

推力矢量型 V/STOL 飞行器动态过渡过程的操纵策略优化

周 涛¹, 王子安¹, 龚 正¹, 余崇民¹, 赵 彤², 张同任³

(1. 南京航空航天大学 航空学院, 南京 210016;

2. 中国航空工业集团有限公司 沈阳飞机设计研究所, 沈阳 110000;

3. 滨州学院 飞行学院, 山东 滨州 256600)

摘 要: 针对推力矢量型垂直/短距起降 (vertical/short takeoff and landing, V/STOL) 飞行器的动态过渡过程模型, 综合考虑过渡走廊限制、操纵冗余及不同起降任务需求指标, 研究最优过渡操纵策略。考虑 V/STOL 飞行器的喷射气流效应, 对飞行器进行全量动力学建模。利用可达平衡集方法, 建立通用过渡走廊计算框架。设计了能够在 V/STOL 过渡段和高速飞行间平稳过渡的操纵方式。将推力矢量飞行器的动态倾转过渡过程转化为非线性动态最优控制问题, 根据不同起降任务特点建立合理的指标和约束, 采用直接转换法和序列二次规划算法进行求解, 得出不同任务特点下的最优操纵策略与过渡过程。采用可达平衡集计算过渡走廊的方法, 不仅不受飞行器类型的限制, 更简化了构造过程, 具有良好的通用性与鲁棒性。以光滑过渡为目标的优化结果使得飞行员在飞行器过渡过程中的操纵量变化大幅减小, 从而使得飞行员能更加专注于对飞行器运动的操纵; 以距离更短为目标的优化结果则使得降落过程的飞行距离缩短了 30% 左右。从操纵策略出发的优化结果使得驾驶员能够更好地掌握操纵关注点及边界, 增加了整个动态过渡过程的安全性。

关 键 词: 推力矢量; 动力学建模; 过渡过程; 过渡走廊; 操纵策略; 最优控制

中图分类号: V249.1

文献标志码: A

Control strategy optimization of dynamic transition processes of thrust-vectored V/STOL aircraft

ZHOU Tao¹, WANG Zian¹, GONG Zheng¹, SHE Chongmin¹,
ZHAO Tong², ZHANG Tongren³

(1. College of Aerospace Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. Shenyang Aircraft Design and Research Institute,

Aviation Industry Corporation of China, Limited, Shenyang 110000, China;

3. Flying College, Binzhou University, Binzhou Shandong 256600, China)

Abstract: For the dynamic tilting model of the vertical/short takeoff and landing (V/STOL) aircrafts during the transition process, a deep insight into the optimal control strategy was gained by considering the constraints of the conversion corridor, control redundancy and the demand indexes of different take-off/landing missions. Considering the jet-induced effect of the prototype aircraft, the V/STOL aircraft was totally modeled. A calculation architecture for the general conversion corridor was established based on the attainable balance set methodology. A control strategy was designed to ensure smooth conversion from

收稿日期: 2021-08-02

基金项目: 国家自然科学基金(11402115); 江苏高校优势学科建设工程资助项目

作者简介: 周涛(1998—), 男, 硕士生, 主要从事飞机飞行动力学与控制研究。

引用格式: 周涛, 王子安, 龚正, 等. 推力矢量型 V/STOL 飞行器动态过渡过程的操纵策略优化[J]. 航空动力学报, 2023, 38(2): 408-419. ZHOU Tao, WANG Zian, GONG Zheng, et al. Control strategy optimization of dynamic transition processes of thrust-vectored V/STOL aircraft[J]. Journal of Aerospace Power, 2023, 38(2): 408-419.

the V/STOL aircraft transition process to the high-speed forward flight phase. By converting the dynamic tilting problem during the transition process to a dynamic nonlinear optimal control problem, the appropriate indexes and constraints were established according to the characteristics of different take-off/landing missions. The method of calculating the conversion corridor by reachable equilibrium set was not limited by the type of aircraft, but also was used to simplify the construction process with good versatility and robustness. The optimization results with the goal of smooth transition greatly reduced the pilot's manipulation change during the aircraft transition process, so that the pilot can focus more on the manipulation of the aircraft motion. The optimization result for shorter distance shortened the flight distance of landing process by about 30%. The optimization results from the control strategy enabled the pilot to better grasp the control focus and boundary, and increased the safety of the entire dynamic transition process.

Keywords: thrust vector; dynamic modeling; transition process; conversion corridor; control strategy; optimal control

推力矢量型垂直/短距起降 (vertical/short takeoff and landing, V/STOL) 飞行器是一种兼具起降悬停和高速前飞特性的飞行器。当矢量喷管垂直向下倾转 90° 时, 矢量推力和升力风扇共同为飞行器提供直接升力, 使得固定翼飞行器实现垂直起降功能, 极大降低对起飞场地的要求; 当矢量喷管平行的时候, 依靠机翼高效产生升力, 相比于直升机, 巡航速度等飞行性能显著提升。

为了满足两种飞行模式间动力转换需求, 在飞行器起降飞行过程中须完成矢量喷管的倾转。这是一个复杂的过渡过程, 并带来一系列问题: ① 矢量喷管倾转过渡时, 动力系统的喷射气流与来流会产生明显的耦合影响^[1-3], 引起喷射气流效应 (jet induced effect), 需要对其动力学特性进行建模并充分考虑模型的不确定性。② 过渡过程中, 因为控制效能限制, 只有在特定速度-倾转角过渡走廊中飞机才能保持姿态可控。如低速飞行时, 过小的矢量喷管倾转角导致无法依靠机翼升力平衡重力。随着速度增加, 过大的矢量喷管倾转角则又无法克服阻力进行加速。③ 起降过渡中需要飞行员控制矢量喷管完成倾转的同时, 还要协调控制矢量推力和升力风扇的油门开度, 存在操纵冗余, 这要求飞行员进行复杂的手动协调操纵。因此需要针对起降过程设计新的自动协调方式以降低操纵复杂度, 并同时保证平滑过渡到平飞过程的操纵方式。④ 针对不同的飞行任务最优起降策略存在显著差异, 造成飞行员操纵策略与操纵要点不同。

以上四种问题, 已有较多较为成熟的单独研究。文献 [1,4-5] 针对 V/STOL 飞行器起降过程中的喷射气流效应进行了建模方面的研究, 并给出

了部分经验公式。文献 [6-7] 利用经验公式对 V/STOL 飞行器进行了动力学建模, 并对起降过渡过程的稳定性进行了分析。对于倾转过渡走廊, 现阶段的研究主要是针对倾转旋翼^[8-10], 文献 [9-10] 给出了构建过渡走廊的分析方法, 即分别从一些主要限制因素出发构建单独过渡走廊边界, 最后再综合构建完整的过渡走廊。在推力矢量型的起降过渡过程协调操纵问题上, 文献 [11] 根据过渡过程中操纵导数的变化对操纵分配进行了设计。文献 [12-13] 针对过渡过程中操纵冗余问题设计具体的操纵策略, 减轻飞行员的操纵负担。针对过程优化的问题, 已有较多研究将其转化为最优控制问题, 并在不同的飞行场景与任务下进行应用^[14-16]。针对整个倾转过渡过程进行综合研究的文献较少^[16-17]。文献 [16] 完整地对比倾转旋翼动态倾转过渡过程的操纵策略优化进行了研究, 但倾转旋翼在动力学模型和操纵方式上又与以矢量喷管-升力风扇为动力的飞行器有着具体的不同。文献 [17] 研究了推力矢量飞机在起降过程中的轨迹优化与控制问题, 通过设计前馈控制器保证了实际的过渡飞行是沿着最优轨迹进行的, 但未涉及矢量喷管的倾转过渡走廊边界及具体的操纵方式的讨论。

本文针对推力矢量型 V/STOL 飞行器的整个动态过渡过程进行综合研究, 首先针对动力系统的喷射气流与前方来流引起的喷射气流效应建立升力风扇估算模型^[4], 利用升力损失估算经验公式^[1,5], 构建相应的动力系统模型与动力学模型。然后利用起降过程的纵向动力学模型, 采用常被用来构建可控飞行边界的可达平衡集方法^[18-20], 构建出倾转过渡走廊。针对起降过渡过程中的操

纵冗余问题,从飞行员角度考虑,完成操纵策略的设计,并给出对应的操纵分配律。最后将过渡过程转化为最优控制问题,采用稀疏序列规划二次算法^[2],根据不同的任务特点,给出对应的优化轨迹与最优操纵策略。

1 构建矢量喷管倾转过渡走廊

合理的过渡走廊不仅可以为优化后的倾转过渡路径作参考,还能作为驾驶员的操控边界。为了简化构建过渡走廊的方法,提高过渡走廊计算效率,考虑利用可达平衡集的方法,直接计算过渡走廊的边界。在构建过渡走廊之前,需要首先建立飞行器的动力学模型。

本文研究的对象为 F-35B 的缩比模型,如图 1 所示。因为飞机的起降过程主要是纵向运动,且由于滚转喷嘴的存在,在控制上能很好的解耦,所以本节主要针对飞行器的纵向动力学特性进行建模。



图 1 F-35B 缩比模型图

Fig. 1 Reduced ratio F-35B aircraft model

以矢量喷管-升力风扇为动力的飞行器在起降过渡时,飞行器的前方来流和涵道喷口的喷射气流会相互影响,产生喷射气流效应,所以首先构建本文的动力系统模型。

1.1 动力系统建模

推力矢量型 V/STOL 飞行器的操纵原理如图 2 所示,其主要参数列在表 1 中,其中 x_b 和 z_b 分别为机体轴系中的轴向和径向坐标; d_{lf} 为重心到升力风扇推力作用线的距离; d_m 为重心到矢量喷管推力作用线的距离; x_0 为沿 x_b 轴矢量喷管倾转 90° 时,第二转动筒体前截面圆心到重心的距离; z_0 为沿 z_b 轴第一转动筒体前截面圆心到重心的距

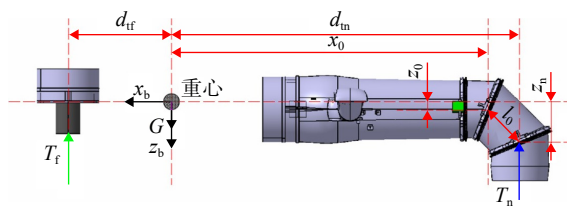


图 2 动力系统纵向操纵原理

Fig. 2 Longitudinal control principle of power system

表 1 缩比 F35-B 主要参数

Table 1 Main characteristics of reduced ratio F-35B

参数	数值
d_{lf}/m	0.476
d_m/m	0.561
x_0/m	0.513
z_0/m	0.100
l_0/m	0.141
z_n/m	0.100

离; z_n 为沿 z_b 矢量喷管倾转 90° 时,第三转动筒体前截面圆心到重心的距离; l_0 为矢量喷管倾转 90° 时,第二转动筒体前截面圆心到第三转动筒体前截面圆心的距离。动力系统纵向上,通过尾喷管推力 T_n 的垂直分量与升力风扇升力 T_f 来平衡重力以及提供俯仰操纵力矩;横向上,通过左右两个滚转喷嘴推力之差提供滚转操纵力矩;航向上,通过尾喷管推力的水平分量来提供偏航操纵力矩。

1.2 喷射气流效应建模

在 V/STOL 飞行器起降过渡过程中,动力系统和固定翼的升力体产生的升力在喷射气流效应的影响下,并不完全等于单独进行测量的实验数据。这部分升力损失的差值 $\frac{\Delta L}{T_f}$ 主要由两部分构成,涵道风扇喷射的气流在机翼下表面形成的低压区造成的升力损失 $\frac{\Delta L_\infty}{T_f}$ 和前方来流将涵道风扇的喷流向后带走引起的升力损失 $\frac{\Delta L_n}{T_f}$ 。因此将喷射气流效应造成的升力损失表达为

$$\frac{\Delta L}{T_f} = \frac{\Delta L_\infty}{T_f} + \frac{\Delta L_n}{T_f} \quad (1)$$

式中 ΔL 表示总升力损失; ΔL_∞ 为喷流引起的翼面升力损失; ΔL_n 表示由来流引起的发动机升力损失。根据经验公式^[1,5]由下式计算这两部分升力损失:

$$\frac{\Delta L_\infty}{T_f} = -0.002\,528 \sqrt{\frac{S}{A_j}} \left(\pi^{-0.64} \frac{P_{er}}{d_{ne}} \right)^{1.581} \quad (2)$$

$$\frac{\Delta L_n}{T_f} = K_a K_c \left[35 V_e^{5.5} \left(\sqrt{\frac{S}{A_j}} - 1 \right) - 3 V_e^2 \left(\sqrt{\frac{S}{A_j}} - 1 \right)^{\frac{2}{3}} \right] \delta_j \quad (3)$$

式中 S 为参考面积; A_j 为喷管出口面积; π 为出口落压比; p_{er} 为出口周长; d_{ne} 为出口等效直径; V_e 为等效速度比, 定义为 $V_e = \sqrt{\frac{\bar{q}}{q_i}}$, $\bar{q}$ 和 q_i 分别为远前方来流动压与涵道喷口出射流动压; δ_j 为升力风扇喷口相对机身轴线的偏角; K_a 为展弦比修正系数; K_c 为发动机喷口安装位置对计算区域的位置修正系数。

针对本文的研究对象, 涵道风扇喷口主要有升力风扇、滚转、喷口和矢量喷管。其中升力风扇安装于主机翼之前, 但离尾翼较远, 可视为只影响主机翼; 滚转喷口位于主机翼外侧, 对飞机各部件影响均可忽略; 矢量喷管位于主机翼后平尾前, 可视为只影响尾翼。来流对喷流的影响可视为只有位于全机前方的升力风扇的喷流受到影响。因此飞机整体的升力损失可具体表示为各个部件升力损失之和:

$$\left(\frac{\Delta L}{T_f} \right)_{\text{all}} = \left(\frac{\Delta L_{\infty}}{T_f} \right)_w + \left(\frac{\Delta L_{\infty}}{T_f} \right)_t + \left(\frac{\Delta L_n}{T_f} \right)_f \quad (4)$$

式中 $\left(\frac{\Delta L}{T_f} \right)_{\text{all}}$ 为表示总升力损失与升力风扇升力之比; $\left(\frac{\Delta L_{\infty}}{T_f} \right)_w$ 为升力风扇引起的主机翼的升力损失; $\left(\frac{\Delta L_{\infty}}{T_f} \right)_t$ 为尾喷管引起的尾翼的升力损失; $\left(\frac{\Delta L_n}{T_f} \right)_f$ 为来流引起的升力风扇的升力损失, 其具体值由式(2)和式(3)确定。

喷射气流效应引起的升力损失也会使俯仰力矩产生变化, 可由以下公式计算:

$$\frac{\Delta M}{T_f D_e} = \frac{\Delta L}{T_f} \cdot \frac{X_j}{D_e} \quad (5)$$

式中 $\frac{\Delta M}{T_f D_e}$ 为涵道出口的有效直径; ΔM 为力矩变化量; $\frac{X_j}{D_e}$ 为升力损失作用点到重心的距离。针对本文研究对象, 式(4)中三部分升力损失的作用点可近似认为分别位于主机翼焦点、尾翼焦点和升力风扇升力作用点上。

为了简化后续的研究表达, 将升力损失和由此产生的力矩损失由下式简化表达:

$$\begin{cases} T_f^n = T_f - T_f \left(\frac{\Delta L}{T_f} \right)_{\text{all}} = T_f \frac{\partial T_f^n}{\partial T_f} \\ M^n = T_f d_{\text{tf}} - \Delta M = T_f \frac{\partial T_f^n}{\partial T_f} d_{\text{tf}}^n \end{cases} \quad (6)$$

式中 T_f^n 为考虑升力损失后等效在升力风扇损失后的升力; M^n 为考虑升力损失后等效在升力风扇损失后的俯仰力矩; d_{tf}^n 为考虑升力损失后的等效力臂。

1.3 纵向动力学模型

在考虑喷射气流效应造成的升力损失后, 飞行器的纵向三自由度方程可以写为

$$\begin{cases} \dot{u} = (T_n \cos \delta_n + \bar{q} S C_L \sin \alpha - \bar{q} S C_D \cos \alpha - G \sin \theta) / m \\ \dot{w} = \left(-T_n \sin \delta_n - \bar{q} S C_L \cos \alpha - \bar{q} S C_D \sin \alpha - T_f \frac{\partial T_f^n}{\partial T_f} + G \cos \theta \right) / m \\ \dot{q} = \left(-T_n \sin \delta_n d_{\text{tn}} - \bar{q} S C_M b - \bar{q} S C_D \sin \alpha - T_f \frac{\partial T_f^n}{\partial T_f} d_{\text{tf}}^n \right) / I_{yy} \\ \dot{\theta} = q \end{cases} \quad (7)$$

式中 m 和 G 为飞行器的质量和重力; b 为气动参考弦长; I_{yy} 为 y_b 轴向的惯性矩; α 和 θ 为飞行器的迎角和俯仰角; $\dot{u}$ 和 $\dot{w}$ 是沿机体 x_b 轴和 z_b 轴的加速度; δ_n 为矢量喷管倾转角; $\dot{q}$ 和 $\dot{\theta}$ 是绕机体 y_b 轴的俯仰角加速度和俯仰角速度; C_L 、 C_D 和 C_M 为升力系数、阻力系数和俯仰力矩系数, $f(\mathbf{X}, \mathbf{U})$ 为飞行器状态量 $\mathbf{X}$ 和输入量 $\mathbf{U}$ 的函数。为简化后续的表达将式(7)记为

$$\dot{\mathbf{X}} = f(\mathbf{X}, \mathbf{U}) \quad (8)$$

1.4 过渡走廊

本文利用可达平衡集的方法来构建所需要的倾转过渡走廊。可达平衡集是指飞行器在操纵效能范围内所能达到的所有平衡点的集合, 常被用来寻找飞机在极限运动时的可控飞行边界。通过在一定的约束条件下, 对所有状态点集合进行循环配平计算, 其中一部分状态点由于受到操纵效能的限制, 无法配平, 从而得到了操纵效能限制的平衡边界。配平流程图如图3所示。

首先给出状态点关于状态量的约束条件:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = 0, \dot{q} = 0, q = 0 \\ \alpha_{\min} < \alpha < \alpha_{\max} \\ u = V_t \cos \alpha, w = V_t \sin \alpha \\ \dot{u} = 0, \dot{w} = 0 \\ V_t = V_0 \\ \delta_n = \delta_0 \end{cases} \quad (9)$$

式中 $\dot{\alpha}$ 和 $\dot{q}$ 为迎角和俯仰角速度的微分量; $\alpha_{\min}$ 和

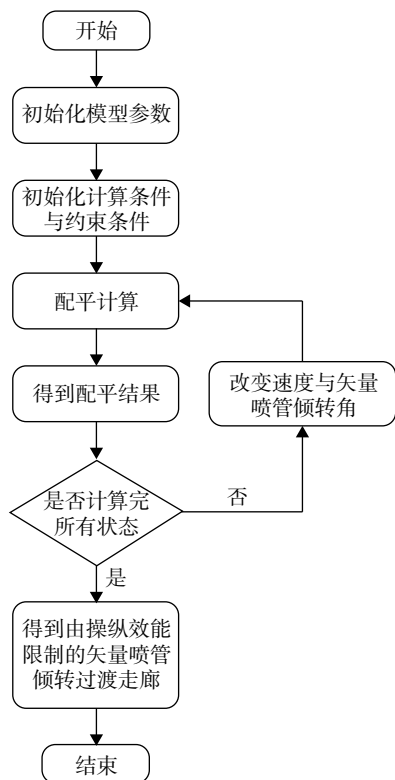


图3 倾转过渡走廊计算流程

Fig. 3 Computational flowchart for conversion corridor

$\alpha_{\max}$ 为飞行器飞行时的迎角限制边界; u 和 w 为沿机体 x_b 轴和机体 z_b 轴的速度; V_t 为飞行器空速。

除此之外, 还需要根据控制效能给出输入量的饱和参数, 如表 2 所示, 表中 δ_e 为升降舵偏转角。

表 2 执行器饱和参数

Table 2 Actuator saturation parameters

参数	最大值
$\delta_e/(\circ)$	$[-30, 30]$
T_f/N	$[0, 79.6]$
T_n/N	$[0, 79]$
$\delta_n/(\circ)$	$[0, 90]$

根据文中第 1.4 节给出的各种约束条件, 在不同的状态点下开始进行循环配平, 针对少数一些无法配平的孤立状态点, 使用小变化邻近状态点的配平结果代替。并为使整个过渡过程更加平稳, 去除配平结果中爬升角 γ 大于 20° 的状态点, 对倾转过渡走廊进行优化。图 4 中横轴为飞行器的空速 V_t , 纵轴为矢量喷管倾转角 δ_n , 0° 为矢量喷管与机体 x_b 轴平行。从图中可以看出, 直接配平计算的速度-倾角包线是符合最开始的预测的。在飞行器速度较小时, 由于重力主要由矢量推力来平衡, 限制倾转角的最小边界。飞行器速度变

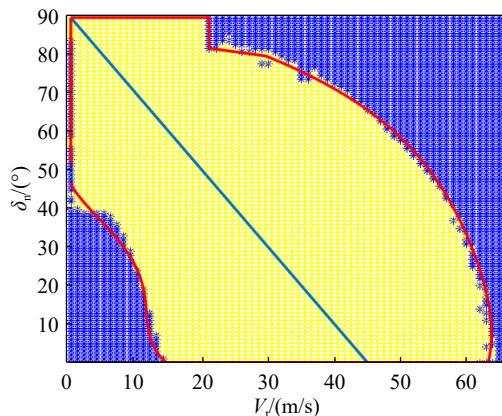


图4 V/STOL 飞行器的倾转过渡走廊

Fig. 4 Conversion corridor of V/STOL aircraft

大后, 则是阻力和需要矢量推力来平衡, 因此限制了倾转角的最大边界。在优化后的过渡走廊内取得轨迹优化所需要的初始样本点, 即直线对应的一系列状态点。

2 操纵策略设计、分配与优化

对于推力矢量型的 V/STOL 飞行器, 实际的纵向物理输入一般为升力风扇油门开度、矢量喷管油门开度、矢量喷管倾转角、升降舵偏角。飞行员直接对物理输入进行操纵的话会需要复杂的协调操纵, 因此首先需要设计飞行员具体的操纵策略, 并需要对操纵量进行操纵分配。

2.1 操纵策略设计

推力矢量型 V/STOL 飞行器在悬停、过渡、高速巡航飞行下, 共有三套操纵方式。悬停时, 驾驶杆纵向移动控制飞机沿地面坐标系 z_e 的速度, 横向移动控制飞机沿地面轴系 y_e 轴的速度, 油门杆控制飞机沿地面轴系 x_e 轴的速度。过渡阶段与巡航飞行阶段的操纵方式给与飞行员的反馈感受类似。过渡时, 驾驶杆纵向操纵量 δ_3 控制俯仰加速度, 横向控制滚转加速度, 油门杆操纵量 δ_1 控制沿机体轴系 x_b 轴加速度, 滚轮操纵量 δ_4 控制矢量喷管的倾转角速度。巡航飞行时, 驾驶杆纵向移动控制升降舵, 横向控制副翼, 油门杆控制推力矢量的油门开度。表 3 为全过程的操纵设计。

整个起降阶段的总体策略为, 固定爬升角进行起降过渡, 并且根据设定爬升角 γ_0 是否为 0° 分为垂直起降和短距起降。

起飞时, 飞行员首先在悬停阶段只动驾驶杆, 控制飞机至一定安全高度, 然后归中驾驶杆, 前推油门杆, 增加飞机速度。由于在悬停段油门杆控制的是沿地面轴系 x_e 轴的速度, 而在过渡段油

表3 全过程的操纵设计

Table 3 Whole process of control design

驾驶杆		油门杆	脚蹬	滚轮
纵向	横向			
z_e 轴速度	y_e 轴速度	x_e 轴速度	z_e 轴角速度	
俯仰角 加速度(δ_3)	滚转角 速度	x_b 轴 加速度(δ_1)	方向舵	矢量喷管倾 转角速度 (δ_4)
升降舵	副翼	矢量喷管 推力	方向舵	

门杆控制的是沿机体轴系 x_b 轴的加速度。所以油门杆应有一个突破位置,并有一定反馈力加以限制。当控制速度至速度满足过渡飞行要求时,飞行员通过加力突破油门杆限制力进入过渡模式。此时飞行员操纵油门杆控制沿机体 x_b 轴的加速度,驾驶杆纵向控制俯仰角速度,且调整旋钮控制喷管倾转速度,开始过渡阶段的飞行。虽然过渡阶段和巡航阶段操纵杆操纵的对象不同,但是飞行员得到的操纵反馈都是类似的。所以当喷管倾转完成时,驾驶员可以无缝进入高速飞行模式下的操纵方式。

而在降落阶段,高速飞行模式和过渡飞行模式间的操纵切换仍是直接切换的,在速度减至过渡速度阈值时,飞行员就可以通过操纵矢量喷管

倾转开始进入过渡模式。而过渡模式到悬停模式的转换为,在矢量喷管完成倾转,并速度减至悬停模式的速度阈值时,飞行员仍需加力突破油门杆限制位置进入悬停模式。

2.2 操纵分配

根据文中第2.1节的操纵策略设计,飞行员的操纵量对应着动力学方程式(7)中的状态变量 $\dot{u}$ 、 $\dot{q}$ 和 $\dot{\delta}_n$,即:

$$\begin{cases} \delta_1 = \dot{u} \\ \delta_3 = \dot{q} \\ \delta_4 = \dot{\delta}_n \end{cases} \quad (10)$$

而 $\dot{w}$ 可以根据起降过程是以设定爬升角 γ_0 进行的,由下式得到

$$\dot{w} = \tan(\theta_0 + \dot{\theta} - \gamma_0)(u + \dot{u}) - w \quad (11)$$

$\dot{w}$ 用 δ_2 表示,将式(9)代入式(7)中,并将气动系数进行关于 α 和 δ_e 的线性拟合,可以得到

$$\begin{bmatrix} m\delta_1 \\ m\delta_2 \\ I_{yy}\delta_3 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_x + \mathbf{B} \begin{bmatrix} T_n \\ \delta_e \\ T_f \end{bmatrix} \quad (12)$$

操纵量 δ_4 直接对应矢量喷管倾转角速度,不再讨论。 $\mathbf{A}_x$ 为飞行器状态量变化引起的状态变量, $\mathbf{B}$ 为状态变量对物理输入量的导数, $\mathbf{A}_x$ 和 $\mathbf{B}$ 如下:

$$\mathbf{A}_x = \begin{bmatrix} \bar{q}S[(C_{D\alpha}\alpha + C_{D0})\cos\alpha - (C_{L\alpha}\alpha + C_{L0})\sin\alpha] + G\sin\theta \\ \bar{q}S[(C_{D\alpha}\alpha + C_{D0})\sin\alpha + (C_{L\alpha}\alpha + C_{L0})\cos\alpha] - G\cos\theta \\ -\bar{q}bS(C_{M\alpha}\alpha + C_{M0}) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \cos\delta_n & \bar{q}S(C_{L\delta_e}\sin\alpha - C_{D\delta_e}\cos\alpha) & 0 \\ -\sin\delta_n & \bar{q}S(-C_{L\delta_e}\cos\alpha - C_{D\delta_e}\sin\alpha) & -\frac{\partial T_f^n}{\partial T_f} \\ -\sin\delta_n d_{ln} & \bar{q}bSC_{M\delta_e} & -\frac{\partial T_f^n}{\partial T_f} d_{lf}^n \end{bmatrix} \quad (14)$$

式(13)中的 B_{23} 项和 B_{33} 从物理意义上看,即为操纵导数 $\frac{\partial F_z}{\partial T_f}$ 、 $\frac{\partial M_y}{\partial T_f}$,且随物理输入量变化可以利用插值方式得到。采用求取矩阵 $\mathbf{B}$ 伪逆的方法,即能得到操纵量到物理输入量的操纵分配方式:

$$\begin{bmatrix} T_n \\ \delta_e \\ T_f \end{bmatrix} = (\mathbf{B}^T \mathbf{B} + \varepsilon \mathbf{I})^{-1} \begin{bmatrix} m\delta_1 \\ m\delta_2 \\ I_{yy}\delta_3 \end{bmatrix} - \mathbf{A}_x \quad (15)$$

其中 $\varepsilon \mathbf{I}$ 为范数很小,用来防止 $\mathbf{B}^T \mathbf{B}$ 奇异的对角矩阵。

2.3 操纵策略优化

操纵策略优化问题可以描述为,在一系列倾

转过渡路径中找到一条最满足起降任务特性需求的倾转路径。这种包含状态量和控制约束的寻优问题与最优控制问题类似。这类问题一般由代价函数、输入变量、变量初值、边界条件及路径约束组成。

2.3.1 输入变量

操纵策略优化涉及到的变量总共有四类,分别是四个状态变量 $\{u, w, q, \theta\}$ 、四个物理输入量 $\{\delta_e, T_f, T_n, \delta_n\}$ 、三个操纵量 $\{\delta_3, \delta_1, \delta_4\}$,以及全过程时间 $\{t\}$ 。首先,状态量的微分即为操纵量,可直接对操纵量进行约束;其次,虽然物理输入量与状态

量有直接关联,但是两者的非线性程度较高,通过对物理输入量的约束来限制状态量会导致优化效率极大恶化。因此选择将四个状态变量 $\{u, w, q, \theta\}$ 、四个物理输入量 $\{\delta_e, T_f, T_n, \delta_n\}$ 和全过程时间 $\{t\}$ 共同作为优化的输入变量 $\{u, w, q, \theta, \delta_e, T_f, T_n, \delta_n, t\}$ 。

2.3.2 边界条件

变量的边界条件即为四个状态量和四个物理输入量的全过程边界约束。一般由飞行器自身性能限制或具体飞行任务限制给出,以 $\mathbf{X}(t_{\text{all}})$ 或 $\mathbf{U}(t_{\text{all}})$ 表示。除此之外,为了使优化结果满足飞行器过渡的目标,一些状态量和输入量需要额外给出初始和终止时刻的边界条件。将飞行器开始准备过渡时的状态量和输入量作为初始时刻的边界约束,以 $\mathbf{X}(t_0)$ 或 $\mathbf{U}(t_0)$ 表示;将期望的飞行器过渡完成时的状态量和输入量作为终止时刻的约束,以 $\mathbf{X}(t_f)$ 或 $\mathbf{U}(t_f)$ 表示。由下式给出本文具体的状态量的约束条件:

$$\begin{cases} q_{\min} < q(t_{\text{all}}) < q_{\max} \\ q(t_f) = 0 \\ \theta(t_0) = 0 \\ \theta_{\min} < \theta(t_{\text{all}}) < \theta_{\max} \end{cases} \quad (16)$$

式中 t_0 表示时间离散后的初始时刻, t_{all} 表示时间离散后的全部时刻,即 $t_{\text{all}}=[t_0, \dots, t_{N-1}, t_N, t_{N+1}, \dots, t_f]$, t_f 表示时间离散后的终止时刻; $q_{\min}$ 和 $q_{\max}$ 为飞行器允许的俯仰角速度边界值, $\theta_{\min}$ 和 $\theta_{\max}$ 为飞行器允许的俯仰角边界值。 u 和 w 的限制则主要在路径约束里面对空速进行限制。物理输入量的边界条件为

$$\begin{cases} \delta_e(t_0) = 0 \\ \delta_{e,\min} < \delta_e(t_{\text{all}}) < \delta_{e,\max} \\ 0 < T_f(t_{\text{all}}) < T_{f,\max} \\ 0 < T_n(t_{\text{all}}) < T_{n,\max} \\ \delta_{n0,\min} < \delta_n(t_0) < \delta_{n0,\max} \\ 0 < \delta_n(t_{\text{all}}) < 90^\circ \\ \delta_{nf,\min} < \delta_n(t_f) < \delta_{nf,\max} \end{cases} \quad (17)$$

式中 $\delta_{e,\min}$ 和 $\delta_{e,\max}$ 为允许的升降舵偏边界值; $T_{n,\max}$ 和 $T_{f,\max}$ 为矢量喷管最大推力和升力风扇最大推力, $\delta_{n0,\min}$ 和 $\delta_{n0,\max}$ 为在过渡开始时最大倾转角权限, $\delta_{nf,\min}$ 和 $\delta_{nf,\max}$ 为在过渡结束时期望倾转角的边界。

2.3.3 路径约束

首先由于过渡模式下是给定爬升角 γ 飞行,所以还要给出关于爬升角 γ 的等式约束:

$$\gamma_{\text{ceq}} = \gamma(t_{\text{all}}) - \gamma_0 = 0 \quad (18)$$

为以更加平稳的方式在过渡模式下飞行,需要针对状态量、物理输入量的变化率给出不等式约束。即

$$\begin{cases} C_{\dot{\mathbf{X}}} = (\dot{\mathbf{X}} - \dot{\mathbf{X}}_{\max})(\dot{\mathbf{X}} - \dot{\mathbf{X}}_{\min}) < 0 \\ C_{\ddot{\mathbf{X}}} = (\ddot{\mathbf{X}} - \ddot{\mathbf{X}}_{\max})(\ddot{\mathbf{X}} - \ddot{\mathbf{X}}_{\min}) < 0 \\ C_{\dot{\mathbf{U}}} = (\dot{\mathbf{U}} - \dot{\mathbf{U}}_{\max})(\dot{\mathbf{U}} - \dot{\mathbf{U}}_{\min}) < 0 \\ C_{\ddot{\mathbf{U}}} = (\ddot{\mathbf{U}} - \ddot{\mathbf{U}}_{\max})(\ddot{\mathbf{U}} - \ddot{\mathbf{U}}_{\min}) < 0 \end{cases} \quad (19)$$

式中 $\dot{\mathbf{X}}$ 和 $\ddot{\mathbf{X}}$ 分别为状态量 $\{u, w, q, \theta\}$ 的一阶变量和二阶变量; $\dot{\mathbf{U}}$ 和 $\ddot{\mathbf{U}}$ 分别为物理输入量 $\{\delta_e, T_f, T_n, \delta_n\}$ 的一阶变量和二阶变量; $\dot{\mathbf{X}}_{\max}$ 、 $\dot{\mathbf{X}}_{\min}$ 、 $\ddot{\mathbf{X}}_{\max}$ 、 $\ddot{\mathbf{X}}_{\min}$ 为状态量一阶变量和二阶变量的约束量; $\dot{\mathbf{U}}_{\max}$ 、 $\dot{\mathbf{U}}_{\min}$ 、 $\ddot{\mathbf{U}}_{\max}$ 、 $\ddot{\mathbf{U}}_{\min}$ 为物理输入量一阶变量和二阶变量的约束量。

为确保整个动态倾转过渡过程在倾转过渡走廊内,并对飞行器在开始倾转和结束倾转时的状态加以限制,给出下式的不等式约束:

$$\begin{cases} C_{V_t}^1 = [V_t(t_0) - V_{0,\max}][V_t(t_0) - 0] < 0 \\ C_{V_t}^2 = [V_t(t_f) - V_{f,\max}][V_t(t_f) - V_{f,\min}] < 0 \\ C_{V_t}^3 = [V_t(t_{\text{all}}) - V_{t,\max}][V_t(t_{\text{all}}) - V_{t,\min}] < 0 \end{cases} \quad (20)$$

式中 $V_{0,\max}$ 为允许的最大转换速度, $V_{f,\max}$ 和 $V_{f,\min}$ 为期望的倾转过渡空速边界。 $V_{t,\max}$ 和 $V_{t,\min}$ 为前文构建的速度-倾角包线。

2.3.4 代价函数

代价函数的设置需要根据具体的起降任务来,在起飞的过程中要求平稳过渡或者油耗最小过渡,因此起飞过程下平稳过渡的代价函数 $\min J_{\text{st}}$ 和油耗最小的代价函数 $\min J_{\text{fm}}$ 由下式给出:

$$\min J_{\text{st}} = D[\delta_1(t)] + D[\delta_3(t)] + D[\delta_4(t)] \quad (21)$$

$$\min J_{\text{fm}} = \int_{t_0}^{t_f} [T_f^2(t) + T_n^2(t)] dt \quad (22)$$

式中 $D[\delta_1(t)]$ 即为 $\delta_1(t)$ 的方差。

在降落过程中,则以平稳过渡或者降落距离最短为过渡目标,降落过渡过程中的平稳过渡的代价函数同起飞过渡过程一样,由式(21)给出。降落距离最短的代价函数 $\min J_{\text{dm}}$ 则由下式给出:

$$\min J_{\text{dm}} = d_1(t_f) \quad (23)$$

2.4 过渡轨迹优化数值解法

推力矢量型飞行器操纵策略优化的问题包含众多变量与复杂参数,求得解析解的难度极大,

通常需要数值优化算法求解。本文采用直接转换法将其转换为非线性规划问题, 利用序列二次规划算法来求解。

首先将全过程时间 t 等分为 $N-1$ 个时间段

$$\begin{cases} t_{\text{all}} = t_0 \sim t_f \\ t_0 = t_1 < t_2 < \dots < t_k < \dots < t_{N-1} < t_N = t_f \\ \Delta t = t_f - t_0 \\ t_k = t_{k-1} + \Delta t \end{cases} \quad (24)$$

将连续空间下的输入变量进行离散, 得到非线性规划问题的优化变量。离散后的输入变量为 $[X_1, \dots, X_k, \dots, X_N, U_1, \dots, U_k, \dots, U_N, t_f]$ 。其中 N 取决于在过渡走廊内取得的初始样本点的个数, 离散后的输入变量的优化初始值即为样本点的配平状态量与配平物理输入量。使用三次 Hermit 插值和线性插值来近似表达, 下标 mk 即表示第 k 个时间点变量和第 $k+1$ 个时间点变量中间的时间点变量:

$$X_{mk} = \frac{1}{2} (X_k + X_{k+1}) + \frac{\Delta t}{8} [f(X_k, U_k) - f(X_{k+1}, U_{k+1})] \quad (25)$$

$$U_{mk} = \frac{1}{2} (U_k + U_{k+1}) \quad (26)$$

使用 Simpson 方法对动态最优控制问题中本文的动力学方程进行离散后, 得到的缺陷等式方程约束为

$$X_{k+1} - X_k = \frac{\Delta t}{6} [f(X_k, U_k) + 4f(X_{mk}, U_{mk}) + f(X_{k+1}, U_{k+1})] \quad (27)$$

路径约束中对爬升角的等式约束离散为

$$0 \leq \gamma_k - \gamma_0 \leq 0 \quad (28)$$

对状态量和物理输入量的约束离散为

$$\begin{cases} (\dot{X}_k - \dot{X}_{\max})(\dot{X}_k - \dot{X}_{\min}) < 0 \\ (\ddot{X}_k - \ddot{X}_{\max})(\ddot{X}_k - \ddot{X}_{\min}) < 0 \\ (\dot{U}_k - \dot{U}_{\max})(\dot{U}_k - \dot{U}_{\min}) < 0 \\ (\ddot{U}_k - \ddot{U}_{\max})(\ddot{U}_k - \ddot{U}_{\min}) < 0 \end{cases} \quad (29)$$

第 k 个时间节点处, 状态量和输入量的一阶变量和二阶变量离散后可近似由下式表达:

$$\begin{cases} \dot{X}_k = (X_{k+1} - X_k) / \Delta t \\ \ddot{X}_k = [(X_{k+1} - X_k) - (X_k - X_{k-1})] / \Delta t \\ \dot{U}_k = (U_{k+1} - U_k) / \Delta t \\ \ddot{U}_k = [(U_{k+1} - U_k) - (U_k - U_{k-1})] / \Delta t \end{cases} \quad (30)$$

在对路径约束离散后, 约束量的具体大小与全过程时间 t_f 和离散点个数 N 相关。约束量范围

过小可以获得较平稳的过渡轨迹, 但是容易导致等式约束式(25)不收敛, 过大的约束量范围则容易导致变量突变。本文使用的参数由表4给出。

表4 约束参数

Table 4 Constraint parameters

参数	数值	参数	数值
t	25	N	46
$\dot{X}_{\min}$	$[-5, -2, -5, -5]$	$\dot{X}_{\max}$	$[5, 2, 5, 5]$
$\ddot{X}_{\min}$	$[-0.3, -0.3, -0.1, -0.8]$	$\ddot{X}_{\max}$	$[0.3, 0.3, 0.1, 0.8]$
$\dot{U}_{\min}$	$[-3, -4, -5, -3]$	$\dot{U}_{\max}$	$[3, 4, 5, 3]$
$\ddot{U}_{\min}$	$[-1, -1, -1, -0.5]$	$\ddot{U}_{\max}$	$[1, 1, 1, 0.5]$

对动态过渡初始时刻和结束时刻的不等式约束离散为

$$\begin{cases} (V_{t,1} - V_{0,\max})(V_{t,1} - 0) < 0 \\ (V_{t,N} - V_{f,\max})(V_{t,N} - V_{f,\min}) < 0 \\ (V_{t,k} - V_{t,k,\max})(V_{t,k} - V_{t,k,\min}) < 0 \end{cases} \quad (31)$$

式中 $V_{t,k,\max}$ 和 $V_{t,k,\min}$ 为对应时刻的倾转角 $\delta_{n,k}$ 在过渡走廊边界线上对应的速度边界。

平稳过渡代价函数中离散后的变化率求取方法与非线性约束中的相同。而油耗最小代价函数 $\min J_{\text{fm}}$ 离散后的由下式求得

$$\min J_{\text{fm}} = \sum_{k=1}^N [T_f^2(t_k) + T_n^2(t_k)] \quad (32)$$

降落过程中距离最短代价函数离散后则直接用 $d_1(t_N)$ 表达 $d_1(t_f)$ 。

3 优化结果与分析

不同的飞行任务条件需求下应该有不同的最优过渡操纵策略。本文采用的最优控制方法可以用来求解不同飞行任务下的最优操纵策略和飞行轨迹, 为飞行员在不同飞行任务下, 自行决定过渡过程的操纵策略作参考。

3.1 起飞动态倾转过渡

针对本文具体模型的最优起飞倾转过渡问题, 一些边界条件和路径约束的具体约束由下式给出:

$$\begin{cases} 80 < \delta_n(t_0) < 90 \\ 0 \leq \delta_n(t_N) \leq 0 \\ [V_t(t_1) - 5][V_t(t_1) - 0] < 0 \\ [V_t(t_N) - 30][V_t(t_N) - 50] < 0 \end{cases} \quad (33)$$

前文所述起飞过程的任务特点, 为追求光滑过渡或者油耗最小的过渡。图5、图6分别是优

化出的起飞动态倾转过渡过程的最优操纵策略以及对应的飞行状态量的时间历程和轨迹变化(图中 H 为飞行高度)。首先在有相同约束量的前提下,状态量和操纵量的优化结果具有相同的变化趋势。这是根据多次测试的优化结果,不断缩小约束范围得到的。在以平稳过渡为目标的优化结

果中,杆量操纵的变化明显更加柔和。特别是在垂直起飞的优化结果中,操纵量 δ_3 和操纵量 δ_4 基本是定值,飞行员只需改变操纵量 δ_1 就能完成垂直起飞过渡过程的操纵。这种根据不同任务需求优化出的操纵特性可以供驾驶员在过渡飞行过程中作参考。

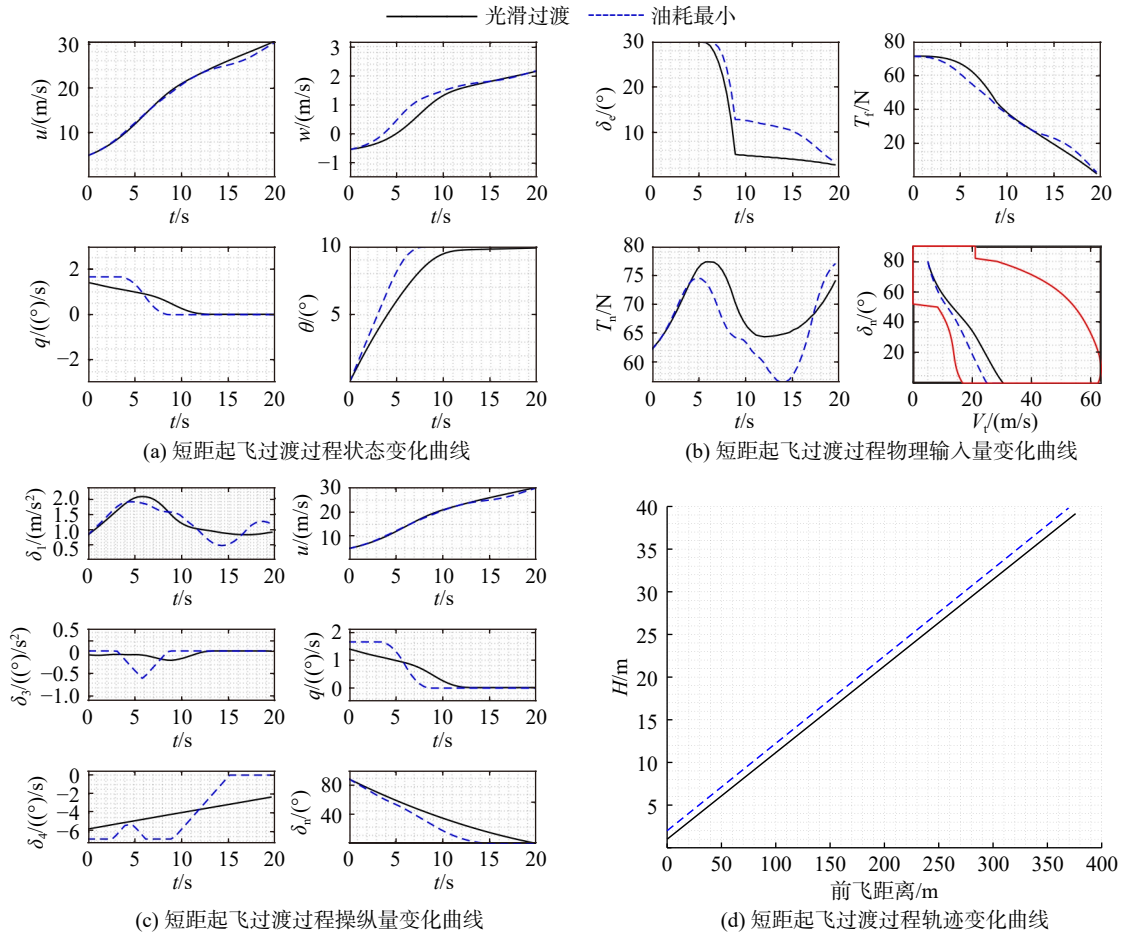
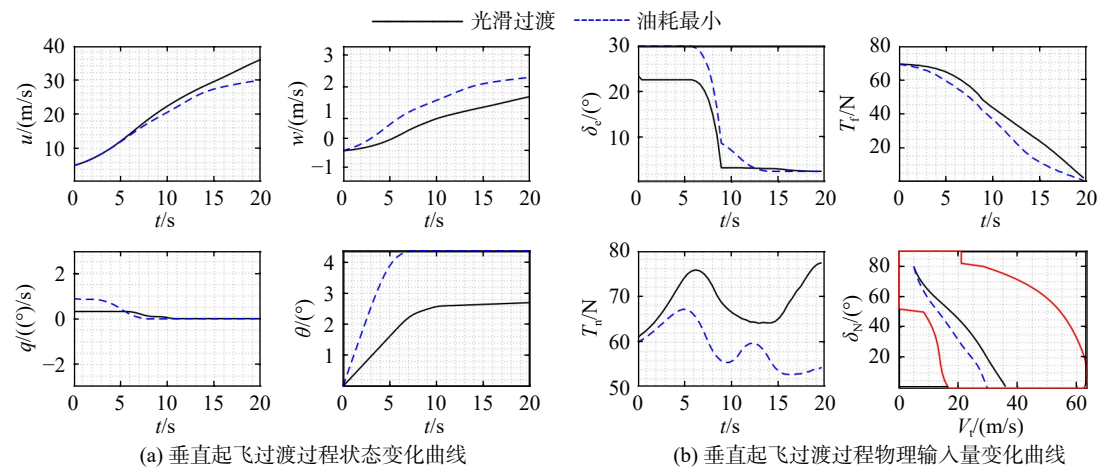


图5 短距起飞倾转过渡过程最优解

Fig. 5 Optimal solution for tilting transition process of short take-off



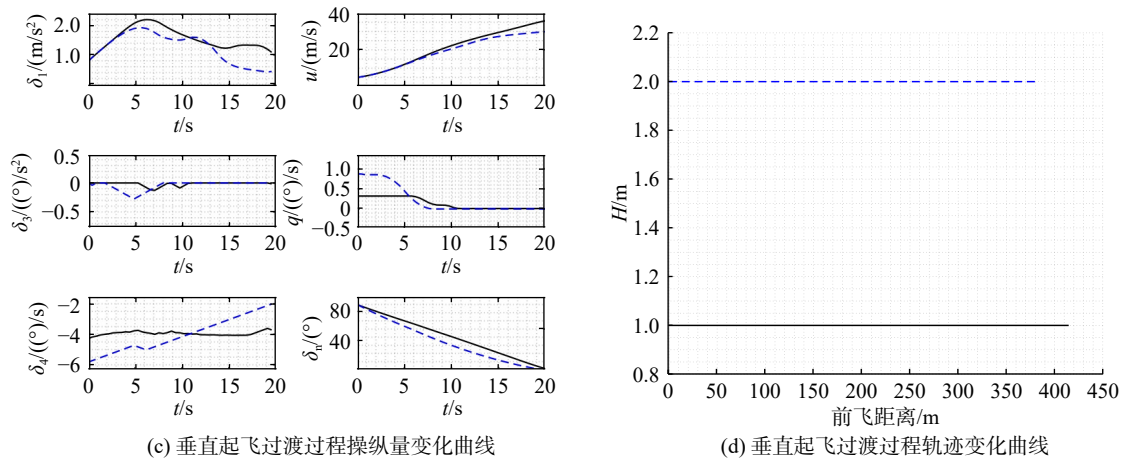


图6 垂直起飞倾转过渡过程最优解

Fig. 6 Optimal solution for tilting transition process of vertical take-off

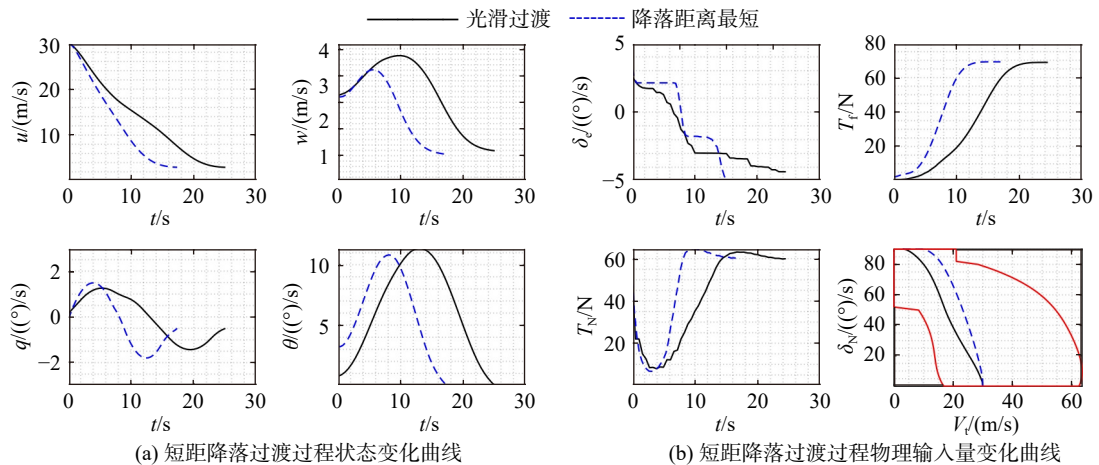
3.2 降落动态倾转过渡

针对飞行器的降落倾转过渡过程优化,式(33)中的值由下式重新给出:

$$\begin{cases} 0 \leq \delta_n(t_0) \leq 0 \\ 80 < \delta_n(t_N) < 90 \\ [V_t(t_1) - 30][V_t(t_1) - 50] < 0 \\ [V_t(t_N) - 5]V_t(t_N) < 0 \end{cases} \quad (34)$$

降落过程一般都是下滑降落,因此给出爬升角 γ 定为负值的降落过渡过程的优化结果。图7为计算的降落过渡过程的操纵策略以及对应的飞行状态量的时间历程。首先从飞行力学的角度进行分析,为了追求更短的降落距离,必然需要尽

快的减速,所以操纵量 δ_1 的绝对值应该更大,而在减速的过程中一般需要飞机抬头来增大迎角,使得飞机能平稳飞行,所以操纵量 δ_3 的绝对值也应该更大。而除了尽快减速以外,飞行器也需要矢量喷管的倾转速度更快,更早地完成倾转过渡,所以操纵量 δ_4 的绝对值同样应该更大。从图7中可以看出,相比于以平稳过渡为代价的优化结果,以降落距离更短的优化结果下的操纵量 δ_1 和操纵量 δ_4 在开始过渡后的前半段时间内都是更大的,而由于速度变化快的影响,导致需要不停得调整飞行器姿态,所以操纵量 δ_3 的波动也更大。这种优化后结果的特性是符合从飞行力学角度进行分析的,本文的优化结果则可以为这种分析提供佐证和参考。



(a) 短距降落过渡过程状态变化曲线

(b) 短距降落过渡过程物理输入量变化曲线

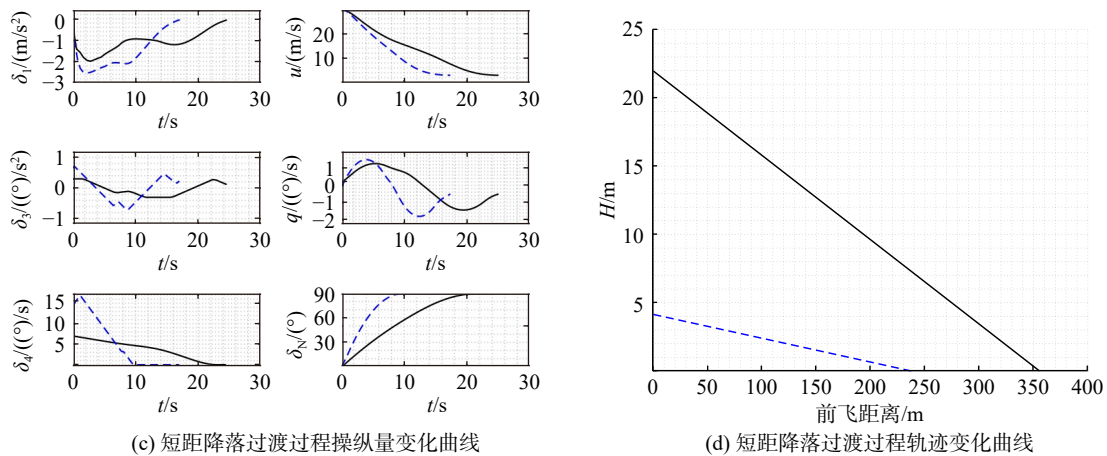


图 7 短距降落倾过渡过程最优解

Fig. 7 Optimal solution for tilting transition process of short landing

4 结 论

本文针对推力矢量型的 V/STOL 飞行器的起降过渡过程进行了综合性的研究,利用喷射气流效应的经验公式建立动力系统模型与动力学模型,采用可达平衡集的方法建立倾过渡走廊,消除冗余关系,设计过渡的操纵方式并给出操纵分配,最后基于最优控制给出不同飞行任务下的最优操纵策略。在研究过程中得到以下几点结论:

1) 区别于以考虑多种限制因素,构建各种限制边界继而给出倾过渡走廊的方法,本文采用可达平衡集的方法建立的矢量推力-升力风扇飞行器全量动力学模型,不仅可一次性构建倾过渡走廊,还可以根据具体飞行任务增加额外的配平约束,优化构建的倾过渡走廊。这种基于可达平衡集的新方法不受飞行器类型的约束,通用性好,扩展性与计算鲁棒性强。

2) 本文针对推力矢量型 V/STOL 飞行器的整个过渡过程的操纵冗余问题,设计了一套过渡操纵策略,并给出了消除冗余的操纵分配方式,为后续的缩比模式试飞提供实际的参考意义。所设计的操纵方式可以在过渡过程和固定翼飞行过程中无缝切换,降低了驾驶员的工作负担,提高了过渡效率与成功率。

3) 针对推力矢量型 V/STOL 飞行器的整个动态过渡过程,采用最优控制方法,进行悬停转平飞、短距转平飞、平飞转短距、平飞转悬停四个模态转换操纵策略优化。在对操纵策略进行优化时,考虑了飞行员对姿态及轨迹的操纵,优化出让驾驶员更加平稳感受过渡的操纵过程,可以指

导驾驶员更好掌握过渡阶段的操纵策略、操纵关注点及边界,提高飞机的操纵品质,增加飞行安全性。

参考文献:

- [1] SADDINGTON A J, KNOWLES K. A review of out-of-ground-effect propulsion-induced interference on STOVL aircraft[J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2005, 41(3): 175-191.
- [2] MARGASON R, ARLEDGE T, WARDWELL D, et al. Jet efflux characteristics and their influence on STOVL aircraft propulsion-induced effects[R]. SAE Technical Paper 962250, 1996.
- [3] BUCHHOLZ M D. Highlights of the JSF X-35 STOVL jet effects test effort[R]. AIAA-2002-5962, 2002.
- [4] 郑志成, 周洲. 垂直起降飞机设计中升力风扇估算模型分析[J]. *飞行力学*, 2010, 28(3): 21-23.
ZHENG Zhicheng, ZHOU Zhou. Analysis of the estimation model of lift fan when designing VTOL[J]. *Flight Dynamics*, 2010, 28(3): 21-23. (in Chinese)
- [5] KUHN R F, MARGASON R J, CURTIS P. Jet-induced effects the aerodynamics of jet-and fan-powered V/STOL aircraft in hover and transition[M]. Reston, VA, US: AIAA, 2005: 13-52.
- [6] 王向阳, 朱纪洪, 张义军. 推力矢量型 V/STOL 飞机动力学建模与分析[R]. 西安: 第三十二届中国控制会议, 2013.
- [7] 祝小平, 王睿, 周洲. 垂直起降固定翼飞翼布局无人机过渡飞行纵向稳定性研究[J]. *西北工业大学学报*, 2011, 29(4): 548-553.
ZHU Xiaoping, WANG Rui, ZHOU Zhou. Longitudinal stability of vertical-take-off-and-landing (VTOL) fixed wing flying wing UAV during transitional flight[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2011, 29(4): 548-553. (in Chinese)
- [8] MAISEL M D, GIULIANETTI D J, DUGAN D C. The history of the XV-15 tilt rotor aircraft: from concept to flight[R]. NASA SP-2000-4517, 2000.
- [9] 俞志明, 陈仁良, 孔卫红. 倾转四旋翼飞行器倾过渡走廊分析方法[J]. *北京航空航天大学学报*, 2020, 46(11): 2106-2113.
YU Zhiming, CHEN Renliang, KONG Weihong. Analysis method for conversion corridor of quad tilt rotor aircraft[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2020, 46(11): 2106-2113. (in Chinese)

- [10] 曹芸芸, 陈仁良. 倾转旋翼飞行器发动机短舱倾转角度-速度包线分析[J]. 航空动力学报, 2011, 26(10): 2174-2180.
CAO Yunyun, CHEN Renliang. Investigation on nacelle conversion envelope analysis method of tiltrotor aircraft[J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(10): 2174-2180. (in Chinese)
- [11] 夏青元, 徐锦法, 金开保. 倾转旋翼飞行器的建模和操纵分配策略[J]. 航空动力学报, 2013, 28(9): 2016-2028.
XIA Qingyuan, XU Jinfu, JIN Kaibao. Tilt-rotor aircraft modeling and its manipulation assignment strategy[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(9): 2016-2028. (in Chinese)
- [12] TIAN Y, HE Y, LI X, et al. Simulation testing method of V/STOL flight control strategy[R]. Beijing: the 10th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2012.
- [13] DENHAM J, PAINES J. Converging on a precision hover control strategy for the F-35B STOVL aircraft[R]. AIAA-2008-6331, 2008.
- [14] 王洛烽, 陈仁良, 严旭飞. 直升机抛放吊挂后的最优操纵与分析[J]. 航空动力学报, 2021, 36(3): 543-552.
WANG Luofeng, CHEN Renliang, YAN Xufei. Optimal control and analysis for helicopter after releasing slung load[J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(3): 543-552. (in Chinese)
- [15] 陈金鹤, 汪正中, 田洪源. 基于最优控制理论的倾转旋翼机跃障飞行仿真[J]. 西北工业大学学报, 2020, 38(6): 1266-1274.
CHEN Jinhe, WANG Zhengzhong, TIAN Hongyuan. Hurdle-hop simulation of tilt-rotor aircraft based on optimal control theory[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2020, 38(6): 1266-1274. (in Chinese)
- [16] 严旭飞, 陈仁良. 倾转旋翼机动态倾转过渡过程的操纵策略优化[J]. 航空学报, 2017, 38(7): 59-69.
YAN Xufei, CHEN Renliang. Control strategy optimization of dynamic conversion procedure of tilt-rotor aircraft[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(7): 59-69. (in Chinese)
- [17] 程志强, 朱纪洪, 袁夏明, 等. 推力矢量垂直短距飞机轨迹优化与控制[J]. 控制理论与应用, 2020, 37(1): 38-46.
CHENG Zhiqiang, ZHU Jihong, YUAN Xiaming, et al. Trajectory optimization and control design for transition of thrust-vectorized vertical and/or short take-off and landing aircraft[J]. Control Theory and Applications, 2020, 37(1): 38-46. (in Chinese)
- [18] 龚正. 先进飞行器非定常气动力建模、控制律设计及验证方法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2011.
GONG Zheng. Research on unsteady aerodynamic modeling, control law design and clearance for advanced aerospace vehicle[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2011. (in Chinese)
- [19] 叶辉. 推力矢量飞机过失速机动的鲁棒控制与边界保护[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2016.
YE Hui. Robust control and envelope protection for post-stall maneuver of TVC aircraft[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2016. (in Chinese)
- [20] GOMAN M G, KHRAMTSOVSKY A V, KOLESNIKOV E N. Evaluation of aircraft performance and maneuverability by computation of attainable equilibrium sets[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2008, 31(2): 329-339.
- [21] GILL P E, MURRAY W, SAUNDERS M A. User's guide for SNOPT version 7: software for large-scale nonlinear programming [D]. San Diego, US: University of California, 2007.

(编辑: 陈越)