

文章编号: 1000-8055(2023)09-2221-10

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220038

基于融合灰色熵和自助马尔科夫链的滚动轴承 振动性能退化趋势预测

程立¹, 马文锁², 夏新涛², 王良文³

(1. 河南科技大学 信息工程学院, 河南 洛阳 471023;

2. 河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471003;

3. 郑州轻工业大学 机电工程学院 河南省机械装备智能制造重点实验室, 郑州 450002)

摘 要: 针对现有的基于熵的非线性动力学方法存在计算结果与非线性动力学系统不一致、计算结果在不同尺度上不一致、计算所需数据长度较长的缺点, 提出一种新的非线性时间序列复杂性测度: 融合灰色熵算法, 并将其用于滚动轴承退化特征提取。针对滚动轴承退化趋势序列数据长度短、预测困难的问题, 提出了自助马尔科夫链预测模型。试验研究结果表明, 融合灰色熵对数据长度要求较低, 并且在不同尺度上的计算结果具有一致性。同时, 所提的自助马尔科夫链预测模型的平均相对误差仅为 8.497 3%, 低于 GM 模型的平均相对误差。这说明所提模型能够有效地对滚动轴承的振动性能退化趋势进行预测。

关 键 词: 滚动轴承; 融合灰色熵; 非线性动力学; 自助法; 马尔科夫链; 退化趋势预测

中图分类号: V233.1; TH133.33

文献标志码: A

Degradation trend prediction of rolling bearing vibration performance based on fusion grey entropy and bootstrap Markov chain

CHENG Li¹, MA Wensuo², XIA Xintao², WANG Liangwen³

(1. School of Information Engineering,

Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan 471023, China;

2. School of Mechatronics Engineering,

Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan 471003, China;

3. Henan Provincial Key Laboratory of Intelligent Manufacturing of Mechanical Equipment,

School of Mechanical and Electrical Engineering,

Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: In view of the shortcomings of existing entropy-based nonlinear dynamics methods that the calculation results are inconsistent with the nonlinear dynamics system at different scales and the data length required for the calculation is long, the fusion gray entropy algorithm, a new measure of nonlinear time series complexity, was proposed and then used to extract the degradation features of rolling bearing. Considering the problems of very short data length of the rolling bearing degradation trend sequence that it is difficult for prediction, Bootstrap Markov chain prediction model was proposed. The experimental results showed that the data length requirement of fusion gray entropy was low, and the calculation results

收稿日期: 2022-01-20

基金项目: 国家自然科学基金(51475144, 52075500)

作者简介: 程立(1990—), 男, 博士, 主要从事轴承性能与复合材料研究。

通信作者: 马文锁(1969—), 男, 教授, 博士, 主要从事轴承性能与复合材料研究。E-mail: mawensuo@haust.edu.cn

引用格式: 程立, 马文锁, 夏新涛, 等. 基于融合灰色熵和自助马尔科夫链的滚动轴承振动性能退化趋势预测[J]. 航空动力学报, 2023, 38(9): 2221-2230. CHENG Li, MA Wensuo, XIA Xintao, et al. Degradation trend prediction of rolling bearing vibration performance based on fusion grey entropy and bootstrap Markov chain[J]. Journal of Aerospace Power, 2023, 38(9): 2221-2230.

of the fusion gray entropy at different scales were consistent. Meanwhile, the average relative error of the proposed bootstrap Markov chain prediction model was only 8.497 3%, which was lower than that of the GM model. This showed that the proposed model can effectively predict the vibration performance degradation trend of rolling bearings.

Keywords: rolling bearing; fusion grey entropy; nonlinear dynamics; bootstrap method; Markov chain; degradation trend prediction

滚动轴承作为机械设备的关键部件之一,其振动性能对设备的运行质量、可靠性、寿命有重要的影响。因此对滚动轴承的振动性能退化趋势进行评估和预测有着重要的意义^[1-2],而该研究的重点和难点都在于退化特征的提取。赫兹接触理论和滚动轴承动力学原理表明,滚动体与滚道的接触是非线性的,滚动轴承的运动可以用一组确定的非线性方程描述,滚动轴承的振动信号具有非线性特征^[3]。因此,传统的线性方法无法有效的提取滚动轴承振动信号中的退化特征。

基于熵的非线性动力学理论被认为是一个强有力的工具近年来被大量应用于滚动轴承的退化特征提取及故障诊断中。李洪儒等^[4]提出了一种基于二元多尺度熵的滚动轴承退化趋势预测方法;王冰等^[5]提出一种基于基本尺度熵与 GG(Gath-Geva)聚类的退化状态识别方法;于重重等^[6]提出了 T 分布随机近邻嵌入样本熵状态退化特征指标和基于时间卷积网络(TCN)的轴承状态退化趋势预测方法;李永健等^[7]提出了改进多尺度排列熵,并结合马氏距离特征选择与遗传算法优化的支持向量机模式识别算法,提出了一种智能化的轴承故障诊断方法;赵荣珍等^[8]提出一种基于经验小波变换、多尺度排列熵、GG 聚类算法相结合的故障诊断方法;陈东宁等^[9]提出了基于快速变分模态分解、参数优化多尺度排列熵和特征加

权 GK 模糊聚类的故障诊断方法;戴邵武等^[10]基于对振动信号进行多尺度的模糊熵分析,提出了基于平滑先验分析和模糊熵的滚动轴承故障诊断方法。上述方法均是采用样本熵^[11]、排列熵^[12]、模糊熵^[13]、多尺度熵^[14]或其改进方法对滚动振动信号进行特征提取。尽管这些方法在滚动轴承退化分析及故障诊断中取得一定的效果,但是仍存在以下问题亟需解决:①计算结果与真实的非线性动力学系统不一致;②计算结果在不同的尺度上不一致;③计算所需数据长度较长。

为了解决上述问题,本文利用灰色关联度^[15]度量两个模式的距离,提出一种新的非线性时间序列复杂性测度:融合灰色熵算法,并将其用于滚动轴承退化特征提取。为了克服滚动轴承退化趋势序列数据长度短,预测困难的问题,在灰色预测理论和马尔科夫链^[16]的基础上,结合自助法^[17]建立了自助马尔科夫链预测模型。

1 融合灰色熵与多尺度融合灰色熵

1.1 融合灰色熵

设长度为 N 的一维时间序列 X 为

$$X = \{x(1), x(2), \dots, x(i), \dots, x(N)\} \quad (1)$$

式中 $x(i)$ 为第 i 个元素, $i=1, 2, \dots, N$ 。

给定嵌入维数 m , X 可被拓展到相空间

$$\begin{bmatrix} x(1) & x(2) & \cdots & x(M) \\ x(1+1) & x(2+1) & \cdots & x(M+1) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x[1+(m-1)] & x[2+(m-1)] & \cdots & x[M+(m-1)] \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 $M=N-m+1$ 。

相空间中的任意相点可表示为

$$X^m(i) = \{x(i), x(i+1), \dots, x[i+(m-1)]\} \quad (3)$$

式中 $i=1, 2, \dots, M$ 。

$X^m(i)$ 与 $X^m(j)$ 的相似度可由灰关联度确定,灰关联度定义如下:

1) 对 $X^m(i)$ 与 $X^m(j)$ 分别进行预处理,可以得

到新的初始化序列,即

$$Y^{m,d}(i) = \{y_i(1), y_i(2), \dots, y_i(k), \dots, y_i(m)\} \quad (4)$$

式中 $k=1, 2, \dots, m$, $y_i(m)=x[i+(m-1)]/D_d$, D_d 为初始化算子, $d=1, 2, 3$ 。

$$Y^{m,d}(j) = \{y_j(1), y_j(2), \dots, y_j(k), \dots, y_j(m)\} \quad (5)$$

式中 $y_j(m) = x[j+(m-1)]/D_d$ 。

上述式中, 初始化算子 D_d 的作用是对 $\mathbf{X}^m(i)$ 和 $\mathbf{X}^m(j)$ 进行量纲统一化和数量级一致化的初始化处理, 主要有 3 种。

D_1 为初值化算子, 定义为

$$y_s(k) = x_s(k) D_1 = \frac{x_s(k)}{x_s(1)} \quad (6)$$

式中 $s=i, j$ 。

D_2 为均值化算子, 定义为

$$y_s(k) = x_s(k) D_2 = \frac{x_s(k)}{\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m x_s(k)} \quad (7)$$

D_3 为区间值化算子, 定义为

$$y_s(k) = x_s(k) D_3 = \frac{x_s(k) - \min_k x_s(k)}{\max_k x_s(k) - \min_k x_s(k)} \quad (8)$$

2) 定义绝对差为

$$\delta_{ij}(k) = |y_i(k) - y_j(k)| \quad (9)$$

3) 定义最小绝对差为

$$\delta_{\min} = \min_k |y_i(k) - y_j(k)| \quad (10)$$

4) 定义最大绝对差为

$$\delta_{\max} = \max_k |y_i(k) - y_j(k)| \quad (11)$$

5) 给定相似容限 r , $\mathbf{Y}^{m,d}(i)$ 与 $\mathbf{Y}^{m,d}(j)$ 的灰关系系数为

$$\xi_{ij}(k) = \frac{\delta_{\min} + \delta_{\max} r}{\delta_{ij}(k) + \delta_{\max} r} \quad (12)$$

6) 定义 $\mathbf{Y}^{m,d}(i)$ 与 $\mathbf{Y}^{m,d}(j)$ 的灰关联度为

$$\gamma_{ij}^{m,d}(r) = \gamma[\mathbf{Y}^{m,d}(i), \mathbf{Y}^{m,d}(j)] = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \xi_{ij}(k) \quad (13)$$

定义函数

$$\phi^{m,d}(r) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=1}^{N-m} \left(\frac{1}{N-m} \sum_{j=1, j \neq i}^{N-m+1} \gamma_{ij}^{m,d}(r) \right) \quad (14)$$

类似地, 对于给定嵌入维数 $m+1$, 同样有

$$\phi^{m+1,d}(r) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=1}^{N-m} \left(\frac{1}{N-m} \sum_{j=1, j \neq i}^{N-m+1} \gamma_{ij}^{m+1,d}(r) \right) \quad (15)$$

定义时间序列 $\mathbf{X}$ 的融合灰色熵为

$$F(m, r) = \sum_{d=1}^3 \left\{ \lim_{N \rightarrow \infty} [\ln \phi^{m,d}(r) - \ln \phi^{m+1,d}(r)] \right\} \quad (16)$$

当时间序列 $\mathbf{X}$ 的长度 N 为有限数时, 式(16)可表示为

$$F(m, r) = \sum_{d=1}^3 [\ln \phi^{m,d}(r) - \ln \phi^{m+1,d}(r)] \quad (17)$$

1.2 多尺度融合灰色熵

多尺度融合灰色熵指的是一维时间序列 $\mathbf{X}$ 在不同尺度上的融合灰色熵, 计算方法如下:

对原始时间序列进行粗粒化处理, 得到粗粒化序列 $\mathbf{Z}^{(\tau)} = \{z_1^{(\tau)}, z_2^{(\tau)}, \dots, z_q^{(\tau)}, \dots, z_{N/\tau}^{(\tau)}\}$, 其中

$$z_q^{(\tau)} = \frac{1}{\tau} \sum_{i=(q-1)\tau+1}^{q\tau} x_i \quad q = 1, 2, \dots, N/\tau \quad (18)$$

式中 $\tau=1, 2, \dots$, 为尺度因子。当 $\tau=1$ 时, $\mathbf{Z}^{(1)}$ 即为原始时间序列 $\mathbf{X} = \{x(1), x(2), \dots, x(i), \dots, x(N)\}$ 。

求取每一个粗粒化序列 $\mathbf{Z}^{(\tau)}$ 的融合灰色熵, 并把它画成尺度因子的函数。上述过程称为多尺度融合灰色熵求解。

2 自助马尔科夫链预测模型

2.1 马尔科夫链理论基础

设有随机过程 $\{c_n, n \in T\}$, 参数集 $T = \{0, 1, \dots\}$, c_n 可能取值的全体状态空间为 $I = \{i_0, i_1, \dots, i_n\}$, 若对于任意整数 $n \in T$, 条件概率满足

$$P\{c_{n+1} = i_{n+1} | c_0 = i_0, c_1 = i_1, \dots, c_n = i_n\} = P\{c_{n+1} = i_{n+1} | c_n = i_n\} \quad (19)$$

则称 $\{c_n, n \in T\}$ 为马尔科夫链。

设一组原始数据 $\{c(t), t \in T\}$ 为一个马尔科夫链, 状态空间为 $\{\Delta I_1, \Delta I_2, \dots, \Delta I_m\}$, 在每个时间点上, 只能对应其中的一个状态, 则每个状态都有 m 个转向, 即 $\Delta I_1 \rightarrow \Delta I_1, \Delta I_1 \rightarrow \Delta I_2, \dots, \Delta I_1 \rightarrow \Delta I_m$ 。

由 ΔI_i 状态区间经过 k 步转向 ΔI_j (包含 ΔI_i) 状态区间的马尔科夫转移概率为

$$p_{ij}^{(k)} = P(\Delta I_i \rightarrow \Delta I_j) = N_{ij}^{(k)} / N_i \quad (20)$$

式中 N_i 为由状态 ΔI_i 转向所有状态的总次数, $N_{ij}^{(k)}$ 为由状态 ΔI_i 转向状态 ΔI_j 的次数。

根据 n 个样本数据经过 k 步状态转移得到马尔科夫状态转移概率矩阵

$$\mathbf{P}^{(k)} = \begin{bmatrix} p_{11}^{(k)} & p_{12}^{(k)} & \cdots & p_{1n}^{(k)} \\ p_{21}^{(k)} & p_{22}^{(k)} & \cdots & p_{2n}^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p_{n1}^{(k)} & p_{n2}^{(k)} & \cdots & p_{nn}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (21)$$

此概率矩阵具有以下性质:

1) 非负性。\$p_{ij}^{(k)} \geq 0\$, 其中 \$i, j=1, 2, \dots, n\$。

2) 每行元素和为 1, 即 \$\sum_{j=1}^n p_{ij} = 1\$, 其中 \$i=1, 2, \dots, n\$。

由著名的 \$c\$-\$k\$ 方程可知 \$\mathbf{P}^{(k)} = (\mathbf{P}^{(1)})^k\$, 即 \$k\$ 步转移概率矩阵可以由一步转移矩阵获得。

2.2 自助马尔科夫链预测模型

在滚动轴承服役期间, 对其振动信号进行定期采样, 共采集 \$S\$ 个振动数据。将 \$S\$ 个数据均匀分组, 设获得 \$M\$ 个样本, 每个样本包含 \$N\$ 个数据 (即 \$S=MN\$)。分别求取每个样本的融合灰色熵, 则所获得的滚动轴承振动数据的融合灰色熵序列为

$$\mathbf{R} = \{r(t), t=1, 2, \dots, M\} \quad (22)$$

从 \$\mathbf{R}\$ 中取与时刻 \$t\$ 紧邻时刻的前 \$e\$ 个数据 (包括时刻 \$t\$ 的数据), 构成时刻 \$t\$ 的子序列为

$$\mathbf{R}_e = \{r_e(u), u=t-e+1, t-e+2, \dots, t\} \quad (23)$$

式中 \$t \geq e\$。

由灰预报 GM(1, 1) 模型^[15]对 \$\mathbf{R}_e\$ 序列进行预测, 则在时刻 \$w=t+1\$ 的预测值为 \$\hat{r}_e(w)\$。

由累减生成的预测序列为

$$\hat{\mathbf{R}}_e = \{\hat{r}_e(u), u=t-e+1, t-e+1, \dots, t\} \quad (24)$$

令原始序列与预测序列的残差为

$$\varepsilon(u) = r_e(u) - \hat{r}_e(u) \quad (25)$$

残差的绝对值为

$$\bar{\varepsilon}(u) = |r_e(u) - \hat{r}_e(u)| \quad (26)$$

定义最小残差为

$$\varepsilon_{\min} = \min |r_e(u) - \hat{r}_e(u)| \quad (27)$$

定义最大残差为

$$\varepsilon_{\max} = \max |r_e(u) - \hat{r}_e(u)| \quad (28)$$

定义马尔科夫区间跨度为

$$v = \frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}}{m} \quad (29)$$

式中 \$m\$ 是马尔科夫状态区间数。

将 \$\varepsilon\$ 划分为 \$m\$ 种状态, \$\Delta I_j\$ 表示第 \$j\$ 种状态, \$\Delta I_j = [\lambda_{j-1}, \lambda_j], j=1, 2, \dots, m\$, 其中 \$\lambda_{j-1}\$ 和 \$\lambda_j\$ 分别表示第 \$j\$ 种状态的上下界限。原则上状态区间划分的越多, 预测精度会越高, 但是状态划分的过多会使各区间中的样本数过少, 反而会影响预测精度, 所以根据实际情况进行合适的状态划分。本文将区间划分为 4 组, 分别为

$$\Delta I_j = [\varepsilon_{\min} + v(j-1), \varepsilon_{\min} + vj] \quad (30)$$

式中 \$j=1, 2, 3, 4\$。

由于残差序列的样本容量极其有限, 属于乏信息范畴。运用自助法, 将残差序列 \$\varepsilon\$ 中的 \$e\$ 个残差值等概率可放回地随机抽取 \$e\$ 次, 得到一个自助样本为

$$\mathbf{O}_b = [o_1, o_2, \dots, o_l, \dots, o_e] \quad (31)$$

式中 \$\mathbf{O}_b\$ 为第 \$b\$ 个自助样本, \$l=1, 2, \dots, e\$。

对自助样本 \$\mathbf{O}_b\$ 进行均值化处理

$$\bar{\mathbf{O}}_b = \frac{1}{e} \sum_{l=1}^e o_l \quad (32)$$

连续重复 \$B\$ 次, 得到 \$B\$ 个自助残差样本

$$\mathbf{O}_B = [O_1, O_2, \dots, O_b, \dots, O_B] \quad (33)$$

取

$$\bar{\mathbf{O}}_B = [|O_1|, |O_2|, \dots, |O_b|, \dots, |O_B|] \quad (34)$$

对 \$\bar{\mathbf{O}}_B\$ 进行马尔科夫状态划分, 并构造 \$k\$ 步状态转移概率矩阵

$$\mathbf{P}^{(k)} = \begin{bmatrix} p_{11}^{(k)} & p_{12}^{(k)} & \cdots & p_{1m}^{(k)} \\ p_{21}^{(k)} & p_{22}^{(k)} & \cdots & p_{2m}^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p_{m1}^{(k)} & p_{m2}^{(k)} & \cdots & p_{mm}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (35)$$

选取残差序列 \$\varepsilon\$ 中离 \$w\$ 时刻最近的 \$m\$ 个残差, 按照从近到远的顺序, 分别以各个残差所对应的状态为原始状态, 在 \$k\$ 步转移概率矩阵 \$\mathbf{P}\$ 中选取各自所对应的行向量, 从而构成 \$m\$ 阶状态转移概率矩阵

$$\hat{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} p_{i1}^{(1)} & p_{i2}^{(1)} & \cdots & p_{im}^{(1)} \\ p_{i1}^{(2)} & p_{i2}^{(2)} & \cdots & p_{im}^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p_{i1}^{(m)} & p_{i2}^{(m)} & \cdots & p_{im}^{(m)} \end{bmatrix} \quad (36)$$

式中 \$i\$ 表示各个残差所属的马尔科夫状态。

\$m\$ 阶马尔科夫链的概率计算公式为

$$p|_{\Delta I_j} = \sum_{k=1}^m \hat{p}_{ij}^{(k)} \quad (37)$$

式中 $j=1, 2, \dots, m$, $\hat{p}_{ij}^{(k)}$ 为第 k 步时, 状态 i 转移到状态 j 的概率值。

取 $\max\{p|_{\Delta I_j}, \Delta I_j \in \Delta I\}$ 中的 ΔI_j 状态作为自助马尔科夫链预测的下一最佳状态, ΔI_j 状态的残差值为

$$\varepsilon(w) = \frac{\lambda_{j-1} + \lambda_j}{2} \quad (38)$$

令状态 1 表示残差符号为正, 状态 2 表示残差符号为负, 对 O_B 进行马尔科夫符号状态划分, 可得到一步状态转移矩阵

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \quad (39)$$

式中 $p_{ij} = N_{ij}/N_i$, $i, j=1, 2$, 其中 N_{ij} 为状态 i 一步转移到状态 j 的个数, N_i 为状态 i 转移到包括本身在内的其他所有状态的总个数。

定义初始状态 $p^{(0)} = [0.5, 0.5]$, 残差符号状态概率表达式为

$$p^{(w)} = [p_1^{(w)}, p_2^{(w)}] = p^{(0)} P \quad (40)$$

则 w 时刻的残差符号的计算公式为

$$f(w) = \begin{cases} 1 & p_1^{(w)} - p_2^{(w)} \geq 0 \\ -1 & p_1^{(w)} - p_2^{(w)} < 0 \end{cases} \quad (41)$$

经自助马尔科夫链修正的预测值为

$$\hat{p}_e^*(w) = \hat{p}_e(w) + f(w) \varepsilon(w) \quad (42)$$

3 试验研究

本试验为在杭州轴承试验研究中心的 ABLT-1A 型轴承寿命强化试验机上进行的滚动轴承疲劳寿命强化(快速)试验, 试验设备如图 1 所示。该试验机主要由试验头、试验头座、传动系统、加载系统、润滑系统、计算机控制系统等部分组成。试验所用的轴承型号为 7008AC/P2, 数量为 4 套。轴向加载 3.5 kN, 径向加载 2 kN, 试验转速为 4 000 r/min。每分钟记录 1 个振动数据, 连续进行加速寿命试验, 直到振动信号的波峰因数超过设定值为止, 共收集到 8 000 个振动数据, 所得滚动轴承振动加速度的原始数据序列如图 2 所示。

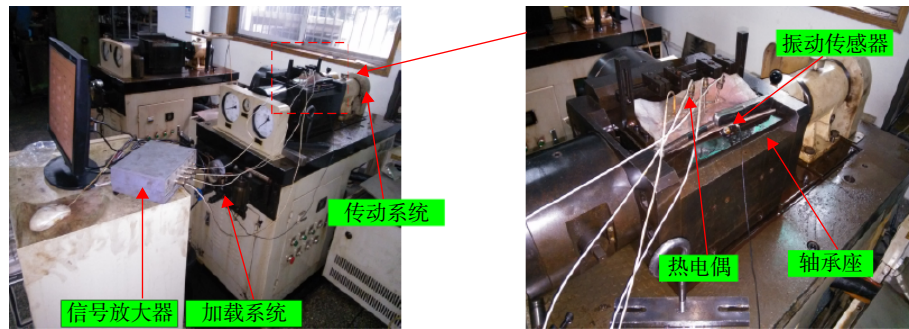


图 1 滚动轴承寿命强化试验设备

Fig. 1 Experimental setup of rolling bearing test system

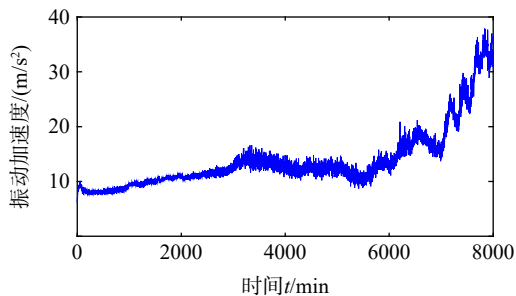


图 2 滚动轴承振动时间序列波形图

Fig. 2 Waveform diagram of rolling bearing vibration time series

由图 2 可以看出, 滚动轴承的运转可以分为 3 个阶段, 正常运转阶段(0~2 800 min)、轻微退

化阶段(2 801~5 800 min)和严重退化阶段(5 801~8 000 min)。

3.1 滚动轴承振动性能退化特征提取

对滚动轴承的振动时间序列进行分组, 并分为 4 种情况进行分析, 分别为 20 个样本(即 $N=400$)、10 个样本(即 $N=800$)、8 个样本(即 $N=1\,000$)和 5 个样本(即 $N=1\,600$)。根据文献 [18], 取嵌入维数 $m=2$, 相似容限 r 为 0.15 倍 SD(SD 是原始数据的标准差)。针对 4 种情况, 分别计算每个样本的融合灰色熵, 结果如图 3 和图 4 所示。由图 3 和图 4 可以看出, 在 4 种不同的样本长度下, 融合灰色熵均呈阶段性下降趋势。根据文献 [11], 熵

算法测量的是非线性信号的复杂性和规律性。当滚动轴承处于正常运转状态时,其运动是极其不规则的,也就是滚动轴承振动信号的复杂度是最高的。而当局部的故障缺陷出现时,滚动轴承的振动信号将展现出明显的周期性信号特征,也就意味着振动信号的复杂度将降低。当滚动轴承的缺陷进一步扩大时,其振动信号的周期性特征将更加明显,也就意味着振动信号的复杂度将进一步降低。由融合灰色熵算法所计算出的结果与上述现象吻合,这也说明由所提方法计算出的结果

与真实的非线性动力学系统具有一致性。值得一提的是,当样本长度 $N=400$ 时,融合灰色熵对滚动轴承的退化趋势刻画得更为准确,这说明融合灰色熵对样本的长度要求较低,凭借较短的数据长度就可以获得可靠的计算结果。另外,融合灰色熵在不同尺度上的计算结果也具有一致性。

为了证明融合灰色熵的优越性,在相同的参数下,分别计算滚动轴承振动时间序列的样本熵和模糊熵,结果如图 3~图 6 所示。由图 3 和图 4 可以看出,当样本长度 $N=400$ 时,滚动轴承振动

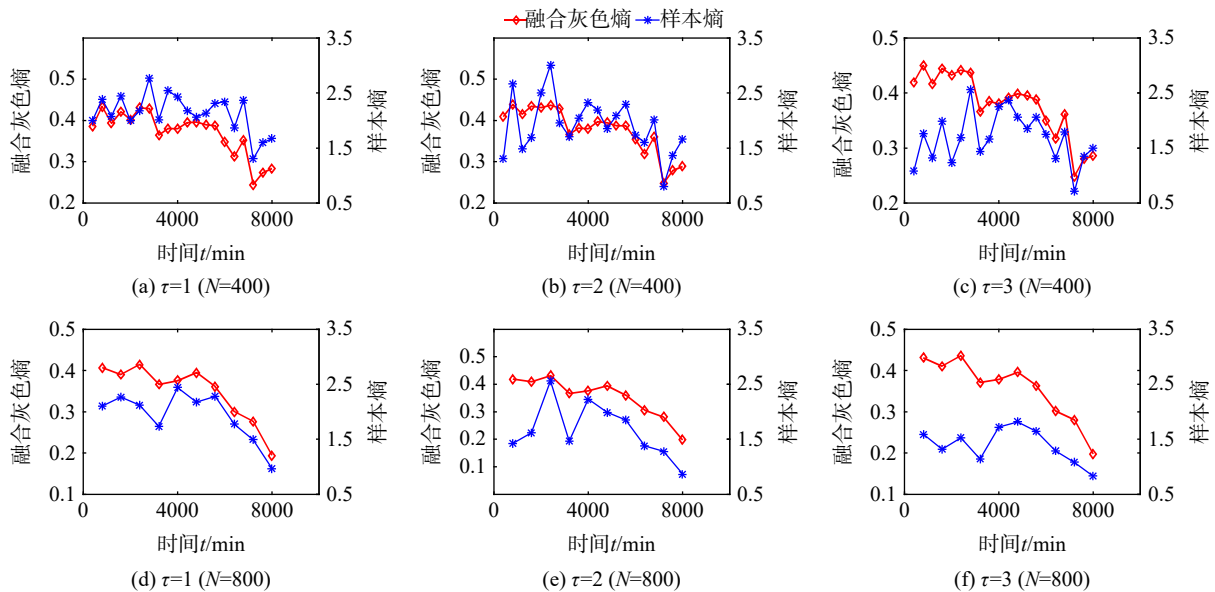


图 3 滚动轴承振动时间序列的融合灰色熵与样本熵($N=400$ 和 $N=800$)

Fig. 3 Fusion grey entropy and sample entropy of rolling bearing vibration time series ($N=400$ and $N=800$)

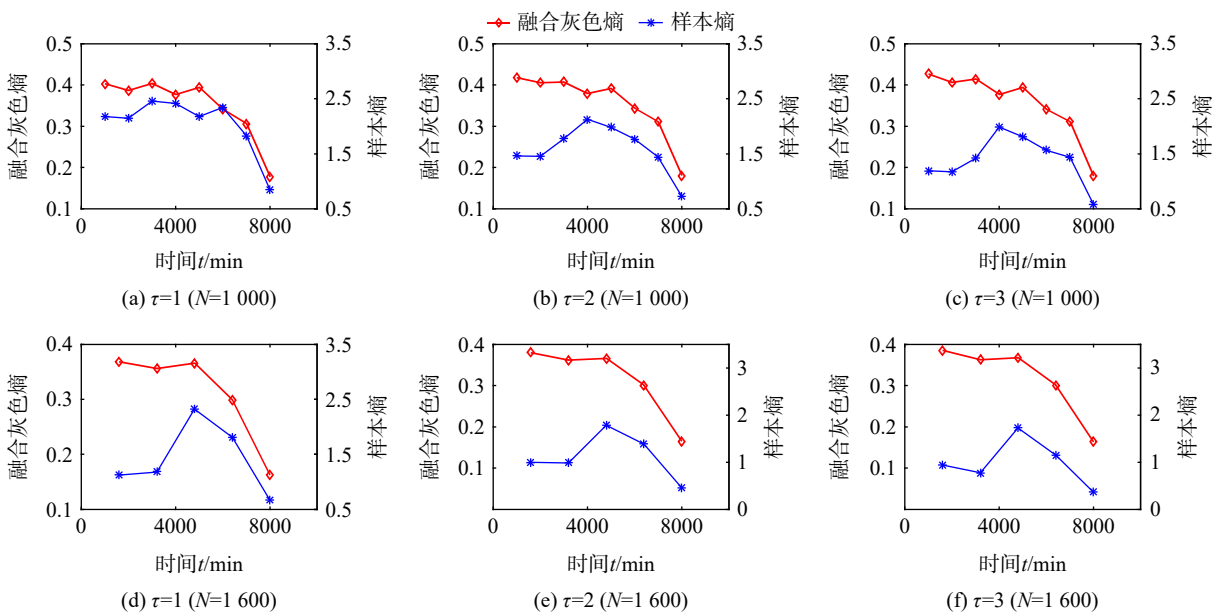
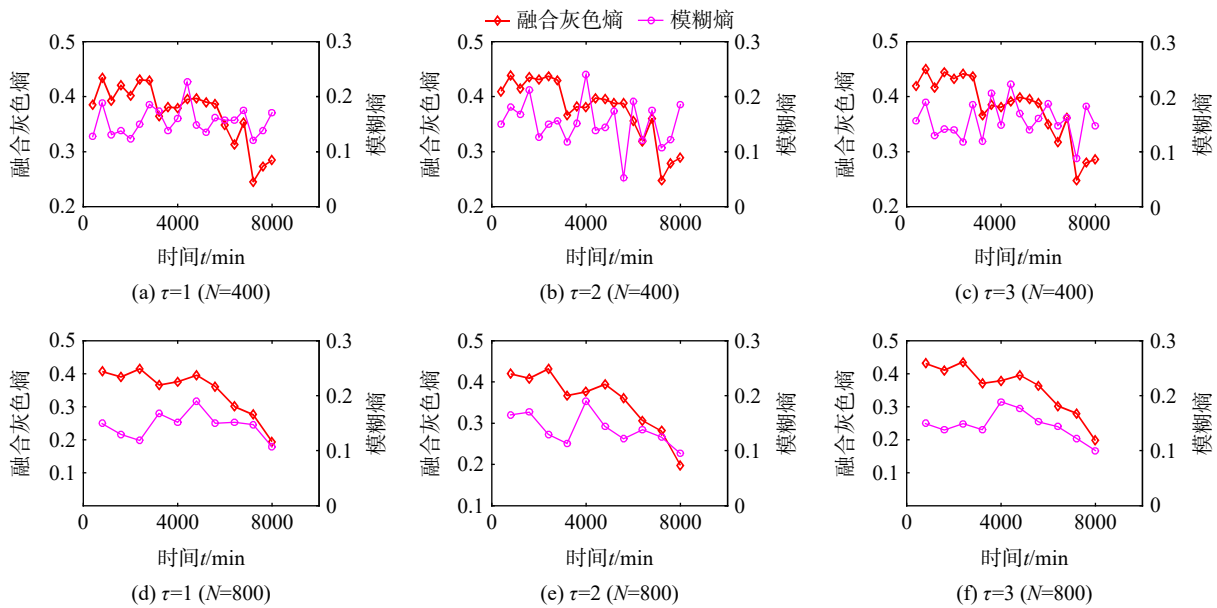
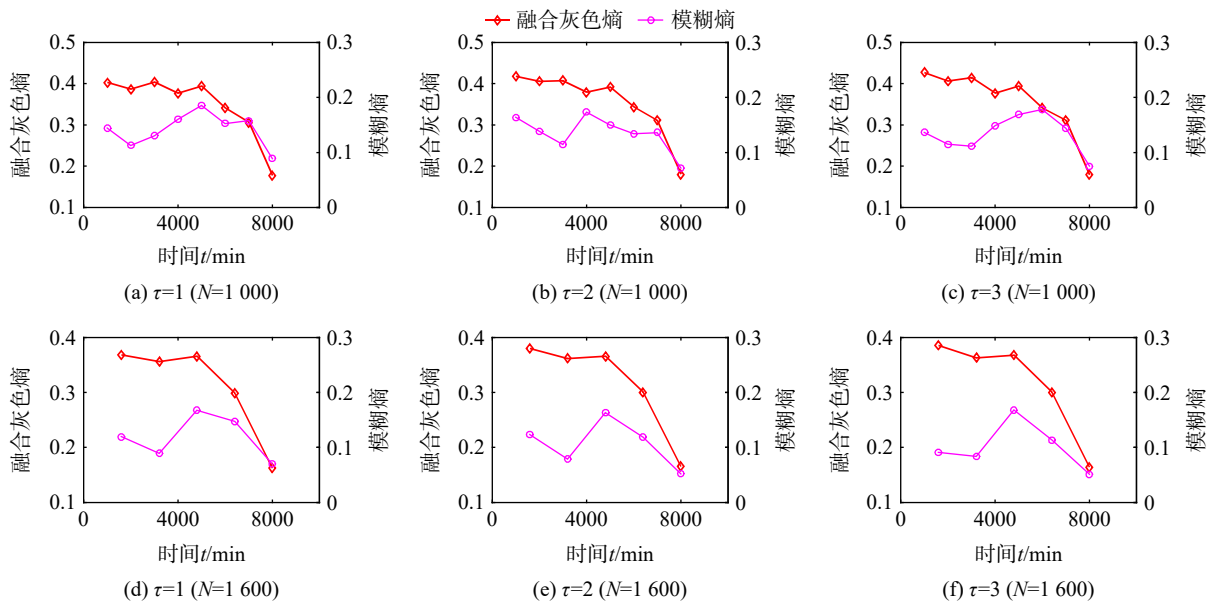


图 4 滚动轴承振动时间序列的融合灰色熵与样本熵($N=1000$ 和 $N=1600$)

Fig. 4 Fusion grey entropy and sample entropy of rolling bearing vibration time series ($N=1000$ and $N=1600$)

图5 滚动轴承振动时间序列的融合灰色熵与模糊熵($N=400$ 和 $N=800$)Fig. 5 Fusion grey entropy and fuzzy entropy of rolling bearing vibration time series ($N=400$ and $N=800$)图6 滚动轴承振动时间序列的融合灰色熵与模糊熵($N=1\ 000$ 和 $N=1\ 600$)Fig. 6 Fusion grey entropy and fuzzy entropy of rolling bearing vibration time series ($N=1\ 000$ and $N=1\ 600$)

序列的样本熵在3个尺度上均未展现出明显的规律性;当样本长度 $N=800$ 时,样本熵仅在尺度 $\tau=1$ 时展现出波动下降趋势,但这种趋势并不能准确刻画滚动轴承的退化特征;当样本长度 $N=1\ 000$ 时,样本熵只在尺度 $\tau=1$ 时展现出与滚动轴承的退化特征相似的演变趋势;当样本长度 $N=1\ 600$ 时,样本熵在3个尺度上均未展现出明显的规律性。

由图5和图6可以看出,模糊熵在4种样本

长度下均呈现直线波动趋势,这一趋势与滚动轴承的退化特征演变趋势并不吻合。据此可以发现,融合灰色熵较样本熵和模糊熵能够更好地刻画滚动轴承的退化趋势,并且融合灰色熵还有对样本长度要求较低和在不同尺度上具有一致性的优势,因此可以将其作为滚动轴承振动性能退化特征。

3.2 滚动轴承振动性能退化趋势预测

由于当样本长度太长时,计算每一个样本的融合灰色熵所造成的时间跨度过大,不利于及时

挖掘滚动轴承运转过程中的退化信息,本文采用 20 个样本(样本长度 $N=400$)的融合灰色熵序列 R 作为滚动轴承的退化特征,并对后 10 个退化特征进行动态预测。

以前 10 个样本的融合灰色熵为原始数据,预测第 11 个样本的融合灰色熵为例,说明自助马尔科夫链的预报过程。首先使用 GM 模型对序列 R 进行预报,获得预测序列和残差,如表 1 所示。

表 1 GM 模型预测与残差

Table 1 GM model predictions and residuals

序号	融合灰色熵	GM 模型预测	残差
1	0.386 16	0.386 16	0
2	0.434 173	0.426 765	0.007 408
3	0.393 394	0.420 918	-0.027 52
4	0.421 035	0.415 151	0.005 883
5	0.402 322	0.409 464	-0.007 14
6	0.430 665	0.403 854	0.026 811
7	0.429 364	0.398 32	0.031 043
8	0.364 764	0.392 863	-0.028 1
9	0.381 094	0.387 48	-0.006 39
10	0.380 181	0.382 172	-0.001 99

由式(27)~式(30)得到 4 个马尔科夫状态区间,如表 2 所示。根据式(31)~式(34),取 $B=10\ 000$,

可以求得大样本下一步状态转移概率矩阵,见式(43)。

$$P^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.816\ 8 & 0.176\ 1 & 0.007\ 1 & 0 \\ 0.819\ 5 & 0.172\ 5 & 0.008\ 0 & 0 \\ 0.875\ 0 & 0.125\ 0 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.25 \end{bmatrix} \quad (43)$$

表 2 马尔科夫状态区间

Table 2 Markov state interval

区间符号	区间值
ΔI_1	[0, 0.007 8]
ΔI_2	[0.007 8, 0.015 5]
ΔI_3	[0.015 5, 0.023 3]
ΔI_4	[0.023 3, 0.031 0]

以第 7~10 个融合灰色熵的残差状态,并根据式(36)~式(37)和状态转移概率矩阵对第 11 个融合灰色熵的残差状态进行预测,结果如表 3 所示。根据表 3, $\max\{p|_{\Delta I_j}, \Delta I_j \in \Delta I\}=3.229\ 9$, 可以确定状态 ΔI_1 即为自助马尔科夫链预测的第 11 个残差的状态,残差值为 $\varepsilon(11)=(0+0.007\ 8)/2=0.003\ 9$ 。

表 3 第 11 个残差状态预测

Table 3 The 11th residual state prediction

序号	绝对残差	初始状态	转移步数	状态 ΔI_1	状态 ΔI_2	状态 ΔI_3	状态 ΔI_4
10	0.001 99	ΔI_1	1	0.816 8	0.176 1	0.007 1	0
9	0.006 39	ΔI_1	2	0.817 7	0.175 1	0.007 2	0
8	0.028 1	ΔI_4	3	0.785 7	0.176 7	0.022 0	0.015 6
7	0.031 043	ΔI_4	4	0.809 7	0.175 5	0.010 9	0.003 9
概率分布 $P _{\Delta I_j}$				3.229 9	0.703 4	0.047 2	0.019 5

与此同时,由式(39),可以求得自助马尔科夫链符号状态的一步状态转移矩阵

$$P = \begin{bmatrix} 0.503\ 7 & 0.496\ 3 \\ 0.505\ 0 & 0.495\ 0 \end{bmatrix} \quad (44)$$

根据式(39),可得残差符号状态概率为 $p=[0.504\ 4, 0.495\ 6]$ 。由于 $p_1 > p_2$, 所以 $f(11)=1$ 。根据式(42),经自助马尔科夫链修正的预测值为

$$\hat{r}_e^*(11) = \hat{r}_e(11) + f(11)\varepsilon(11) = 0.380\ 8 \quad (45)$$

同理,对后 9 个退化特征进行预测,并与 GM 模型进行对比,结果如图 7 所示。由图 7 可以看出,基于自助马尔科夫链的预测结果可以如实地

反映滚动轴承振动性能的退化趋势,并且较 GM 模型的预测结果更加接近真实值。

为了更加直观地评价所提模型的预测效果,计算预测值与真实值的平均相对误差和平均绝对误差,结果如表 4 所示。

由表 4 可以看出,所提模型的平均相对误差仅为 8.497 3%,低于 GM 模型的平均相对误差;所提模型的平均绝对误差仅为 0.025 3,亦低于 GM 模型的平均绝对误差。故此说明,自助马尔科夫链预测模型可以对滚动轴承退化趋势进行有效的预测,并且预测精度优于 GM 模型,这为滚动轴承的在线监测及运转性能评价提供了新的预测方法。

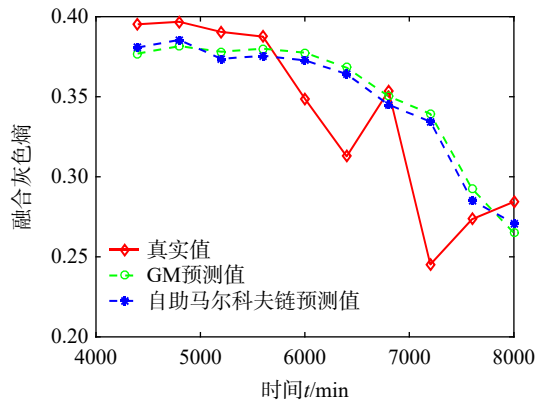


图7 滚动轴承振动性能退化趋势预测结果

Fig. 7 Prediction results of vibration performance degradation trend of rolling bearings

表4 预测结果的平均相对误差和平均绝对误差

Table 4 Averaged relative errors and absolute errors of prediction results

模型	平均相对误差/%	平均绝对误差
GM	9.261 6	0.027 3
自助马尔科夫链	8.497 3	0.025 3

4 结 论

现有的熵方法存在的主要问题是: ①计算结果与真实的非线性动力学系统不一致; ②计算结果在不同的尺度上不一致; ③计算所需数据长度较长。针对这些问题, 本文提出融合灰色熵算法, 并将其用于滚动轴承振动性能退化特征提取。

试验结果表明, 融合灰色熵可以真实反映滚动轴承振动信号的非线性动力学演变特征, 并且对数据长度要求较低。同时, 对多尺度融合灰色熵的研究表明, 融合灰色熵在不同尺度上的计算结果具有一致性。

针对滚动轴承退化趋势序列数据长度短, 预测困难的问题, 提出自助马尔科夫链预测模型。该模型通过自助法建立大样本下的状态转移概率矩阵, 进而对 GM 模型的预测结果进行修正。试验结果表明, 相比于 GM 模型, 本文所提的自助马尔科夫链预测模型的预测精度更高, 能够有效地对滚动轴承的振动性能退化趋势进行预测。

参考文献:

[1] LI Hongru, WANG Yukui, WANG Bing, et al. The application of a general mathematical morphological particle as a novel indicator for the performance degradation assessment of a bearing[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 82: 490-502.

[2] 李锋, 向往, 陈勇, 等. 基于双隐层量子线路循环单元神经

网络的状态退化趋势预测[J]. *机械工程学报*, 2019, 55(6): 83-92.

LI Feng, XIANG Wang, CHEN Yong, et al. State degradation trend prediction based on double hidden layer quantum circuit recurrent unit neural network[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 55(6): 83-92. (in Chinese)

[3] YAN Ruqiang, LIU Yongbin, GAO R X. Permutation entropy: a nonlinear statistical measure for status characterization of rotary machines[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, 29: 474-484.

[4] 李洪儒, 于贺, 田再克, 等. 基于二元多尺度熵的滚动轴承退化趋势预测[J]. *中国机械工程*, 2017, 28(20): 2420-2425, 2433.

LI Hongru, YU He, TIAN Zaike, et al. Degradation trend prediction of rolling bearings based on two-element multiscale entropy[J]. *China Mechanical Engineering*, 2017, 28(20): 2420-2425, 2433. (in Chinese)

[5] 王冰, 胡雄, 李洪儒, 等. 基于基本尺度熵与GG模糊聚类的轴承性能退化状态识别[J]. *振动与冲击*, 2019, 38(5): 190-197, 221.

WANG Bing, HU Xiong, LI Hongru, et al. Rolling bearing performance degradation state recognition based on basic scale entropy and GG fuzzy clustering[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2019, 38(5): 190-197, 221. (in Chinese)

[6] 于重重, 宁亚倩, 秦勇, 等. 基于T-SNE样本熵和TCN的滚动轴承状态退化趋势预测[J]. *仪器仪表学报*, 2019, 40(8): 39-46.

YU Chongchong, NING Yaqian, QIN Yong, et al. Prediction of rolling bearing state degradation trend based on T-SNE sample entropy and TCN[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2019, 40(8): 39-46. (in Chinese)

[7] 李永健, 宋浩, 刘吉华, 等. 基于改进多尺度排列熵的列车轴箱轴承诊断方法研究[J]. *铁道学报*, 2020, 42(1): 33-39.

LI Yongjian, SONG Hao, LIU Jihua, et al. A study on fault diagnosis method for train axle box bearing based on modified multiscale permutation entropy[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2020, 42(1): 33-39. (in Chinese)

[8] 赵荣珍, 李霁蒲, 邓林峰. EWT多尺度排列熵与GG聚类的轴承故障辨识方法[J]. *振动测试与诊断*, 2019, 39(2): 416-423, 451.

ZHAO Rongzhen, LI Jipu, DENG Linfeng. Method integrate EWT multi-scale permutation entropy with GG clustering for bearing fault diagnosis[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2019, 39(2): 416-423, 451. (in Chinese)

[9] 陈东宁, 张运东, 姚成玉, 等. 基于FVMD多尺度排列熵和GK模糊聚类的故障诊断[J]. *机械工程学报*, 2018, 54(14): 16-27.

CHEN Dongning, ZHANG Yundong, YAO Chengyu, et al. Fault diagnosis based on FVMD multi-scale permutation entropy and GK fuzzy clustering[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(14): 16-27. (in Chinese)

[10] 戴邵武, 陈强强, 戴洪德, 等. 基于平滑先验分析和模糊熵的滚动轴承故障诊断[J]. *航空动力学报*, 2019, 34(10): 2218-2226.

DAI Shaowu, CHEN Qiangqiang, DAI Hongde, et al. Rolling bearing fault diagnosis based on smoothness priors approach and fuzzy entropy[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2019, 34(10): 2218-2226. (in Chinese)

[11] RICHMAN J S, MOORMAN J R. Physiological time-series analy-

- sis using approximate entropy and sample entropy[J]. *American Journal of Physiology Heart and Circulatory Physiology*, 2000, 278(6): 2039-2049.
- [12] BANDT C, POMPE B. Permutation entropy: a natural complexity measure for time series[J]. *Physical Review Letters*, 2002, 88(17): 174102.
- [13] CHEN Weiting, WANG Zhizhong, XIE Hongbo, et al. Characterization of surface EMG signal based on fuzzy entropy[J]. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 2007, 15(2): 266-272.
- [14] COSTA M, GOLDBERGER A L, PENG C K. Multiscale entropy analysis of complex physiologic time series[J]. *Physical Review Letters*, 2002, 89(6): 068102.
- [15] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002.
- [16] 邢海燕, 孙晓军, 王犇, 等. 基于模糊加权马尔科夫链的焊缝隐性损伤磁记忆特征参数定量预测[J]. *机械工程学报*, 2017, 53(12): 70-77.
- XING Haiyan, SUN Xiaojun, WANG Ben, et al. Quantitative MMM characteristic parameter prediction for weld hidden damage status based on the fuzzy weighted Markov chain[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2017, 53(12): 70-77. (in Chinese)
- [17] EFRON B, TIBSHIRANI R. Bootstrap methods for standard errors, confidence intervals, and other measures of statistical accuracy[J]. *Statistical Science*, 1986, 1(1): 54-75.
- [18] 郑近德, 陈敏均, 程军圣, 等. 多尺度模糊熵及其在滚动轴承故障诊断中的应用[J]. *振动工程学报*, 2014, 27(1): 145-151.
- ZHENG Jinde, CHEN Minjun, CHENG Junsheng, et al. Multiscale fuzzy entropy and its application in rolling bearing fault diagnosis [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2014, 27(1): 145-151. (in Chinese)

(编辑: 秦理曼)