

航空发动机分布式系统的事件触发滑模控制

王玮轩¹, 彭靖波¹, 张志芬², 张 驭¹, 谢寿生¹, 温广瑞², 郑劲松¹

(1. 空军工程大学 航空工程学院, 西安 710038;

2. 西安交通大学 机械工程学院, 西安 710049)

摘 要: 针对存在时变时延和随机丢包的航空发动机分布式控制系统, 在具有外部扰动情况下, 设计了保证系统渐近稳定的事件触发滑模控制器。为了提高资源的利用率, 引入了动态事件触发机制(DETM)来调度采样信号的传输。为了便于滑模面的建立, 设计了状态观测器, 并基于观测状态构造了积分滑模面。通过李雅普诺夫方法, 得到了稳定性准则, 并给出了线性矩阵不等式(LMIs)形式的控制器、观测器、事件触发器的参数计算方法。随后设计了滑模控制律, 确保了滑模面的可达性。此外, 为了提高 LMIs 的可行性, 提出了基于 iL-SHADE 算法的 LMIs 参数优化方法。仿真结果表明, 在给定的控制框架下, 闭环系统能够保证较好的控制性能。在给定的仿真条件下, 减少了 96.5% 的信号传输, 极大节省了通信资源。

关 键 词: 分布式控制系统; 时延和丢包; 动态事件触发机制; 滑模控制; 线性矩阵不等式

中图分类号: V233.7

文献标志码: A

Event-triggered sliding mode control for aero-engine distributed systems

WANG Weixuan¹, PENG Jingbo¹, ZHANG Zhifen², ZHANG Yu¹, XIE Shousheng¹,
WEN Guangrui², ZHENG Jinsong¹

(1. Aviation Engineering School, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China;

2. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: An event-triggered sliding mode controller was designed to ensure the asymptotic stability of the aero-engine distributed control systems subjecting to time-varying delay, random packet dropout and external disturbances. To improve the resources utilization, a dynamic event-triggered mechanism (DETM) was introduced to schedule the transmission of the sampled output signals. To facilitate the establishment of sliding mode surface, an observer was designed and an integral sliding mode surface was constructed based on the observed states. By Lyapunov method, the stability criterion was obtained, and the parameter calculation method of controller, observer and DETM was presented in form of linear matrix inequalities (LMIs). Then the sliding mode control law was designed to ensure the accessibility of the sliding surface. In addition, an LMI parameters adjustment method based on iL-SHADE was proposed to improve the feasibility of LMIs. The simulation results showed that the closed-loop system can guarantee better control performance for the given control structure. And under the given simulation conditions, the signal transmission was reduced by 96.5%, greatly saving the communication resources.

收稿日期: 2022-09-11

基金项目: 国家科技重大专项(J2019-V-0003-0094); 陕西省自然科学基金(2021JQ-359)

作者简介: 王玮轩(1997—), 男, 博士生, 主要从事航空发动机分布式控制研究。E-mail: 18149069921@163.com

通信作者: 彭靖波(1980—), 男, 副教授, 博士, 主要从事分布式控制与故障诊断研究。E-mail: pjb1209@126.com

引用格式: 王玮轩, 彭靖波, 张志芬, 等. 航空发动机分布式系统的事件触发滑模控制[J]. 航空动力学报, 2024, 39(2): 20220676. WANG Weixuan, PENG Jingbo, ZHANG Zhifen, et al. Event-triggered sliding mode control for aero-engine distributed systems[J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(2): 20220676.

Keywords: distributed control system; delay and packet dropout;
dynamic event-triggered mechanism; sliding mode control; linear matrix inequalities

相对于集中式系统,分布式系统以其质量轻、成本低、可靠性高等优点,在航空发动机控制领域得到了广泛的关注^[1-4]。但是,通信网络的引入,给这项技术的应用和发展带来了许多挑战,最主要的就是通信时延和数据包丢失等网络诱导因素。这些会恶化系统的控制性能,甚至可能导致系统的不稳定^[5]。此外,受工作环境的影响,系统中必然存在着外部干扰等不确定性因素^[6]。这些不确定性因素和网络诱导因素相互耦合,共同作用,使控制系统的分析与综合变得十分复杂。针对此类多种不确定性因素影响下的控制问题,采用有效手段减少不确定性对系统稳定性的影响是十分必要的,目前广泛应用的方法有鲁棒 H_∞ 控制^[7]、滑模控制^[8]、最优控制^[9]以及模糊控制^[10]等。

滑模控制因其响应速度快、鲁棒性强等优点而受到越来越多的关注,特别是针对存在时延和丢包的分布式/网络控制系统领域,已经有了大量有益的研究^[11]。例如,任立通等^[8]针对存在参数摄动、外部干扰以及传输时延的航空发动机分布式控制系统,设计了具有鲁棒性能的自适应滑模控制器。Lian 等^[12]研究了存在数据包错序的网络控制系统的控制问题,设计了滑模控制器来稳定动态马尔可夫跳变系统。Liu 等^[13]研究了一类离散时间非线性网络马尔可夫跳变系统的滑模控制问题。然而上述工作都是基于周期性采样开展的,这种方案易于实现,但会造成大量通信资源的浪费。

航空发动机作为一种带宽资源有限的系统,在保证系统性能的前提下节省系统资源十分重要,因此如何减少通信负担成为一个关键的问题。一种可行的方式是利用事件触发机制来决定信号的发送,并且在事件触发滑模控制问题上已经有了一些相关的研究。例如, Wu 等^[14]针对一类非线性系统,研究了基于观测器的事件触发滑模控制问题,但得到的结果仅能进行稳定性判定,无法实现控制器、触发器和观测器的协同设计。He 等^[15]研究了切换系统的事件触发滑模控制问题,但采用的是静态事件触发机制而非性能更优的动态事件触发机制(DETM)。Nagamani 等^[16]利用基于观测器的滑模模糊控制,使事件触发模糊系统实现了指数稳定,但仅考虑了时延,而忽略了系统可能面临的丢包和外部扰动等因素的影响。

针对上述问题,本文考虑同时包含时延、数据丢包、外部扰动的航空发动机分布式控制系统,提出了一种动态事件触发滑模控制方法。本文的创新型贡献可概括如下:针对同时存在时延和丢包的航空发动机分布式控制系统,引入了动态触发机制来减少通信资源浪费;给出的稳定性准则不需要所有的李雅普诺夫方程的矩阵都正定,可以降低准则的保守性;提出了基于 iL-SHADE 算法的线性矩阵不等式(LMIs)参数优化方法,可以提高稳定性准则的可行性。

1 航空发动机分布式控制系统模型

1.1 航空发动机模型

航空发动机的一般非线性模型^[17]为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_p(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_p(t), \mathbf{u}_p(t)) \\ \mathbf{y}_p(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}_p(t), \mathbf{u}_p(t)) \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{x}_p(t)$ 、 $\mathbf{u}_p(t)$ 和 $\mathbf{y}_p(t)$ 分别为发动机的状态、输入以及输出; $\mathbf{f}(\cdot)$ 和 $\mathbf{g}(\cdot)$ 为非线性微分方程。

考虑式(1)描述的系统,利用拟合法,可获得发动机在稳态工作点 $\mathbf{x}_e$ 的小偏差状态空间模型,考虑外部扰动影响后,模型可表示为

$$\begin{cases} \Delta \dot{\mathbf{x}}_p(t) = \mathbf{A}_p \Delta \mathbf{x}_p(t) + \mathbf{B}_p \Delta \mathbf{u}_p(t) + \mathbf{w}(t) \\ \Delta \mathbf{y}_p(t) = \mathbf{C}_p \Delta \mathbf{x}_p(t) + \mathbf{D}_p \Delta \mathbf{u}_p(t) \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\mathbf{A}_p$ 、 $\mathbf{B}_p$ 、 $\mathbf{C}_p$ 以及 $\mathbf{D}_p$ 均为适维矩阵; $\Delta \mathbf{x}_p = \mathbf{x}_p - \mathbf{x}_e$, $\Delta \mathbf{u}_p = \mathbf{u}_p - \mathbf{u}_e$; $\mathbf{w}(t)$ 为外部扰动。

为了简化设计过程,对航空发动机模型(式(2))进行等效变换,重构状态 $\mathbf{x} = \text{col}\{\Delta \mathbf{x}_p, \Delta \mathbf{u}_p\}$, 得到具有积分作用的航空发动机数学模型如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{F}\mathbf{w}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (3)$$

其中

$$\mathbf{u} = \Delta \dot{\mathbf{u}}_p, \mathbf{y} = \Delta \mathbf{y}_p, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p & \mathbf{B}_p \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix}^T, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_p & \mathbf{D}_p \end{bmatrix}。$$

本文的目的是通过采用图 1 所示的控制框架,使得航空发动机控制系统(式(3))渐近稳定。

1.2 DETM

如图 1 所示,为了避免不必要的信号传输,在通信网络中引入了一个动态事件触发器^[18],相应

滑模面的设计,同时降低时延、丢包等不确定性对系统性能的影响,本文提出基于状态观测器的状态估计策略。由于在 DETM(式(4))和通信网络的影响下,只有信号 $\bar{\mathbf{y}}(t)$ 可供观测器使用,因此根据可用输出 $\bar{\mathbf{y}}(t)$ 设计观测器为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}[\bar{\mathbf{y}}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t - \tau(t))] \\ \hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t) \end{cases} \quad (15)$$

其中 $\hat{\mathbf{x}}(t)$ 为观测器状态向量, $\mathbf{L}$ 是待设计的观测器增益矩阵。

结合式(9),观测器(式(15))转换为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = & \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}[\alpha_k \mathbf{y}(t - \tau(t)) \\ & - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t - \tau(t)) + \alpha_k \mathbf{e}_y(t)] \end{aligned} \quad (16)$$

定义观测误差 $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)$, 则观测误差的动态可表示为

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{A}_e \boldsymbol{\xi}(t) + (\alpha_k - \bar{\alpha}) \tilde{\mathbf{A}}_e \boldsymbol{\xi}(t) \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\xi}(t) = & \text{col}\{\hat{\mathbf{x}}(t), \hat{\mathbf{x}}(t - \tau(t)), \hat{\mathbf{x}}(t - \tau_m), \mathbf{e}(t), \\ & \mathbf{e}(t - \tau(t)), \mathbf{e}(t - \tau_m), \mathbf{e}_y(t), \mathbf{w}(t)\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_e = & \mathbf{A}\mathbf{e}_4 + (1 - \bar{\alpha})\mathbf{L}\mathbf{C}\mathbf{e}_2 - \bar{\alpha}\mathbf{L}\mathbf{C}\mathbf{e}_5 - \bar{\alpha}\mathbf{L}\mathbf{e}_7 + \mathbf{F}\mathbf{e}_8, \\ \tilde{\mathbf{A}}_e = & -\mathbf{L}\mathbf{C}\mathbf{e}_2 - \mathbf{L}\mathbf{C}\mathbf{e}_5 - \mathbf{L}\mathbf{e}_7. \end{aligned}$$

基于观测状态,构造如下的积分滑模面:

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{G}\hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{G} \int_0^t (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}) \hat{\mathbf{x}}(s) ds \quad (18)$$

其中 $\mathbf{G}$ 为保证 $\mathbf{G}\mathbf{B}$ 非奇异的常矩阵,为了方便,选择 $\mathbf{G} = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T$, $\mathbf{K}$ 为一个待设计的实矩阵。

根据式(15)和式(18)可得

$$\dot{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{u}(t) - \mathbf{K}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{G}\mathbf{L}[\bar{\mathbf{y}}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t - \tau(t))] \quad (19)$$

假设系统(式(15))的状态轨迹到达滑动面,即 $\dot{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{0}$, 则等效控制律可表示为

$$\mathbf{u}_{eq}(t) = \mathbf{K}\hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{G}\mathbf{L}[\bar{\mathbf{y}}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t - \tau(t))] \quad (20)$$

将式(20)代入式(15),并定义 $\bar{\mathbf{G}} = \mathbf{I} - \mathbf{B}\mathbf{G}$, 则滑模动态可写为

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}_x \boldsymbol{\xi}(t) + (\alpha_k - \bar{\alpha}) \tilde{\mathbf{A}}_x \boldsymbol{\xi}(t) \quad (21)$$

其中 $\mathbf{A}_x = (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{e}_1 - (1 - \bar{\alpha})\bar{\mathbf{G}}\mathbf{L}\mathbf{C}\mathbf{e}_2 + \bar{\alpha}\bar{\mathbf{G}}\mathbf{L}\mathbf{C}\mathbf{e}_5 + \bar{\alpha}\bar{\mathbf{G}}\mathbf{L}\mathbf{e}_7$, $\tilde{\mathbf{A}}_x = \bar{\mathbf{G}}\mathbf{L}\mathbf{C}\mathbf{e}_2 + \bar{\mathbf{G}}\mathbf{L}\mathbf{C}\mathbf{e}_5 + \bar{\mathbf{G}}\mathbf{L}\mathbf{e}_7$ 。

2.2 稳定性分析

在本节中,定理 1 将给出误差系统(式(17))和滑模动态(式(21))满足均方渐近稳定性能的

充分条件,定理 2 将给出待求参数的协同计算方法。

定理 1 给定时延参数 $\tau_m > 0$, 丢包参数 $\bar{\alpha} \in [0, 1]$, 事件触发参数 $\sigma \in [0, 1]$, $\rho > 0$ 以及 $\delta > 0$, 如果存在适维对称矩阵 $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{Q}_i$ 、 $\mathbf{R}_i > 0$ 、 $\mathbf{W} > 0$ 以及适维矩阵 $\mathbf{M}_i$ 、 $\mathbf{N}_i$ ($i = 1, 2$) 使得矩阵不等式(式(22)、式(23))成立,则系统(式(17)和式(21))均方渐近稳定且具有 H_∞ 干扰抑制水平 γ 。

$$\Psi = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 + \mathbf{P} & \mathbf{0} & -\mathbf{R}_1 & \mathbf{0} \\ * & \mathbf{R}_2 + \mathbf{P} & \mathbf{0} & -\mathbf{R}_2 \\ * & * & \tau_m \mathbf{Q}_1 + \mathbf{R}_1 & \mathbf{0} \\ * & * & * & \tau_m \mathbf{Q}_2 + \mathbf{R}_2 \end{bmatrix} > 0 \quad (22)$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_2 & \Pi_3 & \Pi_4 \\ * & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & \Pi_5 & \mathbf{0} \\ * & * & * & \Pi_6 \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

其中

$$\begin{aligned} \Pi_1 = & \mathbf{e}_1^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{e}_1 + v \sigma \mathbf{e}_2^T \mathbf{C}^T \mathbf{W} \mathbf{C} \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_4^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{e}_4 + \\ & v \sigma \mathbf{e}_5^T \mathbf{C}^T \mathbf{W} \mathbf{C} \mathbf{e}_5 - \mathbf{e}_6^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{e}_6 - v \mathbf{e}_7^T \mathbf{W} \mathbf{e}_7 - \gamma^2 \mathbf{e}_8^T \mathbf{e}_8 + \\ & \text{sym}\{\mathbf{e}_1^T \mathbf{M}_1 \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2^T \mathbf{M}_2 \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_4^T \mathbf{N}_1 \mathbf{e}_4 + \mathbf{e}_5^T \mathbf{N}_2 \mathbf{e}_5\} + \\ & \text{sym}\{\mathbf{e}_1^T \mathbf{P} \mathbf{A}_x + \mathbf{e}_4^T \mathbf{P} \mathbf{A}_e + v \sigma \mathbf{e}_2^T \mathbf{C}^T \mathbf{W} \mathbf{C} \mathbf{e}_5\} - \\ & \text{sym}\{\mathbf{e}_1^T \mathbf{M}_1 \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_2^T \mathbf{M}_2 \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_4^T \mathbf{N}_1 \mathbf{e}_5 + \mathbf{e}_5^T \mathbf{N}_2 \mathbf{e}_6\}, \\ v = & 1 + \rho \delta, \quad \Pi_2 = (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_4)^T \mathbf{C}^T, \\ \Pi_3 = & \sqrt{\tau_m} [\mathbf{A}_x^T \mathbf{R}_1 \quad \vartheta \tilde{\mathbf{A}}_x^T \mathbf{R}_1 \quad \mathbf{A}_e^T \mathbf{R}_2 \quad \vartheta \tilde{\mathbf{A}}_e^T \mathbf{R}_2], \\ \vartheta = & \sqrt{(1 - \bar{\alpha}) \bar{\alpha}}, \\ \Pi_4 = & \sqrt{\tau_m} [\mathbf{e}_1^T \mathbf{M}_1 \quad \mathbf{e}_2^T \mathbf{M}_2 \quad \mathbf{e}_4^T \mathbf{N}_1 \quad \mathbf{e}_5^T \mathbf{N}_2], \\ \Pi_5 = & \Pi_6 = \text{diag}\{-\mathbf{R}_1, -\mathbf{R}_1, -\mathbf{R}_2, -\mathbf{R}_2\}. \end{aligned}$$

证明 构造如下 Lyapunov-Krasovskii 泛函

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) + V_4(t) \quad (24)$$

其中

$$\begin{aligned} V_1(t) = & \hat{\mathbf{x}}^T(t) \mathbf{P} \hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{e}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{e}(t), \\ V_2(t) = & \int_{t-\tau_m}^t \hat{\mathbf{x}}^T(s) \mathbf{Q}_1 \hat{\mathbf{x}}(s) ds + \\ & \int_{t-\tau_m}^t \mathbf{e}^T(s) \mathbf{Q}_2 \mathbf{e}(s) ds, \\ V_3(t) = & \int_{-\tau_m}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{\hat{\mathbf{x}}}^T(s) \mathbf{R}_1 \dot{\hat{\mathbf{x}}}(s) ds d\theta + \\ & \int_{-\tau_m}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{\mathbf{e}}^T(s) \mathbf{R}_2 \dot{\mathbf{e}}(s) ds d\theta, \\ V_4(t) = & \eta(t). \end{aligned}$$

根据 Jensen 不等式^[21],可以得到对于任意的 $\theta < 0$, 有

$$\int_{t+\theta}^t \dot{\hat{\mathbf{x}}}^T(s) \mathbf{R}_1 \dot{\hat{\mathbf{x}}}(s) ds \geq -\frac{1}{\theta} [\hat{\mathbf{x}}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t+\theta)]^T \mathbf{R}_1 [\hat{\mathbf{x}}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t+\theta)] \quad (25)$$

$$\int_{t+\theta}^t \dot{\mathbf{e}}^T(s) \mathbf{R}_2 \dot{\mathbf{e}}(s) ds \geq -\frac{1}{\theta} [\mathbf{e}(t) - \mathbf{e}(t+\theta)]^T \mathbf{R}_2 [\mathbf{e}(t) - \mathbf{e}(t+\theta)] \quad (26)$$

注意到由于 $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{1}{\theta} [\chi(t) - \chi(t+\theta)]^T [\chi(t) - \chi(t+\theta)] = 0$, 其中 χ 为 $\hat{\mathbf{x}}$ 或 $\mathbf{e}$ 。因此, 瑕积分 $\int_{-\iota}^0 \frac{1}{\theta} [\chi(t) - \chi(t+\theta)]^T [\chi(t) - \chi(t+\theta)] d\theta$, $\iota > 0$ 是良定的^[22]。因此有

$$V_3(t) \geq \frac{1}{\tau_m} \int_{t-\tau_m}^t \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) - \hat{\mathbf{x}}(s) \\ \mathbf{e}(t) - \mathbf{e}(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) - \hat{\mathbf{x}}(s) \\ \mathbf{e}(t) - \mathbf{e}(s) \end{bmatrix} ds \quad (27)$$

之后, 可以得到

$$V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) \geq \frac{1}{\tau_m} \int_{t-\tau_m}^t \xi^T(s) \Psi \zeta(s) ds \quad (28)$$

其中 $\zeta(s) = \text{col}\{\hat{\mathbf{x}}(t), \mathbf{e}(t), \hat{\mathbf{x}}(s), \mathbf{e}(s)\}$ 。

结合引理1表明, 不等式(式(22))可以保证 $V(t) > 0$ 的成立。

接下来, 对式(24)求导, 可得

$$\dot{V}_1(t) = \text{sym}\{\hat{\mathbf{x}}^T(t) \mathbf{P} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) + \mathbf{e}^T(t) \mathbf{P} \dot{\mathbf{e}}(t)\},$$

$$\dot{V}_2(t) = \xi^T(t) \cdot$$

$$\{\mathbf{e}_1^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_3^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_4^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{e}_4 - \mathbf{e}_6^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{e}_6\} \xi(t),$$

$$\dot{V}_3(t) = \tau_m \dot{\hat{\mathbf{x}}}^T(t) \mathbf{R}_1 \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) + \tau_m \dot{\mathbf{e}}^T(t) \mathbf{R}_2 \dot{\mathbf{e}}(t) - \int_{t-\tau_m}^t \dot{\hat{\mathbf{x}}}^T(s) \mathbf{R}_1 \dot{\hat{\mathbf{x}}}(s) ds - \int_{t-\tau_m}^t \dot{\mathbf{e}}^T(s) \mathbf{R}_2 \dot{\mathbf{e}}(s) ds,$$

$$\dot{V}_4(t) = \dot{\eta}(t)。$$

结合 α_k 的定义可得

$$\begin{aligned} E\{\alpha_k - \bar{\alpha}\} &= 0 \\ E\{(\alpha_k - \bar{\alpha})^2\} &= (1 - \bar{\alpha}) \bar{\alpha} = \vartheta^2 \end{aligned} \quad (29)$$

因此, 可得

$$\begin{aligned} E\{\hat{\mathbf{x}}^T(t) \mathbf{P} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t)\} &= \xi^T(t) \mathbf{e}_1^T \mathbf{P} \mathbf{A}_x \xi(t) \\ E\{\mathbf{e}^T(t) \mathbf{P} \dot{\mathbf{e}}(t)\} &= \xi^T(t) \mathbf{e}_4^T \mathbf{P} \mathbf{A}_e \xi(t) \\ E\{\dot{\hat{\mathbf{x}}}^T(t) \mathbf{R}_1 \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t)\} &= \xi^T(t) \{\mathbf{A}_x^T \mathbf{R}_1 \mathbf{A}_x + \\ &\quad \vartheta^2 \tilde{\mathbf{A}}_x^T \mathbf{R}_1 \tilde{\mathbf{A}}_x\} \xi(t) \\ E\{\dot{\mathbf{e}}^T(t) \mathbf{R}_2 \dot{\mathbf{e}}(t)\} &= \xi^T(t) \{\mathbf{A}_e^T \mathbf{R}_2 \mathbf{A}_e + \\ &\quad \vartheta^2 \tilde{\mathbf{A}}_e^T \mathbf{R}_2 \tilde{\mathbf{A}}_e\} \xi(t) \end{aligned} \quad (30)$$

为了处理 $\dot{V}_3(t)$ 中的两个非线性积分项, 应用自由权矩阵方法^[19], 结合引理2和Jensen不等式可得

$$-\int_{t-\tau(t)}^t \dot{\hat{\mathbf{x}}}^T(s) \mathbf{R}_1 \dot{\hat{\mathbf{x}}}(s) ds \leq \xi^T(t) [2\mathbf{e}_1^T \mathbf{M}_1 (\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2) + \tau_m \mathbf{e}_1^T \mathbf{M}_1 \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{M}_1^T \mathbf{e}_1] \xi(t) \quad (31)$$

$$-\int_{t-\tau_m}^{t-\tau(t)} \dot{\hat{\mathbf{x}}}^T(s) \mathbf{R}_1 \dot{\hat{\mathbf{x}}}(s) ds \leq \xi^T(t) [2\mathbf{e}_2^T \mathbf{M}_2 (\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3) + \tau_m \mathbf{e}_2^T \mathbf{M}_2 \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{M}_2^T \mathbf{e}_2] \xi(t) \quad (32)$$

$$-\int_{t-\tau(t)}^t \dot{\mathbf{e}}^T(s) \mathbf{R}_2 \dot{\mathbf{e}}(s) ds \leq \xi^T(t) [2\mathbf{e}_4^T \mathbf{N}_1 (\mathbf{e}_4 - \mathbf{e}_5) + \tau_m \mathbf{e}_4^T \mathbf{N}_1 \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{N}_1^T \mathbf{e}_4] \xi(t) \quad (33)$$

$$-\int_{t-\tau_m}^{t-\tau(t)} \dot{\mathbf{e}}^T(s) \mathbf{R}_2 \dot{\mathbf{e}}(s) ds \leq \xi^T(t) [2\mathbf{e}_5^T \mathbf{N}_2 (\mathbf{e}_5 - \mathbf{e}_6) + \tau_m \mathbf{e}_5^T \mathbf{N}_2 \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{N}_2^T \mathbf{e}_5] \xi(t) \quad (34)$$

其中 $\mathbf{M}_i$ 、 $\mathbf{N}_i$ ($i=1,2$) 均为适维矩阵。

根据式(5)、式(7)和式(11), 可以推出

$$\dot{\eta}(t) \leq -v \xi^T(t) [\mathbf{e}_7^T \mathbf{W} \mathbf{e}_7 - \sigma (\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_5)^T \mathbf{C}^T \mathbf{W} \mathbf{C} (\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_5)] \xi(t) \quad (35)$$

结合式(30)~式(35)可得

$$E\{\dot{V}(t)\} = \xi^T(t) \{\Pi_1 + \Pi_2 \Pi_2^T - \Pi_3 \Pi_3^T \Pi_3^T - \Pi_4 \Pi_6^{-1} \Pi_4^T\} \xi(t) + \gamma^2 \mathbf{w}^T(t) \mathbf{w}(t) - \mathbf{y}^T(t) \mathbf{y}(t) \quad (36)$$

根据舒尔补引理, 如果式(23)成立, 那么

$$E[\dot{V}(t) - \gamma^2 \mathbf{w}^T(t) \mathbf{w}(t) + \mathbf{y}^T(t) \mathbf{y}(t)] < 0 \quad (37)$$

由此可得, 系统(式(17)和式(21))均方渐近稳定且具有 H_∞ 干扰抑制水平 γ 。证毕。

注意到定理1中滑模参数 $\mathbf{K}$ 和观测器增益 $\mathbf{L}$ 均与矩阵 $\mathbf{P}$ 存在耦合, 因此仅能用来检验系统的稳定性, 而无法直接用于控制器和观测器的参数设计。因此, 定理2通过分解非线性项, 给出了 $\mathbf{K}$ 、 $\mathbf{L}$ 和 $\mathbf{W}$ 的协同设计方法。

定理2 给定时延参数 $\tau_m > 0$, 丢包参数 $\bar{\alpha} \in [0, 1]$, 事件触发参数 $\sigma \in [0, 1]$, $\rho > 0$, $\delta > 0$ 以及调谐参数 ρ_i ($i=1,2$), 如果适维对称矩阵 $\mathbf{X}$ 、 $\bar{\mathbf{Q}}_i$ 、 $\bar{\mathbf{R}}_i > 0$ 、 $\bar{\mathbf{W}} > 0$ 以及适维矩阵 $\bar{\mathbf{M}}_i$ 、 $\bar{\mathbf{N}}_i$ 、 $\mathbf{Y}$ 、 $\bar{\mathbf{L}}$ 使得矩阵不等式(式(38)~式(39))成立, 则系统(式(17)和式(21))均方渐近稳定且具有 H_∞ 干扰抑制水平 γ 。

$$\bar{\Psi} = \begin{bmatrix} \bar{R}_1 + X & 0 & -\bar{R}_1 & 0 \\ * & \bar{R}_2 + X & 0 & -\bar{R}_2 \\ * & * & \tau_m \bar{Q}_1 + \bar{R}_1 & 0 \\ * & * & * & \tau_m \bar{Q}_2 + \bar{R}_2 \end{bmatrix} > 0 \quad (38)$$

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} \bar{H}_1 & \bar{H}_2 & \bar{H}_3 & \bar{H}_4 \\ * & -I & 0 & 0 \\ * & * & \bar{H}_5 & 0 \\ * & * & * & \bar{H}_6 \end{bmatrix} < 0 \quad (39)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{H}_1 &= e_1^T \bar{Q}_1 e_1 + \nu \sigma e_2^T \bar{W} e_2 - e_3^T \bar{Q}_1 e_3 + e_4^T \bar{Q}_2 e_4 + \\ &\quad \nu \sigma e_5^T \bar{W} e_5 - e_6^T \bar{Q}_2 e_6 - \nu e_7^T \bar{W} e_7 - \gamma^2 e_8^T e_8 + \\ &\quad \text{sym} \{ e_1^T \bar{M}_1 e_1 + e_2^T C \bar{M}_2 C^T e_2 + e_4^T \bar{N}_1 e_4 \} + \\ &\quad \text{sym} \{ e_5^T C \bar{N}_2 C^T e_5 + \nu \sigma e_2^T \bar{W} e_5 - e_1^T \bar{M}_1 C^T e_2 \} + \\ &\quad \text{sym} \{ -e_2^T C \bar{M}_2 e_3 - e_4^T \bar{N}_1 C^T e_5 - e_5^T C \bar{N}_2 e_6 \} + \\ &\quad \text{sym} \{ e_1^T \bar{A}_x + e_4^T \bar{A}_e \}, \end{aligned}$$

$$\bar{A}_x = (AX + BY) e_1 - (1 - \bar{\alpha}) \bar{G} \bar{L} e_2 + \bar{\alpha} \bar{G} \bar{L} e_5 + \bar{\alpha} \bar{G} \bar{L} e_7,$$

$$\bar{A}_e = AX e_4 + (1 - \bar{\alpha}) \bar{L} e_2 - \bar{\alpha} \bar{L} e_5 - \bar{\alpha} \bar{L} e_7 + F e_8,$$

$$\bar{H}_2 = (e_1 + e_4)^T X C^T,$$

$$\bar{H}_3 = \sqrt{\tau_m} \begin{bmatrix} \bar{A}_x^T & \vartheta \Lambda_x^T & \sqrt{\tau_m} \bar{A}_e^T & \vartheta \Lambda_e^T \end{bmatrix},$$

$$\Lambda_x = \bar{G} \bar{L} e_2 + \bar{G} \bar{L} e_5 + \bar{G} \bar{L} e_7, \quad \Lambda_e = -\bar{L} e_2 - \bar{L} e_5 - \bar{L} e_7,$$

$$\bar{H}_4 = \sqrt{\tau_m} \begin{bmatrix} e_1^T \bar{M}_1 & e_2^T C \bar{M}_2 & e_4^T \bar{N}_1 & e_5^T C \bar{N}_2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \bar{H}_5 &= \text{diag} \{ \rho_1^2 \bar{R}_1 - 2\rho_1 X, \rho_1^2 \bar{R}_1 - 2\rho_1 X, \\ &\quad \rho_2^2 \bar{R}_2 - 2\rho_2 X, \rho_2^2 \bar{R}_2 - 2\rho_2 X \}, \end{aligned}$$

$$\bar{H}_6 = \text{diag} \{ -\bar{R}_1, -\bar{R}_1, -\bar{R}_2, -\bar{R}_2 \}.$$

其他参数如 ν 、 ϑ 与定理一中一致。同时, 可以获得滑模参数 K 、观测器增益 L 和事件触发参数 W 分别为 $K = YX^{-1}$, $L = \bar{L}(CXC^T)^{-1}$, $W = (CXC^T)^{-1} \bar{W}(CXC^T)^{-1}$ 。

证明 令 $X = P^{-1}$, 定义矩阵

$$\Gamma = \text{diag} \{ \Gamma_1, \Gamma_2 \} \quad (40)$$

其中 $\Gamma_1 = \text{diag} \{ X, XC^T, X, X, XC^T, X, CXC^T, I \}$, $\Gamma_2 = \text{diag} \{ I, R_1^{-1}, R_1^{-1}, R_2^{-1}, R_2^{-1}, X, X, X \}$ 。

对式(23)左乘 Γ^T 右乘 Γ , 定义 $\bar{Q}_i = XQ_iX$, $\bar{R}_i = X R_i X$, $\bar{M}_i = X M_i X$, $\bar{N}_i = X N_i X$ ($i = 1, 2$), $Y = KX$,

$\bar{L} = LCXC^T$, $\bar{W} = CXC^TWCXC^T$ 。根据引理 3 可得, 对于任意的标量 ρ_1 、 ρ_2 , 有

$$\begin{aligned} -R_1^{-1} &= -X \bar{R}_1^{-1} X \leq \rho_1^2 \bar{R}_1 - 2\rho_1 X \\ -R_2^{-1} &= -X \bar{R}_2^{-1} X \leq \rho_2^2 \bar{R}_2 - 2\rho_2 X \end{aligned} \quad (41)$$

结合上述过程和舒尔补引理, 易得式(39)可以保证式(23)的成立。类似地, 易证明式(38)能保证式(22)的成立。因此如果式(38)和式(39)是可行的, 那么系统是均方渐近稳定且具有 H_∞ 性能。证毕。

2.3 可达性分析

接下来, 设计控制律以确保滑模面的可达性。为了使系统在到达滑模面前有较大的趋近速度且在滑模面上时抖振较小, 设计控制器为

$$\begin{aligned} u(t) &= K\hat{x}(t) - GL[\bar{y}(t) - \hat{y}(t - \tau(t))] - \\ &\quad \varphi_1 \|s(t)\|^\alpha \text{sgn}(s(t)) - \varphi_2 s(t) \end{aligned} \quad (42)$$

其中 $\varphi_1 > 0$, $0 < \alpha < 1$ 以及 $\varphi_2 > 0$ 均为给定的标量, $\text{sgn}(\cdot)$ 表示符号函数。

定理 3 对于状态观测器系统(式(15)), 定义一个滑动面函数(式(19)), 在滑模控制器(式(42))的作用下, 可以保证系统的状态轨迹到达预定的滑模面 $s(t) = 0$ 上。

证明 选择下列的 Lyapunov 函数:

$$V_s(t) = \frac{1}{2} s^T(t) s(t) \quad (43)$$

根据式(19)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_s(t) &= s^T(t) [-\varphi_1 \|s(t)\|^\alpha \text{sgn}(s(t)) - \varphi_2 s(t)] = \\ &\quad -\varphi_1 \|s(t)\|^\alpha \|s(t)\|_1 - \varphi_2 \|s(t)\|^2 \end{aligned} \quad (44)$$

可以看出, 当 $s(t) \neq 0$ 时, $\dot{V}_s(t) < 0$ 恒成立, 这意味着在控制器(式(42))的作用下, 系统轨迹可以收敛到滑模面 $s(t) = 0$ 上。证毕。

推论 1 最优的 H_∞ 干扰抑制水平 γ 可以通过求解下述最小化问题得到

$$\begin{aligned} \min \quad & \gamma \\ \text{s.t.} \quad & \bar{\Psi} > 0, \bar{H} < 0 \end{aligned} \quad (45)$$

2.4 预设参数优化

值得注意的是, 在 $\bar{H}$ 中存在需要预设的调谐参数 ρ_1 、 ρ_2 和事件触发参数 ρ 、 δ , 这给该理论的实际应用带来了一些困难。具体而言, 如果预设参数选取不当, 式(47)中 LMIs 很难得到可行解, 在极大程度上影响了 H_∞ 干扰抑制水平 γ 的最优值。基于这一考虑, 可将式(47)转化为如下的多参数优化问题

$$\begin{aligned} & \min_{\rho, \delta, \rho_1, \rho_2 > 0} \gamma \\ & \text{s.t. } \bar{\Psi} > 0, \bar{H} < 0 \end{aligned} \quad (46)$$

由于 iL-SHADE 算法具有在没有先验知识的情况下将任何优化问题快速收敛到近似最优解的能力, 本文采用该算法求解式(48)的多参数优化问题, 确定最优的预设参数集。考虑到近年来已经有大量关于 iL-SHADE 算法的研究, 这里仅提供如图 2 所示的利用 iL-SHADE 算法解决优化问题的基本步骤, 更多的细节可以参考 Janez 等的研究^[23]。

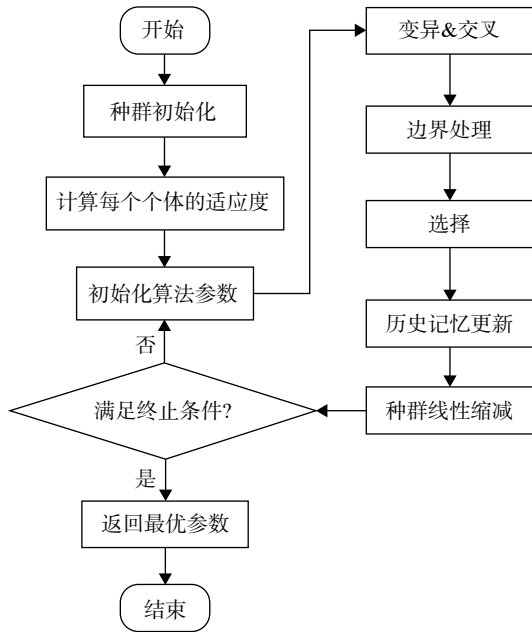


图 2 iL-SHADE 算法的流程图
Fig. 2 Flowchart of the iL-SHADE algorithm

如图 2 所示, iL-SHADE 算法需要一个评估标准来计算每个个体的适应度。本文的优化问题是

$$\begin{cases} \Delta \dot{\mathbf{x}}_p = \begin{bmatrix} -9.777\ 55 & 9.090\ 37 \\ -0.017\ 40 & -4.173\ 18 \end{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_p + \begin{bmatrix} 1.251\ 03 & 2.068\ 49 \\ 0.678\ 84 & 0.399\ 17 \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_p + \mathbf{w}(t) \\ \Delta \mathbf{y}_p = \begin{bmatrix} 0.395\ 04 & -1.339\ 76 \\ -1.029\ 40 & 2.220\ 78 \end{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_p + \begin{bmatrix} 0.411\ 20 & -0.003\ 08 \\ 0.078\ 85 & 0.649\ 71 \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_p \end{cases}$$

其中 $\mathbf{x}_p = \begin{bmatrix} n_l \\ n_h \end{bmatrix}$, $\mathbf{u}_p = \begin{bmatrix} W_f \\ A_8 \end{bmatrix}$, $\mathbf{y}_p = \begin{bmatrix} T_5 \\ \pi_t \end{bmatrix}$, n_l 为低压转速, n_h 为高压转速, W_f 为主燃油量, A_8 为喷口

使 H_∞ 干扰抑制水平 γ 最小。因此, 每个参数个体的适应度可以用最小干扰抑制水平来描述, 可以根据图 3 中的流程图获得。

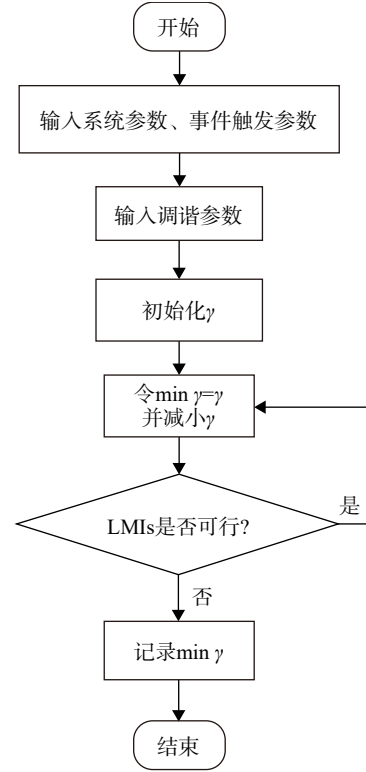


图 3 最优 γ 的计算流程图
Fig. 3 Flowchart of optimal γ computation

3 仿真及结果分析

本节将通过不同条件下的数字仿真来验证所提出方法的有效性。依据文献 [20] 的仿真部分, 选取某航空发动机在地面最大状态时的小偏差状态空间模型作为研究对象, 其动态方程为

临界面积, T_5 为涡轮后燃气温度, π_t 为涡轮落压比。根据文中第 1.1 节的内容, 易得式(3)中的矩阵为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -9.777\ 55 & 9.090\ 37 & 1.251\ 03 & 2.068\ 49 \\ -0.017\ 40 & -4.173\ 18 & 0.678\ 84 & 0.399\ 17 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0.395\,04 & -1.339\,76 & 0.411\,20 & -0.003\,08 \\ -1.029\,40 & 2.220\,78 & 0.078\,85 & 0.649\,71 \end{bmatrix}.$$

由于系统矩阵 $\mathbf{A}$ 的特征值为 $-9.749\,2$ 、 $-4.201\,5$ 、 0 和 0 ，因此该等效系统是不稳定的。本文旨在保证系统稳定的前提下尽可能降低通信资源的浪费。在接下来的仿真中，结合发动机实际工作情况，设置采样周期 $h = 0.02\,\text{s}$ 。此外，设置外部干扰 $\mathbf{w}(t) = \mathbf{x}_p^T(t) \mathbf{N} \zeta(t)$ ，其中 $\mathbf{N} = \text{diag}\{N_1, N_2\}$ 为噪声强度， $\zeta(t) \in \mathbf{R}^2$ 为均值为 0 的高斯白噪声。

算例 1 本例验证文中第 2.4 节给出的预设参数优化方法。这里，为了体现本文方法的有效性，以文献 [15] 中选取预设参数的方法作为对比，即根据经验设置所有的参数，此处设置 $\rho = 4$ ， $\rho_1 = \rho_2 = 1.05$ ， $\delta = 1$ 。在其他参数相同的情况下，对比两组参数对应的最优干扰抑制水平。

经过仿真试验发现，最优干扰抑制水平对时延上界较为敏感，因此，为了直观体现参数优化方法的有效性，在不同时延上界条件下，给出基于优化参数和基于经验参数得到的最优干扰抑制水平值。这里为了加速 iL-SHADE 算法收敛，设置所有参数的搜索空间为 $(0, 5]$ 。

在给定丢包率 $(1 - \bar{\alpha}) = 0.2$ ，触发参数 $\sigma = 0.1$ 的条件下，不同时延上界对应的最优干扰抑制水平如图 4 所示。可以看出，随着时延上界的增大，最优 γ 也随之增大，系统的鲁棒性能随之下降。基于优化参数的最优 γ 保持在基于经

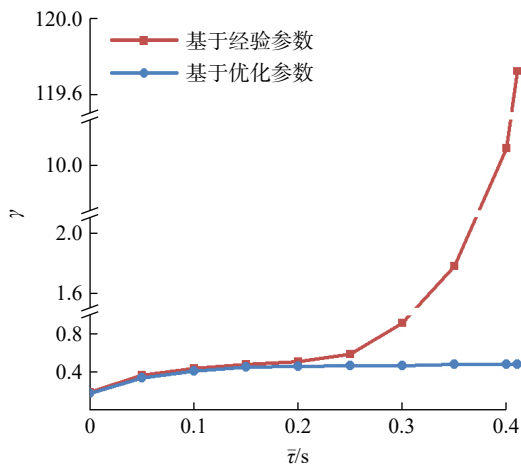


图 4 最优的 H_∞ 性能指标

Fig. 4 Optimal H_∞ performance index

验参数的最优 γ 之下，体现了优化方法的有效性，且随着时延上界的增大，优化方法的作用逐渐突出，尤其是当时延上界 $\bar{\tau} > 0.41$ 时，基于经验参数的 LMIs 已经不可行，而优化参数下仍能保持较好的性能水平，这体现了本方法在改善 LMIs 可行性和最优干扰抑制水平方面的优势。

算例 2 本例验证本文设计的动态事件触发滑模控制方法的有效性。

在时延上界 $\bar{\tau} = 0.1\,\text{s}$ ，丢包率 $(1 - \bar{\alpha}) = 0.2$ 的条件下，选择触发参数 $\sigma = 0.1$ 。根据优化结果，预设 $\rho = 3.52$ ， $\rho_1 = 4.35$ ， $\rho_2 = 0.86$ ， $\delta = 1.20$ ，干扰抑制水平 $\gamma = \min \gamma = 0.41$ 。求解定理 2 中的 LMIs，得到一组可行解为

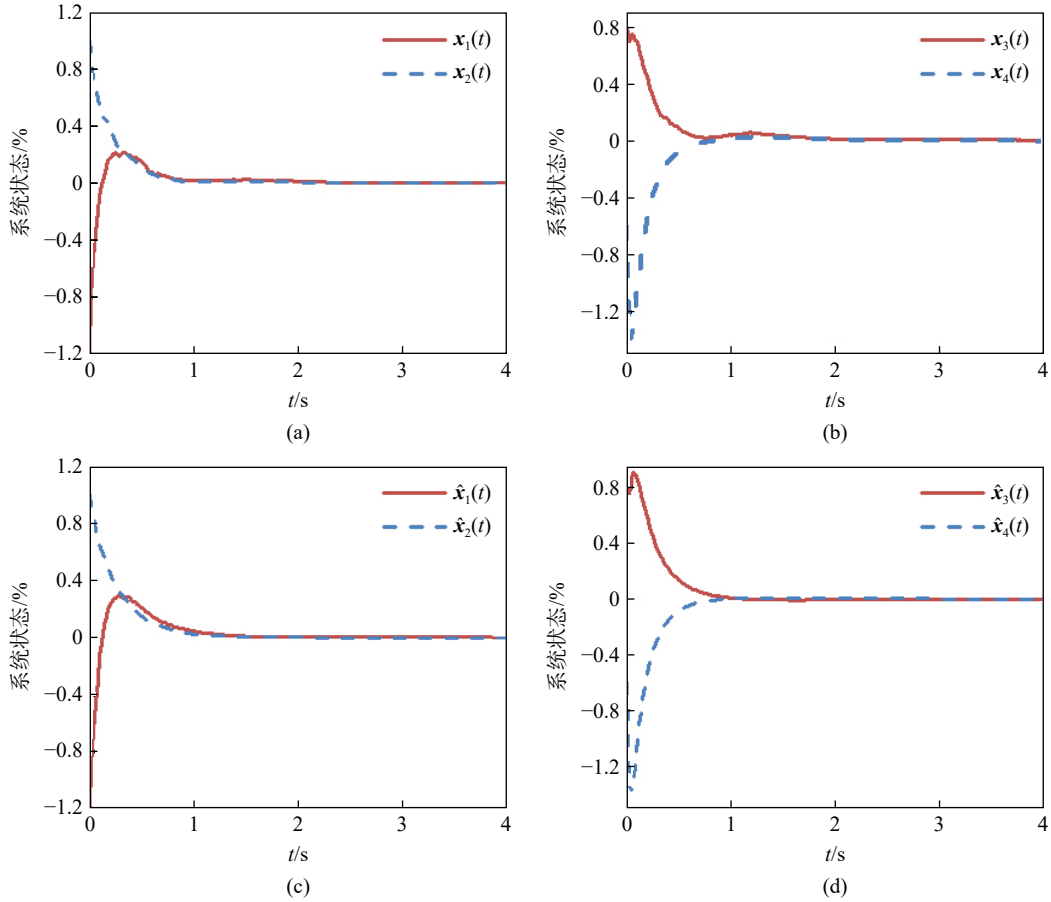
$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1.694\,2 & 13.020\,9 & -23.134\,7 & -9.577\,4 \\ 14.983\,6 & -37.221\,7 & -3.347\,1 & -34.128\,7 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{L}^T = \begin{bmatrix} 0.188\,7 & -0.091\,8 & 3.001\,0 & 1.116\,8 \\ 0.917\,8 & 0.145\,0 & 0.493\,0 & 0.572\,3 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0.149\,2 & 0.044\,6 \\ 0.044\,6 & 0.032\,7 \end{bmatrix}.$$

进一步，定义 $\varphi_1 = 0.1$ ， $\varphi_2 = 1$ ， $\alpha = 0.5$ ，根据式 (43) 即可得到滑模控制器。

则在噪声强度 $\mathbf{N} = \text{diag}\{0.5, 0.5\}$ ，初始条件 $\mathbf{x}(0) = \hat{\mathbf{x}}(0) = [-1.2 \quad 1 \quad 0.8 \quad -0.6]^T$ ， $\eta(0) = 0.1$ 的情况下，系统状态和状态观测值如图 5 所示。图 6 则展示了系统的控制输入 $\mathbf{u}(t)$ 、滑模变量 $\mathbf{s}(t)$ 、触发变量 $\eta(t)$ 以及 DETM 的释放间隔和触发次数。可以看出：①在本文提出的控制架构下，受控系统和观测系统均能够快速收敛；②系统的控制输入也能实现平稳收敛，仅在趋近运动阶段存在少量的抖动；③在 $t \in (0, 4\,\text{s})$ ，通信网络只向控制器端传输了 7 个数据包，相比于时间触发机制，减少了 96.5% 的信号传输量。此外，综合图 5 和图 6 可以发现，即使控制输入 $\Delta \dot{\mathbf{w}}_t$ 和 $\Delta \dot{\mathbf{A}}_s$ 存在抖振，发动机状态 Δn_1 和 Δn_2 仍然能保持平稳，这是因为经过文中第 1.1 节的等效变化，存

图5 系统状态 $\mathbf{x}(t)$ 和估计值 $\hat{\mathbf{x}}(t)$ Fig. 5 States $\mathbf{x}(t)$ and estimates $\hat{\mathbf{x}}(t)$

在抖动的滑模控制信号在进入发动机控制系统后需要经过积分才能转化为系统输入,一定程度上消除了抖振。

为了进一步检验本文方法对不同不确定性因素的适用性,选择如下所示的不同的时延、丢包和外部扰动条件:

条件1:时延上界 $\bar{\tau} = 0.1$ s,丢包率 $(1 - \bar{\alpha}) = 0.2$,

噪声强度 $N = \text{diag}\{0.5, 0.5\}$;

条件2:时延上界 $\bar{\tau} = 0.1$ s,丢包率 $(1 - \bar{\alpha}) = 0.4$,

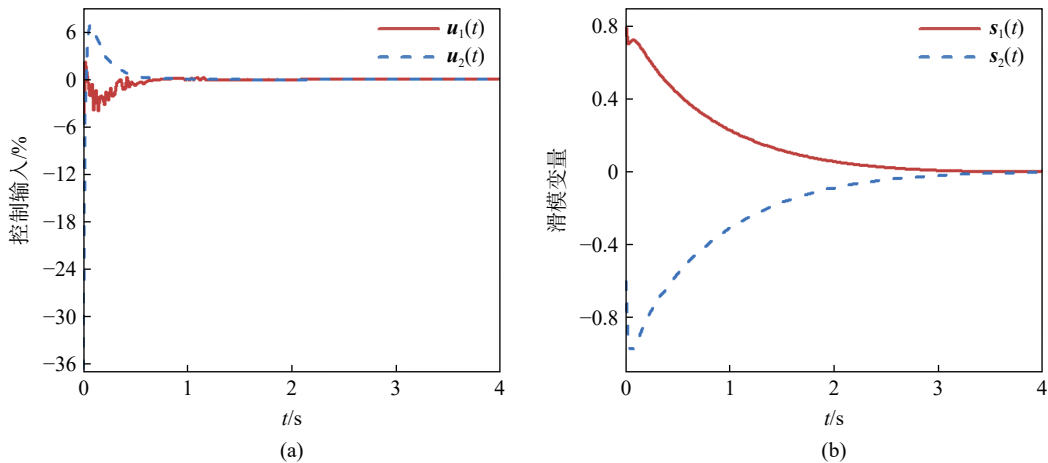
噪声强度 $N = \text{diag}\{1.5, 1.5\}$;

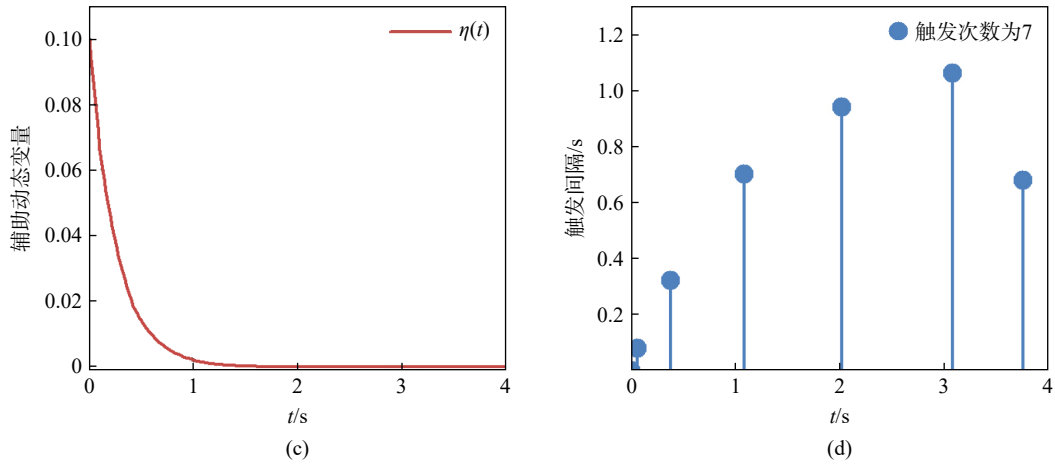
条件3:时延上界 $\bar{\tau} = 0.2$ s,丢包率 $(1 - \bar{\alpha}) = 0.2$,

噪声强度 $N = \text{diag}\{0.5, 0.5\}$;

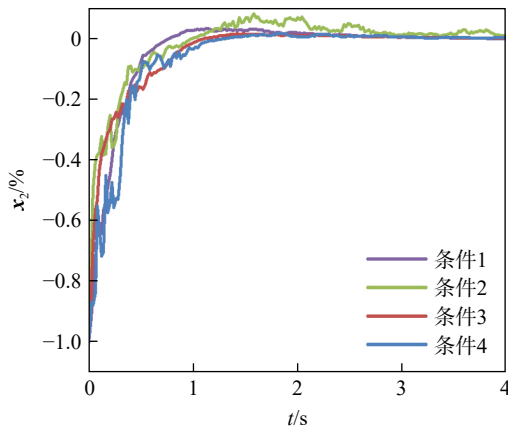
条件4:时延上界 $\bar{\tau} = 0.2$ s,丢包率 $(1 - \bar{\alpha}) = 0.4$,

噪声强度 $N = \text{diag}\{1.5, 1.5\}$ 。



图 6 $u(t)$ 、 $s(t)$ 和 $\eta(t)$ 的曲线Fig. 6 Curves of $u(t)$, $s(t)$ and $\eta(t)$

设置初始 $x(0) = \hat{x}(0) = [-1 \ -1 \ -1 \ -1]^T$, $\eta(0) = 0.1$, 并设置干扰抑制水平 $\gamma = 1$, 仿真结果如图 7 所示, 限于篇幅, 仅给出 x_2 的仿真结果。可以看出, 在不同的工作条件下, 本文的控制器均可以保证系统渐进收敛, 但动态性能和稳态误差存在差异。

图 7 不同工作条件下 x_2 的响应曲线Fig. 7 Response curves of x_2 under different working conditions

算例 3 接下来, 为了进一步说明本文采用的 DETM 对系统性能的影响, 本例对比不同的触发机制下的闭环系统性能。为了避免不确定性等其他因素的影响, 设置时延上界、丢包率、外部扰动均为 0, 同时采用同一控制器。在相同的条件下, 图 8 表示了周期性传输机制(黑)、静态事件触发机制(红)和本文的 DETM(蓝)下的状态响应, 限于篇幅, 这里仅给出 x_2 的仿真结果。图 9 展示了 3 种情形下的事件触发间隔和触发次数。

从图 8 可以看出: 由于更多的信息用于闭环反馈, 因此周期性传输机制下的系统性能优于其他两者, 但三者的曲线基本重合, 说明动态触发机制下的系统性能得到了一定的保证。从图 9 可以看出: 事件触发机制明显地降低了信号传输量, 且相比静态事件触发机制, 动态机制在此方面的作用更加突出。算例 3 的结果表明: DETM 下的闭环系统能够在保证控制性能的前提下节省大量的通信资源。

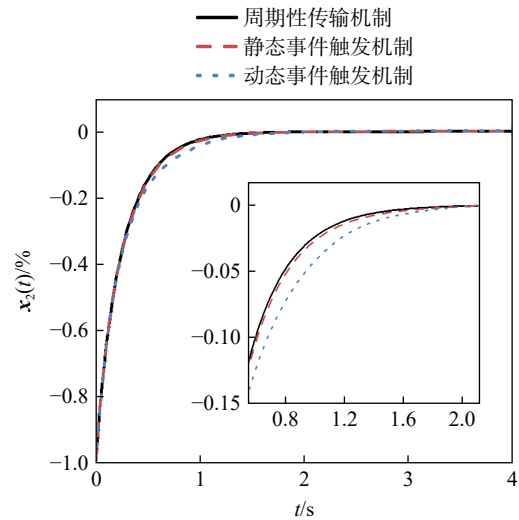
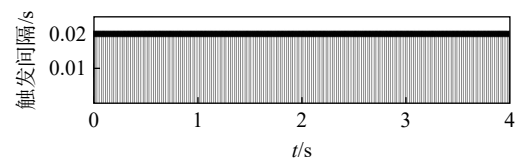


图 8 不同触发机制下的状态响应

Fig. 8 State response under different triggered mechanisms



(a) 周期性传输机制: 触发次数为 200

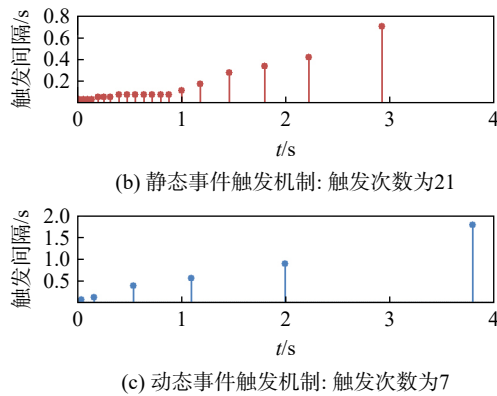


图9 不同触发机制下的采样时间间隔和触发数
Fig. 9 Inter-execution interval and triggered number of different triggered mechanisms

4 结 论

本文针对航空发动机分布式系统,开展了事件触发滑模控制问题的研究,主要成果如下:

1) 针对同时存在时延和丢包的航空发动机分布式控制系统,提出了一种基于观测器的事件触发滑模控制架构,得到了控制器、观测器以及事件触发器的协同设计方法,仿真结果表明,在不同的不确定条件下,本文方法均能保证闭环系统的渐近稳定。

2) 为了减少通信资源的浪费,将 DETM 引入到航空发动机分布式控制系统中,仿真结果表明,该机制能够在保证系统性能的前提下,大幅度节省通信资源。

3) 为了降低结果的保守性,采用的李雅普诺夫函数不需要所有的矩阵均正定。此外,基于 iL-SHADE 算法,提供了 LMSs 参数优化方法,仿真结果表明,本文方法一方面能够提高 LMIs 的可行性,另一方面能够使系统获得更优的干扰抑制水平。

4) 下一步将针对双通道均存在时延和丢包情形下的航空发动机分布式系统开展事件触发控制研究,重点考虑各传感器通道具有不同的时延丢包参数。此外,基于航空发动机分布式控制系统半物理仿真平台的硬件在回路验证也值得进一步探索。

参考文献:

[1] YEDAVALLI R K, BELAPURKAR R K, BEHBAHANI A. Design of distributed engine control systems for stability under communication packet dropouts[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, 32(5): 1544-1549.

[2] 宋军强, 潘慕绚, 黄金泉. 航空发动机分布式控制系统技术分析及系统方案[J]. *航空动力学报*, 2013, 28(10): 2391-2400. SONG Junqiang, PAN Muxuan, HUANG Jinquan. Technology analysis and system scheme for aero-engine distributed control system[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2013, 28(10): 2391-2400. (in Chinese)

[3] 徐若淞, 谢寿生, 李腾辉, 等. 基于多模型切换的航空发动机分布式鲁棒跟踪控制器设计[J]. *推进技术*, 2019, 40(12): 2837-2847. XU Ruosong, XIE Shousheng, LI Tenghui, et al. Design of distributed robust tracking controller for aeroengine based on multiple model switching[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2019, 40(12): 2837-2847. (in Chinese)

[4] 余志伟, 郭迎清. 涡轴发动机分布式控制系统传感器故障诊断技术[J]. *推进技术*, 2022, 43(4): 318-325. YU Zhiwei, GUO Yingqing. Sensor fault diagnosis technology for distributed control system of turboshaft engine[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2022, 43(4): 318-325. (in Chinese)

[5] ZHANG Xianming, HAN Qinglong, GE Xiaohua, et al. Networked control systems: a survey of trends and techniques[J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2019, 7(1): 1-17.

[6] ZHANG Ledi, XIE Shousheng, ZHANG Yu, et al. Aero-engine DCS fault-tolerant control with Markov time delay based on augmented adaptive sliding mode observer[J]. *Asian Journal of Control*, 2020, 22(2): 788-802.

[7] 王磊, 谢寿生, 彭靖波, 等. 航空发动机分布式控制系统不确定性鲁棒 H_∞ 容错控制[J]. *推进技术*, 2013, 34(6): 836-842. WANG Lei, XIE Shousheng, PENG Jingbo, et al. Uncertain robust H_∞ fault-tolerant control for aero-engine distributed control system [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2013, 34(6): 836-842. (in Chinese)

[8] 任立通, 谢寿生, 王磊, 等. 不确定航空发动机分布式控制系统自适应滑模控制[J]. *航空动力学报*, 2017, 32(8): 2032-2040. REN Litong, XIE Shousheng, WANG Lei, et al. Adaptive sliding mode control for uncertain aero-engine distributed control system[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2017, 32(8): 2032-2040. (in Chinese)

[9] 李睿超, 郭迎清, 姜彩虹, 等. 航空发动机分布式控制系统时延/丢包鲁棒性分析[J]. *航空动力学报*, 2017, 32(6): 1441-1446. LI Ruichao, GUO Yingqing, JIANG Caihong, et al. Transmission delay/packet dropout robustness analysis of distributed control system of aero-engine[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2017, 32(6): 1441-1446. (in Chinese)

[10] 任立通, 谢寿生, 彭靖波, 等. 航空发动机T-S分布式系统自适应鲁棒滑模控制[J]. *推进技术*, 2016, 37(12): 2366-2376. REN Litong, XIE Shousheng, PENG Jingbo, et al. Adaptive robust sliding mode control for aeroengine T-S distributed system[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2016, 37(12): 2366-2376. (in Chinese)

[11] ZHOU Weixiang, WANG Yueying, LIANG Yinzhen. Sliding mode control for networked control systems: a brief survey[J]. *ISA Transactions*, 2022, 124: 249-259.

[12] LIAN Bosen, ZHANG Qingling, LI Jinna. Sliding mode control and sampling rate strategy for Networked control systems with packet disordering via Markov chain prediction[J]. *ISA Transac-*

- tions, 2018, 83: 1-12.
- [13] LIU Lei, MA Lifeng, ZHANG Jie, et al. Sliding mode control for nonlinear Markovian jump systems under denial-of-service attacks [J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2019, 7(6): 1638-1648.
- [14] WU Zhengtian, JIANG Baoping, XIE Mingyang, et al. Event-triggered observer-based H_∞ sliding mode control of nonlinear systems[J]. ISA Transactions, 2022, 124: 365-373.
- [15] HE Hangfeng, GAO Xianwen, QI Wenhai. Distributed event-triggered sliding mode control of switched systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2019, 356(17): 10296-10314.
- [16] NAGAMANI G, KARTHIK C, JOO Y H. Event-triggered observer-based sliding mode control for T-S fuzzy systems via improved relaxed-based integral inequality[J]. Journal of the Franklin Institute, 2020, 357(14): 9543-9567.
- [17] SHENG Hanlin, ZHANG Tianhong, JIANG Wei. Full-range mathematical modeling of turboshaft engine in aerospace[J]. International Journal of Turbo & Jet-Engines, 2016, 33(4): 309-317.
- [18] GE Xiaohua, HAN Qinglong, ZHANG Xianming, et al. Dynamic event-triggered control and estimation: a survey[J]. International Journal of Automation and Computing, 2021, 18(6): 857-886.
- [19] ZHANG Kunpeng, ZHAO Tao, DIAN Songyi. Dynamic output feedback control for nonlinear networked control systems with a two-terminal event-triggered mechanism[J]. Nonlinear Dynamics, 2020, 100(3): 2537-2555.
- [20] WANG Weixuan, XIE Shousheng, PENG Jingbo, et al. Dual-terminal event-triggered dynamic output feedback H_∞ control for aero engine networked control systems with quantization[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2023, 33(2): 697-719.
- [21] PARK P, KO J W, JEONG C. Reciprocally convex approach to stability of systems with time-varying delays[J]. Automatica, 2011, 47(1): 235-238.
- [22] XU Shengyuan, LAM J, ZHANG Baoyong, et al. New insight into delay-dependent stability of time-delay systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2015, 25(7): 961-970.
- [23] BREST J, MAUČEC M S, BOŠKOVIĆ B. Single objective real-parameter optimization: algorithm jSO[C]//2017 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, US: IEEE, 2017: 1311-1318.

(编辑: 陈 越)