

低雷诺数下翼型非线性气动特性及其模型预测

张 鹏, 孙 爽

(中国民航大学 航空工程学院, 天津 300300)

摘 要: 以 GA(W)-1 翼型为研究对象, 通过数值模拟的方法探究了雷诺数对翼型气动特性的影响规律及物理机制, 结果显示: 翼型在低雷诺数工况下具有突变性、迟滞性等强烈的非线性气动特性, 且迟滞环的尺寸随着雷诺数的增大而逐渐减小直到最终消失, 翼型前缘分离泡的破碎及该过程的不可逆性是非线性气动特性产生的物理根源。翼型在不同雷诺数工况下的非线性气动特性与尖点突变模型在空间拓扑上具有相似性, 于是基于拓扑不变原理, 通过发展高精度的拓扑映射方法, 构建了尖点突变模型的平衡曲面与翼型非线性气动特性之间的拓扑映射关系, 从而利用尖点突变模型的平衡曲面去预测低雷诺数下翼型的非线性气动特性, 模型预测误差在 5% 以内。

关 键 词: 翼型; 低雷诺数; 非线性气动特性; 尖点突变模型; 预测模型

中图分类号: V211.3

文献标志码: A

Nonlinear aerodynamics of airfoils at low Reynolds number and its prediction model

ZHANG Peng, SUN Shuang

(College of Aeronautical Engineering, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

Abstract: Taking the GA(W)-1 airfoil as the research object, the influence law and physical mechanism of the Reynolds number on the aerodynamic characteristics of the airfoil through numerical simulation were investigated. The results showed that the airfoil had strong nonlinear aerodynamic characteristics such as catastrophe and hysteresis under low Reynolds number conditions, and the size of the hysteresis loop gradually decreased and even disappeared with the increase of Reynolds number. The breakup of the separation bubble at the leading edge of the airfoil and the irreversibility of this process constituted the physical origins of the nonlinear aerodynamic characteristics. The nonlinear aerodynamic characteristics of the airfoil under different Reynolds numbers were in accordance with the topological features of the cusp catastrophic model. Therefore, based on the principle of topology invariance, a high-precision topology mapping method was developed to establish the mapping relationship between cusp catastrophic model and nonlinear characteristics of the airfoil, then the nonlinear aerodynamic characteristics of the airfoil at low Reynolds number were successfully predicted by the equilibrium surface of the cusp catastrophic model, and the model error was less than 5%.

Keywords: airfoil; low Reynolds number; nonlinear aerodynamics; cusp catastrophic model; prediction model

近年来, 随着高空无人机(unmanned aerial vehicles, UAVs)、微型飞行器(micro air vehicles,

MAVs)的发展, 低雷诺数下的翼型设计及其气动特性引起了工业界和学术界的广泛关注。这类飞

收稿日期: 2022-03-13

基金项目: 中央高校基本科研业务费中国民航大学专项(3122021046)

作者简介: 张鹏(1990—), 男, 讲师、硕士生导师, 博士, 主要从事叶轮机械气动热力学研究。E-mail: p_zhang@cauc.edu.cn

引用格式: 张鹏, 孙爽. 低雷诺数下翼型非线性气动特性及其模型预测[J]. 航空动力学报, 2024, 39(1): 20220128. ZHANG Peng, SUN Shuang. Nonlinear aerodynamics of airfoils at low Reynolds number and its prediction model[J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(1): 20220128.

飞行器要求翼型在雷诺数 $Re=1 \times 10^5 \sim 1 \times 10^6$ 的雷诺数(弦长为特征尺寸)范围内具有良好的气动性能^[1]。然而,研究表明当雷诺数低于某一临界值时,翼型的整个失速和恢复过程将具有突变性、迟滞性等强烈的非线性特性,严重威胁飞行器的运行安全。

研究人员针对低雷诺数下翼型的非线性气动特性开展了广泛的研究。Mueller、Pohlen^[1-2]通过风洞实验详细探究了 Lissaman 7769 翼型和 Miley M06-13-128 翼型在不同雷诺数工况下的气动特性,结果发现当雷诺数低于 $Re = 3 \times 10^5$ 时,翼型的升力和阻力特性均具有明显的突变性和迟滞性,且迟滞环的尺寸受雷诺数的影响。Selig 等^[3]在探究了低雷诺数下不同翼型的非线性气动特性时发现,迟滞环可以分为“顺时针”和“逆时针”两类,这主要由翼型表面层流分离泡的尺寸决定。Marchman 等^[4]的研究则表明翼型的非线性气动特性不仅与雷诺数有关,还受到纵横比、来流噪声、湍流强度等参数的影响。Biber^[5]认为翼型前缘分离泡的破碎导致了失速过程的突变性,而破碎过程的不可逆性最终导致了失速恢复过程的迟滞性。Liu 等^[6]通过数值模拟的方法探究了雷诺数为 $Re = 1 \times 10^3$ 工况下 NACA 0012 翼型的非线性气动特性,并认为该工况下的翼型静态失速属于鞍结分岔。

以上研究表明,低雷诺数下的翼型具有突变性、迟滞性等强烈的非线性气动特性,且受翼型本身几何和环境因素的影响,发展低雷诺数下翼型非线性气动特性的量化模型预测方法对航空器的运行安全至关重要。然而,由于突变导致物理量变化不连续,系统的状态不可微,采用传统微积分的方法构建翼型非线性气动特性的模型描述就变得尤为困难。

在数学上,通常通过“分岔”来描述突变性、迟滞性这一类非线性现象^[7-11]。为了有助于理解分岔现象,法国数学家 Thom^[12]率先提出了突变理论(catastrophe theory),并发展了一系列针对不同突变类型的数学模型,能够有效的描述系统变化过程的突变性和迟滞性,且一经提出便很快在多个领域获得了成功的工程应用^[13-16]。考虑目前模型描述低雷诺数下翼型非线性气动特性所遇到的困境,其核心在于无法通过传统的微积分方法描述物理量的非连续变化。因此,

本文在探究了低雷诺数下翼型非线性气动特性的基础上,尝试借助突变理论尖点突变模型去发展不同雷诺数下翼型非线性气动特性的量化模型预测方法。

基于以上研究思路,本文首先借助数值模拟方法,获取 GA(W)-1 翼型在不同雷诺数工况下的非线性气动特性,探究雷诺数对翼型气动特性的影响规律以及物理机制;其次,通过对比翼型非线性气动特性与尖点突变模型之间的拓扑性质,证明两者在拓扑上具有相似性;最后,基于拓扑不变原理,通过发展拓扑映射方法构建翼型气动特性与尖点突变模型之间的拓扑映射关系,并利用尖点突变模型去预测翼型在不同雷诺数工况下的气动特性,通过与数值模拟的对比证明模型的有效性。

1 低雷诺数工况下翼型的非线性气动特性

为了探究低雷诺数工况下翼型的非线性气动特性,本文以 GA(W)-1(NASA LS(1)-0417)翼型为研究对象,首先通过数值模拟的方法获取其在不同雷诺数工况下的升力与流场特性。

1.1 数值模拟方法

将二维翼型 GA(W)-1 放置在一个 C 型的计算域当中,如图 1(a)所示,其上游边界距离翼型前缘 10 倍弦长(c 表示弦长),下游边界距离翼型前缘 20 倍弦长。翼型表面采用无滑移边界条件,计算域进口采用速度进口,出口采用等压出口,自由来流的湍流度小于 1%。所有算例均通过商用软件 Fluent 的求解器进行计算,通过 2 阶迎风有限体积法求解二维不可压的雷诺平均 Navier-Stokes 方程(RANS),基于压力的双精度求解器应用于压力-速度耦合的求解。为了模拟低雷诺数下的流动转捩,湍流模型采用基于 SST $k-\omega$ 的 $\gamma-Re_\theta$ 转捩模型,该模型经 Menter 等^[17]的修正后,在流动转捩以及翼型升力特性的预测方面具有较好的表现^[18-19]。

商用软件 ICEM 被用于网格的划分,为了更准确地模拟壁面湍流情况,翼型壁面流域的 y^+ 均小于 1,通过对网格敏感度的分析,确保所生成网格具有足够的分辨率来捕获物理上相关的特征,最终选定的网格数为 77 400,翼型附近的有限体积网格如图 1(b)所示。

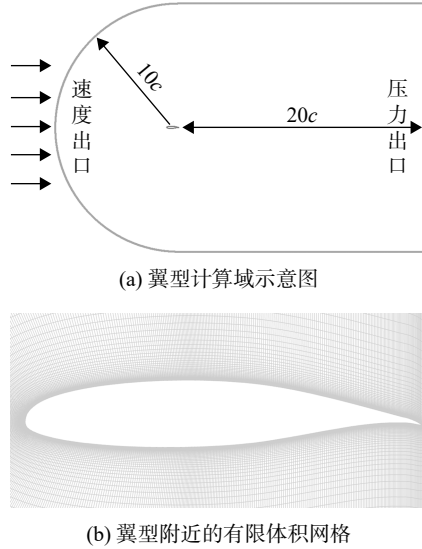
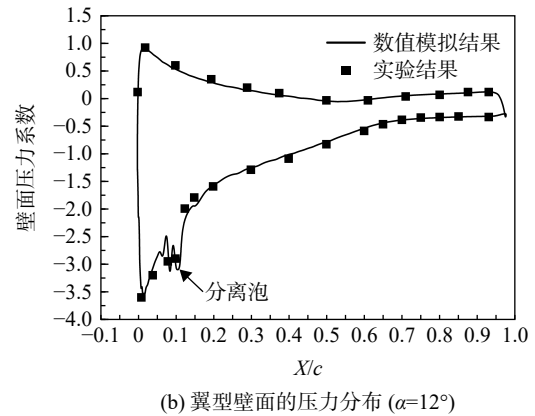
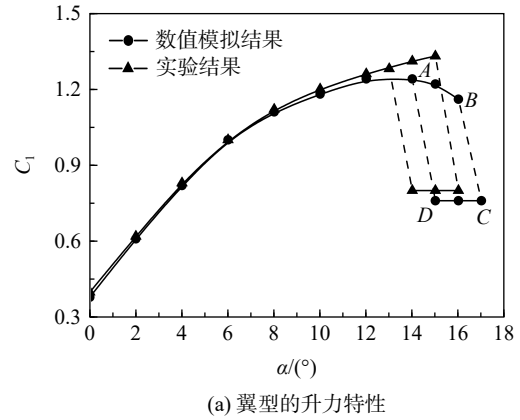


图1 翼型计算域与网格划分

Fig. 1 Computational domain and mesh distribution of airfoil

翼型准稳态的升力特性通过逐渐增大和减小翼型攻角来获得,如图2(a)所示(C_l 为升力系数)。以雷诺数等于 $Re = 1.6 \times 10^5$ 为例,首先计算攻角 $\alpha = 0^\circ$,一直计算到流场完全发展;然后,通过网格旋转技术,将网格整体旋转,得到攻角为 $\alpha = 2^\circ$ 时的计算网格,并将攻角 $\alpha = 0^\circ$ 时的计算结果作为攻角等于 $\alpha = 2^\circ$ 时的计算初场,由此计算得到该工况下的流场特性;以此类推一直计算到攻角为 $\alpha = 17^\circ$,这相当于翼型风洞实验中逐步增大攻角的过程,计算结果显示当攻角增大到 $\alpha = 16^\circ$ 时(点B)翼型的升力系数会突然减小。此时,将攻角为 $\alpha = 17^\circ$ 时的计算结果作为攻角为 $\alpha = 16^\circ$ 时的计算初场,并把攻角为 $\alpha = 16^\circ$ 时的计算结果作为攻角为 $\alpha = 15^\circ$ 时的计算初场,以此模拟风洞实验中翼型攻角逐渐减小的过程,计算结果显示当攻角减小到 $\alpha = 15^\circ$ 时(点D),翼型的升力系数会突然增大。重复上述过程,便可以得到不同工况下翼型的升力特性。

通过与实验数据^[20]的对比可以验证本文数值模拟方法的可靠性。图2(a)展示了翼型升力特性的实验和数值模拟结果,虽然数值模拟得到的升力特性与实验结果有一定的差异,但是其特性的趋势基本相同,且数值模拟得到的迟滞环尺寸接近于实验的结果。图2(b)展示了翼型在雷诺数 $Re = 1.6 \times 10^5$ 和攻角 $\alpha = 12^\circ$ 时的壁面压力分布(X/c 表示沿弦向的相对位置),从图中可以看出翼型吸力面和压力面的压力系数数值模拟结果均与实验结果匹配较好,且可以较为准确的预测分离泡的位置。综上,本文所采用的数值模拟方法被认为是可靠的。

图2 数值结果与实验结果^[20]的对比($Re = 1.6 \times 10^5$)Fig. 2 Comparison of numerical results with experimental results^[20] ($Re = 1.6 \times 10^5$)

1.2 计算结果与分析

在低雷诺数的数值模拟以及风洞实验中都观察到了翼型失速过程的突变性和迟滞性,然而在传统的较高雷诺数风洞实验中并没有观察到明显的迟滞性,这意味着雷诺数会影响翼型的非线性气动特性。为了深入的探究雷诺数对翼型非线性气动特性的影响,本文通过数值模拟的方法获取了GA(W)-1翼型在 $0.6 \times 10^6 < Re < 2.6 \times 10^6$ 范围内的升力特性,如图3所示。

相同攻角下的翼型升力系数随着雷诺数的减小而减小,随着雷诺数从 $Re = 2.6 \times 10^6$ 降低到 $Re = 0.6 \times 10^6$,翼型升力系数的极大值降低了26.17%;当雷诺数较小时,例如 $Re = 0.6 \times 10^6$,翼型的升力系数随着攻角的增大逐渐的增大,当攻角接近失速点时,微小的扰动都会导致升力系数突然的降低,此时减小翼型攻角并不会让翼型脱离失速状态,升力系数继续维持在一个较低值,直到攻角减小到恢复点,升力系数会突然增大,翼型脱离失速状态,该工况下翼型呈现出“双稳态”的性质,且两个稳态之间的转换具有明显的突变性和迟滞性;随着雷诺数的增大,失速迟滞环的尺寸逐渐

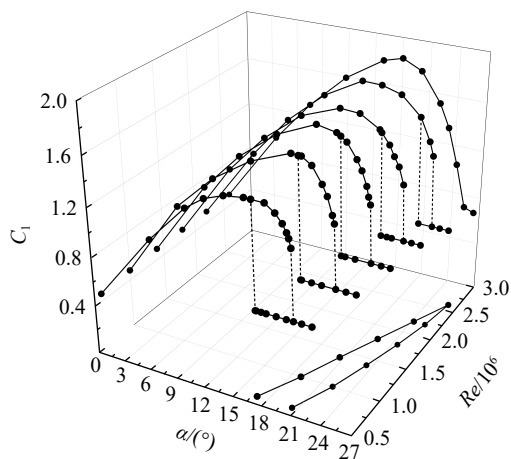


图 3 翼型在不同雷诺数工况下的升力特性

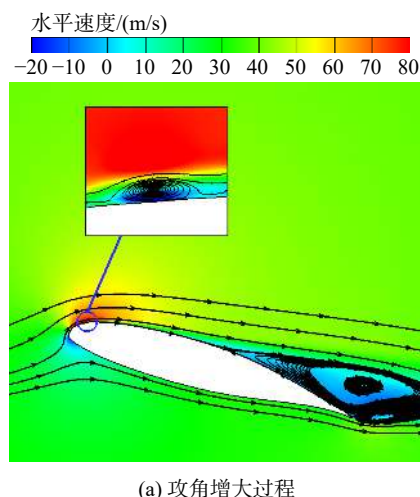
Fig. 3 Lift characteristics of the airfoil at different Reynolds numbers

减小,直到雷诺数等于 $Re = 2.6 \times 10^6$;当雷诺数等于 $Re = 2.6 \times 10^6$,翼型的升力系数随着攻角的增大而连续变化,翼型呈现出“单稳态”的性质,整个失速恢复过程已经不再具有明显的突变性和迟滞性。将不同雷诺数工况下的失速点和恢复点投影到由攻角和雷诺数组成的平面上,可以发现不同雷诺数工况下升力特性的突变边界由两条“分岔线”组成。

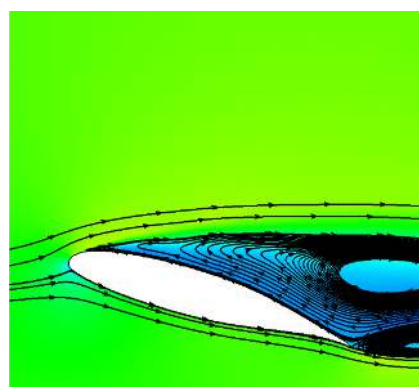
对比分析不同雷诺数工况下的翼型流场特性有助于进一步理解低雷诺数下翼型的非线性气动特性。图 4 展示了雷诺数为 $Re = 0.6 \times 10^6$ 且攻角为 $\alpha = 18^\circ$ 时翼型附近的平均流场,在攻角相同的情况下,攻角增大过程和攻角减小过程具有完全不同的流场,这也进一步佐证了该工况下翼型呈现出“双稳态”的性质。当攻角从较小值逐渐增大时,在翼型前缘吸力面上可以观察到分离泡,如图 4(a)所示,进一步增大攻角会导致前缘分离泡破碎,导致翼型完全进入失速状态;此时减小攻角,分离泡并不会重新生成,翼型依然处在失速状态,如图 4(b)所示,因此相同的攻角不同的初场最终得到了完全不同的流场结果。

图 5 展示了雷诺数为 $Re = 2.6 \times 10^6$ 且攻角为 $\alpha = 18^\circ$ 时翼型附近的平均流场,攻角增大过程和攻角减小过程具有完全相同的流场,如图 5 所示,这也进一步佐证了该工况下翼型呈现出“单稳态”的性质。与雷诺数为 $Re = 0.6 \times 10^6$ 工况所不同的是,在翼型前缘吸力面上并未观察到分离泡,升力系数随着攻角的增大而逐渐变化,整个失速恢复过程不再具有明显的突变性和迟滞性。

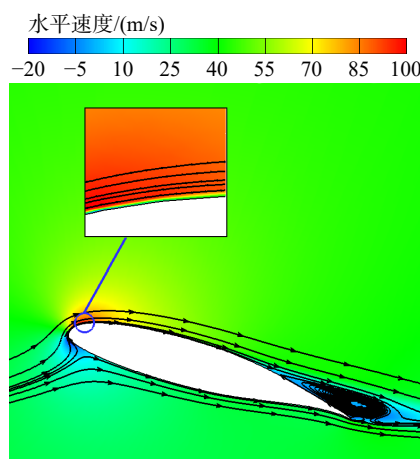
综上,低雷诺数工况下翼型前缘分离泡的



(a) 攻角增大过程



(b) 攻角减小过程

图 4 翼型平均流场的流线和水平速度分布
($Re = 0.6 \times 10^6$, $\alpha = 18^\circ$)Fig. 4 Streamline and horizontal velocity distributions of the mean flow field of the airfoil ($Re = 0.6 \times 10^6$, $\alpha = 18^\circ$)图 5 翼型平均流场的流线和水平速度分布
($Re = 2.6 \times 10^6$, $\alpha = 18^\circ$)Fig. 5 Streamline and horizontal velocity distributions of the mean flow field of the airfoil ($Re = 2.6 \times 10^6$, $\alpha = 18^\circ$)

破碎诱发了翼型升力特性的突变,而破碎过程的不可逆性最终导致了翼型升力特性迟滞环的

出现。

以上的研究表明,翼型在低雷诺数工况下具有突变性、迟滞性等强烈的非线性气动特性,且迟滞环的尺寸受雷诺数的影响。突变导致物理量变化不连续,系统的状态不可微,传统的微积分方法已经不再适用,发展低雷诺数工况下翼型非线性气动特性模型预测方法依然是一项重点和难点问题。

2 低雷诺数下翼型气动特性与尖点突变模型的拓扑相似性

2.1 尖点突变模型

如前文所述,低雷诺数下的翼型特性是一个典型的双稳态系统。针对双稳态系统, Thom^[12]在拓扑学、奇点理论的基础上率先提出了突变理论尖点突变模型,为双稳态系统的研究提供了新的思路。尖点突变模型的势函数如式(1)所示。

$$V(x) = x^4 + ux^2 + vx \quad (1)$$

式中 $V(x)$ 代表尖点突变模型的势能, x 为状态量, u 、 v 是两个控制变量。状态量是用来表示系统状态的物理量,而控制量则是控制或者影响系统状态的物理量。例如 Cui 等^[14]利用尖点突变模型研究进气道启动问题时,选择代表系统工作状态的质量流量作为状态量,选择代表工况的马赫数以及对系统状态影响较大的攻角作为控制量。

通过对势函数求1阶导,即可得到刻画所有平衡点的平衡曲面方程,如式(2)所示,平衡曲面的空间拓扑构型如图6所示。

$$V'(x) = 4x^3 + 2ux + v = 0 \quad (2)$$

图6中的“上叶”和“下叶”分别代表尖点突变模型两种不同的状态,并且随着控制量 u 和 v 的改变,模型状态会在上叶与下叶之间转换。由上叶到下叶转换的突变边界是线 OB , 由下叶到上叶转换的突变边界是线 OA 。为了便于边界的描述,可将平衡曲面向 u 和 v 组成的控制面做投影,两个突变边界的投影分别为 $\overline{OB}$ 和 $\overline{OA}$ 。此时,消去状态量 x , 即可得到突变边界投影线的方程,即突变点集方程,如式(3)所示。

$$8u^3 + 27v^2 = 0 \quad (3)$$

基于尖点突变模型研究人员发展了一系列的模型方法用于探究双稳态系统的模式转化以及性能预测,在多个领域得到了成功的应用^[13-16]。

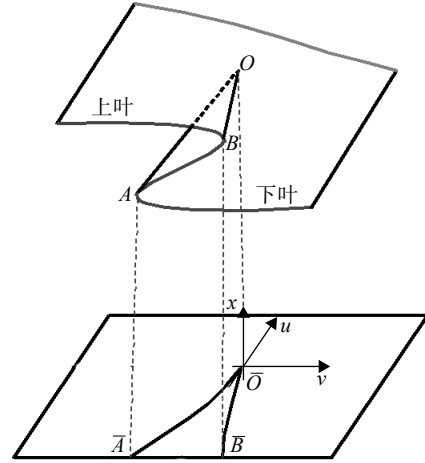


图6 尖点突变模型平衡曲面的空间拓扑

Fig. 6 Topological structure of the equilibrium surfaces for cusp catastrophic model

2.2 翼型非线性气动特性与尖点突变模型的拓扑相似性

尖点突变模型平衡曲面的空间拓扑(图6)展示了尖点突变模型的拓扑性质,当尖点突变模型的控制量 u 小于0时,随着控制量 v 的逐渐增大,系统的状态量 x 会在突变边界 OB 处从上叶突变到下叶,展现出明显的突变性,此时逐渐减小控制量 v ,系统的状态量 x 并不会沿原路返回,而是继续维持在下叶,只有达到了另外一个突变边界 OA 处,状态量 x 才会再次从下叶突变到上叶,展现出明显的迟滞性;而当控制量 u 大于0时,随着控制量 v 的增大和减小,尖点突变模型不再具有明显的突变性和迟滞性,整个过程呈现连续的变化;将尖点突变模型的突变边界向控制量 u 和 v 组成的控制平面做投影,同样可以得到两条“分岔线”。尖点突变模型与翼型非线性气动特性两者拓扑性质的对比显示,尖点突变模型(图6)与低雷诺数下翼型非线性气动特性(图3)在空间拓扑上具有相似性。

在动力学系统稳定性理论中,突变点又被称作奇点,在深入探究奇点分布规律的基础上,Whitney^[21]提出了“拓扑不变原理”,即平滑的映射下奇点的拓扑性质保持不变。因此,鉴于尖点突变模型与低雷诺数下翼型非线性气动特性在空间拓扑上具有相似性,如果能够通过发展拓扑映射方法,建立尖点突变模型的平衡曲面(图6)与翼型非线性气动特性(图3)之间的拓扑映射关系($\{(v, u, x)\} \rightarrow \{(\alpha, Re, C_l)\}$),则有望通过已知的尖点突变模型的平衡曲面去预测未知的低雷诺数下翼型非线性气动特性。

3 基于尖点突变模型的翼型非线性气动特性预测方法

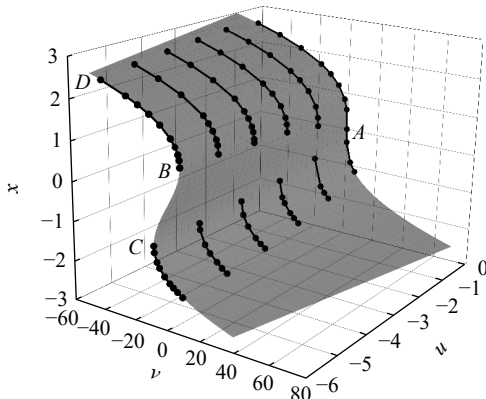
3.1 拓扑映射关系的建立

本文通过发展高精度的拓扑映射方法,构建尖点突变模型的平衡曲面与翼型非线性气动特性之间的拓扑映射关系,拓扑映射方法主要包括两个部分:线性拓扑变换和基于径向基函数(radial basis function, RBF)神经网络的变换。

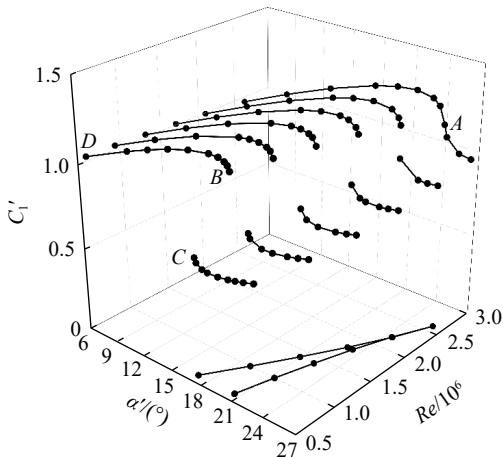
3.1.1 线性拓扑变换

在进行线性拓扑变换之前,首先需要在尖点突变模型的平衡曲面上选取 6 组原始点,如图 7(a)所示。6 组原始点的选取依据式(4)所示规则:

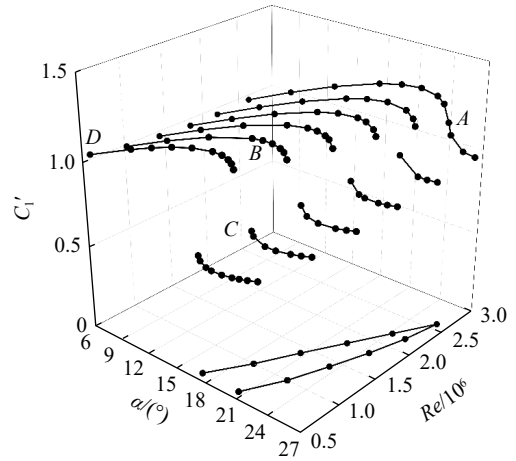
$$\begin{cases} u^{(1)} = 0, u^{(2)} < u^{(1)} \\ \frac{u^{(i+1)} - u^{(i)}}{u^{(i+2)} - u^{(i+1)}} = \frac{Re^{(i+1)} - Re^{(i)}}{Re^{(i+2)} - Re^{(i+1)}} & i = 1, 2, 3, 4 \\ 4x^3 + 2ux + v = 0 \\ x^{(i)} \leq -\sqrt{\frac{-u^{(i)}}{6}} \text{ 或 } x^{(i)} \geq \sqrt{\frac{-u^{(i)}}{6}} & i = 1, 2, \dots, 6 \\ x, u, v \in \mathbf{R} \end{cases} \quad (4)$$



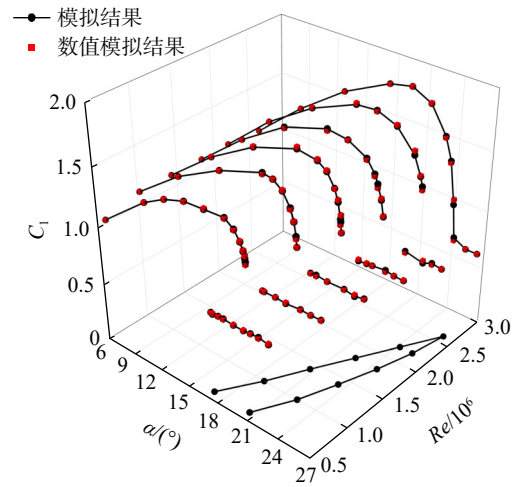
(a) 尖点突变模型平衡面上的原始点



(b) 线性变换后的结果



(c) 第1步RBF神经网络变换后的结果



(d) 第2步RBF神经网络变换后的结果

图 7 拓扑映射的过程

Fig. 7 Process of topological mapping

这里的 $x^{(i)}$ 和 $u^{(i)}$ 分别表示编号为 i ($i = 1, 2, \dots, 6$)的一组原始点对应的参数 x 和 u 的值, $Re^{(i)}$ 代表的是通过数值模拟所获取的 6 组参考点所对应的参数 Re 的值,如图 3 所示。

线性拓扑变换是要实现坐标系的变换,即从图 7(a)变换到图 7(b)($\{v, u, x\} \rightarrow \{\alpha', Re, C'\}$),其对应的拓扑映射函数的表达式如式(5)所示。

$$\begin{cases} \alpha' = l_1 v + l_2 u + l_3 x - l_4 \\ Re = m_1 v + m_2 u + m_3 x - m_4 \\ C'_1 = n_1 v + n_2 u + n_3 x - n_4 \end{cases} \quad (5)$$

这里的 $l_1, l_2, l_3, l_4, m_1, m_2, m_3, m_4, n_1, n_2, n_3$ 和 n_4 均为待定系数,通过 A, B, C 和 D 四个点拓扑映射关系的建立来确定这 12 个待定系数的值。在图 7(b)中,点 A 对应的是雷诺数为 $Re = 2.6 \times 10^6$ 时翼型的失速点或者恢复点;点 B 和点 C 分别对应的是雷诺数为 $Re = 0.6 \times 10^6$ 时翼型的失速点和

恢复点; 点 D 是雷诺数为 $Re = 0.6 \times 10^6$ 时翼型的升力特性上的某一点。 α' 和 C_l' 是线性变换的结果, 是拓扑变换的中间量, 其接近且不等于参数 α 和 C_l 。用于求解 12 个待定系数的方程组如式(6)所示:

$$\begin{cases} l_1 v_A + l_2 u_A + l_3 x_A - l_4 = 26 \\ m_1 v_A + m_2 u_A + m_3 x_A - m_4 = 2.6 \times 10^6 \\ n_1 v_A + n_2 u_A + n_3 x_A - n_4 = 1.214 \\ l_1 v_B + l_2 u_B + l_3 x_B - l_4 = 20.5 \\ m_1 v_B + m_2 u_B + m_3 x_B - m_4 = 0.6 \times 10^6 \\ n_1 v_B + n_2 u_B + n_3 x_B - n_4 = 1.247 \\ l_1 v_C + l_2 u_C + l_3 x_C - l_4 = 16.9 \\ m_1 v_C + m_2 u_C + m_3 x_C - m_4 = 0.6 \times 10^6 \\ n_1 v_C + n_2 u_C + n_3 x_C - n_4 = 0.7 \\ l_1 v_D + l_2 u_D + l_3 x_D - l_4 = 6 \\ m_1 v_D + m_2 u_D + m_3 x_D - m_4 = 0.6 \times 10^6 \\ n_1 v_D + n_2 u_D + n_3 x_D - n_4 = 1.026 \end{cases} \quad (6)$$

通过求解式(6)可以确定 12 个待定系数的值, 从而最终确定拓扑变换方程(式(5)), 实现将原始点从图 7(a)变换到图 7(b)。

3.1.2 基于 RBF 神经网络的变换

为了完成最终拓扑映射关系的建立, 还需要借助 RBF(radial basis function)神经网络。RBF 神经网络是一种新颖有效的前馈式神经网络, 它具有最佳逼近和全局最优的性能, 同时训练方法快速易行, 不存在局部最优问题, 这些优点使得 RBF 网络在非线性时间序列预测中得到了广泛的应用。RBF 神经网络的基本思想是用径向基函数($G_1, G_2, \dots, G_{j-1}, G_j$)作为隐单元的“基”构成隐含层空间, 对输入矢量($P_1, P_2, \dots, P_{n-1}, P_n$)进行一次变换, 将低维的输入数据变换到高维空间内, 通过对隐单元输出的加权($Q_1, Q_2, \dots, Q_{j-1}, Q_j$)求和得到输出($F(P)$), 其原理如图 8 所示, 具体可以参考相关文献 [22]。

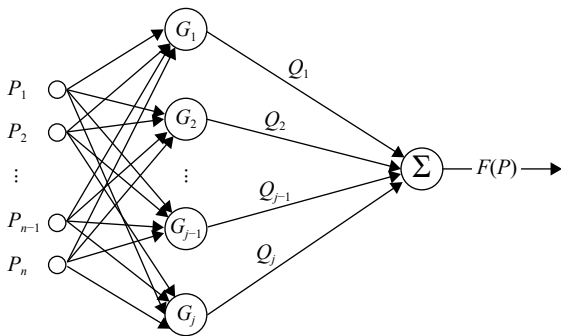


图 8 RBF 神经网络原理图

Fig. 8 Schematic diagram of RBF neural network

基于 RBF 神经网络的变换分为两步进行, 第 1 步 RBF 神经网络变换的目的, 是要建立尖点突变模型的突变边界与不同雷诺数影响下翼型失速和恢复边界之间的拓扑映射关系, 即将 6 组原始点从图 7(b)映射到图 7(c) ($\{(\alpha', Re, C_l')\} \rightarrow \{(\alpha, Re, C_l')\}$), 该过程同样分为两步来完成:

1) 训练样本。图 7(b)中的突变点集 $\{(\alpha'_b, Re)\}$ 被设定为 RBF 神经网络的输入层, 图 7(c)中的突变点集 $\{(\alpha_b, Re)\}$ 被设定为神经网络的输出层。通过反复的调节隐含层的变换函数以及输出加权系数, 建立 $\{(\alpha'_b, Re)\}$ 和 $\{(\alpha_b, Re)\}$ 之间的拓扑映射关系, 该训练样本的过程可以借助商用软件 Matlab 的训练函数 $f_{\text{newrb}}(\cdot)$ 来完成, 其表达式如式(7)所示:

$$N_{\text{net}, 1} = f_{\text{newrb}}([\alpha'_b; Re], \alpha_b) \quad (7)$$

这里 N_{net} 表示训练的结果, 其包含了隐含层的变换函数以及输出权重系数。 α'_b 和 α_b 分别表示图 7(b)和图 7(c)中突变点集的参数 α' 和 α 的值。

2) 拓扑映射。根据 1) 建立的训练结果 $N_{\text{net}, 1}$, 参数 α_b 可以通过参数 α'_b 和参数 Re 映射得到, 该过程同样可以通过商用软件 Matlab 的仿真函数 $f_{\text{sim}}(\cdot)$ 来完成, 其表达式如式(8)所示:

$$\begin{cases} \alpha_b = f_{\text{sim}}(N_{\text{net}, 1}, [\alpha'_b; Re]) \\ \alpha = \alpha' - (\alpha'_b - \alpha_b) \end{cases} \quad (8)$$

经过以上两步处理便成功的将 6 组原始点从图 7(b)变换到了图 7(c)。

第 2 步 RBF 神经网络变换的目的, 是要建立尖点突变模型的状态参数与不同雷诺数工况下翼型升力特性之间的拓扑映射关系, 即将 6 组原始点从图 7(c)映射到图 7(d) ($\{(\alpha, Re, C_l')\} \rightarrow \{(\alpha, Re, C_l)\}$), 该过程同样分为两步来完成:

1) 训练样本。第一步 RBF 神经网络变换的结果(图 7(c)中的 α 、 Re 和 C_l')被设定为输入层, 通过数值模拟计算得到的不同雷诺数下翼型升力系数(图 7(d)中的 C_l)被设定为神经网络的输出层。样本的训练同样可以利用训练函数 $f_{\text{newrb}}(\cdot)$ 来完成, 其表达式如式(9)所示:

$$N_{\text{net}, 2} = f_{\text{newrb}}([\alpha; Re; C_l'], C_l) \quad (9)$$

2) 拓扑映射。根据 1) 建立的训练结果 $N_{\text{net}, 2}$, 翼型升力系数 C_l 可以通过参数 α 、 Re 和 C_l' 映射得到, 该过程同样可以借助仿真函数 $f_{\text{sim}}(\cdot)$ 来完成, 其表达式如式(10)所示:

$$C_l = f_{\text{sim}}(N_{\text{net}, 2}, [\alpha; Re; C_l']) \quad (10)$$

通过线性拓扑映射以及两步基于 RBF 神经网络的变换,尖点突变模型平衡曲面(图 7(a))上的 6 组原始点被映射到了不同雷诺数工况下的翼型升力特性上(图 7(d))。从图 7(d)中可以看出,拓扑映射的结果与数值模拟计算的结果保持一致,这说明尖点突变模型的平衡曲面与不同雷诺数下翼型升力特性之间的拓扑映射关系($\{(v, u, x)\} \rightarrow \{(\alpha, Re, C_l)\}$)被成功建立了起来。

3.2 拓扑映射关系的验证与升力特性的预测

为了验证尖点突变模型定量描述低雷诺数下翼型非线性升力特性的准确性,由模型所预测的其他雷诺数工况下的翼型升力特性需要通过数值模拟的方法进行进一步的验证。因此,在尖点突变模型的平衡曲面上选取另外两组原始点($u = -1.8$ 和 $u = -4.2$),如图 9 所示。根据在文中第 3.1 节所建立的拓扑映射关系(式(5)、式(8)和式(10)),将两组原始点从尖点突变模型的平衡曲面变换到翼型的升力特性上,经过分析可以发现两组原始点分别对应的是雷诺数为 $Re = 2.0 \times 10^6$ 和 $Re = 1.2 \times 10^6$ 时的翼型升力特性,如图 10 所示。

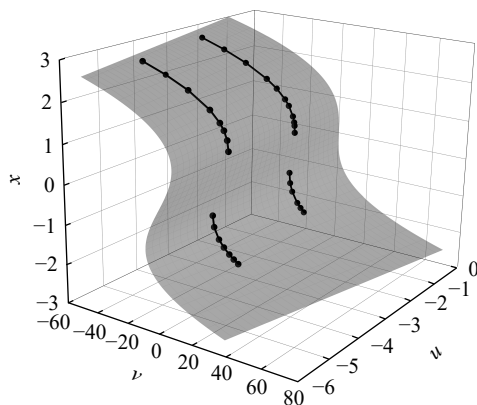


图 9 尖点突变模型平衡曲面上的原始点

Fig. 9 Original points on the equilibrium surface of the cusp catastrophic model

虽然模型的预测值与数值模拟结果之间存在一定的差异,但是两者的变化趋势是一致的,而且失速边界的预测也是较为准确的,升力系数的模型预测值相较于数值模拟结果的最大误差为 5%。因此,尖点突变模型可以有效的定量描述低雷诺数下翼型非线性气动特性。

因为建立拓扑映射关系时所用到的参考点是通过数值模拟的方法(RANS)获得的,因此最终的预测值也与数值模拟的结果进行对比,而该参

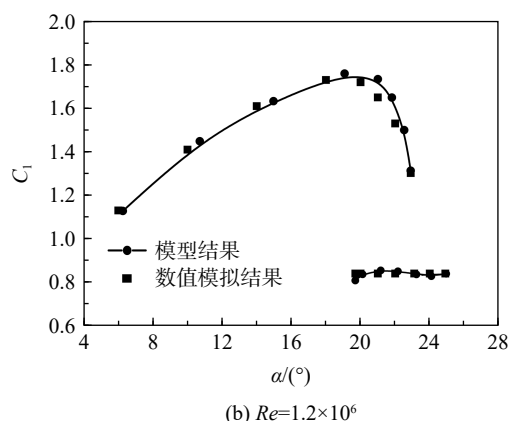
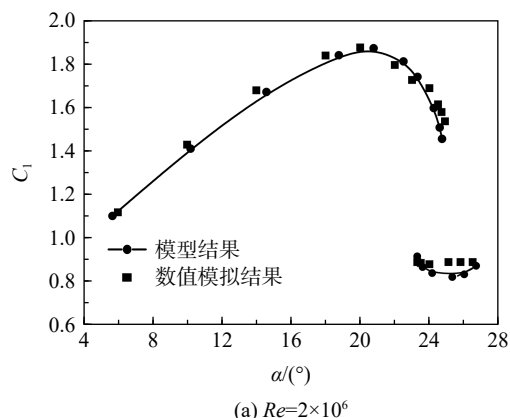


图 10 模型预测值与数值模拟结果的对比

Fig. 10 Comparison of model predictions with the results of numerical simulation

考数据同样可以通过实验的方法获取,从而可以进一步评估该方法的有效性。

4 结 论

文章以 GA(W)-1 翼型为研究对象,通过数值模拟的方法探究了雷诺数对翼型非线性气动特性的影响规律及物理机制,并基于拓扑不变原理,引入突变理论尖点突变模型,构建了翼型非线性气动特性的定量化模型预测方法,具体的结论如下:

1) 翼型在低雷诺数工况下具有突变性、迟滞性等强烈的非线性气动特性,且迟滞环的尺寸随着雷诺数的增大而逐渐减小直到最终消失,翼型前缘分离泡的破碎诱发了翼型升力特性的突变,而破碎过程的不可逆性最终导致了翼型升力特性迟滞环的出现。

2) 低雷诺数下的翼型气动特性表现出“双稳态”的性质,且翼型的非线性气动特性与突变理论尖点突变模型在空间拓扑上具有相似性。

3) 基于拓扑不变原理,通过发展高精度的拓

扑映射方法, 构建了尖点突变模型的平衡曲面与翼型非线性气动特性之间的拓扑映射关系, 从而利用已知的尖点突变模型的平衡曲面去预测未知的低雷诺数下翼型非线性气动特性, 模型预测误差在 5% 以内。

参考文献:

- [1] MUELLER T J. The influence of laminar separation and transition on low Reynolds number airfoil hysteresis[J]. *Journal of Aircraft*, 1985, 22(9): 763-770.
- [2] POHLEN L J, MUELLER T J. Boundary layer characteristics of the Miley airfoil at low Reynolds numbers[J]. *Journal of Aircraft*, 1984, 21(9): 658-664.
- [3] SELIG M, GUGLIELMO J, BROERN A, et al. Experiments on airfoils at low Reynolds numbers[R]. AIAA 1996-62, 1996.
- [4] MARCHMAN J F III, SUMANTRAN V, SCHAEFER C G. Acoustic and turbulence influences on stall hysteresis[J]. *AIAA Journal*, 1987, 25(1): 50-51.
- [5] BIBER K. Physical aspects of stall hysteresis on an airfoil with slotted flap[R]. AIAA 1995-440, 1995.
- [6] LIU Yan, LI Kailun, ZHANG Jiazhong, et al. Numerical bifurcation analysis of static stall of airfoil and dynamic stall under unsteady perturbation[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2012, 17(8): 3427-3434.
- [7] LEUNG A Y T, GUO Zhongjin. Residue harmonic balance for two-degree-of-freedom airfoils with cubic structural nonlinearity[J]. *AIAA Journal*, 2011, 49(12): 2607-2615.
- [8] BENNET D J, MCINNES C R. Pattern transition in spacecraft formation flying using bifurcating potential fields[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2012, 23(1): 250-262.
- [9] DING Qian, WANG Dongli. The flutter of an airfoil with cubic structural and aerodynamic non-linearities[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2006, 10(5): 427-434.
- [10] LIU Liping, DOWELL E H. The secondary bifurcation of an aeroelastic airfoil motion: effect of high harmonics[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2004, 37(1): 31-49.
- [11] MAQSOOD A, GO T H. Multiple time scale analysis of aircraft longitudinal dynamics with aerodynamic vectoring[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2012, 69(3): 731-742.
- [12] THOM R. Mathematical models of morphogenesis[M]. Chichester, UK: Ellis Horwood, 1983.
- [13] 李志平, 张鹏, 李秋实. 低速轴流压气机旋转失速边界的模型描述[J]. *航空动力学报*, 2017, 32(3): 519-527.
LI Zhiping, ZHANG Peng, LI Qiushi. Model description of rotating stall boundary in low-speed axial compressor[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2017, 32(3): 519-527. (in Chinese)
- [14] CUI Tao, LÜ Zhong, YU Daren. Multistability and complex routes of supersonic inlet start/unstart[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2011, 27(6): 1204-1217.
- [15] BAO Jiusheng, YIN Yan, LU Yuhao, et al. A cusp catastrophe model for the friction catastrophe of mine brake material in continuous repeated brakings[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part J Journal of Engineering Tribology*, 2013, 227(10): 1150-1156.
- [16] LI Zhiping, ZHANG Peng, PAN Tianyu, et al. Catastrophe-theory-based modeling of airfoil-stall boundary at low Reynolds numbers[J]. *AIAA Journal*, 2018, 56(1): 36-45.
- [17] MENTER F R, LANGTRY R B, LIKKI S R, et al. A correlation-based transition model using local variables: Part I model formulation[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2006, 128(3): 413-422.
- [18] GHASEMI E, MCELIGOT D M, NOLAN K P, et al. Entropy generation in a transitional boundary layer region under the influence of freestream turbulence using transitional RANS models and DNS [J]. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2013, 41: 10-16.
- [19] WANG Shengyi, INGHAM D B, MA Lin, et al. Numerical investigations on dynamic stall of low Reynolds number flow around oscillating airfoils[J]. *Computers and Fluids*, 2010, 39(9): 1529-1541.
- [20] HU Hui, YANG Zifeng, IGARASHI H. Aerodynamic hysteresis of a low-Reynolds-number airfoil[J]. *Journal of Aircraft*, 2007, 44(6): 2083-2086.
- [21] WHITNEY H. On singularities of mappings of euclidean spaces: I mappings of the plane into the plane[J]. *The Annals of Mathematics*, 1955, 62(3): 374-410.
- [22] MUSAVI M T, AHMED W, CHAN K H, et al. On the training of radial basis function classifiers[J]. *Neural Networks*, 1992, 5(4): 595-603.

(编辑: 王碧琚)