

文章编号: 1000-8055(2023)01-0047-08

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220155

基础随机激励下纤维增强复合薄板振动疲劳寿命预报

许卓^{1,2}, 徐鹤松³, 李晖^{3,4}, 王相平⁴, 张海洋⁴, 刘洋⁴, 孙伟³, 马辉³,
赵丙峰³, 韩清凯³, 贾璞⁵, 周晋⁵, 闻邦椿³

- (1. 东北电力大学 机械工程学院, 吉林 吉林 132011;
2. 江西新能源科技职业学院 机电工程学院, 江西 新余 338004;
3. 东北大学 机械工程与自动化学院, 沈阳 110819;
4. 中国航发沈阳发动机研究所 航空发动机冲击动力学重点实验室, 沈阳 110015;
5. 西安交通大学 机械工程学院, 西安 710054)

摘 要: 针对传统有限元建模黑箱操作多、计算成本大、不具有自主知识产权等问题, 基于经典层合板理论, 随机振动理论和 Miner 线性积累损伤准则, 建立了基础随机激励下纤维增强复合薄板振动疲劳寿命预测的解析模型。基于应力模态法, 推导了纤维增强复合薄板的应力频响函数, 在考虑随机激励的基础上, 得到了结构的随机振动等效应力功率谱密度函数。通过 Dirlik、Bendat 和 Benasciutti-Tovo 三种频域模型对应的概率密度函数, 成功求解了相应的振动疲劳寿命。另外, 采用 ANSYS 与 nCode 软件对模型及其预测结果的正确性进行了验证, 研究发现该模型寿命计算结果相对于商业软件计算结果的偏差不超过 14.8%, 但计算效率提高了 17%~33%。因此, 该模型可为预测随机激励下各向异性复合薄板的振动疲劳问题, 提供一种思路 and 工具。

关 键 词: 随机激励; 解析法; 应力功率谱; 振动疲劳; 疲劳寿命

中图分类号: V233.1

文献标志码: A

Vibration fatigue life prediction of fiber reinforced composite thin plate under basic random excitation

XU Zhuo^{1,2}, XU Hesong³, LI Hui^{3,4}, WANG Xiangping⁴, ZHANG Haiyang⁴,
LIU Yang⁴, SUN Wei³, MA Hui³, ZHAO Bingfeng³, HAN Qingkai³,
JIA Pu⁵, ZHOU Jin⁵, WEN Bangchun³

- (1. School of Mechanical Engineering,
Northeast Electric Power University, Jilin Jilin 132011, China;
2. School of Mechanical and Electrical Engineering,
Jiangxi New Energy Technology Institute, Xinyu Jiangxi 338004, China;
3. School of Mechanical Engineering and Automation,
Northeastern University, Shenyang 110819, China;

收稿日期: 2022-03-26

基金项目: 国家自然科学基金(51970530, U1708257); 中央高校基本科研业务费专项资金(N2103026);

装备预研重点实验室基金(6142905192512); 东北电力大学博士科研启动基金(BSJXM-2020221)

作者简介: 许卓(1986—), 男, 讲师, 博士, 主要从事复合结构减振降噪研究。

通信作者: 李晖(1982—), 男, 副教授、博士生导师, 博士, 主要从事复合结构减振降噪研究。E-mail: lh200300206@163.com

引用格式: 许卓, 徐鹤松, 李晖, 等. 基础随机激励下纤维增强复合薄板振动疲劳寿命预报[J]. 航空动力学报, 2023, 38(1): 47-54. XU Zhuo, XU Hesong, LI Hui, et al. Vibration fatigue life prediction of fiber reinforced composite thin plate under basic random excitation[J]. Journal of Aerospace Power, 2023, 38(1): 47-54.

4. Key Laboratory of Aeroengine Impact Dynamics, Shenyang Engine Research Institute, Aero Engine Corporation of China, Shenyang 110015, China;
5. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710054, China)

Abstract: In order to solve the problems of traditional finite element modeling such as black box operation, high computational cost and lack of independent intellectual property rights, an analytical model for vibration fatigue life prediction of fiber reinforced composite thin plate under basic random excitation based on classical laminated plate theory, random vibration theory and Miner's linear accumulation damage criterion was established. Based on the stress modal method, the stress frequency response function of the fiber reinforced composite plate was deduced, and the random vibration equivalent stress power spectral density function of the structure was obtained considering the random excitation. Based on the probability density function corresponding to the Dirlik, Bendat and Benasciutti-Tovo frequency domain models, the corresponding vibration fatigue life was solved successfully. In addition, the correctness of the model and prediction results were verified by using ANSYS and nCode software. It was found that the deviations of life calculation results obtained by this model and the above commercial software were less than 14.8%. However, the calculation efficiency was improved by about 17% to 33%. Therefore, the model can provide an idea and a tool for predicting the vibration fatigue of anisotropic composite sheet under random excitation.

Keywords: random excitation; analytical method; stress power spectrum; vibration fatigue; fatigue life

纤维增强复合薄板作为基本的力学构件被广泛应用于航空、航天、轨道交通等领域^[1-3],由于经常在恶劣的动态、交变载荷环境下服役^[4-6],由此引发的振动疲劳问题越来越受到关注。因此,研究该结构的疲劳寿命分析与预报方法具有重要的现实意义。

多年来,国内外科研工作者利用有限元软件,对金属材料构件在随机振动激励下的疲劳失效问题开展了大量富有成效的研究。例如, Nieslony 和 Boehm^[7-8]考虑了平均应力对材料疲劳强度的影响,采用修正后的平均应力,分别基于雨流计数法和 Dirlik、Lalanne 等频域方法,预测了 S355JR 钢件的疲劳寿命。Ge 等^[9]利用 MSC/NASTRAN 软件对 7075-T6 铝合金板件进行了随机振动分析,在提取应力最大位置的功率谱密度矩阵并进行逆傅里叶变换后,根据 Wang-Brown 模型从时域角度内预测了疲劳寿命。Palmieri 等^[10]考虑了非高斯、非平稳随机激励信号对疲劳寿命的影响,基于有限元法求解了 Y 形金属试件的应力功率谱密度矩阵,并利用 Palmgren-Miner 线性损伤累积准则预测了试件的寿命。Mi 等^[11]将焊接热弹塑性理论与椭圆热源模型相结合,利用 ABAQUS 软件模拟铝合金材料的焊接过程,在计算获得等效残余应力基础上,根据 Dirlik 模型,实现了铝合金梁在随机振动作用下疲劳寿命的预测。Luo 等^[12]

利用 MSC/NASTRAN 软件计算了随机振动激励下缺口型金属试件的应力功率谱密度矩阵,在采用时域随机化方法获得应力的时域数据后,利用雨流计数法和修正的 Wöhler 曲线,对材料的疲劳寿命进行了估计。Gao 等^[13]提出了一种确定随机振动载荷下金属材料临界平面的频域法,结合 MSC/NASTRAN 软件,成功预测了缺口型 2297-T87 铝合金板试件的疲劳寿命和裂纹萌生位置,并通过实验验证了该方法的准确性。

目前只有少量文献报道了人们对于复合材料结构随机振动疲劳寿命问题的研究进展。Zhou 等^[14]采用 ANSYS 软件建立了 T 形带孔碳纤维增强复合薄板的有限元模型,在求解其在随机振动激励下的应力响应后,通过等效应力疲劳寿命准则,预测了结构的寿命。基于一种新的残余刚度模型和有限元计算获得的应力功率谱密度数据, Wu 等^[15]实现了二维平纹编织 C/SiC 复合材料板在随机振动激励下疲劳寿命的预测,并评估了局部刚度损伤对试件基频的影响。Gao 等^[16]建立了带孔复合材料板的有限元模型,在基于等效应力的功率谱密度法的基础上,结合材料的应力-寿命曲线和 Tsai-Hill 失效准则,实现了结构在随机振动激励下的疲劳寿命的预测,并通过实验验证了方法的准确性。

通过以上文献调研可知,人们往往通过商用

有限元软件, 求解随机激励下纤维增强复合薄板的振动疲劳问题, 但该软件存在黑箱操作多、计算成本大、不具有自主知识产权等问题。针对上述不足, 本文从解析求解角度, 提出了一种基础随机激励下纤维增强复合薄板振动疲劳寿命的预测方法。首先, 基于经典层合板理论建立了该类型结构的解析模型。进一步, 结合随机振动理论和 Miner 线性积累损伤准则, 获得其在随机振动作用下的等效应力功率谱密度函数, 实现了振动疲劳寿命的分析与预测。最后, 利用 ANSYS 和 nCode 软件, 在相同的激励条件下对结构的疲劳寿命进行了分析, 验证了所提出的理论模型及其预测结果的正确性。本文的研究可为预测随机激励下纤维增强复合薄板的振动疲劳问题提供一种新思路和新工具。

1 建模与寿命预测方法

1.1 模型概述

振动疲劳寿命预测对象为由 f 层具有正交各向异性特点的纤维和基体材料组合而成的纤维增强复合薄板, 如图 1 所示, 假设各层之间是牢固黏结的, 层间无滑移, 即无相对位移, 因此不考虑层间耦合效应。首先, 将中面作为参考平面, 并建立 xOy 坐标系。其中, 板长为 a , 宽度为 b , 板厚度为 h , 板面面积为 A , 密度为 ρ 。该薄板受到基础随机激励载荷 $G_{zz}(\omega)$ 的作用, 关注的响应点位于 $R_0(x_1, y_1)$ 。此外, 文中 1 代表纤维层的纤维纵向, 2 代表纤维横向, 3 代表垂直于 1-2 平面的方向, 6

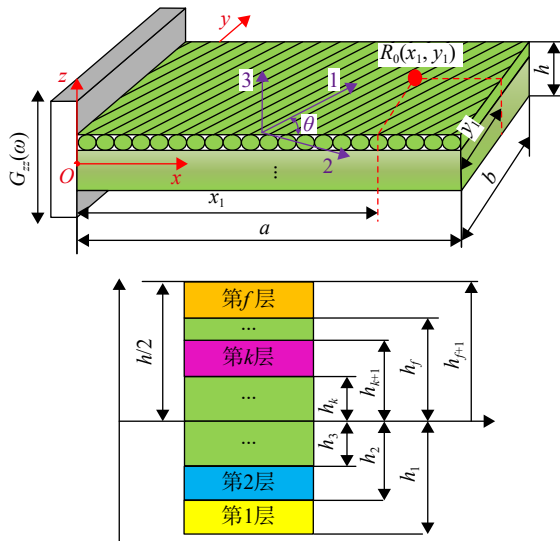


图1 基础随机激励下纤维增强层合板的理论模型

Fig. 1 Theoretical model of fiber composite plate under basic random excitation

代表 1-2 平面内的剪切方向, 且纤维方向与整体坐标系 x 轴的夹角为 θ 。

1.2 本构关系

由于纤维增强复合薄板多为对称层合结构, 其拉伸与弯曲之间不存在耦合关系, 因此面内位移和面外位移是解耦的, 根据小挠度薄板理论, 将位移场写为如下形式^[17]:

$$\begin{cases} u(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0(x, y, t)}{\partial x} \\ v(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0(x, y, t)}{\partial y} \\ w(x, y, z, t) = w_0(x, y, t) \end{cases} \quad (1)$$

式中 u 、 v 、 w 代表板内任意一点的位移; u_0 、 v_0 、 w_0 代表板中面位移; t 代表时间。

根据薄板理论可知, 正应变 ε_x 和剪应变 γ_{yz} 、 γ_{xz} 都为 0, 即 $\varepsilon_x = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0$, 由应变和位移关系, 板内任意一点的应变可表示为

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{cases} \quad (2)$$

考虑纤维方向的影响, 将复合材料的弹性模量表示成如下形式

$$\begin{cases} E_1^* = E_1' (1 + i\eta_1) \\ E_2^* = E_2' (1 + i\eta_2) \\ G_{12}^* = G_{12}' (1 + i\eta_{12}) \end{cases} \quad (3)$$

式中 E_1^* 和 E_2^* 分别代表平行纤维方向和垂直纤维方向的复弹性模量, G_{12}^* 代表 1-2 平面内的复切变模量, E_1' 、 E_2' 和 G_{12}' 分别代表复弹性模量 E_1^* 、 E_2^* 和复切变模量 G_{12}^* 的实部, η_1 、 η_2 和 η_{12} 为材料损耗因子, i 代表虚部。1 方向作用应力引起 1、2 方向应变的泊松比为 ν_{12} , 2 方向作用应力引起 1、2 方向应变的泊松比为 ν_{21} 。

对于正交各向异性材料, 材料主轴方向的应力-应变关系为

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}^* & Q_{12}^* & 0 \\ Q_{21}^* & Q_{22}^* & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中 σ 为应力, Q^* 为刚度系数, $Q_{11}^* = \frac{E_1^*}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$, $Q_{12}^* = Q_{21}^* = \frac{\nu_{12}E_2^*}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$, $Q_{22}^* = \frac{E_2^*}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$, $Q_{66}^* = G_{12}^*$, $\nu_{21} = \nu_{12} \frac{E_2^*}{E_1^*}$ 。

当纤维纵向与整体坐标系 x 轴方向有一定夹角 θ 时, 用应力-应变转轴公式计算得到第 k 层板在整体坐标系下的应力-应变关系如下:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}^* & \bar{Q}_{12}^* & \bar{Q}_{16}^* \\ \bar{Q}_{12}^* & \bar{Q}_{22}^* & \bar{Q}_{26}^* \\ \bar{Q}_{16}^* & \bar{Q}_{26}^* & \bar{Q}_{66}^* \end{bmatrix}^{(k)} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中 $\bar{Q}^*$ 为转轴刚度系数, k 表示复合薄板的第 k 层。

简化铺层角度和层数后, 可将结构等效成一块各向异性板, 则等效后的刚度矩阵为

$$\begin{bmatrix} Q_{11}^f & Q_{12}^f & Q_{16}^f \\ Q_{12}^f & Q_{22}^f & Q_{26}^f \\ Q_{16}^f & Q_{26}^f & Q_{66}^f \end{bmatrix} = \frac{12}{h^3} \begin{bmatrix} D_{11}^* & D_{12}^* & D_{16}^* \\ D_{12}^* & D_{22}^* & D_{26}^* \\ D_{16}^* & D_{26}^* & D_{66}^* \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中 D_{ij}^* 为弯曲刚度, 其表达式为

$$D_{ij}^* = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^f (\bar{Q}_{ij}^*)^{(k)} (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad i, j = 1, 2, 6 \quad (7)$$

1.3 应力频响函数

假设复合薄板在 z 方向受到基础谐波激励的作用, 其表达式为

$$U_{\max} = \frac{1}{2} \iint_A \left[D_{11}^* \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_{12}^* \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + D_{22}^* \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 + 4 \left(D_{16}^* \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + D_{26}^* \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} + 4D_{66}^* \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dA \quad (13)$$

$$W_{q\max} = \rho h Z \omega^2 \iint_A W dx dy \quad (14)$$

定义拉格朗日能量函数 L 的表达式为

$$L = T_{\max} + W_{q\max} - U_{\max} \quad (15)$$

使 L 对待定系数 a_{mn} 的偏导数等于零, 即

$$\frac{\partial L}{\partial a_{mn}} = 0 \quad (16)$$

如此, 可获得如下的运动方程:

$$(\mathbf{K} + i\mathbf{C} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{a} = \mathbf{F} \quad (17)$$

式中 $\mathbf{K}$ 、 $\mathbf{C}$ 和 $\mathbf{M}$ 分别为刚度矩阵、阻尼矩阵和质量矩阵, $\mathbf{a} = [a_{11}, a_{12}, \dots, a_{mn}]^T$ 为位移向量, $\mathbf{F}$ 为激振力

$$z(t) = Z e^{i\omega t} \quad (8)$$

式中 Z 为激励幅值, ω 为激励频率。

为了便于分析, 将复合薄板所受的基础激励等效为均布惯性力 $q(t)$, 其表达式为

$$q(t) = -\rho h \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = \rho h Z \omega^2 e^{i\omega t} \quad (9)$$

假设复合薄板的横向振动位移可表示为

$$w_0(x, y, t) = e^{i\omega t} W(\xi, \eta) \quad (10)$$

式中 $W(\xi, \eta)$ 为振型函数, 可表示为

$$W(\xi, \eta) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N a_{mn} p_m(\xi) q_n(\eta) \quad (11)$$

式中 a_{mn} 为待定系数, $p_m(\xi)$ ($m = 1, 2, \dots, M$) 和 $q_n(\eta)$ ($n = 1, 2, \dots, N$) 为正交多项式, 其具体取值见文献 [18]。

进一步, 根据能量法, 可获得结构的最大动能 $T_{\max}$, 最大势能 $U_{\max}$ 和均布惯性力做功最大值 $W_{q\max}$, 它们分别为

$$T_{\max} = \frac{\rho h \omega}{2} \iint_A W^2 dx dy \quad (12)$$

向量。忽略式 (17) 中的 $\mathbf{C}$ 和 $\mathbf{F}$, 可得特征方程, 如此可求得固有频率和模态振型 [19]。

接着, 将已知的 $\mathbf{a}$ 代入到式 (11) 中, 可求得关注点 $R_0(x_1, y_1)$ 对应的 $w_0(x, y, t)$ 。同时, 根据式 (2) 可求得 ε_x 、 ε_y 和 γ_{xy} , 再利用式 (4) 和式 (6), 可获得该点的应力表达式为

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}^f & Q_{12}^f & 0 \\ Q_{12}^f & Q_{22}^f & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66}^f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (18)$$

还可进一步获得应力 σ_x 、 σ_y 和 σ_{xy} 作用下结构的频响函数, 即

$$H_{\sigma_x}(\omega) = -z \sum_{r=1}^{M \times N} \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N a_{mn} \left\{ Q_{11}^f \frac{\partial^2 [p_m(\xi) q_n(\eta)]}{\partial x^2} + Q_{12}^f \frac{\partial^2 [p_m(\xi) q_n(\eta)]}{\partial y^2} \right\}}{\omega_r - \omega^2 + 2i\omega\omega_r\zeta_r} \quad (19)$$

$$H_{\sigma_y}(\omega) = -z \sum_{r=1}^{M \times N} \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N a_{mn} \left\{ Q_{21}^f \frac{\partial^2 [p_m(\xi) q_n(\eta)]}{\partial x^2} + Q_{22}^f \frac{\partial^2 [p_m(\xi) q_n(\eta)]}{\partial y^2} \right\}}{\omega_r - \omega^2 + 2i\omega\omega_r\zeta_r} \quad (20)$$

$$H_{\sigma_{xy}}(\omega) = -2z \sum_{r=1}^{M \times N} \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N a_{mn} Q_{66}^f \frac{\partial^2 [p_m(\xi) q_n(\eta)]}{\partial x \partial y}}{\omega_r - \omega^2 + 2i\omega\omega_r\zeta_r} \quad (21)$$

式中 ω_r 为第 r 阶模态对应的固有频率, ζ_r 为第 r 阶模态阻尼比, 其表达式为

$$\zeta_r = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\mathbf{a}_r^T \mathbf{C} \mathbf{a}_r}{\mathbf{a}_r^T \mathbf{K} \mathbf{a}_r} \quad (22)$$

式中 $\mathbf{a}_r$ 为第 r 阶模态对应的位移向量。

1.4 等效应力功率谱密度

根据随机振动理论, 复合薄板在 z 向受到基础随机激励时, 其应力响应的功率谱密度矩阵 $\mathbf{G}_{\sigma\sigma}(\omega)$ 可表示为

$$\mathbf{G}_{\sigma\sigma}(\omega) = \mathbf{H}_{\sigma}^*(\omega) \mathbf{G}_{zz}(\omega) \mathbf{H}_{\sigma}^T(\omega) \quad (23)$$

式中 $\mathbf{G}_{zz}(\omega)$ 为 z 向振动加速度的功率谱密度, $\mathbf{H}_{\sigma}^*(\omega)$ 为频响函数矩阵, 其表达式为

$$\mathbf{H}_{\sigma}^*(\omega) = [H_{\sigma_x}, H_{\sigma_y}, H_{\sigma_{xy}}]^T \quad (24)$$

在利用频域方法开展多方向应力状态的疲劳问题分析时, 需计算 Von Mises 应力对应的功率谱密度函数 $G_{\sigma_{eq}}(\omega)$ ^[20]:

$$G_{\sigma_{eq}}(\omega) = \text{tr}[\mathbf{A} \mathbf{G}_{\sigma\sigma}(\omega)] \quad (25)$$

式中 $\mathbf{A}$ 为常数矩阵, 其取值见文献[20]。

1.5 疲劳寿命预测

为了利用频域法对复合薄板开展疲劳寿命预测, 首先需计算 $G_{\sigma_{eq}}(\omega)$ 对应的各阶谱矩 λ_{m_a} :

$$\lambda_{m_a} = \int_0^\infty \omega^{m_a} G_{\sigma_{eq}}(\omega) d\omega \quad (26)$$

式中 m_a 为谱矩的阶数。

引入 Palmgren-Miner 线性积累损伤准则^[21], 在循环应力连续变化的情况下, 可将疲劳损伤系数 D 表示为

$$D = \int_0^\infty \frac{n_s}{N_s} ds \quad (27)$$

式中 n_s 是应力幅值为 s 时的实际循环数, N_s 是应力幅值为 s 时的破坏循环数。一般情况下, 当 $D=1$ 时, 认为结构发生疲劳破坏。

在随机载荷持续作用时间 t 后, 结构疲劳损伤加剧, 此时 D 可表示为

$$D = v_a t \int_0^\infty \frac{p(s)}{N_s} ds \quad (28)$$

式中 $p(s)$ 为应力幅值的概率密度函数, v_a 是单位时间内应力的循环次数。

假设复合薄板的应力-寿命曲线可通过测试获得, 其具有如下形式:

$$s^k N_s = C_s \quad (29)$$

式中 k 和 C_s 为复合薄板对应的材料疲劳常数。

最后, 可基于应力-寿命曲线求解获得复合薄板的疲劳寿命 t_d :

$$t_d = \frac{C_s}{v_a \int_0^\infty s^k p(s) ds} \quad (30)$$

需要说明的是, 在预测 t_d 时, 可基于 Dirlik^[22]、Bendat^[23] 和 Benasciutti-Tovo^[24] 三种频域模型对应的概率密度函数进行求解。

2 有限元结果对比验证

为了验证所提出的复合薄板振动疲劳寿命预测方法的正确性, 使用 ANSYS 软件建立了该结构的有限元模型, 在获得应力频响函数后, 将其输入到 nCode 软件中, 在相同的激励条件下, 进行疲劳寿命的对比与验证。以 TC500 碳纤维/环氧树脂薄板为研究对象, 其处于一端约束的悬臂边界条件下, 整体长、宽、厚分别为 230、50、1.8 mm, 弹性模量 $E_1 = 121$ GPa, $E_2 = 8.6$ GPa, 切变模量 $G_{12} = 4.6$ GPa, 泊松比 $\nu_{12} = 0.27$, 密度为 $1\,490$ kg/m³, 其为对称正交铺设, 即 $[(0^\circ/90^\circ)_2/0^\circ/(0^\circ/90^\circ)_2]$, 共有 9 层。利用 ANSYS 软件所建立的有限元模型如图 2 所示。

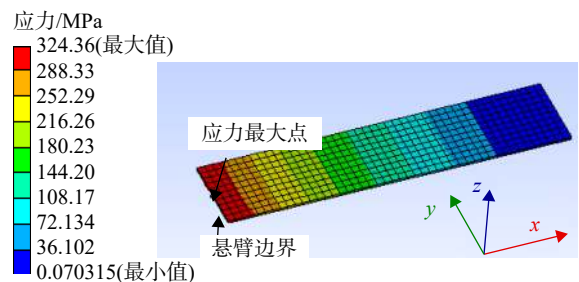


图 2 复合薄板有限元模型

Fig. 2 Finite element model of composite thin plate

表 1 给出了本文所建立的解析模型与有限元模型分别计算获得的纤维增强复合薄板的前 4 阶固有频率及其偏差。两个模型获得的固有频率偏差最大不超过 1.3%, 可初步证明本文模型及其计算方法的正确性。

表 1 解析模型与有限元模型计算获得的复合薄板的前 4 阶固有频率及其偏差

Table 1 The first 4 natural frequencies and their deviations of composite thin plate calculated by analytical model and finite element model

项目	固有频率			
	1 阶	2 阶	3 阶	4 阶
有限元模型计算值/Hz	41.2	159.1	257.8	527.0
解析模型计算值/Hz	41.4	160.5	260.4	533.6
偏差/%	0.5	0.9	1.0	1.3

由于悬臂复合薄板的最大应力位置通常在受到约束的根部区域, 为此选择图 2 所示的最大应力点进行疲劳寿命预测。假设随机激励载荷谱分别如图 3(a) 和图 3(b) 所示, 分别利用本文提出的预测方法和 nCode 软件进行疲劳寿命计算。图 4 为本文和 nCode 软件计算获得的应力功率谱密度曲线, 对其分析可知窄带恒值谱和宽带梯形谱随机信号激励下, 两种方法获得的应力功率谱密度曲线的最大偏差分别为 3.9% 和 14.1%。需要说明的是, 由于 nCode 软件在计算时需要输入 ANSYS 获得的应力谱响应分析结果, 但其在考虑基础振动载荷激励下时, 忽略了激励相位的影响, 无法在频响曲线中考虑扭转模态的影响, 由此可能造成了上述计算偏差^[25]。

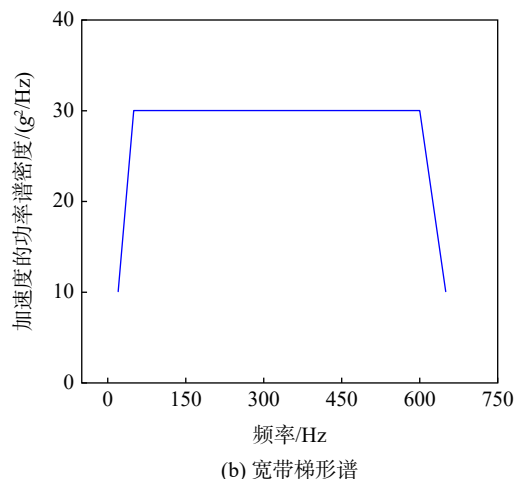
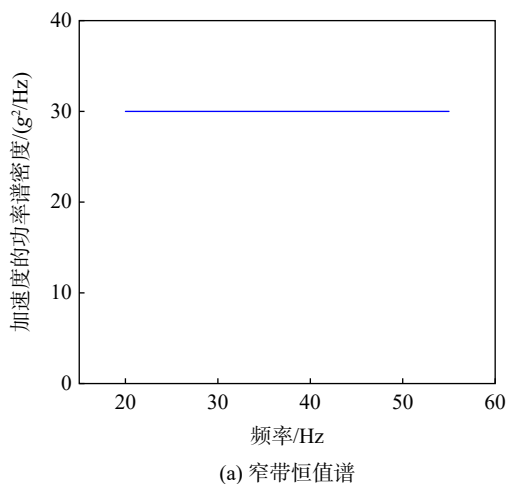


图 3 随机激励载荷谱

Fig. 3 Random excitation load spectrum

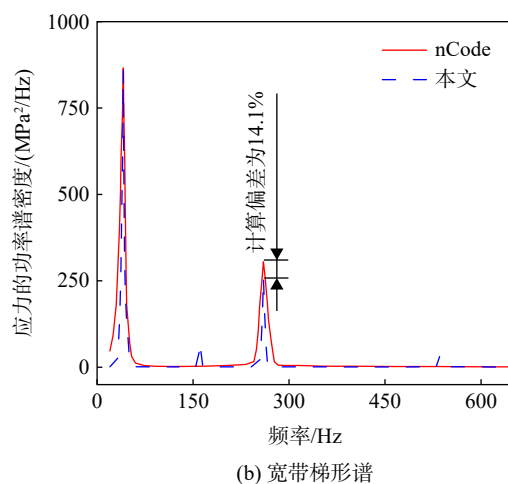
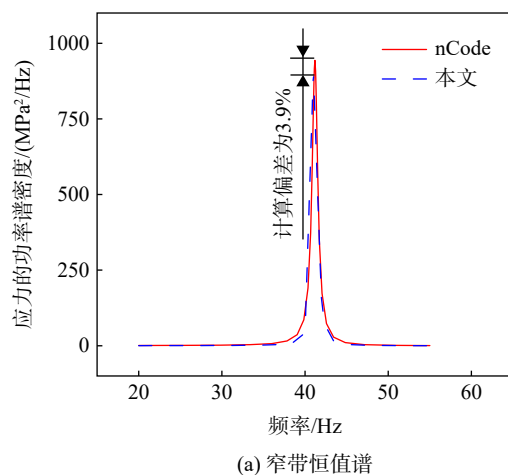


图 4 本文和 nCode 软件计算获得的应力功率谱密度曲线

Fig. 4 Stress power spectral density curve calculated by this paper and nCode software

最后, 参考文献 [14] 测试获得的碳纤维/环氧树脂材料的应力-寿命曲线, 分别利用本文提出的解析预测方法和 nCode 软件, 在窄带恒值谱和宽带梯形谱两种随机信号激励下, 通过 Dirlik、Bendat

和 Benasciutti-Tovo 三种频域模型对应的概率密度函数进行复合薄板的疲劳寿命的预测, 结果如表 2 所示。对其进行分析可知, 不同随机激励信号下两种方法获得的振动疲劳寿命计算偏差最大不超过 14.8%, 处于工程应用可接受的范围内, 可以利用本文所提出的方法预测复合薄板的疲劳寿命问题, 比 nCode 软件在计算效率上提高了 17%~

33%。但仍有必要对上述疲劳寿命计算偏差进行分析, 这可能是由于: ①本文在建模过程中没有考虑横向切应力的影响; ②在计算应力功率谱密度曲线时, 其误差会影响疲劳寿命结果; ③不同频域模型会导致振动疲劳寿命预测结果不同, nCode 软件采用了 Lallane 模型, 这与本文所用的三类频域模型不同。

表 2 不同随机激励作用下本文提出的解析预测方法和 nCode 软件预测获得的疲劳寿命、计算时间及其偏差

Table 2 Fatigue life, calculation time and deviation predicted by analytic prediction method proposed in this paper and nCode software under different random excitations

类型	频域模型	本文计算 寿命/min	nCode 软件 计算寿命/min	计算精度 偏差/%	本文计算 耗时/s	nCode 软件 计算耗时/s	计算效率 偏差/%
窄带恒值谱	Dirlik	117.5	109.0	7.8	23.7	31.2	-24.0
	Bendat	117.1		7.4	19.5		-37.5
	Tovo-Benasciutti	117.7		8.0	20.8		-33.3
宽带梯形谱	Dirlik	6 921.0	6 266.7	10.4	30.3	36.5	-17.0
	Bendat	7 067.5		12.8	26.2		-28.2
	Tovo-Benasciutti	7 193.8		14.8	27.5		-24.7

3 结 论

本文从解析角度, 建立了基础随机激励下纤维增强复合薄板振动疲劳寿命的预测模型。在不同随机信号激励下, 通过 ANSYA 和 nCode 软件对模型进行了验证研究。验证结果表明, 两种方法获得的固有频率和应力功率谱密度的计算结果的最大偏差为 1.3% 和 14.1%, 疲劳寿命的偏差不得超过 14.8%, 处于工程应用可接受范围内, 并且本文方法比 nCode 软件在计算效率上提高了 17%~

33%。本文所建立的解析模型及相关求解方法, 可为预测随机激励下纤维增强复合薄板的振动疲劳问题提供一种新思路和新工具。

2219-2241.

[6] LI Hui, WANG Xintong, HU Xiaoyue, et al. Vibration and damping study of multifunctional grille composite sandwich plates with an IMAS design approach[J]. *Composites: Part B Engineering*, 2021, 223: 109078.1-109078.14.

[7] NIESLONY A, BOEHM M. Mean stress effect correction using constant stress ratio *S-N* curves[J]. *International Journal of Fatigue*, 2013, 52: 49-56.

[8] NIESLONY A, BOEHM M. Mean stress effect correction in frequency-domain methods for fatigue life assessment[J]. *Procedia Engineering*, 2015, 101: 347-354.

[9] GE Jie, SUN Yi, ZHOU Song, et al. A hybrid frequency-time domain method for predicting multiaxial fatigue life of 7075-T6 aluminium alloy under random loading[J]. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 2015, 38(3): 247-256.

[10] PALMIERI M, CESNIK M, SLAVIC J, et al. Non-gaussianity and non-stationarity in vibration fatigue[J]. *International Journal of Fatigue*, 2017, 97: 9-19.

[11] MI Chengji, LIU Jidong, XIAO Xuewen, et al. Random vibration fatigue life assessment and optimization of a train buffer beam considering welding residual stress[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2020, 34(3): 1071-1080.

[12] LUO Zhengbo, CHEN Huaihai, HE Xudong. Influences of correlations between biaxial random vibrations on the fatigue lives of notched metallic specimens[J]. *International Journal of Fatigue*, 2020, 139: 105730.1-105730.14.

[13] GAO Daiyang, YAO Weixing, WEN Weidong, et al. A multiaxial fatigue life prediction method for metallic material under combined random vibration loading and mean stress loading in the frequency domain[J]. *International Journal of Fatigue*, 2021, 148(7): 106235.1-106235.15.

[14] ZHOU Song, SUN Yi, GUO Licheng. Random fatigue life prediction of carbon fibre-reinforced composite laminate based on hybrid time-frequency domain method[J]. *Advanced Composite Materi-*

参考文献:

[1] HUDA Z, EDI P. Materials selection in design of structures and engines of supersonic aircrafts: a review[J]. *Materials and Design*, 2013, 46: 552-560.

[2] 李晖, 孙伟, 许卓, 等. 纤维增强复合薄板振动测试与分析方法[M]. 北京: 机械工业出版社, 2019.

[3] LI Hui, WU Huaishuai, ZHANG Tinan, et al. A nonlinear dynamic model of fiber-reinforced composite thin plate with temperature dependence in thermal environment[J]. *Composites: Part B Engineering*, 2019, 162: 206-218.

[4] 熊峻江. 疲劳断裂可靠性工程学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.

[5] LI Hui, XUE Pengcheng, GUAN Zhongwei, et al. A new nonlinear vibration model of fiber-reinforced composite thin plate with amplitude-dependent property[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2018, 94(3):

- als, 2016, 26(2): 181-195.
- [15] WU Zengwen, ZHAO Yuan, LIANG Jun, et al. A frequency domain approach in residual stiffness estimation of composite thin-wall structures under random fatigue loadings[J]. *International Journal of Fatigue*, 2019, 124: 571-580.
- [16] GAO Daiyang, YAO Weixing, WEN Weidong, et al. Equivalent spectral method to estimate the fatigue life of composite laminates under random vibration loading[J]. *Mechanics of Composite Materials*, 2021, 57(1): 101-114.
- [17] HYER M W. Stress analysis of fiber-reinforced composite materials[M]. Lancaster, UK: DEStech Publications Inc, 2009.
- [18] 薛鹏程, 李晖, 常永乐, 等. 悬臂边界下纤维增强复合薄板固有频率计算及验证[J]. *航空动力学报*, 2016, 31(7): 1754-1760.
- XUE Pengcheng, LI Hui, CHANG Yongle, et al. Natural frequency calculation and validation of fiber reinforced composite thin plate under cantilever boundary[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2016, 31(7): 1754-1760. (in Chinese)
- [19] 李晖, 薛鹏程, 周正学, 等. 基于多层次修正的纤维复合薄板振动响应预测[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2018, 39(10): 1661-1667.
- LI Hui, XUE Pengcheng, ZHOU Zhengxue, et al. Prediction of vibration response in fiber composite thin plate based on the multi-level correction method[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2018, 39(10): 1661-1667. (in Chinese)
- [20] PITOISET X, PREMOUNT A. Spectral methods for multiaxial random fatigue analysis of metallic structure[J]. *International Journal of Fatigue*, 2000, 22(7): 541-550.
- [21] ALLEGRI G, ZHANG X. On the inverse power laws for accelerated random fatigue testing[J]. *International Journal of Fatigue*, 2008, 30(6): 967-977.
- [22] DIRLIK T. Application of computers in fatigue analysis[D]. Warwickshire, UK: University of Warwick, 1985.
- [23] BENDAT J S. Probability functions for random responses[R]. NASA-CR-33, 1964.
- [24] BENASCIUTTI D, TOVO R. Spectral methods for lifetime prediction under wide-band stationary random processes[J]. *International Journal of Fatigue*, 2005, 27(8): 867-877.
- [25] 胡杰. 基础激励下基于模态叠加法的谐响应分析[J]. *计算机辅助工程*, 2014, 23(6): 94-96.
- HU Jie. Harmonic response analysis based on mode superposition method under base excitation[J]. *Computer Aided Engineering*, 2014, 23(6): 94-96. (in Chinese)

(编辑: 秦理曼)