

文章编号: 1000-8055(2023)11-2688-14

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20230275

航空发动机双转子模态动平衡方法研究

周 旋, 黄江博, 廖明夫, 况钧耀

(西北工业大学 动力与能源学院, 西安 710129)

摘 要: 针对双转子系统低压激励和高压激励振动模态的正交性受转速比影响, 提出了以定转速比转子模态替代实际工作转速线下的转子模态进行双转子系统 N_1+N_2 和 N_1+N_2+4 平面模态动平衡的方法。推导了 N_1+N_2 和 N_1+N_2+4 平面模态动平衡法的平衡条件, 给出了模态不平衡质量和正交校正质量组的计算式, 并以某型航空发动机双转子系统为例, 给出了 N_1+N_2 模态动平衡方法平衡各阶模态的过程。最后在双转子实验系统上进行了动平衡验证实验, 实验研究发现在定转速比的条件下动平衡的减振效果最大可达 72.4%; 当高、低压转子转速控制率为实际工作转速线时, 在工作转速范围内, 各阶临界转速处的振动幅值总量都降低到 120 μm 以下, 满足设计要求。实验结果表明提出的双转子航空发动机模态动平衡方法是可行的。

关 键 词: 模态动平衡; 不平衡响应; 航空发动机; 双转子系统; 转速比

中图分类号: V231.96

文献标志码: A

Research on mode dynamic balancing method of dual-rotor aero-engine

ZHOU Xuan, HUANG Jiangbo, LIAO Mingfu, KUANG Junyao

(School of Power and Energy, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

Abstract: In view of the dual-rotor system with two sets of vibration modes of low-pressure rotor excitation and high-pressure rotor excitation, the orthogonality of the two vibration modes was affected by the speed ratio, so N_1+N_2 plane and N_1+N_2+4 plane mode dynamic balance method of the dual-rotor system was proposed by replacing the rotor mode under the actual operating speed line with the rotor mode under the constant speed ratio. On the basis of the known modal orthogonality theory of the dual-rotor system, the equilibrium conditions of the two-rotor system N_1+N_2 and N_1+N_2+4 plane mode dynamic balance methods were deduced, and two dynamic balance methods of the calculation equations of the unbalanced mass and the orthogonal correction mass group were given. What's more, taking a certain type of aero-engine dual-rotor system as an example, the process of balancing each order mode was given by the N_1+N_2 mode dynamic balancing method. Finally, the dynamic balance verification experiment was carried out on the dual-rotor test system. The experimental study found that the vibration reduction effect of dynamic balance method can reach up to 72.4% under the condition of constant speed ratio; when the high and low pressure rotor speed control rate was the actual working speed line in the working speed range, the total vibration amplitude at each critical speed was reduced to below 120 μm , meeting the design requirements. The experimental results showed that the proposed mode dynamic balancing method for the dual-rotor aero-engine is feasible.

收稿日期: 2023-04-24

基金项目: 国家科技重大专项(2017-IV-0001-0038)

作者简介: 周旋(1984—), 女, 博士生, 主要从事转子动力学方面的研究。

通信作者: 廖明夫(1960—), 男, 教授, 博士, 主要从事航空发动机转子动力学、风能工程研究。E-mail: mfliao@nwpu.edu.cn

引用格式: 周旋, 黄江博, 廖明夫, 等. 航空发动机双转子模态动平衡方法研究[J]. 航空动力学报, 2023, 38(11): 2688-2701. ZHOU Xuan, HUANG Jiangbo, LIAO Mingfu, et al. Research on mode dynamic balancing method of dual-rotor aero-engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2023, 38(11): 2688-2701.

Keywords: mode dynamic balance; unbalanced response; aero-engine; dual-rotor system; speed ratio

现代航空发动机在追求高性能时,同时引起发动机转子系统向着转速越来越高,结构越来越“柔”的方向发展^[1]。目前国内外航空发动机转子结构都以双转子系统为主^[2],并且多数航空发动机都具有中介轴承,结构复杂,动力学耦合强,加之,工作环境恶劣,振动问题一直都是发动机研制中的“瓶颈”。统计结果表明,航空发动机中约 60% 的振动超标问题是由转子不平衡所引起的^[3]。

发动机在组装前都会对高、低压转子的各个旋转部件分别进行较高精度的动平衡。组装成整机后,在高转速、高负荷和高温下工作,双转子系统的平衡精度很容易遭到破坏^[4]。再者,发动机工作转速范围内,双转子系统存在若干阶模态,转子振动对转子不平衡及其变化很敏感。另外,对于未来高性能发动机,“可容模态”是其重要的性能指标^[5],发动机要在若干阶模态下“容忍共振”,转子系统的振动将会对不平衡更加敏感。而在发动机使用过程中,转子不平衡状态会时常变化,需要频繁进行转子动平衡。

目前常见的转子动平衡方法有影响系数法、模态动平衡法以及混合平衡法^[6-10]。模态动平衡法相较影响系数法的优点为针对高转速运行状态进行动平衡,所需启、停次数较少,且平衡效果不会影响其他阶振型,所以被广泛应用。例如:Gnielka^[11]将模态动平衡应用于带有初始弯曲的挠性轴上,并在转子系统上进行了实验。实验结果发现安装在球轴承中的柔性转子可以得到很好的平衡,即使是液膜轴承中的转子,也取得了良好的平衡效果。朱继梅和邵亚声等^[12]利用模态参数识别确定模态不平衡量。这种方法无需要添加试重,只需记录不同转速下转子的响应,即可确定出模态不平衡量。并采用最小二乘法对转子的模态参数进行识别,用极大似然估计消除测量振动误差,最后应用于实验转子,动平衡效果理想。陈曦等^[13-14]提出了一种考虑弹性支承影响的柔性转子模态动平衡方法,并在带有弹性支承的转子系统上进行了动平衡实验,发现当计算模态振型所采用的支承刚度与实际转子支承刚度一致时,动平衡减振效果更明显。王四季和廖明夫^[15]根据航空发动机低压转子的结构特点以及现场平衡条件,结合影响系数法与模态动平衡法的优缺点,提出了向前、向后正交的柔性转子混合平衡

法,并从模拟的柔性单转子实验器与真实发动机转子进行了动平衡实验验证,实验效果理想。

然而上述动平衡大多只应用于单转子结构,而针对航空发动机双转子结构系统的动平衡,全勇等^[16]提出双转子振动耦合共振平衡法,其原理是当运用影响系数法进行动平衡实验时,在影响系数、校正量的计算过程中考虑耦合共振这一影响因素,通过测量振动耦合共振条件下低压转子的振动位移数据并运用修正影响系数而对低压转子进行高速动平衡。熊纯等^[17]提出考虑了转速比和耦合振动作用的双转子影响系数动平衡方法。黄江博、廖明夫等^[18]对双转子系统模态正交性与不平衡响应进行了研究,通过理论推导与仿真实验发现双转子系统来自相同激励的模态关于惯量矩阵与刚度矩阵在定转速比条件下存在正交性,而来自不同激励下的模态振型关于刚度矩阵与质量矩阵无论转速比是否恒定,都不存在模态正交性,而对于双转子系统的响应,低压转子主激励下的模态与高压转子主激励下的模态对不平衡的响应也具有正交性,即低压转子上的不平衡量只会激起低压转子主激励下的模态振动;高压转子上的不平衡量只会激起高压转子主激励下的模态振动,此结论无疑为后期进行双转子系统模态动平衡奠定了基础。

为此,本文根据双转子系统的特点,结合影响系数法,基于文献^[18]的双转子系统模态正交性理论,提出了双转子系统的 N_1+N_2 平面与 N_1+N_2+4 模态动平衡方法以及 N_1+N_2 模态动平衡在双转子系统动平衡应用过程,并在某型双转子实验系统上进行了实验验证,实验结果表明了双转子模态动平衡方法的有效性与模态正交理论的正确性。

1 双转子系统模态动平衡方法

与单转子模态动平衡理论相似,双转子系统模态动平衡也要以双转子系统模态正交性理论为基础。本节给出双转子系统模态动平衡的条件,建立双转子系统模态平衡方法,并给出双转子系统模态动平衡的流程。

1.1 双转子系统 N_1+N_2 平面模态动平衡法

1.1.1 双转子系统模态动平衡条件

如图 1 所示,在高、低压转子上均存在空间

分布的不平衡量(低压转子平面用 L_i 表示,高压转子平面用 h_k 表示)。假设低压转子上的平衡校正面数量为 N_1 ,高压转子上平衡校正面数量为 N_2 。根据双转子系统模态正交条件提出适用于双转子系统的 N_1+N_2 平面模态平衡法,目标是消除或减小双转子前 N_1+N_2 阶不平衡模态响应,其中包含低压转子前 N_1 阶和高压转子前 N_2 阶不平衡模态响应。为达到此目标,要在 N_1+N_2 个平面上加校正质量。

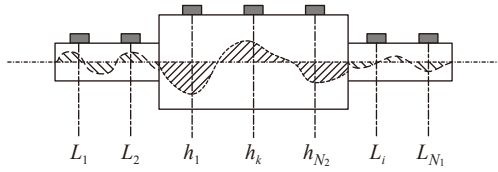


图1 双转子不平衡分布

Fig. 1 Unbalanced distribution of dual-rotor

在低压转子平面 L_i 上距轴心 e_{L_i} 、相位 β_{L_i} 处加一配重 Δm_{L_i} ;在高压转子平面 h_k 上距轴心 e_{h_k} 、相位 β_{h_k} 处加一配重 Δm_{h_k} ,低压转子平衡校正面 L_i 的轴向坐标为 x_{L_i} ($i=1, 2, \dots, N_1$);高压转子平衡校正面 h_k 的轴向坐标为 x_{h_k} ($k=1, 2, \dots, N_2$)。所产生的不平衡量分别为:

$$\begin{cases} u_{L_i} = e_{L_i} \Delta m_{L_i} e^{j\beta_{L_i}} \\ u_{h_k} = e_{h_k} \Delta m_{h_k} e^{j\beta_{h_k}} \end{cases} \quad (1)$$

在所有 N_1+N_2 个平面上加完配重后,所产生的总不平衡分布为:

$$u(x) = \sum_{i=1}^{N_1} \delta(x) e_{L_i} \Delta m_{L_i} e^{j\beta_{L_i}} + \sum_{k=1}^{N_2} \delta(x) e_{h_k} \Delta m_{h_k} e^{j\beta_{h_k}} = \sum_{i=1}^{N_1} \delta(x) u_{L_i} + \sum_{k=1}^{N_2} \delta(x) u_{h_k} \quad (2)$$

式中,对于低压转子 $\delta(x) = \begin{cases} 1, & x = x_{L_i} \\ 0, & x \neq x_{L_i} \end{cases}$;对于高压转子, $\delta(x) = \begin{cases} 1, & x = x_{h_k} \\ 0, & x \neq x_{h_k} \end{cases}$ 。

在初始不平衡 ε 和所加的配重 $u(x)$ 共同作用下,由文献[18]可知,双转子系统的不平衡响应为:

$$q = e^{j\Omega_L t} \sum_{i=1}^{\infty} q_{L_i} \frac{\eta_{L_i}^2 \left(\hat{U}_{L_i} + \sum_{k=1}^{N_2} \bar{r}_{L_i L_k} u_{L_k} \right)}{M_{L_i} (1 - \eta_{L_i}^2 + j2\eta_{L_i} D_{L_i})} + e^{j\Omega_h t} \sum_{k=1}^{\infty} q_{h_k} \frac{\eta_{h_k}^2 \left(\hat{U}_{h_k} + \sum_{i=1}^{N_1} \bar{r}_{h_k h_i} u_{h_i} \right)}{M_{h_k} (1 - \eta_{h_k}^2 + j2\eta_{h_k} D_{h_k})} \quad (3)$$

式中,下标“ $L_i L_k$ ”中 L_i 表示第 i 阶低压激励模态, L_k 表示第 k 个低压校正面;下标“ $h_k h_i$ ”中 h_k 表示第 k 阶高压激励模态, h_i 表示第 i 个高压校正面。 Ω_L 和 Ω_h 是分别指低压转子和高压转子的转速, q 为不平衡所激起的响应, q_{L_i} 为低压转子激励下的第 i 阶响应, q_{h_k} 为高压转子激励下的第 k 阶响应, $\eta_{L_i} = \frac{\Omega_L}{\omega_{L_i}}$, ω_{L_i} 为低压转子激励下的第 i 阶临界转速, $\eta_{h_k} = \frac{\Omega_h}{\omega_{h_k}}$, ω_{h_k} 为高压转子激励下的第 k 阶临界转速, M_{L_i} 为低压转子激励下的第 i 阶模态质量, M_{h_k} 为高压转子激励下的第 k 阶模态质量, $\hat{U}_{L_i}$ 为低压转子第 i 阶模态不平衡量, $\hat{U}_{h_k}$ 为高压转子第 k 阶模态不平衡量, D 为相对阻尼系数, $\bar{r}$ 为不平衡量对应的模态振型数值。

分析式(3)可以得到,转子低压激励 i 阶模态和高压激励 k 阶模态的平衡条件分别为:

$$\begin{cases} \hat{U}_{L_i} + \sum_{k=1}^{N_2} \bar{r}_{L_i L_k} u_{L_k} = 0 \\ \hat{U}_{h_k} + \sum_{i=1}^{N_1} \bar{r}_{h_k h_i} u_{h_i} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

将式(4)写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} \bar{r}_{L_1 L_1} & \bar{r}_{L_1 L_2} & \cdots & \bar{r}_{L_1 L_{N_1}} \\ \bar{r}_{L_2 L_1} & \bar{r}_{L_2 L_2} & \cdots & \bar{r}_{L_2 L_{N_1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{r}_{L_p L_1} & \bar{r}_{L_p L_2} & \cdots & \bar{r}_{L_p L_{N_1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{L_1} \\ u_{L_2} \\ \vdots \\ u_{L_{N_1}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \hat{U}_{L_1} \\ \hat{U}_{L_2} \\ \vdots \\ \hat{U}_{L_p} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{r}_{h_1 h_1} & \bar{r}_{h_1 h_2} & \cdots & \bar{r}_{h_1 h_{N_2}} \\ \bar{r}_{h_2 h_1} & \bar{r}_{h_2 h_2} & \cdots & \bar{r}_{h_2 h_{N_2}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{r}_{h_p h_1} & \bar{r}_{h_p h_2} & \cdots & \bar{r}_{h_p h_{N_2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{h_1} \\ u_{h_2} \\ \vdots \\ u_{h_{N_2}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \hat{U}_{h_1} \\ \hat{U}_{h_2} \\ \vdots \\ \hat{U}_{h_p} \end{bmatrix} \quad (6)$$

低压转子激励的第 i 阶振型为:

$$r_{L_i} = [\bar{r}_{L_i L_1} \quad \bar{r}_{L_i L_2} \quad \cdots \quad \bar{r}_{L_i L_{N_1}}]^T \quad i = 1, 2, \dots, p$$

高压转子激励的第 k 阶振型为:

$$r_{h_k} = [\bar{r}_{h_k h_1} \quad \bar{r}_{h_k h_2} \quad \cdots \quad \bar{r}_{h_k h_{N_2}}]^T \quad k = 1, 2, \dots, p$$

要平衡低压转子激励的模态不平衡分布 $\hat{U}_{L_1}, \hat{U}_{L_2}, \dots, \hat{U}_{L_p}$,须满足式(5) $N_1 = p$,这时,可由式(5)解出唯一的一组平衡校正量 $u_L = [u_{L_1} \quad u_{L_2} \quad \cdots \quad u_{L_{N_1}}]^T$ 。而要平衡高压转子激励的模态不平衡分布 $\hat{U}_{h_1}, \hat{U}_{h_2}, \dots, \hat{U}_{h_p}$,则须满足平

平衡条件式(6), 当 $N_2 = p$ 时, 式(6)有唯一解 $\mathbf{u}_h = [\mathbf{u}_{h_1} \quad \mathbf{u}_{h_2} \quad \cdots \quad \mathbf{u}_{h_{N_2}}]^T$ 。

综上所述, 为平衡低压转子激励的前 N_1 阶模态和高压转子激励的前 N_2 阶模态不平衡, 总共需要 $N_1 + N_2$ 个校正面, 即在低压转子上设置 N_1 个校正面, 在高压转子上设置 N_2 个校正面。此即为适用于双转子系统模态动平衡的 $N_1 + N_2$ 平面法。

为求得平衡校正量 $\mathbf{u}$, 需要知道转子前 N_1 阶低压转子激励模态振型、前 N_2 阶高压转子激励模态振型以及初始模态不平衡量 $\hat{\mathbf{U}}_{L_1}$ 和 $\hat{\mathbf{U}}_{h_k}$ 。模态振型可以通过有限元计算或者测量得到, 而初始模态不平衡量 $\hat{\mathbf{U}}_{L_1}$ 和 $\hat{\mathbf{U}}_{h_k}$ 则需通过正确的实验过程获得。

1.1.2 初始不平衡量的确定

对转子进行动平衡的最重要步骤是确定转子初始不平衡量的幅值和相位。由式(3)可知, 转子的不平衡响应与其不平衡量有着明确的关系。在某一固定的测点, 当转速恒定时, 不平衡响应只取决于转子不平衡量的大小和相位。

下面以转子转速接近低压转子激励 1 阶临界转速 ω_{L_1} 为例, 来说明初始模态不平衡量的确定方法。在 $\Omega_{L_1} \approx \omega_{L_1}$, $\Omega_h \approx a\omega_{L_1}$ 时 (a 为转速比, 定义为低压转子转速与高压转子转速之比), 转子振动响应中, 低压转子激励的 1 阶模态响应绝对占优, 即:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(x, t) &= \mathbf{r}_{L_1}(x) \mathbf{f}(\Omega_{L_1}) \mathbf{e}^{j\Omega_{L_1}t} = \\ &= \mathbf{r}_{L_1}(x) \frac{\eta_{L_1}^2 \hat{\mathbf{U}}_{L_1}}{M_{L_1} (1 - \eta_{L_1}^2 + j2D_{L_1}\eta_{L_1})} \mathbf{e}^{j\Omega_{L_1}t} = \\ &= \mathbf{r}_{L_1}(x) \hat{\mathbf{F}}_{L_1}(\Omega_{L_1}) \hat{\mathbf{U}}_{L_1} \mathbf{e}^{j\Omega_{L_1}t} \end{aligned} \quad (7)$$

式中 $\mathbf{r}_{L_1}(x)$ 为低压转子激励的 1 阶振型; $\mathbf{f}(\Omega_{L_1}) = \hat{\mathbf{F}}_{L_1}(\Omega_{L_1}) \hat{\mathbf{U}}_{L_1}$; $\hat{\mathbf{F}}_{L_1}(\Omega_{L_1}) = \frac{\eta_{L_1}^2}{M_{L_1} (1 - \eta_{L_1}^2 + j2D_{L_1}\eta_{L_1})}$ 为低压转子激励的 1 阶模态频响函数, 与转子转速有关, 在稳态下是定值。

在转子上标记一个相位基准, 就可同时测量到转子振动的幅值和相位, 即:

$$\mathbf{r}(x_M) = \mathbf{r}_{L_1}(x_M) \hat{\mathbf{F}}_{L_1}(\Omega_{L_1}) \hat{\mathbf{U}}_{L_1} = \hat{\mathbf{Q}}_{L_1} \hat{\mathbf{U}}_{L_1} \quad (8)$$

式中 $\hat{\mathbf{Q}}_{L_1}$ 是在转速 $\Omega_{L_1} \approx \omega_{L_1}$, $\Omega_h \approx a\omega_{L_1}$ 时, 频响 $\hat{\mathbf{F}}_{L_1}(\Omega_{L_1})$ 、1 阶模态振型 $\mathbf{r}_{L_1}(x_M)$ 和测量系统的标定系数的乘积。

稳态情况下 $\hat{\mathbf{Q}}_{L_1}$ 保持为常数, 则所测到的响应变化就与不平衡成正比, 根据此影响系数便可计算转子系统该阶模态不平衡量。

1.1.3 正交校正质量组的确定

式(5)和式(6)给出了双转子 $N_1 + N_2$ 平面平衡法的条件, 但转子的模态不平衡是未知的。因此, 由式(5)和式(6)无法解得 $N_1 + N_2$ 个平衡校正量。根据式(3)知, 与振型相似的不平衡分布只影响对应的转子模态振动。因此, 可令式(5)和式(6)的右端向量中某一振型的不平衡量不为 0, 即与该阶振型相似, 而其余的全部为 0, 即与其余振型正交。不妨令其为 1, 就可求出校正质量组 $\mathbf{t}$ 。事实上, 校正质量组 $\mathbf{t}$ 是一组试重组, 它只影响对应的振型。例如, 对于低压转子激励的 1 阶模态, 设校正质量组为 $\mathbf{t}_{L_1}$, 则应满足如下的条件:

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{r}}_{L_1 L_1} & \bar{\mathbf{r}}_{L_1 L_2} & \cdots & \bar{\mathbf{r}}_{L_1 L_{N_1}} \\ \bar{\mathbf{r}}_{L_2 L_1} & \bar{\mathbf{r}}_{L_2 L_2} & \cdots & \bar{\mathbf{r}}_{L_2 L_{N_1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\mathbf{r}}_{L_{N_1} L_1} & \bar{\mathbf{r}}_{L_{N_1} L_2} & \cdots & \bar{\mathbf{r}}_{L_{N_1} L_{N_1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{L_1 L_1} \\ \mathbf{t}_{L_1 L_2} \\ \vdots \\ \mathbf{t}_{L_1 L_{N_1}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中 $\mathbf{t}_{L_1} = [\mathbf{t}_{L_1 L_1} \quad \mathbf{t}_{L_1 L_2} \quad \cdots \quad \mathbf{t}_{L_1 L_{N_1}}]^T$ 。

由于实际的 1 阶模态不平衡量 $\hat{\mathbf{U}}_{L_1}$ 并不为 1, 故所求的 $\mathbf{t}_{L_1}$ 需乘以 $\hat{\mathbf{U}}_{L_1}$ 。而 1 阶模态不平衡量 $\hat{\mathbf{U}}_{L_1}$ 需通过测量转子加试重组后的响应而求得。对于所有低压转子激励下的 N_1 阶振型, N_1 个正交校正质量组则可由下列方程组求得:

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{r}}_{L_1 L_1} & \bar{\mathbf{r}}_{L_1 L_2} & \cdots & \bar{\mathbf{r}}_{L_1 L_{N_1}} \\ \bar{\mathbf{r}}_{L_2 L_1} & \bar{\mathbf{r}}_{L_2 L_2} & \cdots & \bar{\mathbf{r}}_{L_2 L_{N_1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\mathbf{r}}_{L_{N_1} L_1} & \bar{\mathbf{r}}_{L_{N_1} L_2} & \cdots & \bar{\mathbf{r}}_{L_{N_1} L_{N_1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{L_1} \\ \mathbf{t}_{L_2} \\ \vdots \\ \mathbf{t}_{L_{N_1}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

对于所有高压转子激励下的 N_2 阶振型, N_2 个正交校正质量组可由下列方程组求得:

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{r}}_{h_1 h_1} & \bar{\mathbf{r}}_{h_1 h_2} & \cdots & \bar{\mathbf{r}}_{h_1 h_{N_2}} \\ \bar{\mathbf{r}}_{h_2 h_1} & \bar{\mathbf{r}}_{h_2 h_2} & \cdots & \bar{\mathbf{r}}_{h_2 h_{N_2}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\mathbf{r}}_{L_{N_2} h_1} & \bar{\mathbf{r}}_{L_{N_2} h_2} & \cdots & \bar{\mathbf{r}}_{L_{N_2} h_{N_2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{h_1} \\ \mathbf{t}_{h_2} \\ \vdots \\ \mathbf{t}_{L_{N_2}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

1.1.4 向后正交平衡法

举例来说明双转子模态动平衡的向后正交平

衡方法和步骤。为便于说明,不妨设高、低压转子校正面均为2,即 $N_1=N_2=2$,目标是平衡高、低压转子激励前两阶模态。校正面位置分别在高压转子上 $x=x_{h_1}$ 和 $x=x_{h_2}$ 处,低压转子上 $x=x_{L_1}$ 和 $x=x_{L_2}$ 处。高、低压转子对转,转速比为 a 。

假设高压转子激励的1阶临界转速和2阶临界转速在转速范围依次出现,而低压转子激励的1阶临界转速和2阶临界转速则紧接其后顺序出现。

为平衡高压转子激励的1阶模态不平衡量,取校正质量为 $t_{h_1} = [t_{h_1 h_1}, 0]^T$,即在第1个平衡校正面 $x=x_{h_1}$ 上加配重 $t_{h_1 h_1} \hat{m}_{h_1}$ 使得:

$$\bar{r}_{h_1}(x_{h_1}) t_{h_1 h_1} \hat{m}_{h_1} = -\hat{U}_{h_1} \quad (12)$$

式中 $\bar{r}_{h_1}(x_{h_1}) t_{h_1 h_1} = -1$,于是有:

$$\hat{m}_{h_1} = \hat{U}_{h_1} \quad (13)$$

双转子1阶模态为高压转子激励下的模态,在高压转子第1校正面上加配重 $t_{h_1 h_1} \hat{m}_{h_1}$ 就能平衡转子1阶模态不平衡。由于选择的 $t_{h_1 h_1}$ 仅满足 $\bar{r}_{h_1}(x_{h_1}) t_{h_1 h_1} = -1$,而一般情况下,会有如下的结果:

$$\bar{r}_{h_2}(x_{h_1}) t_{h_1 h_1} \neq 0 \quad (14)$$

因此,所加的高压转子平衡配重 $t_{h_1 h_1} \hat{m}_{h_1}$ 会影响其余高压转子激励的模态不平衡,也就是双转子中高压转子的2阶模态不平衡状态会受到影响。而此配重的激励频率为高压转子转速,与低压转子激励不同,不会影响低压转子激励下的模态不平衡,也就是说,双转子的低压转子激励1阶和2阶模态不平衡状态不会受到影响。

接着平衡高压转子激励下的2阶模态,需要在高压转子上选用两个平衡面施加配重 $t_{h_2} \hat{m}_{h_2}$,其中 $t_{h_2} = [t_{h_2 h_1}, t_{h_2 h_2}]^T$ 。为使其不对第1阶模态平衡结果产生影响, t_{h_2} 需满足以下条件:

$$\begin{cases} \bar{r}_{h_1}(x_{h_1}) t_{h_2 h_1} + \bar{r}_{h_1}(x_{h_2}) t_{h_2 h_2} = 0 \\ \bar{r}_{h_2}(x_{h_1}) t_{h_2 h_1} + \bar{r}_{h_2}(x_{h_2}) t_{h_2 h_2} = -1 \end{cases} \quad (15)$$

由此解得:

$$\begin{cases} t_{h_2 h_1} = \frac{\bar{r}_{h_1}(x_{h_2})}{\bar{r}_{h_1}(x_{h_1}) \bar{r}_{h_2}(x_{h_2}) - \bar{r}_{h_1}(x_{h_2}) \bar{r}_{h_2}(x_{h_1})} \\ t_{h_2 h_2} = \frac{\bar{r}_{h_1}(x_{h_1})}{\bar{r}_{h_1}(x_{h_2}) \bar{r}_{h_2}(x_{h_1}) - \bar{r}_{h_1}(x_{h_1}) \bar{r}_{h_2}(x_{h_2})} \end{cases} \quad (16)$$

此时,平衡校正量为 $t_{h_2} \hat{m}_{h_2}$, $\hat{m}_{h_2} = \hat{U}_{h_2}$,而此时的 $\hat{U}_{h_2}$ 不仅含有初始不平衡量的影响,还含有高压

转子激励1阶模态不平衡校正量的影响。注意,要按照式(16)确定的比例关系,将平衡校正量 $\hat{m}_{h_2} = \hat{U}_{h_2}$ 分加在 $x=x_{h_1}$ 和 $x=x_{h_2}$ 两个平衡面上。

完成高压转子激励1阶和2阶模态动平衡之后,顺序进行低压转子激励1阶和2阶模态动平衡。平衡过程与上述高压激励模态动平衡相似。

由于低压转子上的配重不影响高压转子激励下的模态不平衡,高压转子上的配重不影响低压转子激励下的模态不平衡,上述的过程可写成如下矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} \bar{r}_{h_1}(x_{h_1}) & \bar{r}_{h_1}(x_{h_2}) \\ \bar{r}_{h_2}(x_{h_1}) & \bar{r}_{h_2}(x_{h_2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{h_1 h_1} & t_{h_2 h_1} \\ 0 & t_{h_2 h_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ \Delta_h & -1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{r}_{L_1}(x_{L_1}) & \bar{r}_{L_1}(x_{L_2}) \\ \bar{r}_{L_2}(x_{L_1}) & \bar{r}_{L_2}(x_{L_2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{L_1 L_1} & t_{L_2 L_1} \\ 0 & t_{L_2 L_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ \Delta_L & -1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中 $\Delta_h = \bar{r}_{h_2}(x_{h_1}) t_{h_1 h_1}$ 表示平衡高压激励1阶模态不平衡时对高压激励2阶模态不平衡的影响; $\Delta_L = \bar{r}_{L_2}(x_{L_1}) t_{L_1 L_1}$ 表示平衡低压激励1阶模态不平衡时对低压激励2阶模态不平衡的影响。

1.2 双转子模态平衡的 N_1+N_2+4 平面法

与单转子动平衡的要求相同,对于双转子系统的动平衡,也要在控制转子动挠度的同时,减小支承动反力。为此,在高、低压转子上首先各需选择2个平衡面进行刚性转子动平衡。此后,再对转子进行模态动平衡,需再选择 N_1+N_2 个平衡面,共计 N_1+N_2+4 个平衡面,故称 N_1+N_2+4 平面法。

1.2.1 力平衡和力矩平衡条件

N_1+N_2 平面法的目标是减小或消除工作转速下双转子系统的弹性变形,而 N_1+N_2+4 平面法的目标是既要减小或消除支承动反力,又要消除双转子系统的弹性变形。根据 N_1+N_2+4 平面法,需首先对转子进行刚性动平衡,以消除支承动反力。此后,在进行模态动平衡时,不能破坏刚性动平衡的结果。

对双转子系统进行了刚性动平衡之后,使双转子增速至1阶临界转速,开始平衡1阶模态。其原理和步骤,原则上与 N_1+N_2 平面法相似。所不同的只是不仅要求配重组与已经平衡的模态正交,而且还不能破坏转子刚性动平衡。这些要点和要求与单转子模态动平衡相似。

为保证高、低压转子各自的刚性动平衡,高、低压转子正交配重组 t_{L_i} 和 t_{h_k} 还须满足力平衡和力

矩平衡两个平衡条件:

$$\begin{cases} \Omega_L^2 \left(\sum_{i=1}^{N_1+2} t_{L_i} + \sum_{i=1}^{N_1} \varepsilon_{L_i} \right) = 0 \\ \Omega_h^2 \left(\sum_{k=1}^{N_2+2} t_{h_k} + \sum_{k=1}^{N_2} \varepsilon_{h_k} \right) = 0 \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} \frac{\Omega_L^2}{l_L} \left(\sum_{i=1}^{N_1+2} t_{L_i} x_{L_i} + \sum_{i=1}^{N_1} \varepsilon_{L_i} x_{L_i} \right) = 0 \\ \frac{\Omega_h^2}{l_h} \left(\sum_{k=1}^{N_2+2} t_{h_k} x_{h_k} + \sum_{k=1}^{N_2} \varepsilon_{h_k} x_{h_k} \right) = 0 \end{cases} \quad (20)$$

式中 Ω_L 为低压转子转速; Ω_h 为高压转子转速; l_L 为低压转子总长; l_h 为高压转子总长; ε 表示初始不平衡分布质量; t 表示平衡配重质量; x_{L_i} 为第 i 个低压转子校正面轴向位置; x_{h_k} 为第 k 个高压转子校正面轴向位置。

1.2.2 N_1+N_2+4 平面法平衡条件

同样以平衡双转子前 4 阶模态为例,说明 N_1+N_2+4 平面法的步骤和算法。先对高压转子进行刚性动平衡,需要在高压转子激励下的 1 阶临界转速以下,即 $\Omega_h < \omega_{h_1}$,运行高压转子。在高压转子两个配重面上 $x = x_{h_1}$ 和 $x = x_{h_2}$ 添加配重,进行低速动平衡。平衡时,可以固定住低压转子,使其不转。

然后对低压转子进行刚性动平衡。同样,在低压转子激励的转子 1 阶临界转速以下运行低压转子,在低压转子配重面 $x = x_{L_1}$ 和 $x = x_{L_2}$ 上添加配重。平衡低压转子时,也可固定住高压转子,使其不转。也可在低转速下,同时运行高、低压转子,同时进行高、低压转子的刚性动平衡。转子刚性动平衡完成后,再按照定转速比 $a = \Omega_h / \Omega_L$ 运行双转子系统,进行模态动平衡。

平衡双转子 1 阶模态(高压转子激励)时,需要 3 个高压平衡面,所加配重组为 $\mathbf{t}_{h_1} = [t_{h_1 h_1}, t_{h_1 h_2}, t_{h_1 h_3}]^T$,需满足下列平衡条件,即力平衡、力矩平衡和模态平衡条件:

$$\begin{cases} t_{h_1 h_1} + t_{h_1 h_2} + t_{h_1 h_3} = 0 \\ \frac{x_{h_1}}{l_h} t_{h_1 h_1} + \frac{x_{h_2}}{l_h} t_{h_1 h_2} + \frac{x_{h_3}}{l_h} t_{h_1 h_3} = 0 \\ r_{h_1}(x_{h_1}) t_{h_1 h_1} + r_{h_1}(x_{h_2}) t_{h_1 h_2} + r_{h_1}(x_{h_3}) t_{h_1 h_3} = -1 \end{cases} \quad (21)$$

将式(21)写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{x_{h_1}}{l_h} & \frac{x_{h_2}}{l_h} & \frac{x_{h_3}}{l_h} \\ r_{h_1}(x_{h_1}) & r_{h_1}(x_{h_2}) & r_{h_1}(x_{h_3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{h_1 h_1} \\ t_{h_1 h_2} \\ t_{h_1 h_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

由此方程可解出 $\mathbf{t}_{h_1} = [t_{h_1 h_1}, t_{h_1 h_2}, t_{h_1 h_3}]^T$ 。

同理,可得到平衡双转子 2 阶模态(低压转子激励)的平衡条件如下:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{x_{L_1}}{l_L} & \frac{x_{L_2}}{l_L} & \frac{x_{L_3}}{l_L} \\ r_{L_1}(x_{L_1}) & r_{L_1}(x_{L_2}) & r_{L_1}(x_{L_3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{L_1 L_1} \\ t_{L_1 L_2} \\ t_{L_1 L_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

由此解得 $\mathbf{t}_{L_1} = [t_{L_1 L_1}, t_{L_1 L_2}, t_{L_1 L_3}]^T$ 。

平衡双转子 3 阶模态(高压转子激励)时,需要在高压转子 4 个平衡面上添加配重组 $\mathbf{t}_{h_2} = [t_{h_2 h_1}, t_{h_2 h_2}, t_{h_2 h_3}, t_{h_2 h_4}]^T$,平衡条件如下:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \frac{x_{h_1}}{l_h} & \frac{x_{h_2}}{l_h} & \frac{x_{h_3}}{l_h} & \frac{x_{h_4}}{l_h} \\ r_{h_1}(x_{h_1}) & r_{h_1}(x_{h_2}) & r_{h_1}(x_{h_3}) & r_{h_1}(x_{h_4}) \\ r_{h_2}(x_{h_1}) & r_{h_2}(x_{h_2}) & r_{h_2}(x_{h_3}) & r_{h_2}(x_{h_4}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} t_{h_2 h_1} \\ t_{h_2 h_2} \\ t_{h_2 h_3} \\ t_{h_2 h_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

由此可解出 $\mathbf{t}_{h_2} = [t_{h_2 h_1}, t_{h_2 h_2}, t_{h_2 h_3}, t_{h_2 h_4}]^T$ 。

对于双转子 4 阶模态(低压转子激励),在低压转子 4 个平衡面上的配重组 $\mathbf{t}_{L_2} = [t_{L_2 L_1}, t_{L_2 L_2}, t_{L_2 L_3}, t_{L_2 L_4}]^T$ 须满足的平衡条件如下:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \frac{x_{L_1}}{l_L} & \frac{x_{L_2}}{l_L} & \frac{x_{L_3}}{l_L} & \frac{x_{L_4}}{l_L} \\ r_{L_1}(x_{L_1}) & r_{L_1}(x_{L_2}) & r_{L_1}(x_{L_3}) & r_{L_1}(x_{L_4}) \\ r_{L_2}(x_{L_1}) & r_{L_2}(x_{L_2}) & r_{L_2}(x_{L_3}) & r_{L_2}(x_{L_4}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} t_{L_2 L_1} \\ t_{L_2 L_2} \\ t_{L_2 L_3} \\ t_{L_2 L_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

由此方程解出 $\mathbf{t}_{L_2} = [t_{L_2 L_1}, t_{L_2 L_2}, t_{L_2 L_3}, t_{L_2 L_4}]^T$ 。

由上述的平衡条件可看出,要平衡低压转子激励的两阶模态,需在低压转子上设置 4 个平衡面,即 2+2;同样,要平衡高压转子激励的两阶模态,也需在高压转子上设置 4 个平衡面,也是 2+2。平衡的效果是:既消除双转子的变形,又消除双

转子的支承动反力。概括而言,就是 N_1+N_2+4 平面法。

1.2.3 全正交平衡法的平衡过程与步骤

利用全正交平衡法平衡每一阶模态都需要在该阶激励转子上所有的平衡面加配重。以前述的双转子为例,要平衡双转子前 4 阶模态(高、低压转子激励各两阶),在平衡高、低压转子各自两阶激励(即双转子 3 阶、4 阶模态)时与向后正交法一致,只是需要将高、低压转子各自 1 阶激励求得的配重分配到正交校正组上。下面将以平衡高压转子激励下的 1 阶模态为例简述这一过程。

全正交平衡法与向后正交平衡法在振动测量、加试重、求配重的步骤及算法上完全一致,不过全正交平衡法求解正交校正组的条件发生了变化。对于高压转子:

$$\begin{bmatrix} r_{h_1}(x_{h_1}) & r_{h_1}(x_{h_2}) \\ r_{h_2}(x_{h_1}) & r_{h_2}(x_{h_2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{h_1 h_1} & t_{h_2 h_1} \\ t_{h_1 h_2} & t_{h_2 h_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

对于低压转子:

$$\begin{bmatrix} r_{L_1}(x_{L_1}) & r_{L_1}(x_{L_2}) \\ r_{L_2}(x_{L_1}) & r_{L_2}(x_{L_2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{L_1 L_1} & t_{L_2 L_1} \\ t_{L_1 L_2} & t_{L_2 L_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

式中第 1 个下标表示双转子阶次(h_1 和 h_2 为高压转子 1 阶和 2 阶激励; L_1 和 L_2 为低压转子 1 阶和 2 阶激励),第 2 个下标表示校正面位置(x_{h_1} 和 x_{h_2} 为高压转子校正面; x_{L_1} 和 x_{L_2} 为低压转子校正面)。

通过式(26)和式(27)可以求得平衡所需的正交校正组依次为:高压转子激励 1 阶 $[t_{h_1 h_1}, t_{h_1 h_2}]$,低压转子激励 1 阶 $[t_{L_1 L_1}, t_{L_1 L_2}]$,高压转子激励 2 阶 $[t_{h_2 h_1}, t_{h_2 h_2}]$ 和低压转子激励 2 阶 $[t_{L_2 L_1}, t_{L_2 L_2}]$ 。

1.3 双转子航空发动机模态动平衡过程

双转子的模态动平衡方法与单转子相似。但前提条件是高压转子激励下的模态之间须正交,低压转子激励下的模态也需正交。动平衡时,须按照设定的转速控制律,同时运行高、低压转子,而且需同时测量高、低压转子的转速和相位。如文献[18]所述,当高、低压转子转速比为常数时,这一条件能够满足。在实际中,高、低压转子转速比按照共同工作线变化,模态间的正交性不再成立。为实现模态动平衡,可采取如下的解决方案:根据文献[18]的正交性检验结果,对转子所有模态均进行正交性检验。若正交性检验值 λ 远

小于 1,则在进行动平衡时,控制高、低压转子转速比为常数。动平衡完成后,在实际的转速控制律下进行检验。

另外,由于高压激励 2 阶模态之后,紧接着出现的是低压激励 1 阶模态。因此,在平衡高压激励 2 阶模态时,可同时平衡低压激励 1 阶模态,即在为平衡高压激励 2 阶模态加试重时,同时也在低压转子上为平衡低压激励 1 阶模态加试重。一次就可确定平衡高压激励 2 阶模态和低压激励 1 阶模态所需的校正质量组。而平衡这两阶模态之后的检验也只需一次运行。这是双转子模态动平衡的特点。这样可减少开车次数。

1.3.1 双转子系统模态的确定

以平衡高压激励前两阶和低压激励前两阶模态为例,即 $N_1=N_2=2$ 。利用有限元计算或实验测量可得到转子的前 4 阶振动模态。特别应注意的是,测量面要避开振型节点。在 4 个校正面 $x = x_{h_1}$, $x = x_{h_2}$, $x = x_{L_1}$, $x = x_{L_2}$ 处,通过实验或计算获得转子前 4 阶振型的值(包括幅值和相位信息)为:

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} r_{h_1}(x_{h_1}) & r_{h_1}(x_{h_2}) \\ r_{h_2}(x_{h_1}) & r_{h_2}(x_{h_2}) \\ r_{L_1}(x_{L_1}) & r_{L_1}(x_{L_2}) \\ r_{L_2}(x_{L_1}) & r_{L_2}(x_{L_2}) \end{bmatrix} \quad (28)$$

若在双转子动平衡前,难以采集到临界转速处的振型数据,可选用计算值先行进行模态动平衡。再在动平衡过程中和动平衡之后,进行校核和修正。对于真实航空发动机,可采用数据库存储的发动机转子振型数据,来对其进行初步模态平衡。需要注意的是,在动平衡过程中和动平衡之后,将所测得的数据保存到数据库,一是,对已有的振型数据进行验证和修正;二是,增加数据库的样本数量。

1.3.2 平衡高压转子激励下的 1 阶模态

此阶模态为双转子的 1 阶模态。通过振型数据,选择对高压激励下的 1 阶振型不平衡校正作用最显著的高压转子平衡面位置 $x = x_{h_1}$,加试重 $\mathbf{u}_{h_1} = e_{h_1} \Delta \mathbf{m}_{h_1} \mathbf{e}^{j\theta_{h_1}}$,选择高、低压转子转速比为 a ,在双转子 1 阶临界转速附近(即 $\Omega_L \approx \omega_{h_1}/a$, $\Omega_h \approx \omega_{h_1}$),测得转子的初始不平衡响应 $\mathbf{A}_{h_{10}}$ (高压转子转速一倍频分量,包含幅值和相位信息)。加试重之后,测得的响应为 $\mathbf{A}_{h_{11}}$,则得影响系数 α_{h_1} 为:

$$\alpha_{h_1} = \frac{A_{h_{11}} - A_{h_{10}}}{e_{h_1} \Delta m_{h_1} e^{i\theta_{h_1}}} \quad (29)$$

式中, 下标“ h_1 ”表示双转子高压激励的 1 阶模态; 下标“0”表示初始运行状态。

平衡 1 阶模态所加的校正质量 u_{h_1} 应满足下列的平衡条件:

$$u_{h_1} = -\frac{A_{h_{10}}}{\alpha_{h_1}} \quad (\text{去掉试重}) \quad (30)$$

$$u_{h_1} = -\frac{A_{h_{11}}}{\alpha_{h_1}} \quad (\text{保留试重}) \quad (31)$$

可求得双转子 1 阶模态不平衡校正质量为:

$$u_{h_1} = -\frac{e_{h_1} \Delta m_{h_1} e^{i\theta_{h_1}} A_{h_{10}}}{A_{h_{11}} - A_{h_{10}}} \quad (\text{去掉试重}) \quad (32)$$

$$u_{h_1} = -\frac{e_{h_1} \Delta m_{h_1} e^{i\theta_{h_1}} A_{h_{11}}}{A_{h_{11}} - A_{h_{10}}} \quad (\text{保留试重}) \quad (33)$$

由上述步骤可见, 平衡 1 阶模态的方法与影响系数法相似。

1.3.3 同时平衡高压转子激励下的 2 阶模态和低压激励的 1 阶模态

此两阶模态为双转子的 2 阶和 3 阶模态。如文献 [18] 所述, 考虑到激励的正交性, 可同时平衡这两阶模态。

选择高、低压转子转速比 a , 在高压激励下的 2 阶临界转速附近, 测量转子的初始运行振动响应 $A_{h_{20}}$ (高压转速一倍频分量)。如果转子能够越过高压激励下的 2 阶临界转速, 则使转子运行到低压激励下的 1 阶临界转速附近, 测量转子的振动响应 $A_{L_{10}}$ (低压转速一倍频分量)。

首先在高压转子平衡面 $x = x_{h_1}$ 和 $x = x_{h_2}$ 上加试重 $u_{h_2} = \hat{m}_{h_2} [t_{h_2 h_1}, t_{h_2 h_2}]$, 并满足如下条件:

$$\begin{cases} r_{h_1}(x_{h_1}) t_{h_2 h_1} + r_{h_1}(x_{h_2}) t_{h_2 h_2} = 0 \\ r_{h_2}(x_{h_1}) t_{h_2 h_1} + r_{h_2}(x_{h_2}) t_{h_2 h_2} = -1 \end{cases} \quad (34)$$

同时, 在低压转子上, 选择对低压转子激励的 1 阶振型不平衡作用最明显的配重面位置 $x = x_{L_1}$, 加试重 $u_{L_1} = \Delta m_{L_1} e_{L_1} e^{i\theta_{L_1}}$ 。

在高压激励下的 2 阶临界转速附近, 测量转子试重运行振动响应 $A_{h_{21}}$ 。如果转子可继续升速, 则在低压激励下的 1 阶临界转速附近, 测量转子试重运行振动响应 $A_{L_{11}}$ 。

由初始运行和试重运行所测得的振动数据 $A_{h_{20}}$ 、 $A_{L_{10}}$ 、 $A_{h_{21}}$ 和 $A_{L_{11}}$, 可同时确定平衡校正量 u_{h_2} 和 u_{L_1} 。先求出 u_{h_2} , 由文中第 1.1.2 节可知:

$$A_{h_{20}} = \hat{Q}(\omega_{h_2}) \hat{U}_{h_2} \quad (35)$$

$$A_{h_{21}} = \hat{Q}(\omega_{h_2}) \left(\hat{U}_{h_2} + \hat{m}_{h_2} \begin{bmatrix} r_{h_2}(x_{h_1}) & r_{h_2}(x_{h_2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{h_2 h_1} \\ t_{h_2 h_2} \end{bmatrix} \right) \quad (36)$$

两式相减可得:

$$A_{h_{21}} - A_{h_{20}} = -\hat{Q}(\omega_{h_2}) \hat{m}_{h_2} \quad (37)$$

$$\hat{Q}(\omega_{h_2}) = \frac{A_{h_{20}} - A_{h_{21}}}{\hat{m}_{h_2}} \quad (38)$$

式中, $\hat{Q}(\omega_{h_2})$ 表示此阶临界转速 ω_{h_2} 下的频响 $\hat{F}_{h_2}(\omega_{h_2})$ 、模态振型 r_{h_2} 和测量系统标定系数的乘积, 同一转速下为定值。

代入式 (35) 可以求出包含双转子 1 阶高压模态配重影响的高压转子 2 阶模态不平衡量 $\hat{U}_{h_2}$:

$$\hat{U}_{h_2} = \frac{\hat{m}_{h_2} A_{h_{20}}}{A_{h_{20}} - A_{h_{21}}} \quad (39)$$

可以求出校正量 u_{h_2} :

$$u_{h_2} = \frac{u_{h_2} A_{h_{20}}}{A_{h_{20}} - A_{h_{21}}} = \frac{\hat{m}_{h_2} A_{h_{20}}}{A_{h_{20}} - A_{h_{21}}} [t_{h_2 h_1}, t_{h_2 h_2}] \quad (40)$$

利用类似的方法可求得低压转子激励的 1 阶模态不平衡校正量 u_{L_1} :

$$\begin{cases} u_{L_1} = -\frac{e_{L_1} \Delta m_{L_1} e^{i\theta_{L_1}} A_{L_{10}}}{A_{L_{11}} - A_{L_{10}}} \quad (\text{去掉试重}) \\ u_{L_1} = -\frac{e_{L_1} \Delta m_{L_1} e^{i\theta_{L_1}} A_{L_{11}}}{A_{L_{11}} - A_{L_{10}}} \quad (\text{保留试重}) \end{cases} \quad (41)$$

将平衡校正量 u_{h_2} 和 u_{L_1} 分别施加在高、低压转子相应的平衡面上, 则高压激励下的 2 阶模态和低压激励下的 1 阶模态均得以平衡。

如果在高压激励下的 2 阶模态不平衡未校正之前, 由于振动超标, 转子不能继续升速, 则先平衡该阶模态, 校正量的确定方法如上所述, u_{h_2} 是相同的。高压激励下的 2 阶模态平衡之后, 再顺序进行低压转子激励下的 1 阶和 2 阶模态动平衡。

1.3.4 平衡低压转子激励下的 2 阶模态

双转子的 4 阶模态为低压转子激励下的 2 阶模态。依照类似的方法, 在低压转子配重面 $x = x_{L_1}$ 和 $x = x_{L_2}$ 上, 同时加试重 $u_{L_2} = \hat{m}_{L_2} [t_{L_2 L_1}, t_{L_2 L_2}]$, 在低压转子激励下的 2 阶临界转速附近, 测量转子的初始运行振动响应和加试重之后的振动响应, 由此求出低压转子激励下的 2 阶模态不平衡校正质量 u_{L_2} 为:

$$u_{L_2} = \frac{\hat{m}_{L_2} A_{L_{20}}}{A_{L_{20}} - A_{L_{21}}} [t_{L_2 L_1}, t_{L_2 L_2}] \quad (42)$$

至此,共用了4个平衡面(高压转子上2个;低压转子上2个)平衡了双转子的前4阶模态。按照上述步骤,需要运行双转子系统至少6次,加试重和配重至少3次,每次运行需要保持相同的高、低压转子转速比。另外,要同时测量高、低压转子的相位。

1.3.5 双转子系统模态动平衡方法流程

在文献[18]推导的模态正交性结论的基础上,确定模态动平衡的转子运行的工况,并以计算的双转子系统模态为正交基确定正交校正质量组,然后确定模态不平衡量,以及配重计算,完成双转子系统 N_1+N_2 平面模态动平衡。动平衡流程图如图2所示。

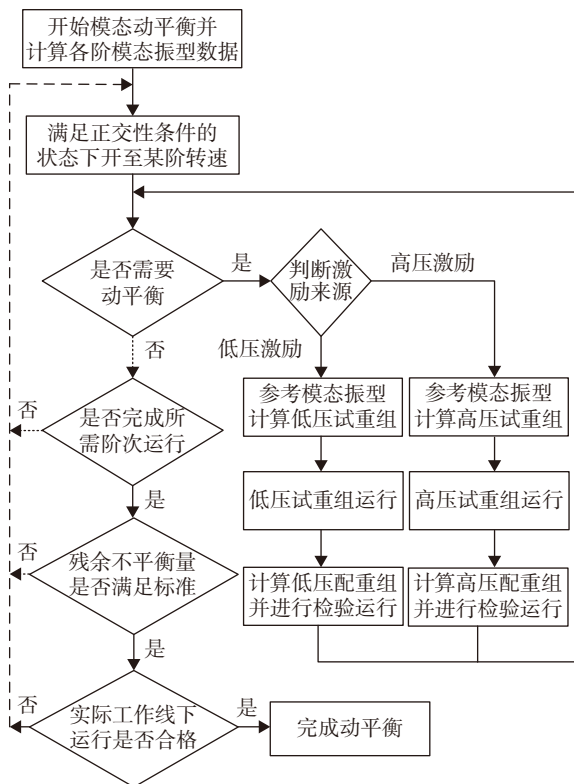


图2 双转子航空发动机模态动平衡流程图

Fig. 2 Flow chart of mode dynamic balance of dual-rotor aero-engine

2 双转子模态动平衡实验验证

2.1 双转子实验系统

双转子实验系统与之前结构方案中的支承方式、尺寸以及结构形式等一致^[18]。高低压转子皆采用柔性连接的方式与驱动电动机同轴连接,转子实验系统工作转速范围为高压转子 0~6 000 r/min, 低压转子 0~4 000 r/min。联轴器上贴有反光纸,作为相位的初始标记。同时为了便于动平

衡实验的进行,在每个盘上设计有36个螺栓孔,用于添加或者拆卸试配重。双转子实验器实物照片如图3所示,实验器盘部件结构如图4所示。

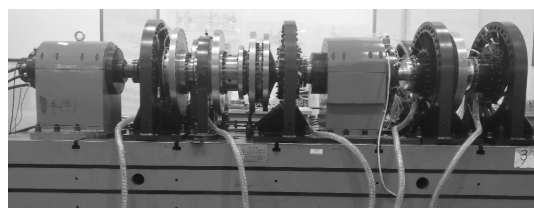


图3 双转子实验器实物图

Fig. 3 Physical image of the dual-rotor experimental device

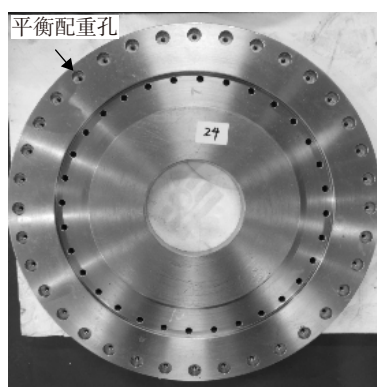


图4 设计有平衡配重孔的实验器盘部件

Fig. 4 Parts of experimental device disk designed with balance weight holes

测试系统是完成动平衡实验验证的必要保障。转子实验系统共使用9个传感器测量转子的振动信号,其中1个光电传感器用于测量转子的转速,8个位移传感器测量转子系统关键部位的振动位移。以上各传感器的通道信息列于表1中。转子实验器的传感器布置方案如图5所示。

表1 双转子实验系统测量通道信息

Table 1 Measurement channel information of dual-rotor test system

通道编号	通道信息
CH1	低压风扇竖直
CH2	低压风扇水平
CH3	低压涡轮竖直
CH4	低压涡轮水平
CH5	高压压气机竖直
CH6	高压压气机水平
CH7	高压涡轮水平
CH8	中介轴承水平
CH9	转子系统转速

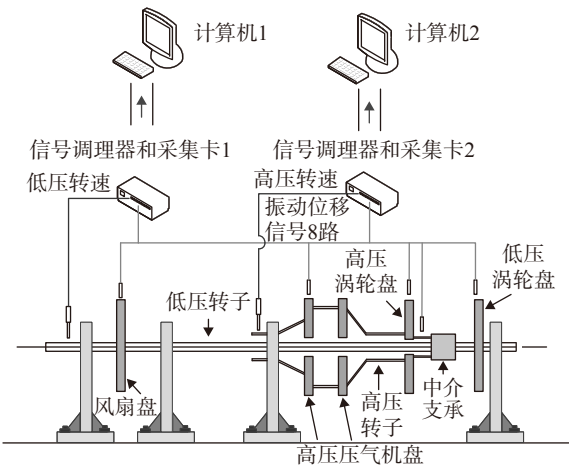


图 5 传感器测点排布

Fig. 5 Sensor measuring point arrangement

测试系统所采用的传感器的相关参数与型号如表 2 所示。并利用西北工业大学旋转机械与风能装置测控研究所研制的 CAMD-9100 型发动机状态监测与平衡系统^[14-15]对转子系统进行动平衡。

表 2 传感器型号与参数

Table 2 Sensor models and parameters

类型	型号	灵敏度	频响范围/kHz
位移	B&K IN-085	8 mV/ μm	0~10
速度	B&K VS-080	78 mV/(mm/s)	0.01~1
光电	B&K P-84		0~10

2.2 双转子实验系统动平衡实验验证

2.2.1 双转子系统模态数据获取

为平衡双转子实验器的高、低压转子激励的各阶模态,需要通过有限元程序计算平衡面处的模态振型数据,并根据正交条件求出平衡模态的正交配重组,振型数据采用转速比为 1.3 时计算的模态振型,4 个平衡面处的振型数据如表 3 所

表 3 双转子实验器模态动平衡所用振型数据

Table 3 Vibration data used in mode balance of dual-rotor experimental device

平衡面	类别	高压激励		低压激励	
		1 阶	2 阶	1 阶	2 阶
x_1	无量纲幅值	0.21	0.09	-0.20	0.69
	相位/ $^{\circ}$	-90.5	90.5	90.0	-90.0
x_2	无量纲幅值	0.11	0.14	-0.735	0.18
	相位/ $^{\circ}$	-90.5	91.1	90.0	-90.0
x_3	无量纲幅值	0.18	-0.38	0.22	0.43
	相位/ $^{\circ}$	89.4	89.4	0.6	6.3
x_4	无量纲幅值	-0.79	-0.34	0.03	0.07
	相位/ $^{\circ}$	89.4	89.4	179.3	174.2

示。采用的平衡面分别为高压一级压气机盘 x_1 、高压涡轮盘 x_2 、低压风扇盘 x_3 和低压涡轮盘 x_4 。

在转速比为 1.3 反转时,低压转子转速为 300 r/min 处采集双转子实验器初始弯曲值如表 4 所示。在后续动平衡计算中,需要先对采集到的振动数据中主激励 1 阶量进行去除初始弯曲处理。

表 4 实验器各通道的转子初始弯曲值

Table 4 Each channel initial bending value of experimental device

通道	幅值/ μm	相位/ $^{\circ}$
CH1	20.8	333.3
CH2	20.0	64.8
CH3	13.7	159.5
CH4	16.9	244.9
CH5	36.9	217.5
CH6	31.6	157.4
CH7	15.1	80.8
CH8	17.5	256.7

2.2.2 高压激励 1 阶模态动平衡

以转速比为 1.3、高低压反转为条件,运行双转子实验系统。以高压转子转速为基准,采集到的不平衡响应如图 6 所示。在低压转速为 1 695 r/min,高压转速为 2 200 r/min 时,峰值总量已超过 290 μm 。

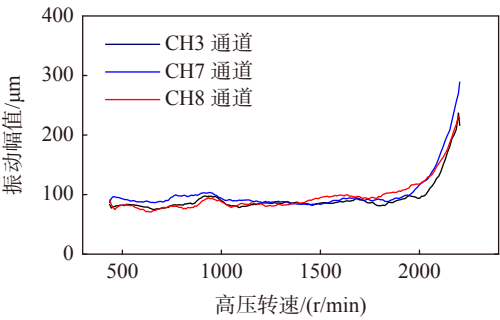


图 6 高压激励的 1 阶模态平衡前不平衡响应

Fig. 6 Unbalanced response before first-order mode balance of high pressure compressor rotor excitation

通过初始运行,首先可以确定的是,双转子系统在高压转速为 2 200 r/min 处达到了高压激励 1 阶临界转速。此时振动幅值较大的是 CH3 通道即低压涡轮盘以及 CH7 通道即中介轴承和高压涡轮盘,结合其模态振型,确定平衡面选取为高压转子涡轮盘与高压转子压气机盘。计算正交试重组为高压压气机 0 $^{\circ}$ 添加 1.5 g 试重,高压涡轮盘 180 $^{\circ}$ 添加 5.45 g 试重。在添加试重组之后,双转子系统运行过程如图 7 所示。

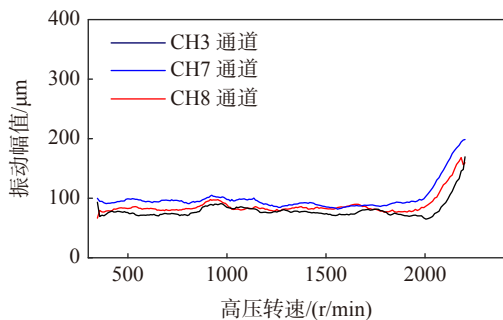


图 7 平衡高压激励 1 阶模态试重运行

Fig. 7 Test weight operation of first-order mode of balanced high pressure excitation

使用双转子系统本机动平衡优化设计方法, 求解最优配重组, 获取的配重组为高压压机盘 150°添加 1.5 g, 高压涡轮盘 10°添加 5.41 g。在添加配重组之后, 进行检验运行过程, 其运行结果如图 8 所示。

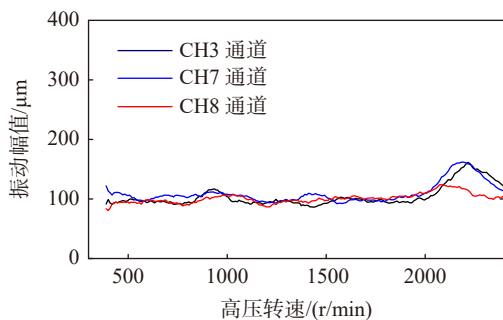
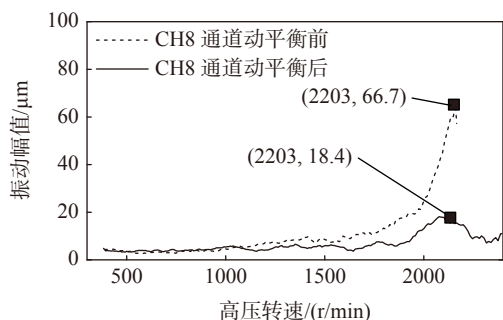


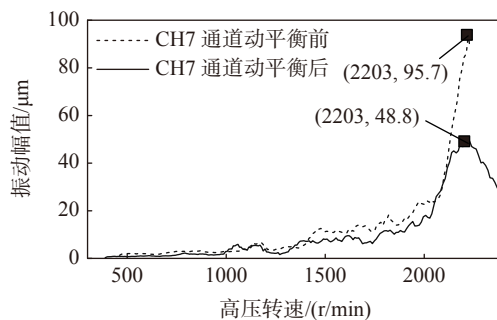
图 8 平衡高压激励 1 阶模态配重运行

Fig. 8 Counter weight operation of first-order mode of balanced high pressure excitation

从图 8 可以看出, 添加配重之后, 振动总量在低压转速为 1 695 r/min, 高压转速为 2 200 r/min 处, 从 290 μm 降低至 160 μm。为了进一步观察平衡效果, 将平衡前后的一倍频幅值情况进行对比, 如图 9 所示。因为高压激励 1 阶模态只针对高压涡轮盘动平衡, 所以选取高压涡轮盘与中介轴承处的响应进行对比。如图 9 所示, 减振比可达 72.4%。



(a) CH8 通道动平衡前后对比



(b) CH7 通道动平衡前后对比

图 9 平衡高压激励 1 阶模态动平衡前后一倍频响应对比

Fig. 9 Comparison of 1 × frequency responses before and after balancing first-order mode of high pressure excitation

2.2.3 低压激励 1 阶模态动平衡

在平衡完高压激励的 1 阶模态后, 继续以定转速比增速双转子实验器。由图 10 可知, 在低压转速为 2 127 r/min 附近振动峰峰值已达 250 μm, 超过设计要求, 需要进行动平衡。这时, 高压转子激励的 1 阶临界转速处振动很小, 说明上一步的平衡效果显著。

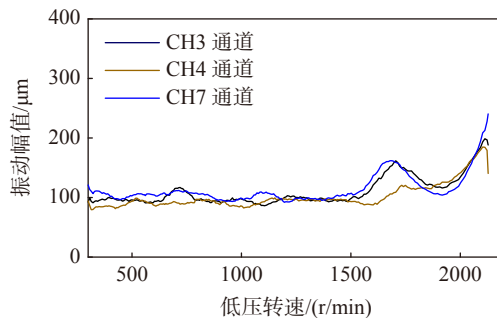


图 10 低压激励的 1 阶模态平衡前不平衡响应

Fig. 10 Unbalanced response before first-order mode balance of low pressure compressor rotor excitation

对双转子系统, 提取一倍频幅值与相位, 并结合模态振型参数, 确定正交试重组。计算平衡低压激励 1 阶模态时正交试重组为低压风扇盘 180°添加 0 g, 低压涡轮盘 0°添加 2.23 g, 在添加试重组之后, 双转子系统运行过程如图 11 所示。

同样, 对其在低压转速为 2 126 r/min 处进行频谱分析, 提取低压激励成分, 求解配重组, 获取的配重组为低压涡轮盘 110°添加 2.98 g, 风扇盘不添加。在添加配重组之后, 进行检验运行过程, 转子系统运行的过程如图 12 所示。

从图 12 可以看出, 添加配重之后, 振动总量在低压转速为 2 126 r/min、高压转速为 2 763 r/min 处从 250 μm 降低至 160 μm, 为了进一步对比其平衡效果, 对比平衡前后的一倍频幅值变化情况,

如图 13 所示。因为低压激励 1 阶模态只针对低压涡轮盘动平衡, 所以选取低压涡轮盘和中介轴承, 如图所示减振比可达 41.4%。

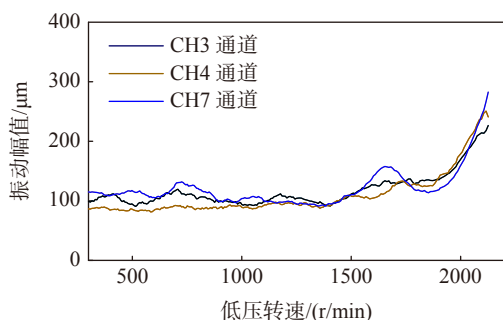


图 11 平衡低压激励 1 阶模态试重运行

Fig. 11 Test weight operation of first-order mode of balanced low pressure excitation

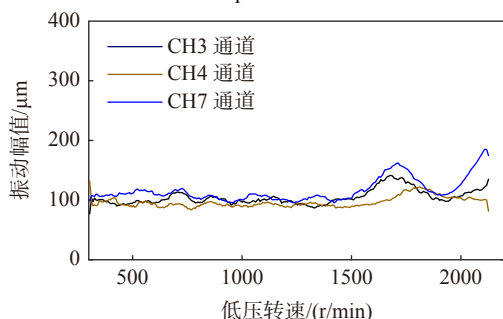
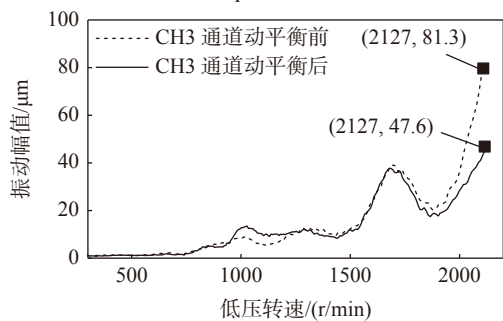
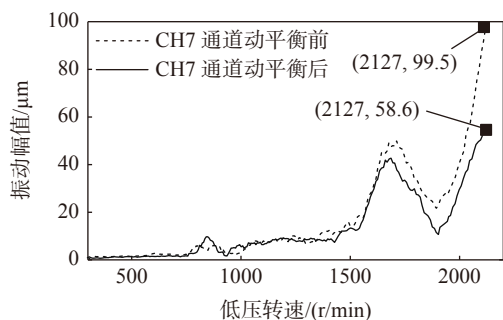


图 12 平衡低压激励 1 阶模态配重运行

Fig. 12 Counter weight operation of first-order mode of balanced low pressure excitation



(a) CH3 通道动平衡前后对比



(b) CH7 通道动平衡前后对比

图 13 平衡低压激励 1 阶模态动平衡前后一倍频对比

Fig. 13 Comparison of $1 \times$ frequency responses before and after balancing first-order mode of low pressure excitation

在完成了高压激励 1 阶模态与低压激励 1 阶模态动平衡之后, 在转速比 1.3 时双转子系统稳定增速, 低压转速至 4 000 r/min, 高压转速至 5 200 r/min, 峰峰值在排除干扰条件下都在 200 μm 以下。将转速比调至实际工作转速线下, 双转子低压转速达到 4 000 r/min, 高压转速达到 6 000 r/min, 全程振动峰峰值在 120 μm 以下, 满足设计要求, 其运行过程如图 14 所示。

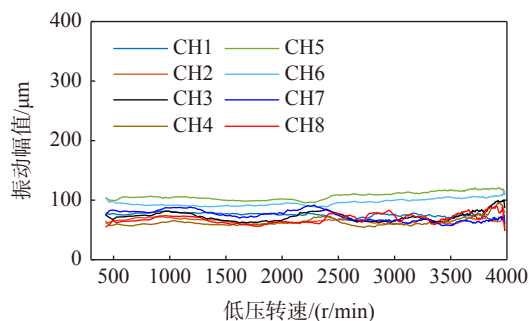


图 14 双转子系统实际工作转速下运行过程

Fig. 14 Operation process of dual-rotor system at actual working speed

3 结 论

本文基于定转速比条件下模态振型的正交性提出了双转子系统 N_1+N_2 平面和 N_1+N_2+4 平面模态动平衡方法, 并在某航空发动机双转子实验器上对其方法与文献 [18] 的正交理论进行了实验验证。得到的结论如下:

1) 在线性双转子系统中, 当高低压转子转速比为定值时, 来自相同激励源的模态之间是正交的; 当高低压转子转速比不是定值时, 来自相同激励源之间的模态不存在正交性; 另外, 无论高低压转子转速比是否恒定, 来自不同激励源下的模态之间都不满足正交性。

2) 在双转子系统中, 对低压转子不平衡响应的分解, 只需要低压转子主激励下的模态中低压转子的振型向量, 对于高压转子依然如此。低压转子主激励下的模态与高压转子主激励下的模态对不平衡响应具有正交性, 即低压转子上的不平衡量只会激起低压转子主激励下的模态振动; 高压转子上的不平衡量只会激起高压转子主激励下的模态振动。

3) 采用 N_1+N_2 平面模态动平衡方法对某双转子实验器转速比为 1.3(反转)条件下工作转速范围内的高压激励 1 阶模态与低压激励的 1 阶模态进行了动平衡实验。发现减振比最大可达 72.4%。

且在实际工作转速线下,转子各阶临界转速处的振动幅值均在 $120\ \mu\text{m}$ 以下,满足平衡要求。

综上所述,所提出的双转子系统 N_1+N_2 平面模态动平衡方法是可行的。

参考文献:

- [1] 邓旺群,唐广,高德平. 转子动力特性及动平衡研究综述[J]. 燃气涡轮试验与研究, 2008, 21(2): 57-62.
DENG Wangqun, TANG Guang, GAO Deping. Research summary of rotor dynamic characteristics and dynamic balance[J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2008, 21(2): 57-62. (in Chinese)
- [2] 罗立,唐庆如. 航空发动机振动与平衡研究[J]. 中国民航飞行学院学报, 2014, 25(2): 57-60.
LUO Li, TANG Qingru. Research on vibration and balance of aero-engine[J]. Journal of Civil Aviation Flight University of China, 2014, 25(2): 57-60. (in Chinese)
- [3] 邓旺群,王桢,舒斯荣,等. 涡轴发动机细长柔性转子动力特性及高速动平衡技术研究[J]. 振动与冲击, 2012, 31(7): 162-165, 170.
DENG Wangqun, WANG Zhen, SHU Sirong, et al. Dynamic characteristics and high speed dynamic balance technique for a power turbine rotor of a turbo-shaft engine[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(7): 162-165, 170. (in Chinese)
- [4] 洪亮,蒋云帆,雷新亮,等. 某航空发动机压气机部件振动异常分析[J]. 噪声与振动控制, 2018, 38(增刊2): 537-540.
HONG Liang, JIANG Yunfan, LEI Xinliang, et al. Abnormal vibration analysis of compressor parts in an aero-engine[J]. Noise and Vibration Control, 2018, 38(Suppl.2): 537-540. (in Chinese)
- [5] 廖明夫. 航空发动机转子动力学[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2015.
- [6] 李晓丰,郑龙席,刘振侠. 柔性转子无试重模态动平衡方法与试验[J]. 振动测试与诊断, 2013, 33(4): 565-570, 721.
LI Xiaofeng, ZHENG Longxi, LIU Zhenxia. Theoretical and experimental research on balancing of flexible rotors without trial weights[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(4): 565-570, 721. (in Chinese)
- [7] FEI Zhongxiu, TONG Shuiguang, WEI Chao. Investigation of the dynamic characteristics of a dual rotor system and its start-up simulation based on finite element method[J]. Journal of Zhejiang University: Science A, 2013, 14(4): 268-280.
- [8] 陈果. 双转子航空发动机整机振动建模与分析[J]. 振动工程学报, 2011, 24(6): 619-632.
CHEN Guo. Vibration modeling and analysis for dual-rotor aero-engine[J]. Journal of Vibration Engineering, 2011, 24(6): 619-632. (in Chinese)
- [9] 马浩,贾庆轩,曲庆文,等. 转子动平衡理论分析[J]. 机械工程学报, 2000, 36(3): 1-3.
MA Hao, JIA Qingxuan, QU Qingwen, et al. Theoretical analysis of balancing for the rigid rotor[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2000, 36(3): 1-3. (in Chinese)
- [10] 杨仲记,赵明,杨秉玉,等. 转子越过临界转速的振动特性试验研究[J]. 推进技术, 1998, 19(2): 30-34.
YANG Shenji, ZHAO Ming, YANG Bingyu, et al. Experimental study of vibration characteristic of rotor passing through critical speed[J]. Journal of Propulsion Technology, 1998, 19(2): 30-34. (in Chinese)
- [11] GNIELKA P. Modal balancing of flexible rotors without test runs: an experimental investigation[J]. Journal of Sound and Vibration, 1983, 90(2): 157-172.
- [12] 朱继梅,邵亚声,朱闯. 挠性转子动平衡的模态参数识别方法[J]. 振动工程学报, 1987(1): 42-50.
ZHU Jimei, SHAO Yasheng, ZHU Chuang. The modal parameter identification techniques used in dynamic balancing of flexible rotors[J]. Journal of Vibration Engineering, 1987(1): 42-50. (in Chinese)
- [13] 陈曦,廖明夫,刘展翅,等. 一种弹性支撑柔性转子模态动平衡方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2016, 48(3): 402-409.
CHEN Xi, LIAO Mingfu, LIU Zhanchi, et al. Modal balancing method for flexible rotors with elastic supports[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2016, 48(3): 402-409. (in Chinese)
- [14] 陈曦,廖明夫,王四季,等. 转子高速动平衡数据采集与处理方法研究[J]. 推进技术, 2016, 37(3): 554-562.
CHEN Xi, LIAO Mingfu, WANG Siji, et al. Data acquisition and processing method for high-speed dynamic balancing of rotors[J]. Journal of Propulsion Technology, 2016, 37(3): 554-562. (in Chinese)
- [15] 王四季,廖明夫. 航空发动机柔性转子动平衡方法[J]. 噪声与振动控制, 2011, 31(6): 91-94, 115.
WANG Siji, LIAO Mingfu. Study of balancing method of aero-engine flexible rotors[J]. Noise and Vibration Control, 2011, 31(6): 91-94, 115. (in Chinese)
- [16] 全勇,杨海. 双转子航空发动机高速动平衡技术试验研究[J]. 湖南理工学院学报(自然科学版), 2018, 31(2): 43-47.
QUAN Yong, YANG Hai. Experimental study of high speed dynamic balance of dual-rotor aero engine[J]. Journal of Hunan Institute of Science and Technology (Natural Sciences), 2018, 31(2): 43-47. (in Chinese)
- [17] 熊纯,都昌兵. 双转子航空发动机转子动平衡研究[J]. 长沙航空职业技术学院学报, 2009, 9(2): 33-36.
XIONG Chun, DU Changbing. Research on rotor transient equilibrium of double rotor aircraft engine[J]. Journal of Changsha Aeronautical Vocational and Technical College, 2009, 9(2): 33-36. (in Chinese)
- [18] 黄江博,廖明夫,程荣辉,等. 航空发动机双转子系统模态正交性和不平衡响应[J]. 振动与冲击, 2022, 41(21): 176-189.
HUANG Jiangbo, LIAO Mingfu, CHENG Ronghui, et al. Modal orthogonality and unbalance response of aeroengine dual-rotor system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(21): 176-189. (in Chinese)

(编辑:秦理曼)