho\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} ds = (\bar{\zeta}_{\partial\Omega\text{out}} - \bar{\zeta}_{\partial\Omega\text{in}}) \int_{\partial\Omega\text{in}} \rho\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} ds \quad (21)$$

带入局部损失系数的表达式(17), 有

$$\int_{\partial\Omega} \zeta\rho\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} ds = \frac{\Delta p^*}{p_{\text{in}}^* - p_{\text{in}}} \int_{\partial\Omega\text{in}} \rho\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} ds \quad (22)$$

这可以作为气流流经该区域总压变化的一种度量。如果将计算域中所有的区域累加在一起, 这相当于以整个计算域作为控制体进行积分, 结合式(20)有

$$\sum \int_{\Omega_i} \rho\mathbf{V} \cdot \nabla\zeta d\Omega = \int_{\text{cs}} \zeta\rho\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} ds \quad (23)$$

其中下标 cs 为控制体的边界, 包含固体壁面边界 (solid)、周期性边界 (periodic) 以及进出口边界 (inlet, outlet)。在式(23)右端项计算时, 壁面边界上速度为 0, 因此积分为 0; 周期性边界上, 速度在外法线方向分量相反, 因此两个边界的积分结果会相互抵消; 均匀进气条件下, 计算域进口的局部总压损失系数恒为 0, 因此积分为 0; 计算域出口气流充分掺混。因此式(23)等价于

$$\tilde{\omega} = \sum \frac{\int_{\Omega_i} \rho\mathbf{V} \cdot \nabla\zeta d\Omega}{\int_{\text{out}} \rho\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} ds} \quad (24)$$

这表示计算域的总压损失可以分解为各分区 Ω_i 的局部总压损失, 而各分区的局部总压损失可以通过计算该区域 $\rho\mathbf{V} \cdot \nabla\zeta$ 的积分得到。于是可以通过式(25)估算特定区域 Ω 的总压损失 ζ_{source} 。理论上, 该方法可以应用于任何叶栅模型, 并且也可以选用其他的状态参数 (比如熵、静压等) 搭建对应的局部流动模型。

$$\zeta_{\text{source}} = \frac{\int_{\Omega} (\rho\mathbf{V}) \cdot \nabla\zeta d\Omega}{\int_{\text{out}} \rho\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} ds} \quad (25)$$

通过式(25)所得的全局总压损失系数 ζ_{all} 为 0.130 1, 与总压损失系数 $\tilde{\omega}$ 的相对误差为 3%, 误差主要取决于网格精细程度以及数值积分精度。表 3 展示了叶栅各损失源的损失占比, 由激波引起的损失($\zeta_{LE} + \zeta_{1stshock} + \zeta_{2ndshock}$)约占总损失的 40%。Tweedt 等^[26]基于试验测量预估过在来流马赫数为 1.7 时激波损失大概会占总损失的一半, 考虑到 ζ_{other} 中有相当一部分分布在靠近激波的区域, 因此在目前所研究工况下计算也基本符合 Tweedt 等的试验预估。因此, 在能够精准划分各损失源区域的前提下, 可以通过该方法合理量化各个损失源的损失。

表 3 不同损失源的占比

Table 3 Loss source of different schemes

损失源	占比/%	损失源	占比/%
ζ_{LE}	14.8	$\zeta_{1stshock}$	15.4
ζ_{BL}	11.4	$\zeta_{2ndshock}$	9.1
ζ_{SS}	9.4	ζ_{TE}	14.8
ζ_{PS}	2.3		

2.2 加工误差不确定性量化

2.2.1 几何不确定性模型构建

首先, 构建几何不确定性模型。按照文中第 1.1.1 节所说, 给定法向加工误差的标准差函数, 以及协方差函数参数 h 。这里, 考虑均匀分布的标准差函数。参照航空工业标准 HB5647^[32] 中 1 级精度等级的轮廓度误差公差带来给定法向加工误差标准差函数, 取轮廓度误差公差带为 0.1 mm。对于协方差函数参数 h , 会决定主成分的选取^[33], 选取的主成分不宜过多或过少, 由图 8, 取 $h=5$ 比较合适。求解协方差矩阵, 要求所选取的特征值累积贡献率大于 99%, 根据图 9, 选取前 5 个特征值。于是法向加工误差的截断表达式为

$$\hat{e}(c, \omega) = \sum_{i=1}^5 \sqrt{\lambda_i p_i} \xi_i(\omega) \quad (26)$$

随机变量 $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5)^T$ 对应的联合概率分布为

$$\tilde{f}(\xi) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^5} \exp\left(-\frac{1}{2} \xi^T \xi\right) \quad (27)$$

构建好几何偏差模型后, 验证一下其合理性。随机生成 10^6 组样本, 并统计其法向加工误差的标准差函数 $\sigma_e(c)$ 以及均值函数 $\mu_e(c)$ 的分布, 如图 10, 标准差函数基本恒定在 0.033 处, 均值基本恒定在 0 处, 因此选取 5 个主成分的 PCA 法可以

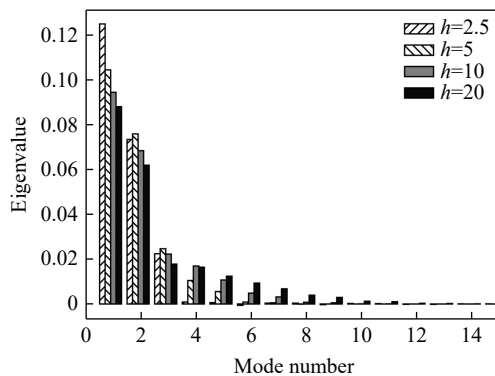
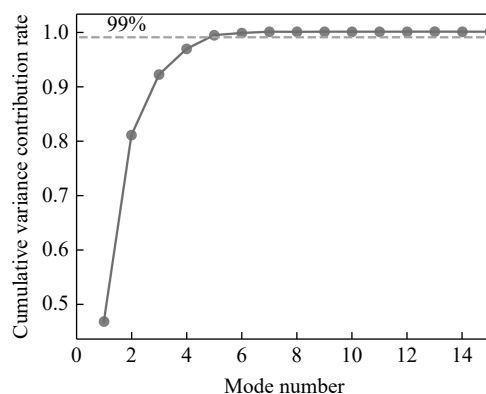
图 8 不同 h 取值下特征值分布Fig. 8 Distribution of eigenvalue with different h 

图 9 累计方差贡献率分布

Fig. 9 Distribution of cumulative variance contribution rate

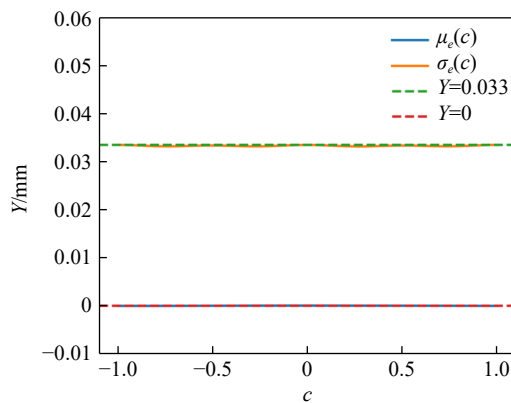


图 10 标准差函数以及均值函数分布

Fig. 10 Distribution of standard deviation function and mean function

保证简化后的几何偏差模型对随机过程做出准确描述。图 11 展示的是其中 80 个样本的叶表法向加工误差分布, 误差基本被限定在 0.1 mm 以内。通过验证可以看到, 该几何不确定性模型可以准确描述给定的随机过程。

2.2.2 代理模型构建

在构建加工误差代理模型时, 将总压损失系

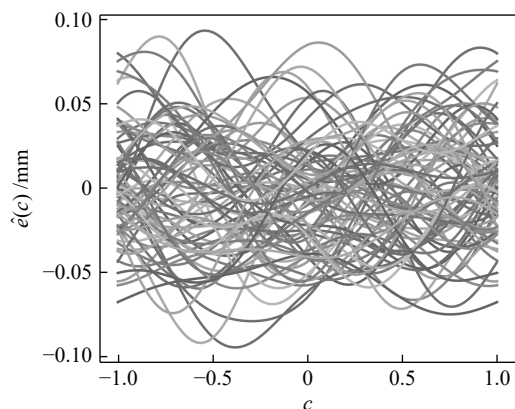


图 11 叶表法向加工误差分布

Fig. 11 Distribution of normal manufacturing error of blade profile

数 $\tilde{\omega}$ 作为不确定性输出变量,做 3 阶 NIPC 展开。在使用 Galerkin 投影法求 PCE 系数时,采用 3 阶稀疏网格数值积分法,因此需要对 241 个偏差叶片样本的 CFD 计算结果进行训练。图 12(a)展示

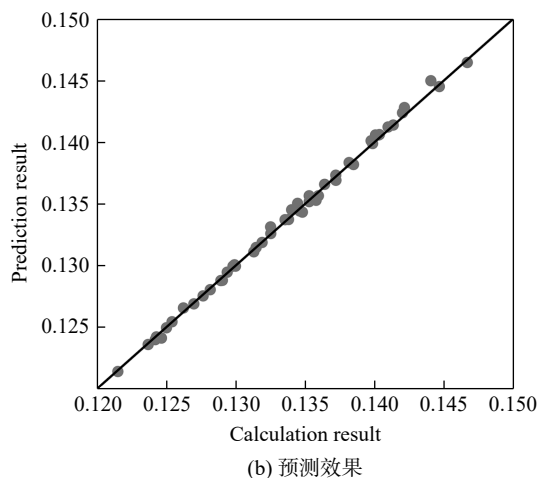
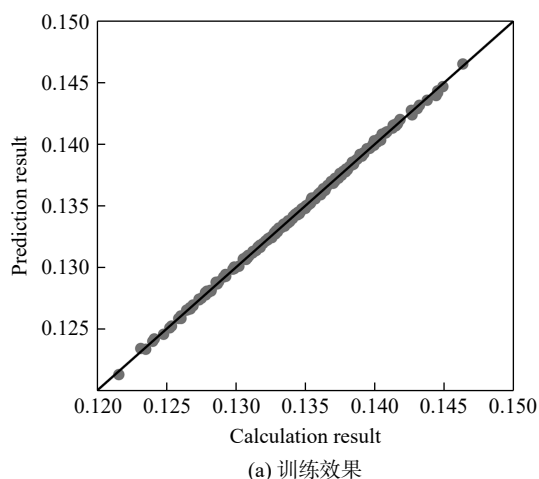


图 12 总压损失系数计算值与预测值对比

Fig. 12 Comparison of calculation and prediction results of total pressure loss coefficient

了训练效果,其相对方均根误差为 0.08%。在构建好代理模型后,随机选取 50 个样本进行预测,并与 CFD 计算结果作对比,用以验证代理模型的精度。预测效果如图 12(b),其相对方均根误差为 0.22%,可以看到用该代理模型所做的性能预测效果较为准确。

3 结果与分析

3.1 不确定性分析

通过 MC 法随机采取 10^5 组样本,用构建好的代理模型预测其性能并对数据进行统计。图 13 展示了总压损失系数的概率密度函数(PDF),表 4 展示了其统计矩。可以看到,在加工误差影响下,叶栅的平均总压损失系数较原型偏差不大。总压损失系数近似服从正态分布,但总压损失系数的概率分布较相应的正态分布略微向右偏移,说明总压损失系数总体上略有增大的倾向。

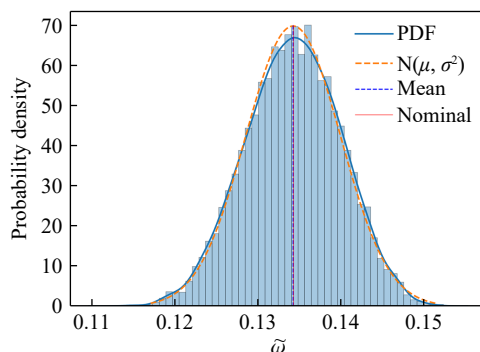


图 13 总压损失系数统计直方图

Fig. 13 Histogram of total pressure loss coefficient

表 4 总压损失系数不确定性量化统计结果

Table 4 Statistical outputs of uncertainty quantification of total pressure loss coefficient

参数	数值
均值	0.134 262
标准差	0.005 722

采用 Spearman 秩相关分析对总压损失系数与法向加工误差之间的单调相关性进行敏感性分析。图 14 展示了 Spearman 相关系数沿叶表的分布,可以看到,总压损失系数对前缘以及预压缩段区域的法线加工误差最为敏感,并且呈现完全单调正相关。另外,在相同位置上吸力面侧的 Spearman 相关系数较压力面侧的大,这说明损失对于吸力面的敏感性更强。而叶片后端区域的法向加工误差与总体损失不存在相关性。以上分析

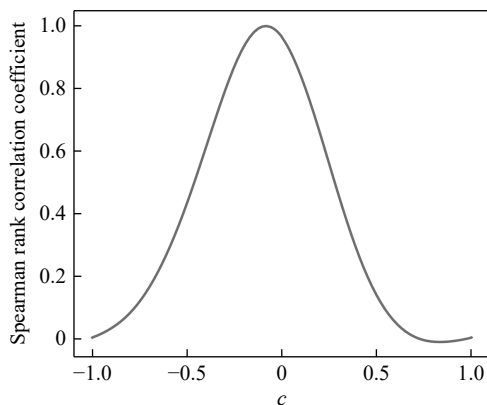


图 14 法向加工误差与总压损失系数敏感性分析

Fig. 14 Sensitivity of normal manufacturing error to total pressure loss coefficient

说明在对该叶片进行加工时,需更加注意前缘以及吸力面前段部位的误差,并且在保证强度的情况下可以尽量将其减薄。

3.2 损失及流动分析

选取理论叶型(S0)以及蒙特卡洛采样中总压损失系数最小的叶型(S1)以及最大的叶型(S2)进行分析。图 15 是 3 个叶型型线示意图,从型线对比中可以看到在前缘处叶型 S1 较薄,叶型 S2 较厚;在尾缘处叶型 S1 与 S2 差别不大;叶身部分,叶型 S1 与 S2 在吸力面的加工差异普遍大于压力面的差异。

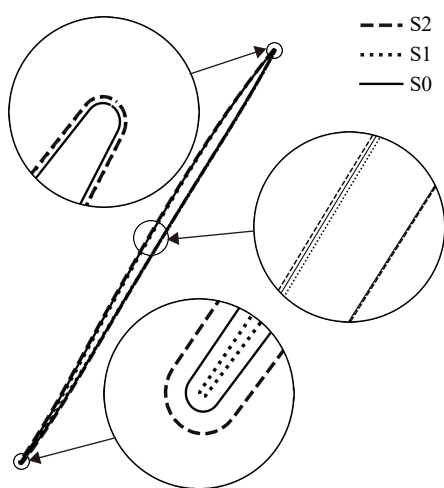


图 15 叶型型线对比

Fig. 15 Comparison of cascade profile

3.2.1 损失源分析

由于文中第 2.1.3 节中提出的损失源的种类较多,为了方便分析,将部分损失源进行合并。在叶栅流动中,吸力面的附面层分离是由第一通道激波造成的,且两者的变化规律是一致的,因

此将两者的损失源合并为第一通道激波所造成的损失 ζ_{S1} 。同理,可以将压力面分离损失与第二通道激波合并为第二通道激波所造成的损失 ζ_{S2} 。图 16 展示了各损失源的损失占比。可以看到加工偏差对附面层损失的影响是较小的,主要的影响在激波以及尾迹部分。相比于叶型 S0、S1 的前缘损失、第一通道激波造成的损失以及尾迹损失均显著减小,第二通道激波所造成的损失显著增加,而 S2 则呈现出相反的变化。另外,从第一通道激波以及第二通道激波造成的损失可以看到,两者呈现出此消彼长的趋势,并且两者的总和差异不大。

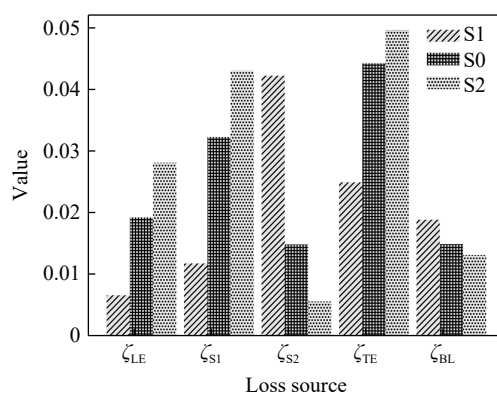


图 16 损失源分布对比

Fig. 16 Comparison of loss sources

3.2.2 流场分析

图 17 展示了 3 种叶型的波系分布,局部放大部分展示的是前缘部分的外伸波系以及脱体激波。图 18 展示了叶表摩擦因数(其中虚线代表在压力面侧,实线代表在吸力面侧),用以评价附面层分离。由波系图可以得知,在加工偏差影响下叶栅通道的波系有明显变化。其中, S1 叶型中第一通道激波较原型明显减弱,并且原本的 λ 激波已经退化为反射波,这使得在吸力面的激波-附面层干扰强度明显减弱,由此引发的附面层的分离范围减小。对于第二通道激波而言,它与第一通道激波是密切相关的,如果第一通道激波增强,那么气流流经它后马赫数衰减也增大,第二通道激波就会减弱,反之第二通道激波会增强。因此, S1 叶型的第二通道激波较原型明显增强,由此引发的压力面附面层分离也增强。同理可以得, S2 叶型中第一通道激波明显增强,其诱导的吸力面附面层分离也因此增强,伴随而来的是第二通道激波的减弱与压力面附面层分离的减弱。对于前缘部分,可以看到,在 S1 叶型前缘激波接近附体,

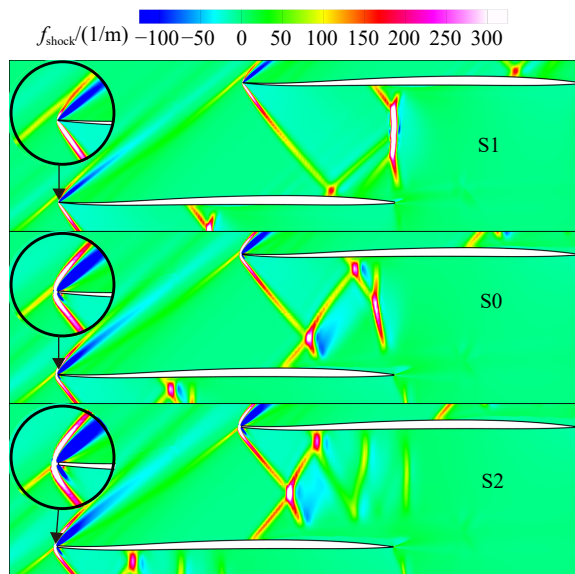


图 17 波系结构对比

Fig. 17 Comparison of shock wave patterns

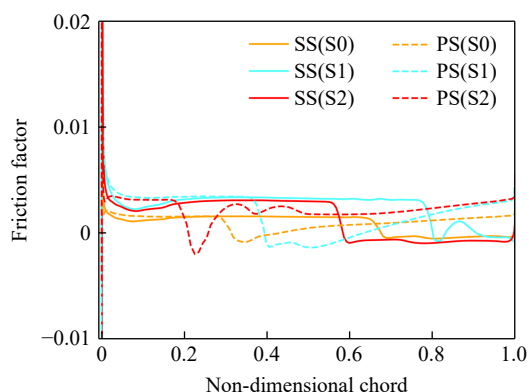


图 18 叶表摩擦系数对比

Fig. 18 Comparison of wall friction factor on blade surface

并且外伸激波也较弱。另外,其膨胀波部分的加速能力相对于原型更弱,因此前缘部分产生的损失也较弱。而 S2 叶型前缘激波脱体程度相比于原型更大,膨胀波部分的加速能力也更强,因此前缘部分产生的损失也较大。这些关系与文中第 3.2.1 节损失源的分析结果是一致的。

图 19 展示了叶表等熵马赫数的分布,图中等熵马赫数突降的地方预示着激波的作用,并且前缘部分的加速效应也很明显,这些与之前的分析是对应的。不过同样值得注意的是吸力面前半部分($2\%C_a \sim 20\%C_a$),即预压缩段。在原型中,气流流经预压缩段时会产生一系列预压缩波,预压缩波对气流有减速增压的作用,这会降低气流的马赫数,并达到减弱激波所引发的损失的目的,而且这个过程可以视为等熵过程。在加工误差影响下, S1 叶型预压缩段的减速增压能力较原型有

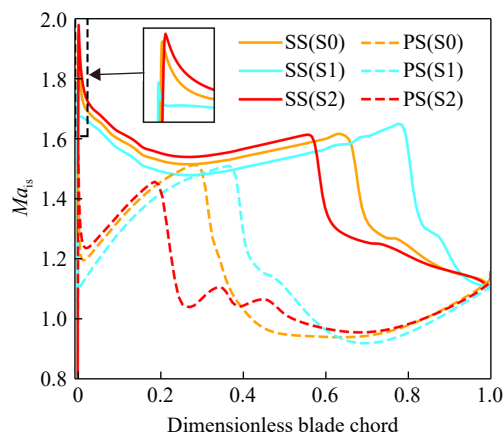


图 19 叶表等熵马赫数对比

Fig. 19 Comparison of isentropic Mach number on blade surface

所减弱,同时前缘的加速也会导致预压缩段无法完成减速任务,从而导致第一通道激波位置提前,进而会加强第一通道激波所引发的损失。

总的来说,通过以上对原始叶型和两个极端性能叶型的损失源及流场对比,可知前缘位置的加工偏差将会影响前缘脱体激波以及前缘加速过程造成前缘损失增大,吸力面预压缩段的加工误差会影响气流的减速过程,造成波前马赫数出现偏差从而导致激波位置以及强度的变化。另外前缘变厚偏差所造成的加速结果会使得预压缩段对气流的减速任务无法完成,导致第一通道激波位置提前并且强度更大,随之产生的吸力面附面层分离损失也会增大,这也间接增强了尾迹,最终导致总压损失增加。因此,要格外注意叶片前缘以及吸力面预压缩部分的加工。

4 结 论

本文采用 PCA 法以及基于稀疏网格的 3 阶 NIPC 法研究了几何偏差对超声速平面叶栅性能的影响,并且比较了总压损失对叶表不同位置法向加工误差的敏感性,最后通过对比具有极端性能的叶型与原始叶型流场,阐释了加工误差对总压损失的影响机理。得出了以下结论:

1) 在加工误差影响下,相同增压能力所对应的总压损失系数的概率分布近似于正态分布,并且相较原型均值变化不大,总压损失系数略有增大的倾向。

2) 相同增压能力、相同加工误差水平下,总压损失系数对前缘以及预压缩段部分的加工最为敏感并呈现单调正相关关系,其次对吸力面法向

加工误差相较压力面的更敏感,而对尾缘部分法向加工误差不敏感。所以,应该在保证强度的情况下尽量减小前缘以及预压缩段的厚度以减小损失,同时要尽量避免吸力面变厚。

3) 预压缩段的变薄也会有利于对气流的减速作用。前缘厚度的减薄有利于降低前缘脱体激波的强度以及前缘的加速效应,这能够降低前缘损失。还能保证预压缩段的减速任务顺利完成,进而减弱第一通道激波强度、减弱附面层分离,并在一定程度上减弱尾迹损失。

4) 本文在研究超声速叶栅流动中所采用的“唯一进气角”推算以及损失源估算方法均能够很好地刻画出相应的流动现象,它们也适用于其他超声速叶栅模型。

参考文献:

- [1] GOODHAND M N, MILLER R J. The impact of real geometries on three-dimensional separations in compressors[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2012, 134(2): 1.
- [2] LANGE A, VOGELER K, GÜMMER V, et al. Introduction of a parameter based compressor blade model for considering measured geometry uncertainties in numerical simulation[C]//Proceedings of ASME Turbo Expo 2009: Power for Land, Sea, and Air, 2010: 1113-1123.
- [3] LANGE A, VOIGT M, VOGELER K, et al. Impact of manufacturing variability on multistage high-pressure compressor performance[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2012, 134(11): 1.
- [4] GARZON V E, DARMOFAL D L. Impact of geometric variability on axial compressor performance[R]. ASME GT 2003-38130, 2003.
- [5] GARZON V E. Probabilistic aerothermal design of compressor airfoils[D]. Massachusetts, UK: Massachusetts Institute of Technology, 2003.
- [6] GARZON V E, DARMOFAL D L. On the aerodynamic design of compressor airfoils for robustness under geometric uncertainty[R]. GT2004-53581, 2004.
- [7] 陈为雄,王掩刚,马峰,等. 超声速来流基元叶型前缘加工误差气动敏感性分析[J]. *推进技术*, 2019, 40(10): 2235-2242.
CHEN Weixiong, WANG Yangang, MA Feng, et al. Aerodynamic sensitivity analysis of manufacturing errors for leading edge of supersonic elementary blade profile[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2019, 40(10): 2235-2242. (in Chinese)
- [8] 高丽敏,蔡宇桐,郝燕平,等. 加工误差对压气机叶片气动性能影响试验研究[J]. *推进技术*, 2017, 38(8): 1761-1766.
GAO Limin, CAI Yutong, HAO Yanping, et al. Experimental investigation on aerodynamic performance of compressor blade considering manufacturing error[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2017, 38(8): 1761-1766. (in Chinese)
- [9] 李萍. 叶片加工误差及数据传递对压气机气动性能的影响[D]. 西安: 西北工业大学, 2015.
LI Ping. Effect of blade machining error and data transfer on compressor aerodynamic performance[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2015. (in Chinese)
- [10] 于贤君,庞健,刘宝杰. 低速模拟在叶型加工偏差影响研究的应用[J]. *工程热物理学报*, 2018, 39(7): 1436-1446.
YU Xianjun, PANG Jian, LIU Baojie. The application of low-speed simulation in researching the impact of blades manufacturing deviation on aerodynamic performance[J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2018, 39(7): 1436-1446. (in Chinese)
- [11] 刘佳鑫,于贤君,孟德君,等. 高压压气机出口级叶型加工偏差特征及其影响[J]. *航空学报*, 2021, 42(2): 423796.
LIU Jiaxin, YU Xianjun, MENG Dejun, et al. State and effect of manufacture deviations of compressor blade in high-pressure compressor outlet stage[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2021, 42(2): 423796. (in Chinese)
- [12] 郭正涛,楚武利,晏松,等. 加工误差对压气机叶栅气动性能及稳定性影响的数据挖掘[J]. *推进技术*, 2022, 43(3): 141-153.
GUO Zhengtao, CHU Wuli, YAN Song, et al. Data mining on effects of manufacturing error on aerodynamic performance and stability of compressor cascade[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2022, 43(3): 141-153. (in Chinese)
- [13] 郭正涛,楚武利,姬田园,等. 端壁倒圆半径误差对高负荷静叶栅性能影响的不确定性分析[J]. *航空动力学报*, 2021, 36(10): 2173-2185.
GUO Zhengtao, CHU Wuli, JI Tianyuan, et al. Uncertainty analysis of effects of end wall fillet radius error on high-load stator cascade performance[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2021, 36(10): 2173-2185. (in Chinese)
- [14] GUO Zhengtao, CHU Wuli, ZHANG Haoguang. A data-driven non-intrusive polynomial chaos for performance impact of high subsonic compressor cascades with stagger angle and profile errors[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2022, 129: 107802.
- [15] 李相君. 高负荷轴流压气机叶栅的角区失速及非轴对称端壁造型技术研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2014.
LI Xiangjun. Investigation of corner stall and the corresponding non-axisymmetric profiled endwall in a high-loaded compressor cascade[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2014. (in Chinese)
- [16] 李相君,楚武利,张皓光. 高负荷轴流压气机叶栅二次流动与损失关联性探讨[J]. *推进技术*, 2014, 35(7): 914-925.
LI Xiangjun, CHU Wuli, ZHANG Haoguang. Investigation on relation between secondary flow and loss on a high loaded axial-flow compressor cascade[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2014, 35(7): 914-925. (in Chinese)
- [17] LIU Baojie, SHI Hengtao, YU Xianjun. A new method for rapid shock loss evaluation and reduction for the optimization design of a supersonic compressor cascade[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part G Journal of Aerospace Engineering*, 2018, 232(13): 2458-2476.
- [18] WANG Xiaojing, ZOU Zhengping. Uncertainty analysis of impact of geometric variations on turbine blade performance[J]. *Energy*, 2019, 176: 67-80.
- [19] LANGE A, VOIGT M, VOGELER K, et al. Principal component analysis on 3D scanned compressor blades for probabilistic CFD simulation[R]. AIAA2012-1762, 2012.
- [20] DOW E A, WANG Qiqi. Simultaneous robust design and tolerancing of compressor blades[R]. ASME GT 2014-25795, 2014.
- [21] SCHNELL R, LENGYEL-KAMPMANN T, NICKE E. On the impact of geometric variability on fan aerodynamic performance, unsteady blade row interaction, and its mechanical characteristics[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2014, 136(9): 091005.
- [22] 姬田园,楚武利,戴雨晨,等. 叶顶间隙偏差对叶片气动性

- 能影响的不确定性研究[J]. 推进技术, 2022, 43(10): 134-146.
- JI Tianyuan, CHU Wuli, DAI Yuchen, et al. Uncertainty research of effects of blade tip clearance deviation on blade aerodynamic performance[J]. Journal of Propulsion Technology, 2022, 43(10): 134-146. (in Chinese)
- [23] 李玉, 楚武利, 姬田园. 叶片安装角偏差对动叶性能影响的不确定性研究[J]. 西安交通大学学报, 2023, 57(4): 49-59.
- LI Yu, CHU Wuli, JI Tianyuan. Uncertainty research of effects of blade stagger angle deviation on the performance of rotor[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2023, 57(4): 49-59. (in Chinese)
- [24] WUNSCH D, HIRSCH C, NIGRO R, et al. Quantification of combined operational and geometrical uncertainties in turbo-machinery design[R]. ASME GT 2015-43399, 2015.
- [25] 颜勇, 祝培源, 宋立明, 等. 基于非平稳高斯过程的叶栅加工误差不确定性量化[J]. 推进技术, 2017, 38(8): 1767-1775.
- YAN Yong, ZHU Peiyuan, SONG Liming, et al. Uncertainty quantification of cascade manufacturing error based non-stationary Gaussian process[J]. Journal of Propulsion Technology, 2017, 38(8): 1767-1775. (in Chinese)
- [26] TWEEDT D L, SCHREIBER H A, STARKEN H. Experimental investigation of the performance of a supersonic compressor cascade[J]. Journal of Turbomachinery, 1988, 110(4): 456-466.
- [27] 韩露. 宽裕度高效率超音压气机叶型优化设计[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2020.
- HAN Lu. Wide stability margin & high efficiency aerodynamic optimization design of supersonic compressor profile[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2020. (in Chinese)
- [28] CASONI M, MAGRINI A, BENINI E. Supersonic compressor cascade shape optimization under multiple inlet Mach operating conditions[J]. Aerospace, 2019, 6(6): 64.
- [29] 张疏影, 周玲, 季路成. 通道参数对超声速叶栅性能的影响[J]. 航空动力学报, 2022, 37(4): 836-847.
- ZHANG Shuying, ZHOU Ling, JI Lucheng. Effects of passage parameters on performance of supersonic cascade[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(4): 836-847. (in Chinese)
- [30] 盛佳明, 张海灯, 吴云, 等. 电弧放电等离子体激励控制超声速压气机叶栅激波/边界层干扰仿真研究[J]. 推进技术, 2020, 41(10): 2228-2236.
- SHENG Jiaming, ZHANG Haideng, WU Yun, et al. Simulation study of arc discharge plasma actuator for supersonic compressor cascade shock wave/boundary layer interaction control[J]. Journal of Propulsion Technology, 2020, 41(10): 2228-2236. (in Chinese)
- [31] PIOVESAN T, MAGRINI A, BENINI E. Accurate 2-D modelling of transonic compressor cascade aerodynamics[J]. Aerospace, 2019, 6(5): 57.
- [32] 中国航空工业总公司. 叶片叶型的标注、公差与叶身表面粗糙度: HB 5647-98[S]. 北京: 中国航空工业总公司三〇一研究所, 1999.
- [33] 王小京, 邹正平. 整级环境下涡轮叶片型面加工几何偏差影响的不确定性分析[J]. 推进技术, 2022, 43(3): 112-119.
- WANG Xiaojing, ZOU Zhengping. Uncertainty analysis of impact of profile geometric manufacture variations on turbine blade performance in stage environment[J]. Journal of Propulsion Technology, 2022, 43(3): 112-119. (in Chinese)

(编辑: 秦理曼)