

套圈变形诱发的薄壁角接触球轴承摩擦特性

崔永存^{1,2}, 王一铭¹, 邓四二¹, 平静艳², 李 响²

(1. 河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471003;
2. 八环科技集团股份有限公司 博士后工作站, 浙江 台州 318000)

摘 要: 针对薄壁轴承在制造、安装过程中套圈变形引起的轴承摩擦力矩变化机理不明的问题, 基于滚动轴承动力学理论, 构建了计入套圈变形时变表征的薄壁角接触球轴承动力学分析模型与摩擦力矩数学模型, 研究了套圈沟曲率半径、变形相位角、半幅值及工况条件对轴承摩擦特性的影响规律。结果表明: 沟曲率半径系数对轴承摩擦力矩的影响随转速临界值变化而发生改变, 该转速值在计入套圈变形时较理想套圈会出现超前或滞后。优化配置套圈变形相位角可降低变形对摩擦力矩的作用。载荷比会影响形成轴承摩擦力矩最小的套圈两瓣波相位角变化的影响小于三瓣波变形。合理控制套圈变形半幅值可降低对轴承摩擦力矩波动性的影响。

关 键 词: 套圈变形; 薄壁角接触球轴承; 轴承动力学; 摩擦特性; 变形相位角; 变形半幅值
中图分类号: V448.25³ **文献标志码:** A

Frictional characteristics induced by ring deformation of thin-wall angular contact ball bearing

CUI Yongcun^{1,2}, WANG Yiming¹, DENG Sier¹, PING Jingyan², LI Shang²

(1. School of Mechatronics Engineering,
Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan 471003, China;
2. Post-Doctoral Workstation,
Bahuan Technology Group Company, Limited, Taizhou Zhejiang 318000, China)

Abstract: Targeting the unclear mechanism of the frictional torque variation induced by the ring deformation in the process of manufacturing and installation of the thin-wall angular contact ball bearings, based on the dynamic theory of rolling bearing, the dynamic analysis model and friction torque mathematical model of thin-wall angular contact ball bearing were established considering the time-varying representation of the ring deformation, and the effects of the ring groove curvature radius, the deformation phase angle, the half amplitude, and the working conditions on the frictional characteristics were studied. The results indicated that: the influence of the groove radius of curvature coefficient on the frictional torque changed at different speed critical values, which preacted or lagged compared with the ideal ring when considering the ring deformation. Optimal configuration of deformation phase angle of the ring can reduce the effect of the deformation on the frictional torque. The load ratio affected the deformation phase angle of the ring forming the minimum frictional torque, whose effect on the phase angle of two-lobe wave was less than that of three-lobe wave deformation. A reasonable control of half amplitude of ring deformation can reduce the influence of frictional torque fluctuation.

收稿日期: 2021-09-19

基金项目: 国家自然科学基金(52005158); 山东省重点研发计划(2020CXGC011003)

作者简介: 崔永存(1986—), 男, 讲师, 博士, 研究方向为滚动轴承设计及原理。

通信作者: 王一铭(1998—), 男, 硕士生, 研究方向为滚动轴承设计及原理。E-mail: 1532020082@qq.com

引用格式: 崔永存, 王一铭, 邓四二, 等. 套圈变形诱发的薄壁角接触球轴承摩擦特性[J]. 航空动力学报, 2023, 38(4): 964-975. CUI Yongcun, WANG Yiming, DENG Sier, et al. Frictional characteristics induced by ring deformation of thin-wall angular contact ball bearing[J]. Journal of Aerospace Power, 2023, 38(4): 964-975.

Keywords: ring deformation; thin-wall angular contact ball bearing; rolling bearing dynamics; frictional characteristics; deformation phase angle; half amplitude of deformation

宇航技术的发展为滚动轴承增添了更广泛的应用领域,例如在火箭动力燃料泵、卫星天线、导航系统、太阳板反射镜、承载平台驱动装置以及空间站仪器仪表等场合。由于宇航空间位置限制,通常会优先选用质量轻而横截面小的薄壁轴承。薄壁角接触球轴承既可以承受径向力也可承受轴向力,既适用于低速和小摩擦的运动,也可用于高速支承。宇航空间中薄壁轴承工作时转速范围从振荡角只有几毫秒的最小调节运动到 10 000 r/min 的数量级,要求其在工作期间应具有高恒定且极小的摩擦力矩,以达到机构预设功能的精确实现,整机系统稳定在轨运行。在宇宙微重力环境下,轴承摩擦特性成为影响机构运行的凸显技术指标。由于该类轴承较小的宽径比,在加工、应用过程中极易产生套圈大变形,从而影响轴承的回转精度^[1],进而造成轴承在服役过程中出现摩擦力矩幅值及波动值异常增大的现象,降低系统稳定性、指向精度、回转准确性等,严重时会引起机构的颤振。因此,有必要开展计入套圈大变形的薄壁角接触球轴承摩擦特性研究,揭示套圈变形引起的薄壁角接触球轴承摩擦力矩变化影响的机制。

20 世纪 50 年代, Palmgren^[2] 在大量试验数据的基础上,结合相应的理论对不同类型轴承的摩擦力矩计算方法进行了推导,奠定了对滚动轴承摩擦特性研究的基础。此后,国内外学者对轴承摩擦力矩做了大量研究。邓四二等^[3-4] 基于角接触球轴承拟动力学分析理论及能量守恒理论,建立了角接触球轴承的摩擦力矩理论模型,研究了轴承主要结构参数、工况条件、滚道波纹度等对轴承摩擦特性的影响。Wang 等^[5] 基于灰色系统理论,建立了脂润滑的角接触球轴承摩擦力矩预测模型,分析表明该模型在不同工况下的建模数据和模型验证数据均表现良好,具有良好的计算精度和鲁棒性。Tong 等^[6-7] 提出了一种改进的角接触球轴承摩擦力矩计算模型,考虑套圈的倾斜作用,研究了角位移以及径向和轴向载荷对角接触球轴承摩擦力矩的影响。Liu 等^[8] 建立了考虑各元件间接触力变化的角接触球轴承摩擦力矩时变计算方法,分析了波纹度幅值、波纹度阶数和工况条件对轴承摩擦力矩的影响。Zhang 等^[9] 基于摩擦学理论和多体动力学理论,建立了一种考

虑元件几何缺陷的角接触球轴承的摩擦力矩模型,分析了轴承在时域和频域下因滚道波纹度引起的摩擦力矩变化规律。Popescu 等^[10-11] 对比分析了计算角接触球轴承摩擦摩擦力矩的 4 种方法,并对轴承的摩擦特性进行了分析,但是文中建立模型时未将保持架及润滑剂的作用考虑在内。综上所述可以看出,在对轴承摩擦特性影响研究方面忽略了套圈大变形对轴承性能的影响。在薄壁轴承性能研究方面, Ostapski 等^[12] 建立了谐波减速器用薄壁角接触球轴承的有限元分析模型,对滚动体与滚道间的接触特性进行了分析。蔡素然等^[13] 对工业机器人专用薄壁轴承的启动摩擦力矩及在设计过程中关键参数进行了分析,给出了设计参数选取原则。赵滨海等^[14] 建立了谐波传动中薄壁柔性轴承的力学分析模型,对薄壁柔性轴承的载荷分布规律进行了研究。Leblanc 等^[15] 建立了柔性套圈的圆柱滚子轴承非线性动力学分析模型,对轴承保持架的动力学特性进行了分析。倪艳光等^[16-17] 建立了外圈孤立点支承薄壁角接触球轴承有限元分析模型,考虑外圈受载后弯曲变形对滚动体负荷分布的影响,分析了工况对轴承负荷分布、寿命及刚度等性能的影响,然而文中并未对轴承的摩擦特性进行分析。Potocnik 等^[18] 建立了可以分析套圈非规则预变形的双排球轴承分析模型,利用该模型对轴承承载能力及载荷分布进行了分析。郑昊天等^[19] 对机器人用薄壁角接触球轴承在不同转速、载荷作用的振动特性进行了试验测试,结果表明轴承振动随转速及轴向载荷的增加而增加,且径向载荷超过轴向载荷的 2 倍时,轴承振动显著上升。张阳阳等^[20] 建立了薄壁球轴承的有限分析模型,对轴承的接触特性进行了分析,结果表明壁厚较小的情况下,不可忽略套圈变形的影响。邱明等^[21] 针对薄壁角接触球轴承套圈易发生变形的特点,建立了薄壁轴承显示动力学分析模型,研究了不同轴承转速、轴向载荷、径向载荷对轴承动态特性影响,但是文中建立的模型无法对轴承摩擦特性进行分析。姜祎等^[22] 考虑柔性轴承内外圈的装配预变形、预应力和实际载荷工况,建立了柔性薄壁轴承的有限元分析模型,对柔性轴承内外圈变形、应力以及载荷分布规律进行了分析。林武文等^[23] 搭建了薄壁轴承性能测试平台,开展了薄壁轴承振动试验研究,

结果表明轴承的振动值随着载荷和转速的增加而增加,且载荷的影响最为明显。王亚珍等^[24]基于薄壁圆环理论建立了柔性轴承的理论计算模型,对轴承内部应力与变形特征进行了分析,结果表明通过优化外圈厚度及宽度可以有效改善外圈的应力状况。赵斗生等^[25]建立了柔性轴承的显示动力学分析模型,基于 nCode-DesignLife 疲劳分析软件对柔性轴承套圈的疲劳寿命进行了分析,研究结果表明轴承外圈会同时出现接触疲劳破坏和弯曲疲劳破坏,且外圈会优先于内圈发生疲劳失效。Meng 等^[26]建立了薄壁轴承的有限元分析模型,对刚、柔两种条件下的轴承接触应力和变形进行了分析,结果表明柔性条件下的分析结果与试验结果基本一致。综上所述,目前在薄壁轴承性能研究方面已经取得了较为丰富的研究成果,但这些研究多采用静力学分析方法,无法对计入轴承套圈变形的薄壁轴承开展摩擦特性的相关研究。

鉴于此,本文首先建立薄壁套圈变形的数学表征模型,然后在滚动轴承动力学基础上,考虑变形、润滑等因素,构建薄壁角接触球轴承完全动力学分析模型,研究轴承主要结构参数、套圈变形参数等对薄壁角接触球轴承摩擦特性的影响规律。本文研究成果可为空间宇航、机器人等领域内薄壁角接触球轴承在设计、应用方面提供理论支撑。

1 薄壁角接触球轴承动力学模型

1.1 轴承动力学坐标系的建立

如图 1 为建立的惯性坐标系和若干个局部坐标系。本文研究的轴承工作时内圈旋转,外圈固定,保持架采用外圈引导方式。其中,惯性坐标系为 $(O; X, Y, Z)$,该坐标系在空间中固定不变,其

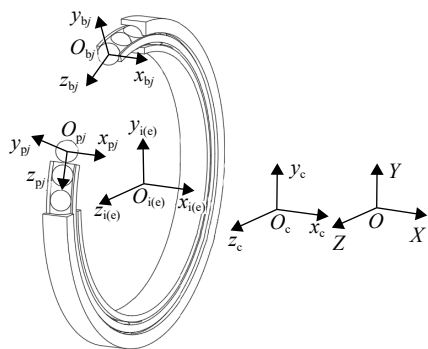


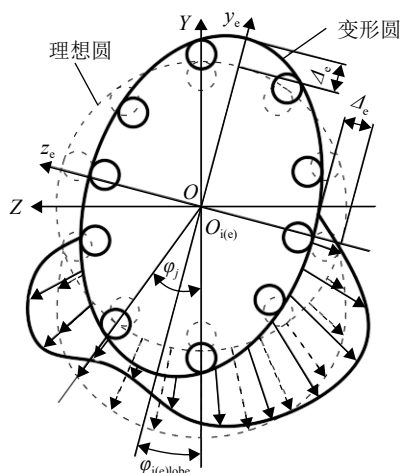
图 1 轴承坐标系

Fig. 1 Coordinate system of bearing

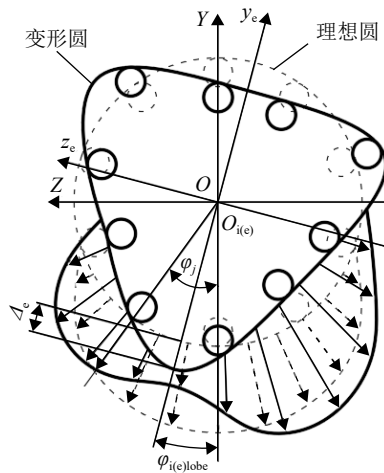
他坐标系均参照该坐标系确定;局部坐标系分别为保持架质心坐标系 $(O_p; x_p, y_p, z_p)$ 、套圈质心坐标系 $(O_{i(e)}; x_{i(e)}, y_{i(e)}, z_{i(e)})$ 、钢球质心坐标系 $(O_{bj}; x_{bj}, y_{bj}, z_{bj})$ 、保持架兜孔坐标系 $(O_{pj}; x_{pj}, y_{pj}, z_{pj})$ 。局部坐标系运转过程中随元件一起运动。

1.2 内外套圈变形时变表征

薄壁轴承的套圈在加工过程中的装夹作用或轴承在安装后受到座孔或轴变形的影响作用,使得轴承在工作时套圈已经不是理论圆而是产生两瓣波或三瓣波的大变形。图 2 为典型的套圈变形示意图。



(a) 两瓣波套圈变形示意图



(b) 三瓣波套圈变形示意图

图 2 典型套圈变形示意图

Fig. 2 Schematic diagram of ring deformation

根据薄壁圆环变形理论,本文推导出了薄壁套圈变形工程应用公式,套圈变形公式表示如下:内圈沟底直径变形为

$$d'_i = d_i + \Delta_i \cos[\lambda_i (\varphi_j - \varphi_{ilobe} - \omega_i t)] \quad (1)$$

外圈沟底直径变形为

$$D'_e = D_e + \Delta_e \cos[\lambda_e(\varphi_j - \varphi_{\text{elobe}} - \omega_e t)] \quad (2)$$

式中 d_i 为内滚道沟底直径; D_e 为外滚道沟底直径; $\Delta_{i(e)}$ 为内(外)滚道变形的半振幅; $\lambda_{i(e)}$ 为内(外)滚道变形的波瓣数; φ_j 为钢球方位角; $\varphi_{i(e)\text{lobe}}$ 为内(外)滚道变形的相位角,文中定义为内(外)滚道变形方向与径向载荷作用方向的夹角; $\omega_{i(e)}$ 为内(外)圈转速; t 为时间。

1.3 轴承动力学微分方程组

1.3.1 钢球动力学微分方程组

轴承运转过程中,作用于钢球上的力如图3所示。

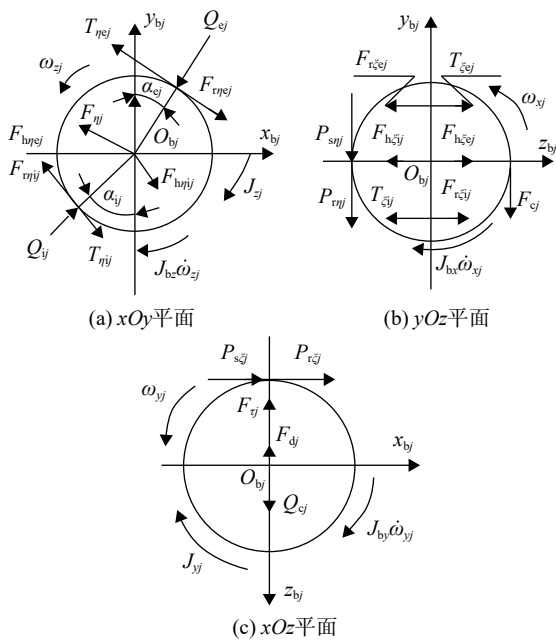


图3 钢球受力示意图

Fig. 3 Schematic diagram of forces acting on ball

建立钢球在惯性坐标系($O; X, Y, Z$)下的非线性动力学微分方程组为

$$\mathbf{A}_e \begin{bmatrix} -Q_{ej} \\ T_{\xi ej} - F_{r\xi ej} + F_{h\xi ej} \\ F_{\eta ej} - T_{\eta ej} - F_{h\eta ej} \end{bmatrix} + \mathbf{A}_i \begin{bmatrix} Q_{ij} \\ F_{r\xi ij} - T_{\xi ij} - F_{h\xi ij} \\ T_{\eta ij} - F_{\eta ij} + F_{h\eta ij} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_{s\xi j} + P_{r\xi j} \\ F_{\eta j} - P_{s\eta j} - P_{r\eta j} - F_{cj} \\ Q_{cj} - F_{dj} - F_{rj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_b \ddot{x}_j \\ m_b \ddot{y}_j \\ m_b \ddot{z}_j \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\frac{D_w}{2} \mathbf{A}_e \begin{bmatrix} 0 \\ T_{\eta ej} - F_{r\eta ej} \\ T_{\xi ej} - F_{r\xi ej} \end{bmatrix} + \frac{D_w}{2} \mathbf{A}_i \begin{bmatrix} 0 \\ T_{\eta ij} - F_{r\eta ij} \\ T_{\xi ij} - F_{r\xi ij} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{D_w}{2} (P_{s\eta j} + P_{r\eta j} - F_{cj}) \\ -\frac{D_w}{2} (P_{s\xi j} + P_{r\xi j}) - J_{yj} \\ -J_{zj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{bx} \dot{\omega}_{xj} \\ -J_{by} \dot{\omega}_{yj} - J_{by} \omega_{mj} \omega_{zj} \\ -J_{bz} \dot{\omega}_{zj} - J_{bz} \omega_{mj} \omega_{yj} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中 $Q_{i(e)j}$ 为钢球与滚道间法向接触力; $[T_{\eta i(e)j}, T_{\xi i(e)j}]$ 为钢球与滚道接触面上的拖动力矢量; Q_{ej} 为钢球与保持架间作用力; F_{cj} 为钢球与保持架间摩擦力; $P_{\eta j}, P_{r\xi j}$ 为钢球表面的滚动摩擦阻力; $P_{s\eta j}, P_{s\xi j}$ 为钢球表面的滑动摩擦阻力; $F_{h\xi i(e)j}, F_{h\eta i(e)j}, F_{r\xi i(e)j}, F_{r\eta i(e)j}$ 为钢球中心流体动压力; F_{dj} 为钢球受到的润滑剂受的阻力; J_{yj} 和 J_{zj} 为钢球在 y_{pj} 和 z_{pj} 方向的惯性力矩; $F_{\eta j}, F_{rj}$ 为钢球的惯性力分量; J_{bx}, J_{by} 和 J_{bz} 为钢球在 x_{pj}, y_{pj} 和 z_{pj} 方向的惯性力矩; m_b 为钢球质量; D_w 为钢球直径; $\mathbf{A}_{i(e)}$ 为旋转矩阵; $\alpha_{i(e)j}$ 为内(外)滚道接触角; x_j, y_j, z_j 为钢球沿 X, Y, Z 轴的位移; ω_{mj} 为保持架公转速度; $\omega_{xj}, \omega_{yj}, \omega_{zj}$ 为钢球沿 X, Y, Z 轴的角速度。

$$\mathbf{A}_{i(e)} = \begin{bmatrix} \sin \alpha_{i(e)j} & 0 & \cos \alpha_{i(e)j} \\ \cos \alpha_{i(e)j} & 0 & -\sin \alpha_{i(e)j} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

1.3.2 保持架动力学微分方程组

如图4为某一时刻保持架受到的作用力示意图。图中, G_c 为保持架重力; F'_{cy}, F'_{cz} 和 M'_{cx} 分别为由流体动压油膜的分布压力产生作用在保持架上的合力的两个正交分量和力矩; T_{cdo} 为保持架圆柱面受到的油气阻滞力矩; T_{cds} 为保持架两侧面受到的油气阻滞力矩; φ_c 为保持架方位角; Δ_{yc}, Δ_{zc} 为保持架质心在 Y, Z 轴方向的偏移量; e 为保持架质心在轴承径向平面内的偏移量; ω_c 为保持架转速; h_0 为保持架外表面到外圈引导面的最小距离。

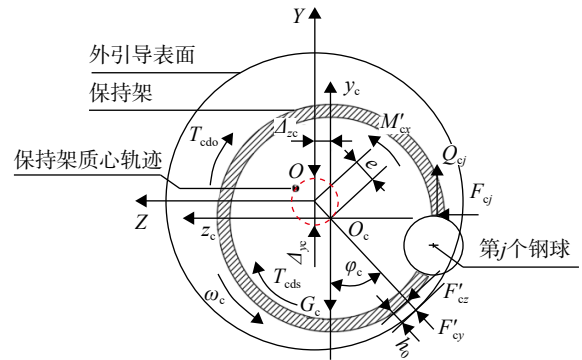


图4 保持架受力示意图

Fig. 4 Forces acting on cage

建立保持架在惯性系($O; X, Y, Z$)下的非线性动力学微分方程组为

$$\sum_{j=1}^N \left\{ \begin{bmatrix} Q_{cxj} \\ Q_{cyj} \\ Q_{czj} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{cxj} \\ F_{cyj} \\ F_{czj} \end{bmatrix} \right\} + \begin{bmatrix} 0 \\ F'_{cy} \cos \varphi_c - F'_{cz} \sin \varphi_c \\ F'_{cy} \sin \varphi_c + F'_{cz} \cos \varphi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_c \ddot{x}_c \\ m_c \ddot{y}_c \\ m_c \ddot{z}_c \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\frac{D'_e + d'_i}{4} \sum_{j=1}^N \left\{ \mathbf{B} \begin{bmatrix} Q_{cxj} + F_{cxj} \\ Q_{cyj} + F_{cyj} \\ Q_{czj} + F_{czj} \end{bmatrix} \right\} + \begin{bmatrix} -M'_{cx} - T_{cdo} - T_{cds} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{cx}\dot{\omega}_{cx} - (J_{cy} - J_{cz})\omega_{cy}\omega_{cz} \\ J_{cy}\dot{\omega}_{cy} - (J_{cz} - J_{cx})\omega_{cx}\omega_{cz} \\ J_{cz}\dot{\omega}_{cz} - (J_{cx} - J_{cy})\omega_{cx}\omega_{cy} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中 Q_{cxj} 、 Q_{cyj} 、 Q_{czj} 为 Q_{cj} 在惯性坐标系 X 、 Y 、 Z 向的分量; F_{cxj} 、 F_{cyj} 、 F_{czj} 为 F_{cj} 在惯性坐标系 X 、 Y 、 Z 向的分量; m_c 为保持架质量; N 为钢球个数; θ_{cy} 、 θ_{cz} 为保持架在惯性坐标系 Y 、 Z 方向的歪斜角; $\mathbf{B}$ 为旋转矩阵; J_{cx} 、 J_{cy} 、 J_{cz} 为保持架绕 X 、 Y 、 Z 轴的转动惯量; ω_{cx} 、 ω_{cy} 、 ω_{cz} 为保持架沿 X 、 Y 、 Z 轴的角速度。

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & -\sin \varphi_j \cos \theta_{cy} & -\cos \varphi_j \cos \theta_{cz} \\ \sin \varphi_j \cos \theta_{cy} & 0 & -\sin \varphi_j \sin \theta_{cy} \\ \cos \varphi_j \cos \theta_{cz} & \cos \varphi_j \sin \theta_{cz} & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

1.3.3 轴承内圈动力学微分方程组

内圈在工作时受到的载荷如图5所示。图中 F_r 、 F_a 、 M 为轴承受到的外部载荷; θ_i 为内圈倾角。

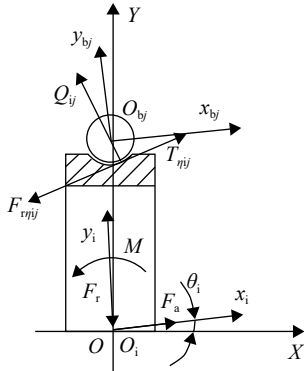


图5 内圈受力示意图

Fig. 5 Forces acting on inner ring

建立内圈在惯性坐标系($O; X, Y, Z$)下的非线性动力学微分方程组为

$$\begin{bmatrix} F_a \\ F_{ry} \\ F_{rz} \end{bmatrix} + \sum_{j=1}^N \left\{ \mathbf{C} \begin{bmatrix} -Q_{ij} \\ F_{t\eta j} - T_{\eta j} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} m_i \ddot{x}_i \\ m_i \ddot{y}_i \\ m_i \ddot{z}_i \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} M_y \\ M_z \end{bmatrix} - \sum_{j=1}^N \left\{ \begin{bmatrix} \sin \alpha_{ij} \sin \varphi_j & \cos \alpha_{ij} \sin \varphi_j \\ \sin \alpha_{ij} \cos \varphi_j & \cos \alpha_{ij} \cos \varphi_j \end{bmatrix} \cdot \left[\bar{r} Q_{ij} + \frac{D_w}{2} \sin \alpha_{ij} (T_{\eta j} - F_{t\eta j}) \right] \right\} = \begin{bmatrix} J_{iy} \dot{\omega}_{iy} - (J_{iz} - J_{ix}) \omega_{iz} \omega_{ix} \\ J_{iz} \dot{\omega}_{iz} - (J_{ix} - J_{iy}) \omega_{ix} \omega_{iy} \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中 m_i 为内圈质量; F_{ry} 和 F_{rz} 为在惯性坐标系下径向载荷 F_r 在 Y 和 Z 方向上分量; M_y 和 M_z 为 M 在惯性

坐标系下 Y 和 Z 方向上内圈所受的额外力矩; $\bar{r}$ 为内滚道沟曲率半径中心轨迹圆半径, $\bar{r} = 0.25(D'_e + d'_i) + (f_i - 0.5)D_w \cos \alpha_{ij}$; $\mathbf{C}$ 为旋转矩阵; J_{ix} 、 J_{iy} 、 J_{iz} 为内圈绕 X 、 Y 、 Z 轴的转动惯量; ω_{ix} 、 ω_{iy} 、 ω_{iz} 为内圈沿 X 、 Y 、 Z 轴的角速度; f_i 为钢球的内沟曲率系数。

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sin \alpha_{ij} & -\cos \alpha_{ij} \\ \cos \alpha_{ij} \cos \varphi_j & \sin \alpha_{ij} \cos \varphi_j \\ -\cos \alpha_{ij} \sin \varphi_j & -\sin \alpha_{ij} \sin \varphi_j \end{bmatrix} \quad (11)$$

2 薄壁角接触球轴承摩擦力矩模型

薄壁角接触球轴承摩擦力矩产生的主要因素有: 钢球与滚道间的弹性滞后、差动滑动、自旋滑动, 钢球与保持架间的摩擦、保持架与引导挡边间的作用等。

2.1 弹性滞后引起的摩擦力矩

弹性滞后引起的摩擦力矩分量为

$$M_r = \frac{\sum_{j=1}^N E_{rej} + \sum_{j=1}^N E_{n\eta j}}{2\pi n_i} \quad (12)$$

式中 $E_{n(e)j}$ 为第 j 个钢球由于材料弹性滞后损耗能量。

$$E_{n(e)j} = \frac{3\beta \Gamma_{i(e)}}{2} \frac{|n_{i(e)} - n_m| R_{i(e)j}}{\left(\frac{\pi}{2\zeta} \sum \rho \right)^{2/3}} \left(\frac{3}{2k_{i(e)}} \right)^{1/3} \left[\left(\frac{1 - \varepsilon_{i(e)}^2}{E_{i(e)}} + \frac{1 - \varepsilon_b^2}{E_b} \right) \right]^{1/3} Q_{i(e)j}^{4/3} \quad (13)$$

$$R_{i(e)j} = 0.25(D'_e + d'_i) \left(1 \pm \frac{D_w \cos \alpha_{i(e)j}}{\frac{D'_e + d'_i}{2}} \right) \quad (14)$$

式中 β 为材料弹性滞后系数, 钢取 $\beta = 0.01$; $\Gamma_{i(e)}$ 为第一椭圆积分; ζ 为第二椭圆积分; $n_{i(e)}$ 为内圈或外圈旋转速度; n_m 为滚动体公转速度; $R_{i(e)j}$ 为第 j 个钢球与滚道接触处轴承旋转轴的距离, 钢球相对外滚道取“+”号, 相对内滚道取“-”号; $\sum \rho$ 为主曲率和; $\varepsilon_{i(e)}$ 为内、外圈的泊松比; $E_{i(e)}$ 为内、外圈的弹性模量; ε_b 为钢球的泊松比; E_b 为钢球的弹性模量; $k_{i(e)}$ 为接触区域椭圆率。

2.2 差动滑动引起的摩擦力矩

差动滑动引起的摩擦力矩分量为

$$M_d = \frac{\sum_{j=1}^N E_{di,j} + \sum_{j=1}^N E_{de,j}}{2\pi n_i} \quad (15)$$

式中 $E_{di(e),j}$ 为差动滑动引起的第 j 个钢球与滚道间损耗的能量。

$$E_{di(e),j} = \iint_{\Omega} v_{\eta\xi} f_d \frac{3Q_{i(e),j}}{2\pi a_{i(e),j} b_{i(e),j}} \cdot \left[1 - (\eta_{i(e),j}/a_{i(e),j})^2 - (\xi_{i(e),j}/b_{i(e),j})^2\right]^{\frac{1}{2}} d\eta d\xi \quad (16)$$

式中 $a_{i(e),j}$ 、 $b_{i(e),j}$ 为接触区半轴长; $v_{\eta\xi}$ 为钢球与滚道间摩擦因数; f_d 为钢球与滚道在接触处差动滑动方向上的相对速度差; Ω 为钢球与滚道间椭圆接触区域; $\eta_{i(e),j}$ 、 $\xi_{i(e),j}$ 为接触区任意点坐标。

2.3 自旋滑动引起的摩擦力矩

自旋滑动引起的摩擦力矩分量为

$$M_s = \frac{\sum_{j=1}^N E_{si,j} + E_{se,j}}{2\pi n_i} \quad (17)$$

式中 $E_{si(e),j}$ 为自旋滑动引起的第 j 个钢球与滚道间损耗的能量。

$$E_{si(e),j} = \frac{3Q_{i(e),j}\omega_{si(e),j}a_{i(e),j}}{8} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \mu_s \left(1 - \left[1 - \left[1 - \left(\frac{a_{i(e),j}}{b_{i(e),j}}\right)^2\right]^{-1}\right] \sin^2 \theta_{i(e)}\right)^{\frac{1}{2}} d\theta \quad (18)$$

式中 $\omega_{si(e)}$ 为钢球在内(外)滚道上的自旋分量; μ_s 为钢球与滚道间的自旋摩擦因数; $\theta_{i(e)}$ 为接触区任一点到接触区中心点的角度。

2.4 钢球与保持架间的摩擦力矩

钢球与保持架间的摩擦力矩分量为

$$M_c = \frac{\sum_{j=1}^N E_{c,j}}{2\pi n_i} \quad (19)$$

式中 $E_{c,j}$ 为单位时间内钢球与保持架间摩擦消耗的能量。

$$E_{c,j} = 0.5D_w (F_{cx,j}\omega_{x,j} + F_{cy,j}\omega_{y,j}) \quad (20)$$

2.5 保持架与引导挡边间的摩擦力矩

保持架与引导挡边间的摩擦力矩分量为

$$M_l = \frac{\omega_c M'_{cx}}{2\pi n_i} \quad (21)$$

2.6 总摩擦力矩

总摩擦力矩为

$$M = M_r + M_d + M_s + M_c + M_l \quad (22)$$

3 计算结果及分析

以某型空间宇航用薄壁角接触球轴承为例,基于构建的计入套圈变形的角接触球轴承动力学分析模型,重点分析沟曲率半径系数、套圈变形相位角、半振幅对轴承摩擦力矩的影响规律。轴承主要参数见表1。

表1 薄壁角接触球轴承尺寸参数

Table 1 Dimensional parameters of thin-wall angular contact ball bearing

参数	数值
内径/mm	212.0
外径/mm	248.0
初始接触角/(°)	40.0
钢球直径/mm	16.333
钢球个数/mm	36
保持架外径/mm	236.0
保持架内径/mm	218.0

3.1 对比验证

为验证本文建立的分析模型的可靠性,将分析结果与舍弗勒集团(FAG)开发的轴承分析软件 BearinX 计算结果进行了对比。选用表1所示参数轴承,对比不同轴承转速、径向载荷对轴承摩擦力矩的影响变化规律。从图6可以看出,轴承摩擦力矩随转速的增加而增加。转速低于4500 r/min时本文计算结果大于 BearinX 计算结果,随着转速的增加, BearinX 计算结果大于本文计算结果。

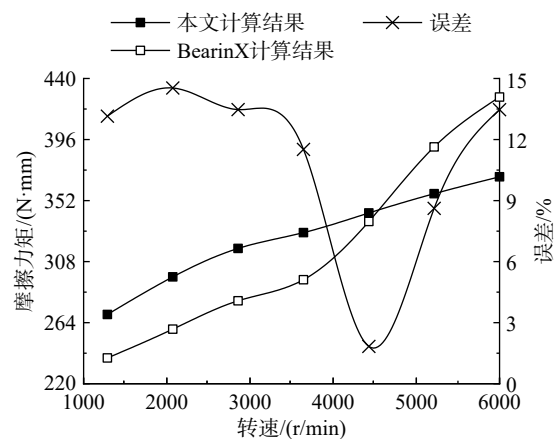


图6 转速对轴承摩擦力矩的影响

Fig. 6 Influence of speed on friction torque

图7为径向载荷变化对轴承摩擦力矩的影响。从图可知,径向载荷增加,轴承摩擦力矩随之增加。综上可以看出,本文计算结果与 BearinX 计算结果基本一致,最大误差不超过 15%,验证了本文建立的摩擦力矩模型计算结果的可靠性。产生误差的原因为:建立的模型不完全相同,例如润滑剂拖动特性等。

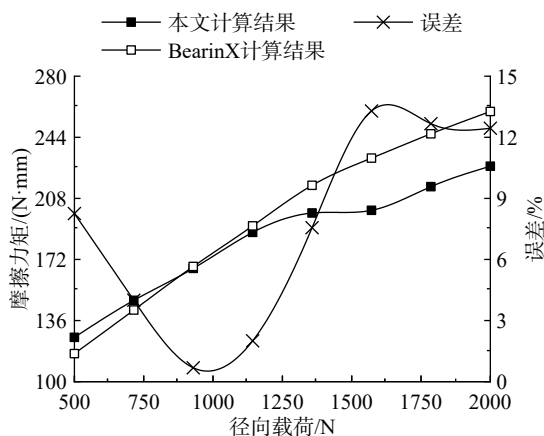


图7 径向载荷对轴承摩擦力矩的影响

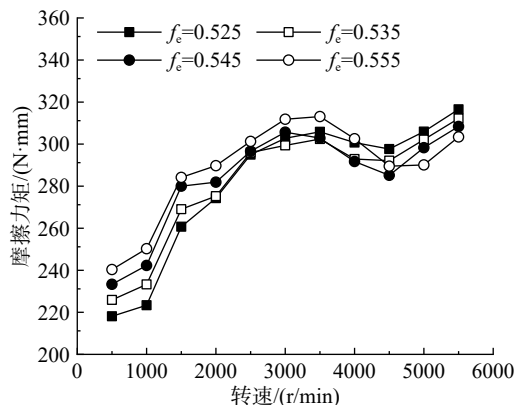
Fig. 7 Influence of radial load on friction torque

3.2 沟曲率半径系数对轴承摩擦力矩的影响

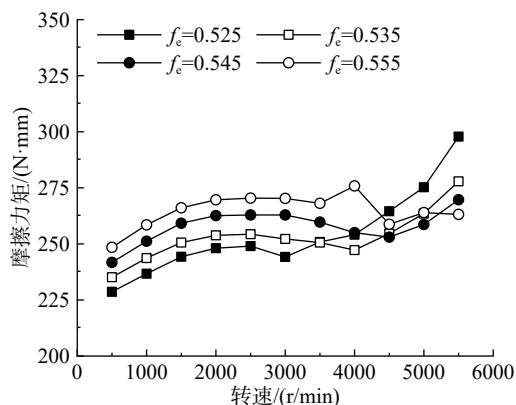
假定轴承轴向载荷为 3 000 N、径向载荷为 0 N,图8为不同外沟曲率半径系数 f_e 对轴承摩擦力矩的影响。

由图8可知:随着转速的增大,轴承摩擦力矩呈先增大、后减小、再增大的趋势。从图8(a)可知,当轴承外圈无变形时,轴承转速低于 2 500 r/min 时,外沟曲率半径系数取值在 0.525 附近,轴承摩擦力矩较低;随着转速的增加,其范围在 2 500 r/min 至 3 500 r/min 时,外沟曲率半径系数取值在 0.535 时轴承摩擦力矩较低;随着转速继续增加至 4 500 r/min 时,外沟曲率半径系数取值在 0.545 时轴承摩擦力矩较低;在转速大于 5 000 r/min 时,外沟曲率半径系数取值在 0.555 时轴承摩擦力矩较低。当计入外圈变形时,如图8(b)所示,由于外滚道变形对轴承起到类似径向预紧的作用效果,相比不考虑轴承套圈变形时,同等沟曲率半径系数时对应的临界转速均有所增大,即相同转速下计入外圈变形时沟曲率半径相比理想套圈取值较小。综上,在设计精密薄壁角接触球轴承时,应考虑套圈变形的影响作用,根据实际加工或安装能保证的套圈变形参数及相应的轴承转速选用合适的沟曲率半径参数。

图9为内沟曲率半径系数 f_i 变化对轴承摩擦力矩的影响。由图9(a)可知:转速较低时较大的



(a) 无变形

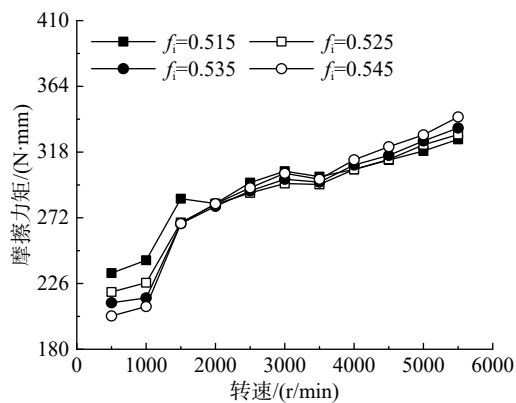


(b) 外圈变形

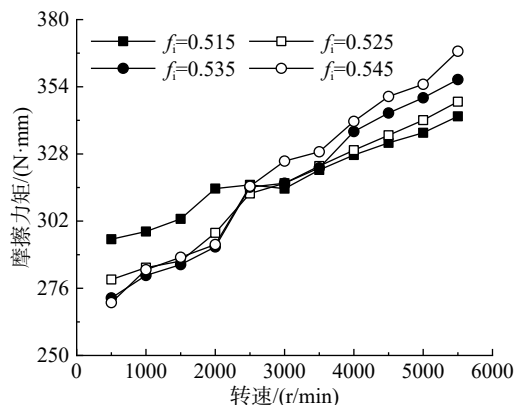
图8 外沟曲率半径系数对摩擦力矩的影响

Fig. 8 Influence of outer ring groove curvature coefficient on friction torque

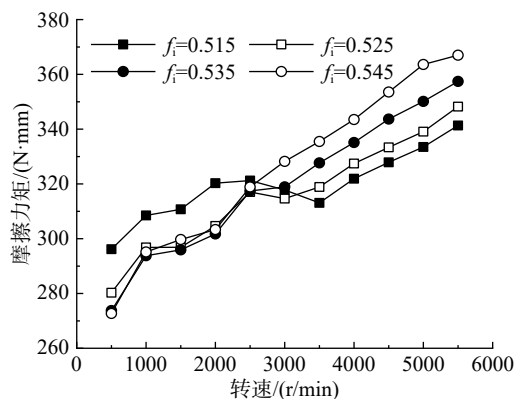
内沟曲率半径系数易得到较低的摩擦力矩;当转速较高时较小的内沟曲率半径系数更加有利于降低轴承的摩擦。这说明低速下较大的内沟曲率半径系数有助于钢球与滚道间润滑油膜的形成,高速下反之。由图9(b)可知,计入内圈变形时,获得最小摩擦力矩的内沟曲率半径系数变化的转速临界值均有所降低。由图9(c)可知,当内、外圈同时变形时,转速临界值与仅内圈变形情况下的基本一致。综上可知,内圈变形会增加相同条件



(a) 无变形



(b) 内圈变形



(c) 内、外圈同时变形

图9 内沟曲率半径系数对摩擦力矩的影响

Fig. 9 Influence of inner ring groove curvature coefficient on friction torque

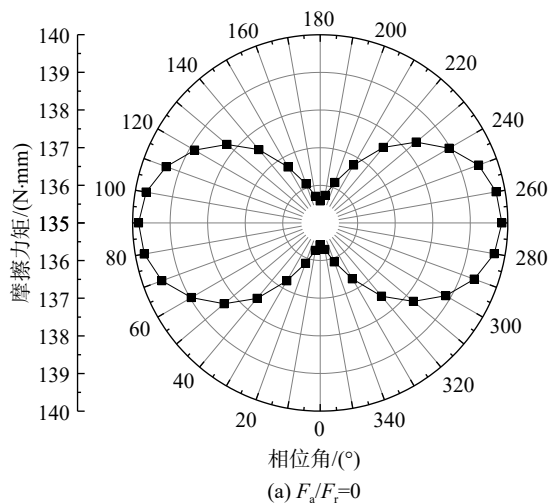
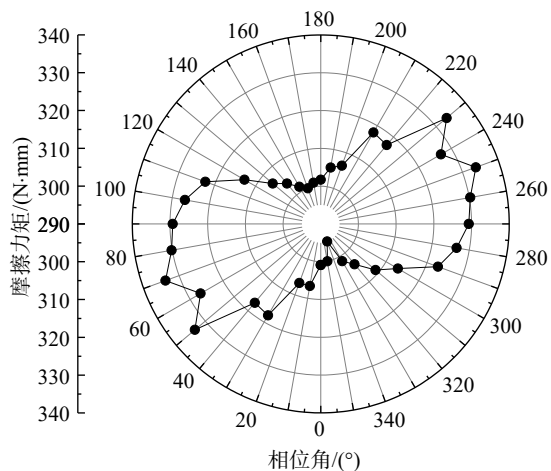
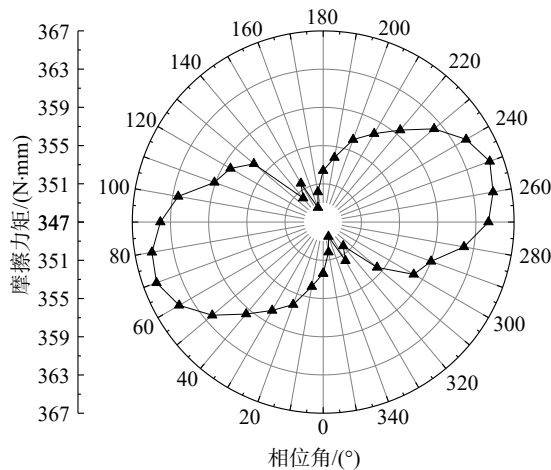
下轴承运转过程中的摩擦力矩的大小。而外圈变形较内圈对摩擦力矩的影响相对较小,在使用中可以根据需求灵活调整。

3.3 套圈变形相位角对轴承摩擦力矩的影响

定义载荷比为轴承所受轴向载荷 F_a 与径向载荷 F_r 之比。假设内圈转速为 3 000 r/min、径向载荷为 2 000 N, 图 10 和图 11 为外圈变形的相位角对轴承摩擦力矩的影响。由图 10 可知,当改变套圈变形的相位角时轴承摩擦力矩也随之改变。对于套圈变形波瓣数为 2 时,变形相位角相差 180° 时的轴承摩擦力矩基本相同。当载荷比为 0 时,最小摩擦力矩出现在 0° 和 180° 相位角处;随着载荷比的增大,出现最小摩擦力矩的相位角逐渐变化为 $340^\circ \sim 350^\circ$ 、 $160^\circ \sim 170^\circ$ 相位角处。综上可知,不同的套圈变形相位角的改变会导致轴承摩擦力矩改变。

由图 11 可知:对于套圈变形波瓣数为 3 时,相位角相差 120° 时的轴承摩擦力矩基本相同。从图 11(a) 可知,当轴承载荷比为 0 时,最小摩擦力矩出现在 0° 、 120° 和 240° 相位角处。随着轴承

载荷比的进一步增大,出现最小摩擦力矩的相位角随之变化,其值从 0° 、 120° 和 240° 逐渐变为 300° 、 60° 和 180° 。综上分析,相位角的改变会导致轴承摩擦力矩改变。对于套圈两瓣波变形时,相位角的变化对最小轴承摩擦力矩位置影响不大,但是对套圈三瓣波变形时的最小摩擦力矩的相位角有较大的影响。

(a) $F_a/F_r=0$ (b) $F_a/F_r=1.25$ (c) $F_a/F_r=1.5$

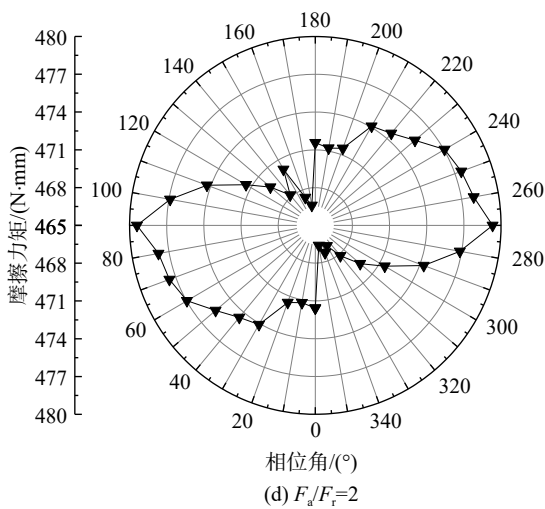


图10 波瓣数为2时套圈变形相位角对摩擦力矩的影响
Fig. 10 Influence of ring deformation phase angle on friction torque when the number of lobes is 2

套圈变形相位角变化对轴承摩擦力矩的影响变化的原因可以从以下方面分析: 由于外滚道变形是相对于轴承回转中心的中心对称, 每当相位角变化 $(360/n)^\circ$ 时, 变化前后轴承外滚道形状相同。由套圈变形理论模型可知, 在 $0\sim 2\pi$ 范围内, 内、外滚道变形经历了 n 个周期, 即每隔 $(360/n)^\circ$, 内、外滚道变形的值相等, 因而每变化 $(360/n)^\circ$ 轴承摩擦力矩相同。当载荷比为0、相位角为 0° 时, 径向载荷方向上的外圈沟底直径扩大, 该点的外滚道所受应力变小, 轴承承载区扩大, 故轴承摩擦力矩较小。当相位角从 $[0+360/n(m-1)]^\circ$ 增大到 $[360/2n+360/n(m-1)]^\circ$ ($m=1,2,3,\dots,n$)时径向载荷方向上的外滚道所受应力逐渐增大, 轴承承载区逐渐减小, 故轴承摩擦力矩逐渐增大。当相位角从 $[360/2n+360/n(m-1)]^\circ$ 增大到 $[360/n+360/n(m-1)]^\circ$ 时, 变化趋势与之相反。

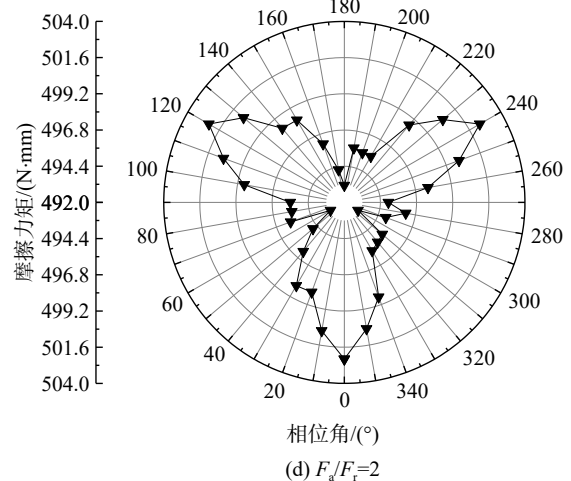
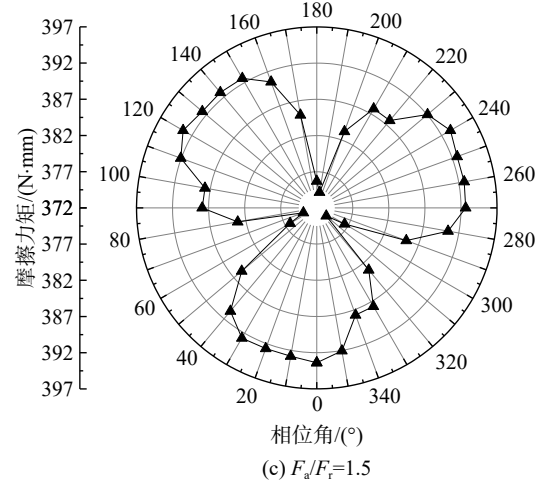
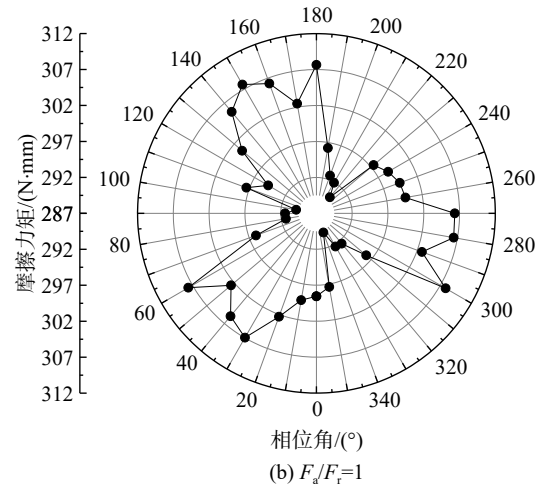
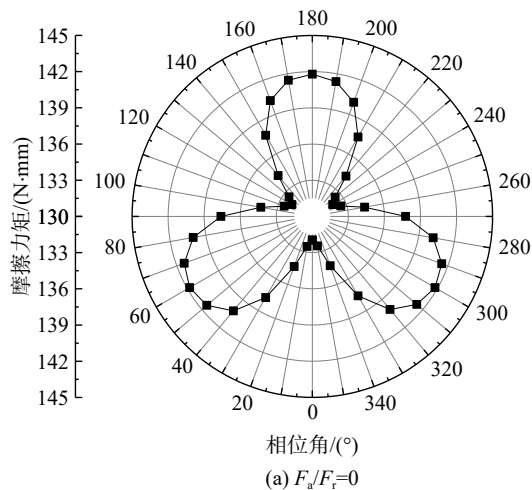


图11 波瓣数为3时套圈变形相位角对摩擦力矩的影响
Fig. 11 Influence of ring deformation phase angle on friction torque when the number of lobes is 3

综上分析可以得出, 如果在实际轴承应用过程中不可避免地发生套圈的变形, 可以考虑将套圈变形的位置进行调整, 以降低套圈变形对轴承摩擦的影响, 获得较小的轴承摩擦力矩。

3.4 套圈变形半振幅对轴承摩擦力矩的影响

图12~图15展示了外圈固定、内圈转速为

3 000 r/min、径向载荷为 0 N、轴向载荷为 1 500 N 情况下,滚道变形半振幅对轴承摩擦力矩的影响。

图 12 为外滚道为两瓣波变形下半振幅对轴承摩擦力矩及波动的影响。由图可知,随着半振幅的增大,轴承摩擦力矩的均值基本呈线性增大趋势。摩擦力矩的变化幅值在半振幅为 0.06、0.08 mm 时较小。

图 13 为外滚道为三瓣波变形下半振幅对轴承摩擦力矩及振动的影响。由图可知,随着半振幅的增大,轴承摩擦力矩的均值基本呈线性增大趋势。摩擦力矩的变化幅值在半振幅为 0.02、0.04、0.08、0.14 mm 时较小,呈先减小后增大、再减小再增大的趋势。

图 14 是内滚道为两瓣波变形下半振幅对轴承摩擦力矩及波动的影响。由图可知,随着半振幅的增大,轴承摩擦力矩的均值基本呈线性增大趋势。摩擦力矩的变化幅值先减小后增大,在半振幅为 0.08、0.10 mm 时较小。

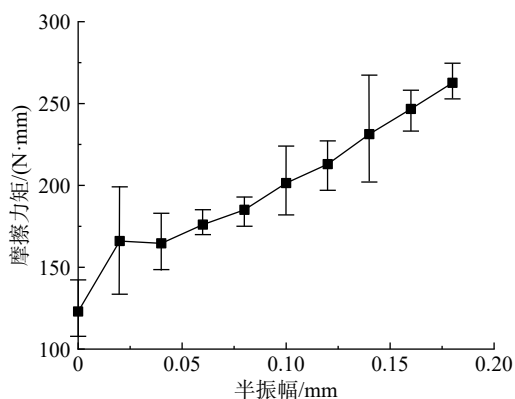


图 12 外圈波瓣数为 2 时半振幅对摩擦力矩的影响

Fig. 12 Influence of semi-amplitude of outer ring deformation on friction torque when the number of lobes is 2

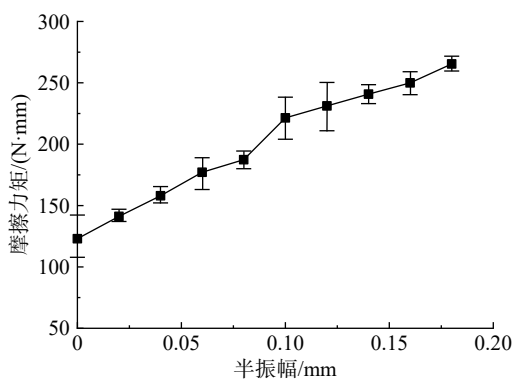


图 13 外圈波瓣数为 3 时半振幅对摩擦力矩的影响

Fig. 13 Influence of semi-amplitude of outer ring deformation on friction torque when the number of lobes is 3

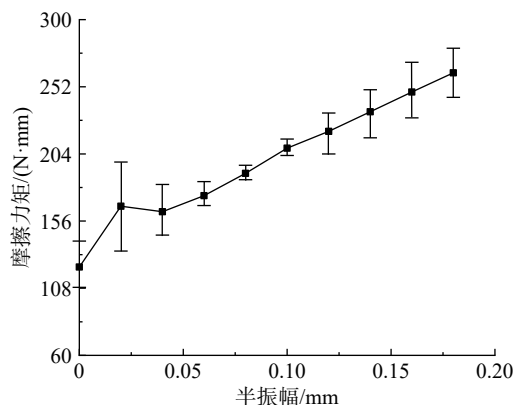


图 14 内圈波瓣数为 2 时半振幅对摩擦力矩的影响

Fig. 14 Influence of semi-amplitude of inner ring deformation on friction torque when the number of lobes is 2

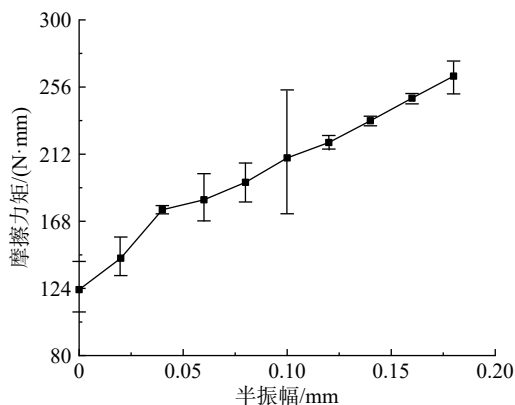


图 15 内圈波瓣数为 3 时变形半振幅对摩擦力矩的影响

Fig. 15 Influence of semi-amplitude of inner ring deformation on friction torque when the number of lobes is 3

图 15 是内圈为三瓣波变形下半振幅对轴承摩擦力矩及振动的影响。由图可知,随着半振幅的增大,轴承摩擦力矩的均值基本呈线性增大趋势。摩擦力矩的变化幅值在半振幅为 0.04、0.12、0.14、0.16 mm 时较小,变化规律与外圈变形规律基本一致。

随着半振幅的增大,轴承受到的预紧作用更加显著,钢球与滚道间最大作用力增大,从而钢球与滚道间由弹性滞后和差动滑动引起的摩擦增大,进而轴承摩擦力矩也增大。当滚道为两瓣波变形时,摩擦力矩变化幅值在半振幅变化范围内仅会出现一个使其幅值较小的区间;当滚道为三瓣波变形时,在半振幅变化范围内会出现两个使摩擦力矩变化幅值较小的区间。

4 结 论

1) 较大的外沟曲率半径系数或较小的内沟曲率半径系数可使轴承在较高转速下获得较低的

摩擦力矩。相比理想套圈,当外圈变形时,同等的外沟曲率半径系数对应更高的转速临界值;当内圈变形时,相同的内沟曲率半径系数对应的转速临界值更低。

2) 将套圈变形的的位置进行适当调整,可降低套圈变形对轴承摩擦的影响,获得较小的轴承摩擦力矩。内圈变形对摩擦力矩影响要大于外圈变形的影响。

3) 随着载荷比的变化,使得最小轴承摩擦力矩的套圈变形相位角随之变化。载荷比对获得最小轴承摩擦力矩的套圈两瓣波变形相位角变化的影响要小于对套圈三瓣波变形相位角变化的影响。

4) 套圈变形半振幅不同对轴承所受摩擦力矩及其波动程度也不同,过低和过高的半振幅均不利于轴承摩擦力矩波动性的减小。套圈变形为两瓣波时,存在一个套圈变形半振幅范围使得轴承摩擦力矩波动性较小;而套圈变形为三瓣波时,在两个套圈变形半振幅变化范围使得轴承具有较小的摩擦力矩波动性。

参考文献:

- [1] PATALAS A, REGUS M, PETA K. Studies of thin-walled parts deformation by gripping force during turning process on an example of bearing ring[J]. MATEC Web of Conferences, 2018, 244: 02010.1-02010.6.
- [2] PALMGREN A. Ball and roller bearing engineering[M]. Philadelphia, US: Burbank, 1959.
- [3] 邓四二, 李兴林, 汪久根, 等. 角接触球轴承摩擦力矩波动性分析[J]. 机械工程学报, 2011, 47(23): 104-112.
DENG Sier, LI Xinglin, WANG Jiugen, et al. Analysis on the friction torque fluctuation of angular contact ball bearings[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(23): 104-112. (in Chinese)
- [4] 邓四二, 李兴林, 汪久根, 等. 角接触球轴承摩擦力矩特性研究[J]. 机械工程学报, 2011, 47(5): 114-120.
DENG Sier, LI Xinglin, WANG Jiugen, et al. Frictional torque characteristic of angular contact ball bearings[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(5): 114-120. (in Chinese)
- [5] WANG Baomin, GAO Chao, WU Zaixin, et al. Prediction of the friction torque in grease lubricated angular contact ball bearings using grey system theory[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2016, 30(5): 2195-2201.
- [6] TONG V C, HONG S W. Study on the running torque of angular contact ball bearings subjected to angular misalignment[J]. Journal of Engineering Tribology, 2018, 232(7): 890-909.
- [7] TONG V C, HONG S W. Improved formulation for running torque in angular contact ball bearings[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2018, 19(1): 47-56.
- [8] LIU Jing, LI Xinbin, DING Shizhao, et al. A time-varying friction moment calculation method of an angular contact ball bearing with the waviness error[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 148(1): 1-23.
- [9] ZHANG Xi, XU Hua, CHANG Wei, et al. Torque variations of ball bearings based on dynamic model with geometrical imperfections and operating conditions[J]. Tribology International, 2019, 133: 193-205.
- [10] POPESCU A, HOUPERT L, OLARU D N. Four approaches for calculating power losses in an angular contact ball bearing[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 144: 1-20.
- [11] POPESCU A, OLARU D N. Influence of lubricant on the friction in an angular contact ball bearing under low load conditions[J]. Materials Science and Engineering, 2020, 724: 012040.1-012040.8.
- [12] OSTAPSKI W, MUKHA I. Stress state analysis of harmonic drive elements by FEM[J]. Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Technical Sciences, 2007, 55(1): 115-123.
- [13] 蔡素然, 陈原, 叶军, 等. 工业机器人专用薄壁密封轴承结构设计分析[J]. 轴承, 2007(12): 10-13.
CAI Suran, CHEN Yuan, YE Jun, et al. Thin-walled and sealed bearing used in industrial robot[J]. Bearing, 2007(12): 10-13. (in Chinese)
- [14] 赵滨海, 刘正士, 宋春磊, 等. 谐波传动薄壁柔性轴承力学分析[J]. 轴承, 2002(10): 1-3.
ZHAO Binhai, LIU Zhengshi, SONG Chunlei, et al. Mechanics analysis on flexible thin wall bearing in harmonic transmission[J]. Bearing, 2002(10): 1-3. (in Chinese)
- [15] LEBLANC A, NELIAS D, DEFAYE C. Nonlinear dynamic analysis of cylindrical roller bearing with flexible rings[J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 325(1): 145-160.
- [16] 倪艳光, 刘万强, 邓四二, 等. 计及套圈变形的薄壁角接触球轴承性能分析[J]. 航空动力学报, 2010, 25(6): 1432-1436.
NI Yanguang, LIU Wanqiang, DENG Sier, et al. Performance analysis of thin-wall angular contact ball bearings considering the ferrule deformation[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(6): 1432-1436. (in Chinese)
- [17] 倪艳光, 刘玉, 焦育杰, 等. 薄壁深沟球轴承负荷分析及寿命研究[J]. 机械传动, 2012, 36(6): 1-4.
NI Yanguang, LIU Yu, JIAO Yujie, et al. The research on the load distribution and life in thin-wall deep groove ball bearing[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2012, 36(6): 1-4. (in Chinese)
- [18] POTOČNIK R, GÓNCZ P, GLODEZ S. Static capacity of a large double row slewing ball bearing with predefined irregular geometry[J]. Mechanism and Machine Theory, 2013, 64: 67-79.
- [19] 郑昊天, 邱明, 王东峰, 等. 机器人用薄壁角接触球轴承振动特性的试验研究[J]. 轴承, 2015(12): 42-45.
ZHENG Haotian, QIU Ming, WANG Dongfeng, et al. Experimental study on vibration characteristics of thin-walled angular contact ball bearings in Robots[J]. Bearing, 2015(12): 42-45. (in Chinese)
- [20] 张阳阳, 邱明, 王东峰, 等. 基于有限元法的薄壁角接触球轴承接触特性分析[J]. 轴承, 2016(9): 21-24.
ZHANG Yangyang, QIU Ming, WANG Dongfeng, et al. Analysis on contact characteristics of thin-walled angular contact ball bearings based on finite element method[J]. Bearing, 2016(9): 21-24. (in Chinese)
- [21] 邱明, 郑昊天, 陈龙, 等. 机器人用薄壁角接触球轴承动态特性分析[J]. 机械设计与制造, 2017(9): 250-253.
QIU Ming, ZHENG Haotian, CHEN Long, et al. Analysis on dynamic characteristics of thin-section angular contact ball bearings for robots[J]. Machinery Design and Manufacture, 2017(9): 250-253. (in Chinese)
- [22] 姜祎, 王亚珍, 赵坤, 等. 谐波减速器柔性薄壁轴承的力学特性分析[J]. 轴承, 2017(1): 10-14.

- JIANG Yi, WANG Yazhen, ZHAO Kun, et al. Mechanical property analysis of flexible thin bearing in harmonic drive[J]. *Bearing*, 2017(1): 10-14. (in Chinese)
- [23] 林武文, 李振, 王娇娇, 等. 薄壁轴承性能测试平台设计与实现[J]. *润滑与密封*, 2017, 42(11): 100-105.
- LIN Wuwen, LI Zhen, WANG Jiaojiao, et al. Design and implementation of performance testing rig for thin-wall bearing[J]. *Lubrication Engineering*, 2017, 42(11): 100-105. (in Chinese)
- [24] 王亚珍, 汪安明, 赵坤, 等. 基于薄壁圆环理论的机器人用柔性轴承变形特征快速求解[J]. *农业工程学报*, 2019, 35(3): 60-66.
- WANG Yazhen, WANG Anming, ZHAO Kun, et al. Fast solution for deformation characteristics of flexible bearing of robot based on thin-walled ring theory[J]. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering*, 2019, 35(3): 60-66. (in Chinese)
- [25] 赵斗生, 王亚珍, 赵坤. 基于动力学的柔性轴承疲劳寿命仿真分析[J]. *轴承*, 2019(7): 20-23.
- ZHAO Dousheng, WANG Yazhen, ZHAO Kun. Simulation analysis on fatigue life of flexible bearings based on dynamics[J]. *Bearing*, 2019(7): 20-23. (in Chinese)
- [26] MENG Dezhong, WANG Yanjun, GAO Pengyuan, et al. Thin-wall bearing contact characteristics analysis and deformation research[J]. *Earth and Environmental Science*, 2020, 558(2): 022028.1-022028.8.

(编辑: 陈越、秦理曼)