

空桶燃烧室内连续旋转爆震的稳定性分析

范良忠, 郭康康, 舒 晨, 陈 朋, 聂万胜, 林 伟

(航天工程大学 宇航科学与技术系, 北京 101416)

摘 要: 在空桶燃烧室中开展了不同流量下(142.7~493.9 g/s)的连续旋转爆震试验。流量为 493.9 g/s 时, 爆震波的传播速度接近 Chapman-Jouguet(CJ)理论参考值。随着流量的减小, 爆震波的传播速度和压力逐渐降低。当流量降至 142.7 g/s, 爆震波演化为双波模式, 并伴有熄灭-再起爆现象。而且, 爆震波的压力和速度周期性波动, 平均传播速度仅为 76.8% 的 CJ 爆震速度。随后, 采用非线性时间序列分析法讨论了不同工况下爆震波的稳定性。结果表明: 流量大于 300 g/s 时, 燃烧室的高频压力序列在相空间中的吸引子收敛为极限环模式。减小流量后导致吸引子趋于混乱, 表明爆震传播稳定性降低, 系统趋于无序状态。该研究讨论了流量对爆震波稳定性的影响, 并探索了非线性时间序列分析在旋转爆震稳定性研究中的应用, 为复杂工况下爆震波稳定性判断提供了方法参考。

关 键 词: 空桶燃烧室; 旋转爆震; 传播稳定性; 非线性时间序列; 相空间重构

中图分类号: V231.2

文献标志码: A

Stability analysis of continuous rotating detonation in hollow combustor

FAN Liangzhong, GUO Kangkang, SHU Chen, CHEN Peng, NIE Wansheng, LIN Wei

(Department of Aerospace Science and Technology,
Space Engineering University, Beijing 101416, China)

Abstract: Rotating detonation experiments were conducted with various mass flow (i.e., 142.7—493.9 g/s) in a hollow combustor. The propagation velocity of the detonation wave was close to the Chapman-Jouguet (CJ) detonation speed when the mass flow reached 493.9 g/s. With the decrease of mass flow, the velocity and pressure of the detonation waves decreased. When it dropped to 142.7 g/s, the detonation waves evolved into a two-wave mode, accompanied by extinction and re-initiation phenomenon. Moreover, the pressure and velocity of the detonation waves fluctuated periodically, and the average propagation velocity was only 76.8% of CJ detonation velocity. Further, the nonlinear time-series analysis was adopted to reveal the stabilities of detonation waves. Results showed that when the mass flow was greater than 300 g/s, the attractor of the pressure time series in the phase space converged to the limit cycle mode. Decreasing the flow led to the disorder of the attractor. It indicated that the stability of the detonation wave decreased, and the system was prone to disorder. This study proved the effectiveness of nonlinear time-series analysis in studying the stabilities of rotating detonation, providing a methodological reference for the judgment of detonation wave stability under complex working conditions.

Keywords: hollow combustor; rotating detonation; propagation stability;
nonlinear time series analysis; phase space reconstruction

收稿日期: 2021-09-26

基金项目: 国家自然科学基金(11902361, 51876219)

作者简介: 范良忠(1996—), 男, 硕士生, 研究领域为连续旋转爆震发动机、液体火箭发动机燃烧不稳定。

通信作者: 林伟(1987—)男, 副教授、硕士生导师, 博士, 研究领域为爆震发动机技术、空间推进技术。E-mail: linweiqy@163.com

引用格式: 范良忠, 郭康康, 舒晨, 等. 空桶燃烧室内连续旋转爆震的稳定性分析[J]. 航空动力学报, 2023, 38(5): 1090-1101. FAN Liangzhong, GUO Kangkang, SHU Chen, et al. Stability analysis of continuous rotating detonation in hollow combustor[J]. Journal of Aerospace Power, 2023, 38(5): 1090-1101.

爆震发动机是一种典型的压力增益燃烧系统, 具有释热快、热效率高等优点, 在新型推进系统中有很好的应用前景^[1]。在各种形式的爆震中, 旋转爆震因其一次点火就可以自持传播的特点得到了广泛研究^[2-5]。其中, 空桶旋转爆震因其与液体火箭发动机高频切向不稳定现象具有相似性而受到关注^[6-7]。

传播稳定性是旋转爆震研究的重点之一^[8]。传统方法是依据胞格图像或速度亏损判断激波与化学反应区的耦合情况^[9-13]。胞格结构记录了爆震波的演化信息, 因此这是识别爆震波稳定性的可靠方法。但该方法仅适合于静止气下的爆震过程, 难以直接应用于连续工作模式下的试验。另一方面, 速度判别法则是一种间接经验法, 可靠性较差。因此, 当前迫切需要一种高效、准确的爆震稳定性分析工具。

试验或仿真研究中, 高频动态压力数据是进行爆震传播特性分析及其模态划分最常用的信息。运用傅里叶变换(FFT)等频谱分析方法将时域信号转化至频域空间, 得到燃烧室内压力波沿周向传播的主导频率, 由此可粗略估计出爆震波的平均传播速度^[14-15]。但是频谱分析是线性过程, 而大多数(几乎所有)实际动力系统都是非线性的。特别地, 对于空桶连续旋转爆震, 爆震波具有高度非稳态的特点, 其燃烧过程受燃烧室结构、流体动力学、化学动力学等因素影响。如果高频压力信号可以表征燃烧室内动力学特性, 那么得到的压力时间序列也应该是非线性的。因此, 引入非线性时间序列分析法有助于揭示爆震波的演化轨迹。

近年来, 人们引入非线性时间序列分析方法诊断燃烧系统的稳定性取得了良好的效果^[16]。Lieuwen等^[17]以此研究了燃气轮机的极限环振荡, 以及固有噪声对燃烧室稳定性的影响。Fichera等^[18]利用相空间重构技术分析燃烧系统的动态行为, 证明所研究的燃烧系统中存在混沌源。葛逸飞等^[19]对火焰发光强度的信号重构出三维相空间, 根据吸引子轨迹的特征区分燃烧状态。爆震方面, Ng^[20-21]通过数值计算研究活化能对爆震波稳定性的影响, 发现随着活化能的增加, 爆震波锋面压力开始出现周期性振荡并形成极限环, 继续增大活化能, 极限环将出现多重分叉。此外, 较大活化能得到的最大 Lyapunov 指数为正值, 表示活化能增加, 系统趋于无序。He等^[22]应用相

空间重构法分析高频压力传感器采集的时间序列, 根据吸引子形状特点将旋转爆震的传播过程分为爆燃模式和爆震模式。这些研究表明非线性时间序列分析在识别燃烧系统的稳定性方面有其独特的优势, 值得进一步探索与应用。

本文旨在结合非线性时间序列分析法讨论空桶燃烧室下旋转爆震波的传播稳定性。首先分析了低流量工况下, 不稳定爆震波的熄灭再起爆现象。然后讨论了3种常见的延迟时间选择方法, 并给出选择建议。随后重构高频压力时间序列的二维相图, 根据相图中吸引子的特征分析爆震波的稳定状态。最后, 基于高频压力时间序列, 提取并分析了关于爆震波压力的时间序列。

1 试验方法与结果

试验系统如图1所示, 图1(a)是喷注通道示意图, 图1(b)显示了燃烧室、预爆管与压力监测点的位置。采用高频压力传感器(PCB 113B24)以及静压传感器分别记录爆震波的传播信号和燃烧室压力。 $p_{j-k \text{ mm}-\alpha}$ 表示位于燃烧室喉部下游 $k \text{ mm}$ 处编号为 j 的测点处的压力值, α 表示相对预爆管入口的周向位置, $\bar{p}_{x-y}$ 表示位于燃烧室喉部下游 $y \text{ mm}$ 处编号为 x 的测点处的静压值。燃烧室的半径和长度依次为 $R=50 \text{ mm}$ 、 $L=70 \text{ mm}$, 进气宽度 $\delta=5 \text{ mm}$ 。燃料和氧化剂分别为氢气(H_2)和空气(air)。关于试验系统更详细的介绍及参数说明可以参考文献[14-15]。试验中固定混合比为0.9, 通过改变总流量开展对比试验。最终选择其中5组典型数据进行分析, 各组试验的质量流量($\dot{m}$)及数据见表1。

表1中 f_{FFT} 是对压力信号傅里叶变换(FFT)后得到的主频率, 使用主频率可估得爆震波平均速度 $V_{\text{FFT}}=2\pi R \times f_{\text{FFT}}$ 。 $\bar{V}$ 和 $\bar{p}$ 分别表示速度 V 和峰值压力 p 的平均值。其中 V 是波传播一周的平均速度, 见图2红色曲线, 定义为 $V=2\pi R/\Delta T$, 用以表征波速随时间的变化。式中 ΔT 在单波模式下是相邻波峰的时间间隔(工况2~工况5), 在双波模式下是每两个波峰之间的时间间隔(工况1)。 S_V 和 S_p 依次为它们的标准偏差, 代表爆震波速度和压力振荡的离散程度, 其表达式为

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (1)$$

最后一项 $\bar{V}/V_{\text{Cl}}$ 表示平均速度相对于当量比

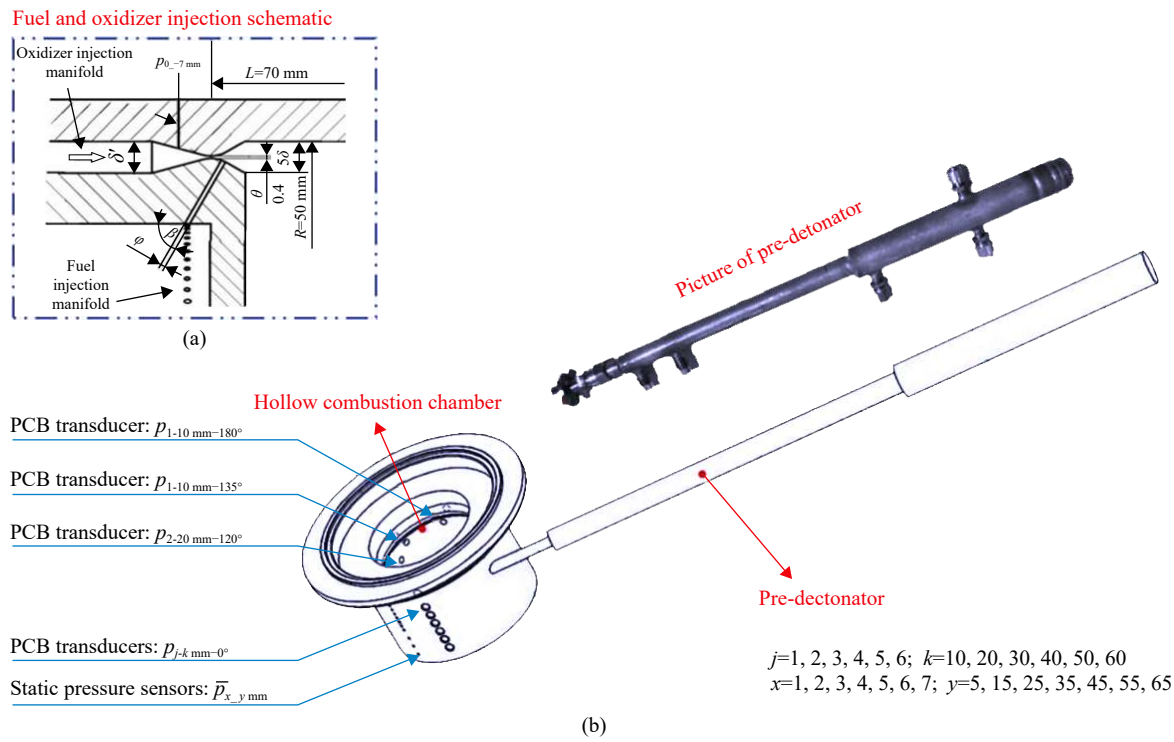


图 1 试验装置示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the experiment apparatus

表 1 设计条件和统计参数

Table 1 Design conditions and statistical parameters

工况编号	$\dot{m}/(\text{g/s})$	波数	$f_{\text{FFT}}/\text{kHz}$	$V_{\text{FFT}}/(\text{m/s})$	$\bar{V}/(\text{m/s})$	S_v	$\bar{p}/\text{MPa}$	S_p	$(\bar{V}/V_{\text{CJ}})/\%$
1	142.7	双波	9.77	1 535.3	1 482.1	87.16	0.246	0.132	76.8
2	188.1	单波	4.98	1 563.3	1 565.9	24.50	0.335	0.120	81.1
3	300.3	单波	5.67	1 781.3	1 784.6	15.73	0.923	0.104	92.4
4	384.8	单波	5.99	1 880.8	1 874.5	15.63	1.138	0.163	97.1
5	493.9	单波	6.14	1 929.4	1 932.6	11.34	1.597	0.198	100.1

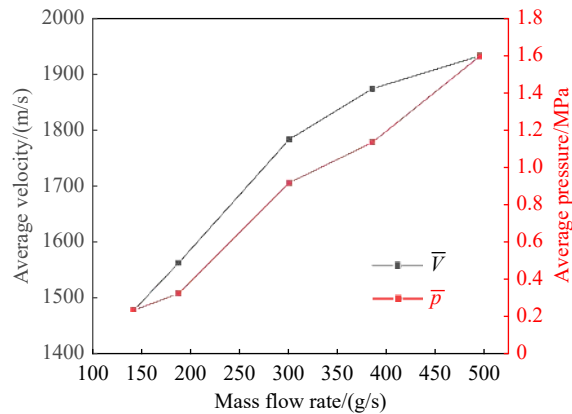


图 2 平均速度和平均压力随流量的变化

Fig. 2 Average velocity and pressure vary with mass flow

为 0.9 的 $\text{H}_2/\text{空气}$ 混合物在温度和压力分别为 300 K、101 325 Pa 条件下的 Chapman-Jouguet (CJ) 爆震速度 (V_{CJ}) 的百分比; 该值常作为爆震波稳定性的参

考^[23]。值得注意的是, 此处的理论速度是在静止预混气条件下获得的, 而实际燃烧室中波前新鲜混气处于非预混状态。综合边界层、侧向膨胀等因素的影响, 环形燃烧室的试验值通常低于参考值^[15,24-25]。然而, 在空桶燃烧室中, 爆震波在外壁面的传播速度可达 111% V_{CJ} ^[23]。原因推断是爆震波切向传播, 环形燃烧室的内、外壁面分别对爆震波起着膨胀和压缩作用, 而空桶燃烧室只有外壁面, 因压缩作用爆震波在外壁处于过驱状态^[23]。

表 1 中工况 1 的频率值远大于其余工况, 这表明工况 1 处于双波模态。并且, 其速度标准差显著大于其他案例, 说明传播过程中速度波动较大, 相对其他案例处于不稳定状态。然而压力的标准差没有突出的特征, 这与爆震固有的三维非定常性有关, 即压力波动是爆震波的固有属性。

此外,随着质量流量(文中简称流量)的增加,爆震波的平均速度和平均压力逐渐增大,如图2所示。当流量小于300 g/s时,平均速度与流量近似呈线性相关;继续增大流量,速度的增幅有所下降。当流量达493.9 g/s时,波速与 V_{CJ} 非常接近,这是稳定爆震的典型表现。以上结果表明入口流量对爆震强度有重要影响。

图3为各组试验高频压力传感器采集的压力信号 $p_{1-10\text{ mm}-0^\circ}$,图3(a)~图3(e)分别表示工况1~工况5,右侧显示了局部放大图。易知,爆震波每经过传感器一次就会在压力曲线上产生一个跃升。压力峰所占时间的长度与压力波的厚度呈

正相关。于是可以将图中的压力波形分为3种类型,分别对应3种爆震波的状态。Ⅲ、Ⅳ、Ⅴ型是急剧上升下降的单峰形态(后文统称Ⅲ型),时间跨度小,说明前导压力波是一道锐利的激波。工况3~工况5大部分时间都维持着该波形,属于稳定爆震。Ⅱ型压力波的跃升仍然十分迅速,压力场间断明显,但高压区持续时间较Ⅲ型更长。工况2处在这种情况下,此时传播速度约为CJ理论速度的81%,属于过渡态。继续弱化工况(降低流量等),激波可能与化学反应区解耦,激波失去反应区的能量补偿后衰减为普通压力波,即Ⅰ型;表现为时间跨度大,并且具有正弦特性。该状态

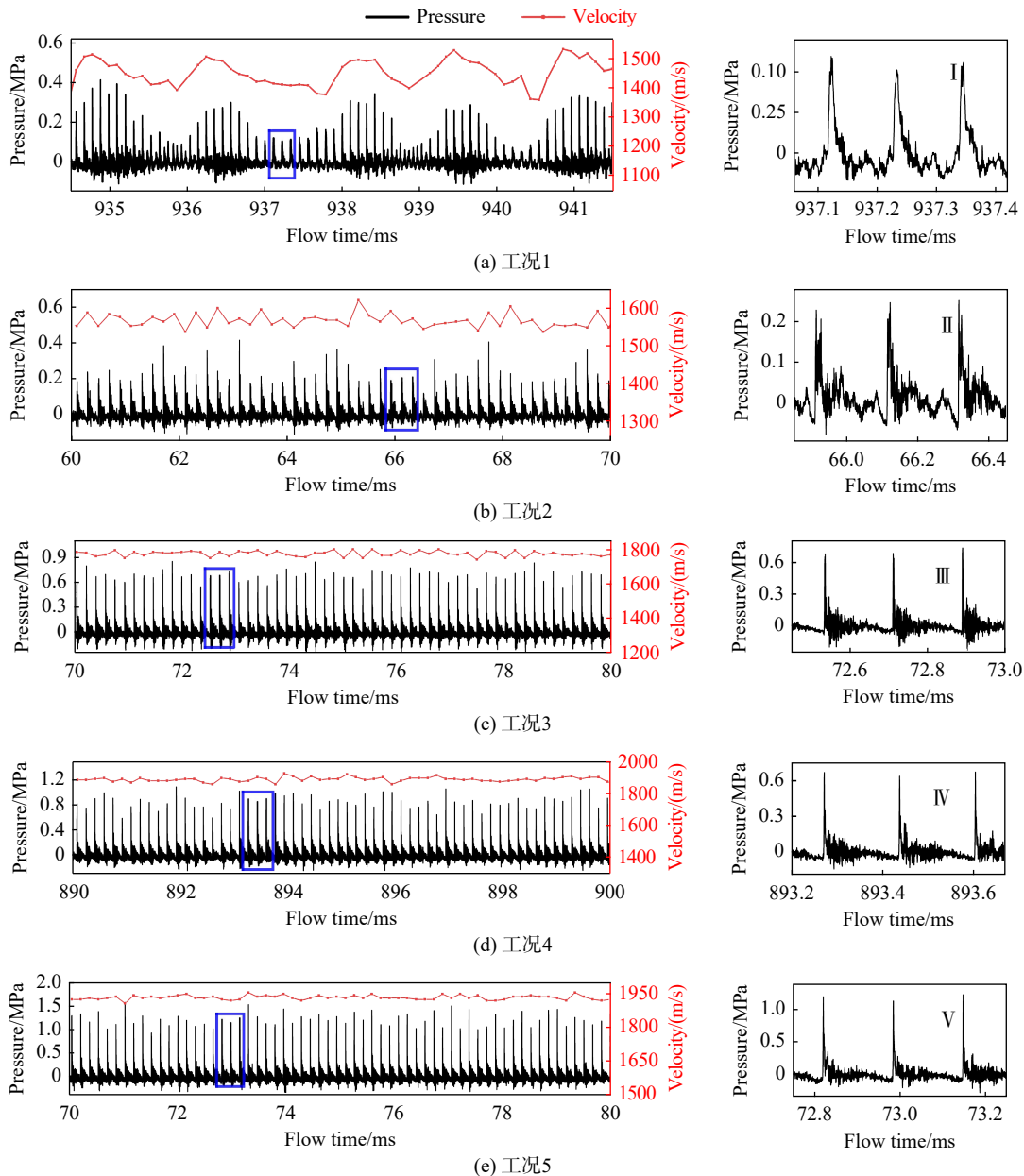


图3 工况1~工况5中高频压力和爆震速度轨迹

Fig. 3 History of the high-frequency pressures and detonation velocities of case 1—case 5

下的爆震波可能衰减消失,也可能重新耦合形成正常爆震波。

图3中红色曲线所表示的速度 V 是爆震波传播一周的平均速度。工况1完整的速度轨迹如图4(a)所示,图4(b)中的压力曲线为压力信号峰值的包络线,表征爆震波的压力变化。可以看出,不稳定爆震波的速度与压力基本保持同步振荡。压力振荡的频率从476 Hz逐渐增加至809 Hz。随着振荡频率的提高,爆震波速从1300 m/s增加到1550 m/s,总体呈上升趋势。

和之前的研究类似^[6,24-26],工况1表现出的不稳定性是爆燃与爆震相互转化的连续过程。当燃烧室内条件适宜时(推进剂流量、混合效率、壁面效应等),爆燃波会自发加速并转变为爆震^[27]。另一方面,化学反应释放的能量不足可能使得压力波与化学反应区之间的诱导距离增大,进而引起爆震强度减弱,甚至退化为爆燃形式。在工况1中,流量的限制使得爆震波结构无法稳定维持,压力波与化学反应区解耦后衰减为I型波,如图5所示;解耦后的化学反应区则可能催生出新的爆震波。Lin等^[26]也提出了类似的观点,暂称之为

“解耦假设”。

图5显示了工况1压力波的典型演化周期,图中彩色曲线是压力峰值的包络线,与图4(b)类似,表示爆震波压力连续变化的轨迹。由于爆震处于双波模式,因此描绘包络时取间隔峰值。图中①、③波谷为旧爆震波熄灭与新爆震波生成的交替阶段。爆震波以两个波峰为一个周期,如图5实线所示。传播周期开始时,前导波的压力幅值较小(I型)。由图3(a)可知此时爆震波的传播速度也处于较小值。随后爆震波逐渐增强,演变为II型和III型。然而,入口流量不足等限制因素不利于高速爆震波的稳定运行,因而再次衰减为I型(②波谷)。爆震波经历第一次衰弱过程后并未立即消失,而是再次增强。它在第二次减弱后熄灭,并伴随着新爆震波的起爆(虚线)。注意相邻波谷之间的差异,①、③波谷出现了更多的压力峰值。根据前文的“解耦假设”,在①、③波谷,解耦的压力波衰减消失,化学反应区催生新的爆震波;而在②波谷,压力波与反应区重新耦合传播。但是,决定爆震波湮灭(②)还是重新耦合(①、③)的因素还有待揭示。

除了“解耦假设”,图1中的预爆管也可能是爆震波强度波动的原因之一。预爆管启动爆震后便以声腔的形式存在于燃烧室中。爆震波经过管口导致压力波向管内传播,到达底部后反射回传。由CHEMKIN软件可求得当量比为0.9时 H_2 /空气混气的爆震产物的平衡声速 $c=1075$ m/s。假设压力波在管内以声速传播,管长为600 mm(图1),则压力波从传入预爆管到反射回燃烧室的频率约为896 Hz。该值虽然大于图4中爆震波的振荡频率,但仍具有可比性。

工况3~工况5的爆震压力较高,声腔的影响效果不明显。而在工况1~工况2中,波峰压力不足0.4 MPa,声腔作用逐渐显著。然而,由于本试验受诊断方法的局限,无法提供更多的信息。

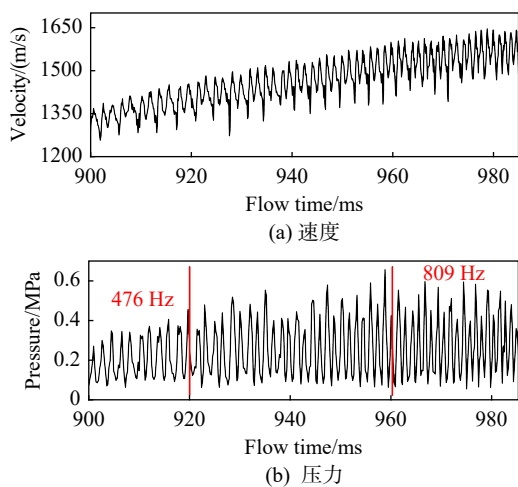


图4 工况1中爆震波的速度及压力曲线

Fig. 4 Speed and pressure curve of detonation wave in case 1

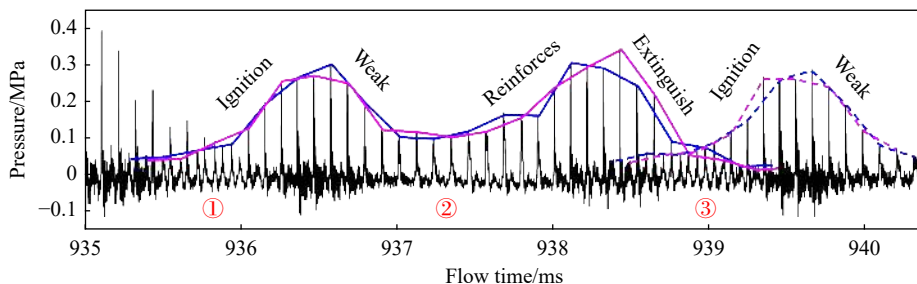


图5 工况1中不稳定爆震传播过程

Fig. 5 Unstable rotating detonation propagation in case 1

因此, 以上推测还需进一步的试验或仿真研究进行佐证。

2 非线性时间序列分析

值得注意的是试验中除了点火时采用起爆管外, 没有引入其他扰动。虽然推进剂供应可以作为扰动项, 但本文中的试验系统及工况总体上是稳定的, 因此可以基本忽略流量供应的影响。在这种情况下, 爆震波的不稳定性主要来自系统内部, 可以认为是自发的过程, 而线性分析方法难以表达更多关于系统时间演化的动态特征。因此, 将采用非线性时间序列分析法直观表现旋转爆震波的传播稳定性。非线性时间序列分析的工作如计算混沌不变量、建立预测模型等都需要基于相空间展开。本文将着重介绍相空间的构建过程及其在识别旋转爆震传播稳定性方面的应用。

2.1 相空间重构概述

非线性时间序列分析基于这样一个认识: 一维标量时间序列是许多物理因素相互作用的综合反映, 因此其蕴含着系统中全部变量的痕迹, 理论上将该序列拓展至高维相空间就能充分显露出动力系统的信息。以上由一维标量序列构造多维相空间的过程便称为相空间重构。相空间中每一个点表示系统可能的状态, 于是, 各点的连线就描述了动力系统在该相空间中的演化轨迹。具有收敛趋势的演化轨迹称为吸引子, 在各种形态的吸引子中, 稳定周期运动的吸引子将表现为极限环模式。

理论上, 重构空间中的吸引子与原动力系统吸引子在拓扑意义上等价, 即两者具有等同的动力学特性^[28]。对于旋转爆震试验, 该方法仅由高频压力时间序列一项有效数据出发, 便可直观识别爆震传播模态^[20]、区分爆燃/爆震现象^[22]。本文旨在应用该方法判断爆震波演化过程的稳定性。

目前, 人们已经提出了多种构建相空间的技术, 例如, Takens、Packard 等^[28-29]提出的导数重构法、坐标延迟重构法, Broomhead 等^[30]提出的主成分法。其中延迟重构法因其操作简单、各延迟分量噪声恒定的特点得到了广泛应用^[31]。其基本原理是: 对于具有 N 个离散数据的一维时间序列 $\{x_i, i \in (1, N)\}$, 引入延迟时间 τ , 可构建 d 维相空间矢量

$$\mathbf{X}_i(d) = [x_i \ x_{i+\tau} \ \cdots \ x_{i+(d-1)\tau}] \quad (2)$$

其中 $1 \leq i \leq N - (d-1)\tau$, 显然所得重构相图的质

量依赖于延迟时间, 选取的延迟时间太小将导致信息冗余, 嵌入向量集中在对角线附近。反之, 取值过大则导致延迟坐标之间相互独立, 向量散布于大片区域, 此时的吸引子轨迹不再表示系统的动力学信息^[32-33]。

2.2 选择延迟时间

延迟时间的选取方法有许多, 例如自相关法^[30]、互信息法^[34]、平均位移法^[33]等, 在不同的研究对象中各有应用^[35-36], 然而, 并没有哪种方法被确认为普适的最优方案。本文将简单介绍后分别应用以上 3 种方法, 并对比它们在旋转爆震时间序列中的表现。

2.2.1 自相关法

自相关法基于维纳-辛钦定理: 自相关函数的傅里叶变换等于功率谱密度。对于采样总数为 N 的时间序列, 离散傅里叶变换(DFT)可以表示为

$$\tilde{s}_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N s_n e^{2\pi i k n / N} \quad (3)$$

频率 $f = k/(N\Delta t)$, 其中 $k = -N/2, -(N/2)+1, -(N/2)+2, \dots, N/2$; Δt 是采样间隔。又因为一个过程的功率谱被定义为连续傅里叶变换的平方模量, 那么, 自相关函数就等于对时间序列离散傅里叶变换的平方的逆变换, 记傅里叶逆变换(IFT)为 f_{IFT}^{-1} , 则自相关函数表示为

$$F_{\text{auto}} = f_{\text{IFT}}^{-1}[(\tilde{s}_k)^2] \quad (4)$$

当自相关函数值下降到阈值 Y 时, 对应的时间 τ 就是重构相空间的延迟时间。不同延迟时间的吸引子轨迹如图 6 所示。

自相关法的算法简单, 计算效率高, 但是只能提取时间序列的线性相关性, 不适合推广至高维研究, 此外, Y 值的选取具有主观性, 需要根据数据特点进行适当调整^[22,37]。对于图 3(a)中 I 处的数据, 图 6(b)~图 6(d)分别对应于阈值 $Y = 1 - e^{-1}$ 、 $Y = e^{-1}$ 和 $Y = 0$ 得到的重构相图。在二维相图中, 关于压力 p 的相空间矢量为 $\mathbf{p}_i(d) = [p_i \ p_{i+\tau}]$ 。图 6(b)中延迟时间 $\tau = 11$, 吸引子轨迹充分展开, 表明 $Y = 1 - e^{-1}$ 是合理的取值。图 6(c)中 $\tau = 17$, 部分轨迹已经发生折叠。值得一提的是当 $Y = 0$ 时, 得到的延迟时间 $\tau = 37$, 该值大约是传播周期的 1/4, 这在具有正弦特征的时间序列中是不错的选择^[32]。但是对于高频传感器信号, 爆震波经过的时间很短, 1/4 周期已经超过了它的时间跨度。这将导致嵌入向量集中在坐标轴附近, 如图 6(d)所示。

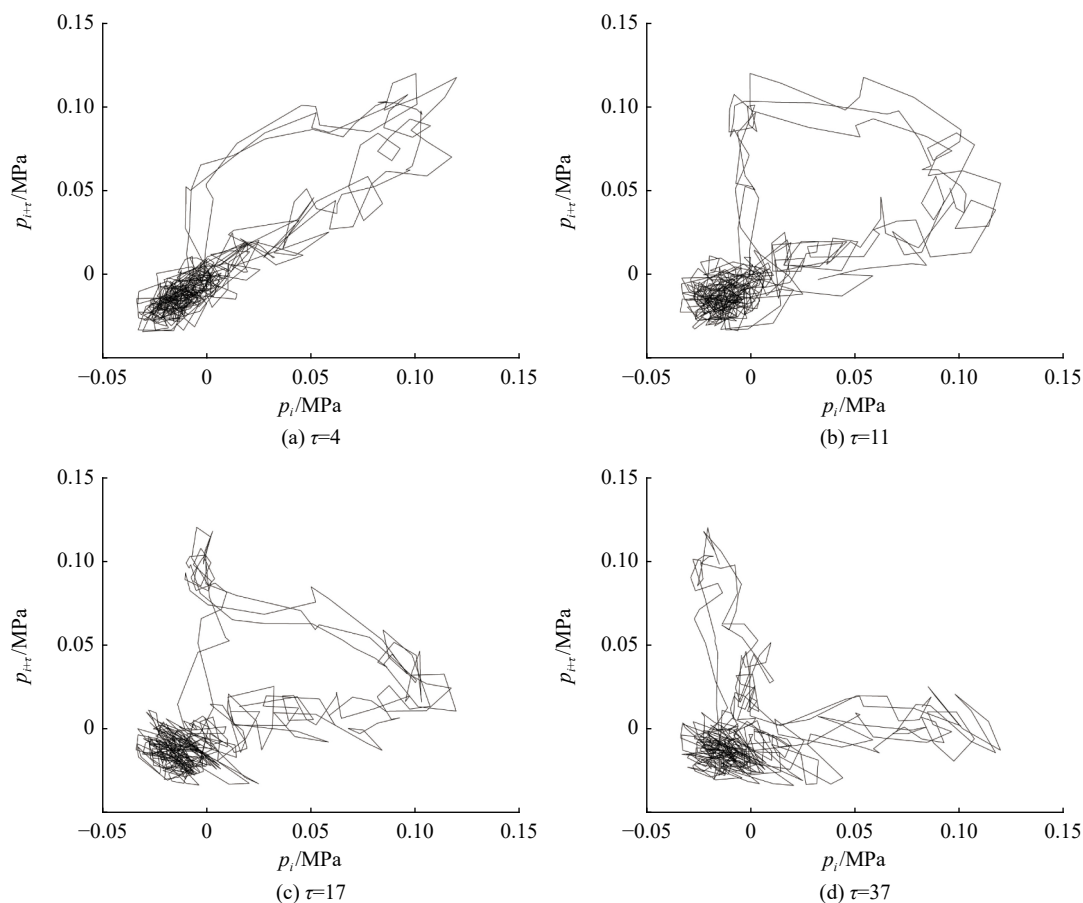


图 6 不同延迟时间的吸引子轨迹

Fig. 6 Attractor trajectories with different delay times

2.2.2 互信息法

Fraser 和 Swinney^[34] 提出的互信息法在一定程度上弥补了自相关法的缺陷, 相比于自相关法的线性依赖, 互信息法提供了更一般的依赖度量。对于原时间序列 $\{x_i, i \in (1, N)\}$, 延迟时间 τ 作为变量, 定义新序列如下:

$$S = \{x_i, i \in (1, N - \tau)\} \quad (5)$$

$$Q = \{x_{i+\tau}, i \in (N - \tau)\} \quad (6)$$

在平面上分别以 S 、 Q 的最值作为横、纵坐标构成一个矩形, 并将矩形分割成大小为 $m \times m$ 的等间距网格, S 中落在第 i 格中的概率记为 $P_S(s_i)$, 类似的, Q 中落在第 j 格中的概率记为 $P_Q(q_j)$, $P_{S,Q}(s_i, q_j)$ 是联合概率分布。则两个序列的信息熵可表示为

$$H(S) = - \sum_{i=1}^m P_S(s_i) \log_2 P_S(s_i) \quad (7)$$

$$H(Q) = - \sum_{j=1}^m P_Q(q_j) \log_2 P_Q(q_j) \quad (8)$$

$$H(S, Q) = - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m P_{S,Q}(s_i, q_j) \log_2 P_{S,Q}(s_i, q_j) \quad (9)$$

互信息公式

$$I(\tau) = I(S, Q) = H(S) + H(Q) - H(S, Q) \quad (10)$$

当互信息曲线第一次到达极小值时, 对应的 τ 值即是系统的最佳延迟时间。此方法没有引入主观参数, 计算工况 1 压力信号的延迟时间为 $\tau = 20$, 吸引子形状与图 5(c) 类似, 显然结果偏大。

2.2.3 平均位移法

1994 年 Rosenstein 等^[33] 提出的平均位移法兼具计算效率高, 噪声影响小的优点。他们在 d 维空间构造了关于 τ 的平均位移函数。

$$S_d(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{\sum_{j=1}^{d-1} (x_{i+j\tau} - x_i)^2} \quad (11)$$

当平均位移函数的 1 阶差分第一次下降到初值的 40% 以下时对应的 τ 即是延迟时间。同样地, 将工况 1 压力信号的图形表现在图 6(a) 中 ($\tau = 4$),

延迟向量集中在对角线附近,说明延迟时间太小,向量间存在强相关。

经过以上计算分析发现,对于高频压力时间序列,互信息法计算的延迟时间普遍偏大,而平均位移法偏小。选用自相关法,并取阈值 $\gamma = 1 - e^{-1}$ 能得到较好的结果。据此计算图3(a)~图3(e)所示时间序列的延迟时间,求得工况1的延迟时间 τ 为5,工况2~工况5均为2。在周期系统中,延迟时间表征了极限环的时间跨度^[38]。即,工况1压力波的时间跨度显著大于其余工况,如图3所示。

2.3 计算嵌入维数

相空间重构技术的另一个关键参数是嵌入维数 d ,许多嵌入定理都论及重构的相空间在何种程度上与原动力系统等价的条件。Takens^[28]证明了对于一个 D 维无限长、无噪声的混沌吸引子的一维标量时间序列,存在拓扑结构完全相同的 d 维嵌入相空间,其中 $d \geq 2D + 1$ 。Tankens 嵌入定理证明了嵌入维数的存在性,但是没有给出选择嵌入参数的建议。虚假最临近点法(FNN)^[39]被认为是计算嵌入维数的有效方法之一,但是该方法在实际操作过程中阈值的选取具有主观性,并且对噪声敏感,因此本文将采用 Cao^[40]改进的平均虚假临近点法(AFN)。

根据相空间重构理论^[28],几何上,一维时间序列是高维混沌运动的投影,而高维向低维投影的过程中,原本并不相邻的两个点可能变得十分接近,称为虚假临近。求嵌入维数的虚假最临近点法将这个过程反向进行,从二维逐渐增加嵌入维数,当 d 维重建空间中保持接近的任意两点在 $d+1$ 维重建空间中仍然接近时,认为虚假临近被剔除,所有虚假临近都被剔除后,混沌运动的轨道完全打开^[36]。基于上述思想,Cao^[40]提出平均虚假临近法,定义

$$a(i, d) = \frac{\|X_i(d+1) - X_{n(i,d)}(d+1)\|}{\|X_i(d) - X_{n(i,d)}(d)\|} \quad (12)$$

其中 $\|\cdot\|$ 是以最大模范数表示的欧几里得距离, $X_{n(i,d)}(d)$ 是在 d 维空间最大模范数下与 $X_i(d)$ 最接近的向量。

平均虚假临近法辨别准则定义如下:

$$E_1(d) = E(d+1)/E(d) \quad (13)$$

其中

$$E(d) = \frac{1}{N-d\tau} \sum_{i=1}^{N-d\tau} a(i, d) \quad (14)$$

当 $E_1(d)$ 不再随嵌入维数的增加而变化时, $d+1$ 便是需要的值。

平均虚假临近法估计高频压力信号序列的嵌入维数如图7所示。图中各种流量下 $E_1(d)$ 的变化曲线非常接近,大约在 $d=12$ 之后不再明显变化。表明旋转爆震系统的复杂程度受流量的影响很小,即使是不稳定状态也没有明显区别。据此,认为合理的嵌入维数是12。虽然本文在绘制相图时采用了二维相平面,但是此处的嵌入维数在计算几何不变量时具有重要作用(本文未体现)。

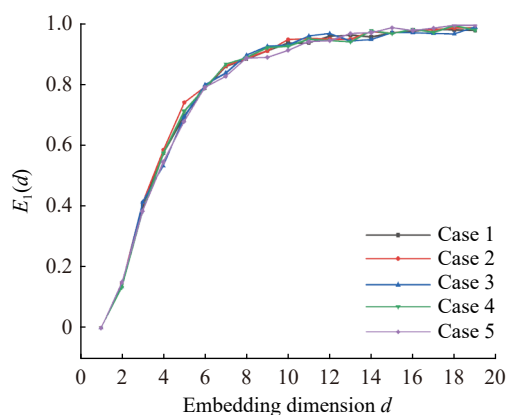


图7 平均虚假临近点法的估计结果

Fig. 7 AFN estimated result

3 讨论

本文对每个试验各取两组序列进行分析。第1组是高频压力传感器记录的压力序列(图3黑色曲线),传感器的采样间隔为 $1/1\,000\,000$ s,这里取其中10000个采样点,共10 ms,即图3所示数据(工况1为930~940 ms)。提取压力曲线上每个峰值作为第2组序列(图4(b)显示了工况1的数据),该序列表征爆震波压力的变化。爆震波压力序列的长度在600~1000之间。5种流量工况,共10组序列。

3.1 高频压力序列

首先,相空间中吸引子的形状特点是时间序列分析的重点之一。但是展示高维相空间是非常困难的,为了直观起见,这里重构了一组二维相图(图8)。吸引子的轨迹主要由左下角的圆团和伸展开的极限环两部分构成。相图直观地表示了压力演化轨迹:爆震波经过传感器时形成一条环线,然后在左下角低压区停留,直到爆震波第2次到达。在流量较小的图8(a)中,爆震波的压力较

小,导致环线靠近圆团。此外,由于爆震波压力振荡显著,吸引子的轨道较宽。图 8(b)中的轨迹混作一团是因为爆震波锋面后跟随着许多杂波(图 3(b)),而且这些杂波的强度与波面具有可比性,填充了极限环与圆团之间的区域。增大流量,爆震波的压力逐渐增强,相图中的环线充分展开,清晰的极限环说明压力信号的频率和振幅具有良好的重复性。爆震处于稳定状态。此外,工况 4 和工况 5 的流量不同导致压力峰值不同,但是它们的吸引子形状几乎相同,说明了两个系统的动态特性相近,即爆震波已经充分发展(97% V_{CJ})。

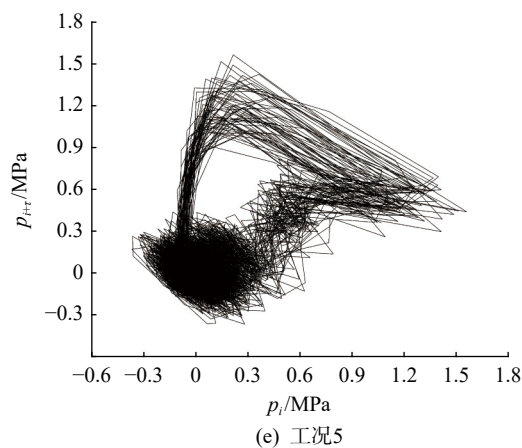
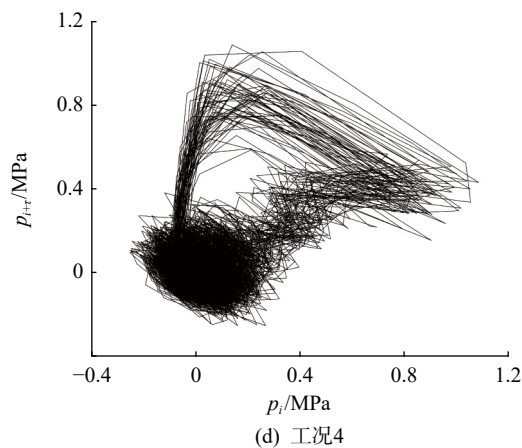
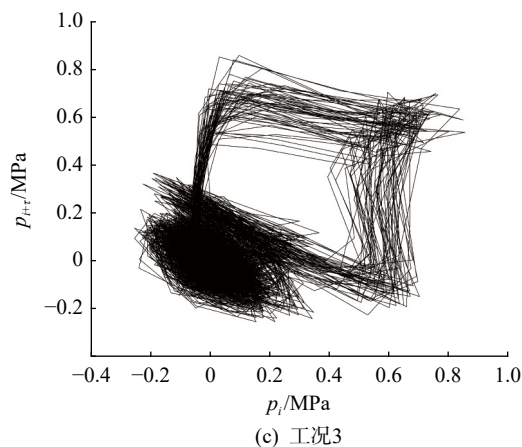
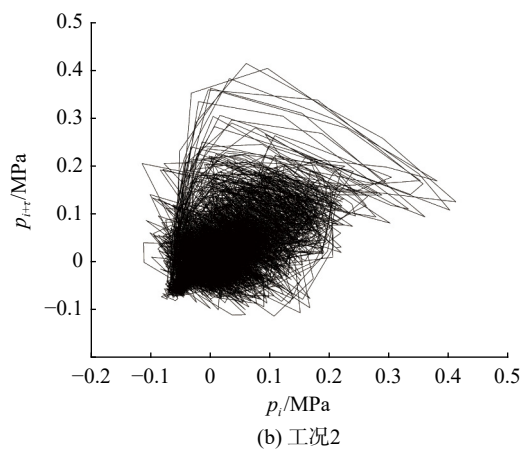
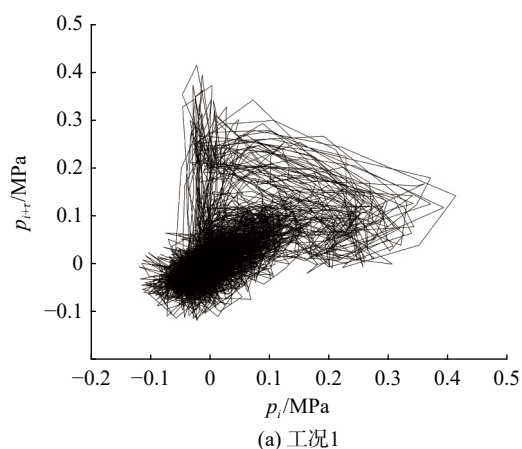


图 8 高频压力信号的二维相位图

Fig. 8 Two-dimensional phase portrait of high frequency signal.

3.2 爆震波压力序列

图 9 显示了工况 1 爆震波压力序列的吸引子轨迹。图中爆震压力振荡呈现双极限环模式(红圈和蓝圈)。这是由于起爆后第一个压力峰值较低。如文中第 2 节所述,当它在减弱后再次增强时,将达到更高的压力。与 Ng、Lee 等^[20, 27] 提高

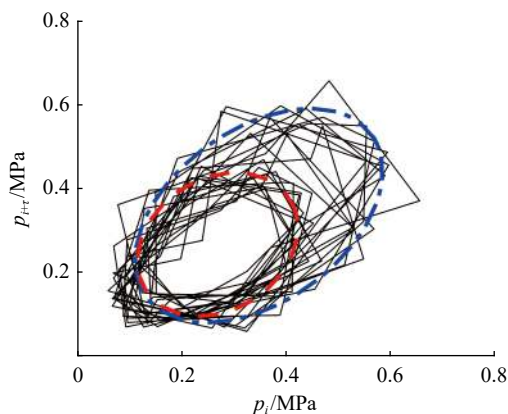


图 9 关于爆震波压力的二维相位图(工况 1)

Fig. 9 Two-dimensional phase portrait of detonation waves' pressure (case 1)

活化能的研究方式不同, 这里吸引子的分叉是由于流量降低造成的。但无论是增加活化能还是降低流量, 本质上都降低了化学反应速率, 从而导致了不稳定爆震。具有明显轨迹的吸引子形状说明不稳定爆震压力的振幅和频率波动存在规律性。本文初步推测是由预爆管声腔干扰引起, 但还需要进一步的试验研究确认。此外, 吸引子的轨迹出现不光滑的特点, 这是采样点数量不足的结果。

试验中燃烧室周向只有一个采样点, 所以爆震波运行一周只有一个波峰数据。从而导致了在一个波动周期中仅 6~8 个采样点。在未来的研究中, 增加均布的监测传感器可以获得更精确的演化轨迹。

图 10 显示了在其他工况下嵌入向量均匀地分散在空间中, 表明爆震本质上是一个高度不稳定的燃烧过程, 在传播过程中压力将不可避免地出现随机振荡。

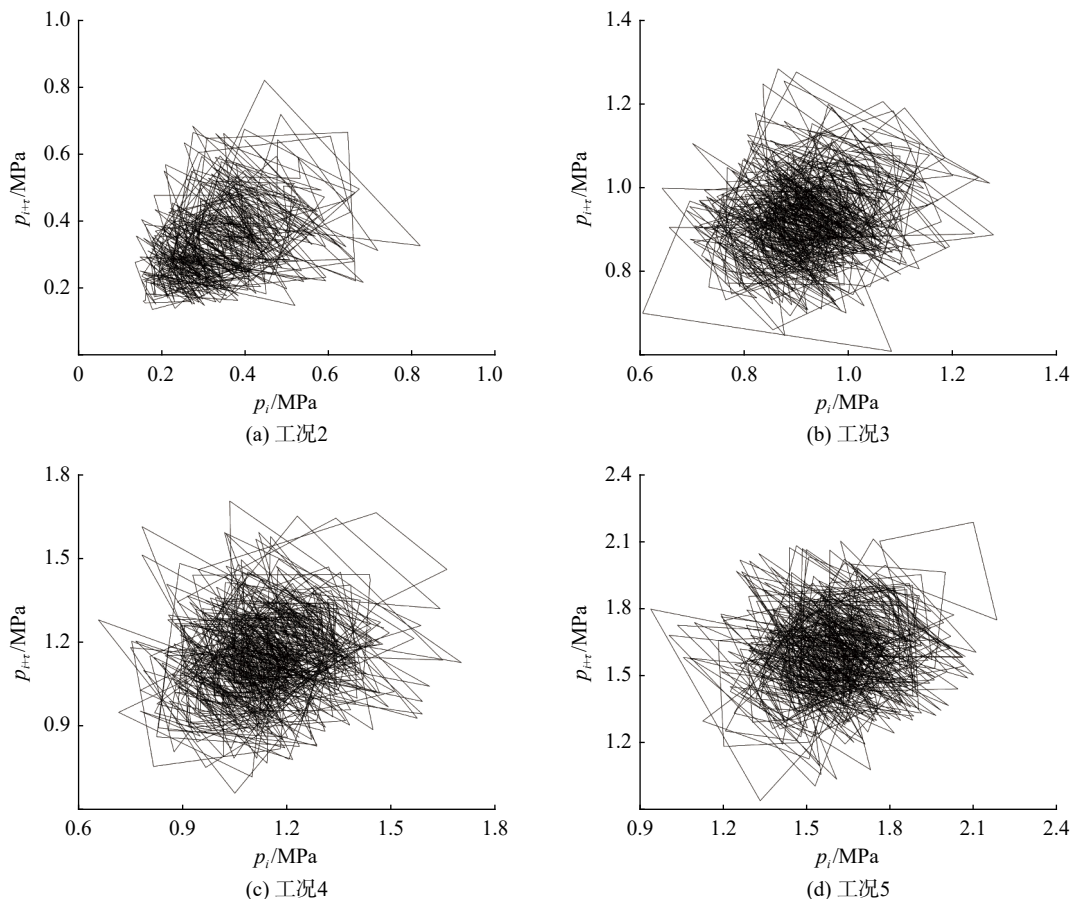


图 10 关于爆震波压力的二维相位图(工况 2~工况 5)

Fig. 10 Two-dimensional phase portrait of detonation waves' pressure for case 2—case 5

4 结 论

本文开展了不同流量下空桶旋转爆震试验, 并结合非线性时间序列分析法讨论了爆震波的传播稳定性, 得出以下结论:

1) 爆震波的传播速度和压力随入口流量的降低而降低。当流量降至 142.7 g/s, 爆震波演化为双波模态, 并伴有熄灭-再起爆现象。

2) 关于非线性时间序列分析, 对比了 3 种延迟时间的估计方法, 结果表明在选取恰当阈值的前提下, 自相关法得到的延迟时间是最合适的。并且稳定爆震的延迟时间小于不稳定情况。

3) 高频压力序列的相空间重构结果表明稳定爆震的吸引子呈极限环模式, 而不稳定爆震的吸引子轨迹趋于混乱。

4) 分析爆震波压力序列发现工况 1 不稳定爆震可能存在两个主振幅, 而稳定的爆震波压力序列表现出随机振荡的特点。

参考文献:

- [1] WOLANSKI P. Detonative propulsion[J]. *Proceedings of the Combustion Institute*, 2013, 34(1): 125-158.
- [2] MA J Z, LUAN M Y, XIA Z J, et al. Recent progress, development trends, and consideration of continuous detonation engines[J].

- [AIAA Journal](#), 2020, 58(12): 4976-5035.
- [3] 马虎, 张义宁, 杨成龙, 等. 燃料分布对旋转爆震波传播特性影响[J]. 航空动力学报, 2019, 34(3): 513-520.
MA Hu, ZHANG Yining, YANG Chenglong, et al. Effects of fuel distribution on propagation of rotating detonation wave[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2019, 34(3): 513-520. (in Chinese)
- [4] 王超, 刘卫东, 刘世杰, 等. 连续旋转爆震波的瞬时传播特性[J]. 航空动力学报, 2015, 30(11): 2600-2606.
WANG Chao, LIU Weidong, LIU Shijie, et al. Instantaneous propagation characteristics of continuous rotating detonation wave[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2015, 30(11): 2600-2606. (in Chinese)
- [5] 孙健, 周进, 林志勇, 等. 燃烧室轴向长度对旋转爆震发动机性能的影响[J]. 航空动力学报, 2016, 31(9): 2080-2086.
SUN Jian, ZHOU Jin, LIN Zhiyong, et al. Influence of chamber length on rotating detonation engine performance[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2016, 31(9): 2080-2086. (in Chinese)
- [6] ANAND V, GEORGE A S, LUZAN C F D, et al. Rotating detonation wave mechanics through ethylene-air mixtures in hollow combustors, and implications to high frequency combustion instabilities[J]. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 2018, 92: 314-325.
- [7] ANAND V, GUTMARK E. Rotating detonation combustors and their similarities to rocket instabilities[J]. *Progress in Energy and Combustion Science*, 2019, 73: 182-234.
- [8] YAO S, WANG J. Multiple ignitions and the stability of rotating detonation waves[J]. *Applied Thermal Engineering*, 2016, 108: 927-936.
- [9] YUAN X, ZHOU J, LIU S, et al. Diffraction of cellular detonation wave over a cylindrical convex wall[J]. *Acta Astronautica*, 2019, 169: 94-107.
- [10] NAKAYAMA H, MORIYA T, KASAHARA J, et al. Front shock behavior of stable detonation waves propagating through rectangular cross-section curved channels[R]. Nashville, US: AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, 2012.
- [11] SHORT M, CHIQUETE C, QUIRK J J. Propagation of a stable gaseous detonation in a circular arc configuration[J]. *Proceedings of the Combustion Institute*, 2019, 37(3): 3593-3600.
- [12] ZHANG B, LIU H, YAN B. Velocity behavior downstream of perforated plates with large blockage ratio for unstable and stable detonations[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2019, 86: 236-243.
- [13] NAKAYAMA H, MORIYA T, KASAKARA J, et al. Stable detonation wave propagation in rectangular-cross-section curved channels[J]. *Combustion and Flame*, 2012, 159(2): 859-869.
- [14] LIN W, ZHOU J, LIU S, et al. An experimental study on CH_4/O_2 continuously rotating detonation wave in a hollow combustion chamber[J]. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 2015, 62: 122-130.
- [15] LIN W, ZHOU J, LIU S, et al. Experimental study on propagation mode of H_2 /air continuously rotating detonation wave[J]. *International Journal of Hydrogen Energy*, 2015, 40(4): 1980-1993.
- [16] GOTODA H, SHINODA Y, KOBAYASHI M, et al. Detection and control of combustion instability based on the concept of dynamical system theory[J]. *Physical Review: E Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2014, 89(2): 022910.1-022910.8.
- [17] LIEUWEN T C. Experimental investigation of limit-cycle oscillations in an unstable gas turbine combustor[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2002, 18(1): 61-67.
- [18] FICHERA A, LOSENMO C, PAGANO A. Experimental analysis of thermo-acoustic combustion instability[J]. *Applied Energy*, 2001, 70(2): 179-191.
- [19] 葛逸飞, 李森, 魏小林. 利用相空间重构方法分析层流扩散火焰燃烧不稳定现象[J]. 工程热物理学报, 2020, 41(6): 1550-1555.
GE Yifei, LI Sen, WEI Xiaolin. An analysis of laminar co-flow diffusion flame instability based on phase space reconstruction method[J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2020, 41(6): 1550-1555. (in Chinese)
- [20] NG H D. The effect of chemical reaction kinetics on the structure of gaseous detonations[D]. Montreal, Canada: McGill University, 2005.
- [21] NG H D, HIGGINS A J, KIYANDA C B, et al. Nonlinear dynamics and chaos analysis of one-dimensional pulsating detonations[J]. *Combustion Theory and Modelling*, 2005, 9(1): 159-170.
- [22] HE W, XIE Q, JI Z, et al. Characterizing continuously rotating detonation via nonlinear time series analysis[J]. *Proceedings of the Combustion Institute*, 2019, 37(3): 3433-3442.
- [23] 张海龙. 液体火箭发动机切向不稳定燃烧的旋转爆震机理研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2017.
ZHANG Hailong. The rotating detonation mechanism of tangential combustion instability in a liquid rocket engine[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2017. (in Chinese)
- [24] XIE Q F, WEN H C, LI W H, et al. Analysis of operating diagram for H_2 -Air rotating detonation combustors under lean fuel condition[J]. *Energy*, 2018, 151: 408-419.
- [25] 刘世杰. 连续旋转爆震波结构、传播模式及自持机理研究[D]. 国防科学技术大学, 2012.
LIU Shijie. Investigations on the structure, rotating mode and lasting mechanism of continuous rotating detonation wave[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2012. (in Chinese)
- [26] LIN W, TONG Y, LIN Z, et al. Propagation mode analysis on H_2 -air rotating detonation waves in a hollow combustor[J]. *AIAA Journal*, 2020, 58(12): 5052-5062.
- [27] LEE J H S. The detonation phenomenon[M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2008.
- [28] TAKENS F. Detecting strange attractors in turbulence[M]. Berlin, Germany: Springer, 1980.
- [29] PACKARD N H, CRUTCHFIELD J P, SHAW R S. Geometry from a time series[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 45(9): 712-716.
- [30] BROOMHEAD D S, KING G P. Extracting qualitative dynamics from experimental data[J]. *Physica: D Nonlinear Phenomena*, 1986, 20(2/3): 217-236.
- [31] CASDAGLI M, EUBANK S, FARMER J D, et al. State space reconstruction in the presence of noise[J]. *Physica: D Nonlinear Phenomena*, 1993, 51(1/2/3): 52-98.
- [32] KANTZ H, SCHREIBER T. Nonlinear time series analysis[M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2004.
- [33] ROSENSTEIN M T, COLLINS J J, LUCA C J D. Reconstruction expansion as a geometry-based framework for choosing proper delay times[J]. *Physica: D Nonlinear Phenomena*, 1994, 73(1/2): 82-98.
- [34] FRASER A M, SWINNEY H L. Independent coordinates for strange attractors from mutual information[J]. *Physical Review: A*, 1986, 33(2): 1134-1140.
- [35] MANNATTIL M, GUPTA H, CHAKRABORTY S. Revisiting evidence of chaos in x-ray light curves: the case of GRS 1915+105[J].

- [Astrophysical Journal](#), 2016, 833(2): 208-222.
- [36] MANNATTILA M, PANDEY A, VERMA M K, et al. On the applicability of low-dimensional models for convective flow reversals at extreme Prandtl numbers[J]. [The European Physical Journal: B](#), 2017, 90(12): 259.
- [37] ALBANO A M, MUENCH J, SCHWARTZ C, et al. Singular-value decomposition and the Grassberger-Procaccia algorithm[J]. [Physical Review: A](#), 1988, 38(6): 3017-3026.
- [38] KUGIUMTZIS D. State space reconstruction parameters in the analysis of chaotic time series-the role of the time window length[J]. [Physica: D Nonlinear Phenomena](#), 1996, 95(1): 13-28.
- [39] KENNEL M B, BROWN R, ABARBANEL H D I. Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction[J]. [Physical Review: A](#), 1992, 45(6): 3403-3411.
- [40] CAO L. Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series[J]. [Physica: D Nonlinear Phenomena](#), 1997, 110(1/2): 43-50.

(编辑: 王碧琚)