

文章编号: 1000-8055(2022)11-2362-14

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220356

航空发动机初步设计阶段榫接结构前置判别方法

董少静^{1,2}, 方宇凡^{1,2}, 胡文通³, 申秀丽^{1,2}

- (1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;
2. 北京航空航天大学 航空发动机结构强度北京市重点实验室, 北京 100191;
3. 中国兵器工业集团 导航与控制技术研究所, 北京 100089)

摘 要: 为适应自约束参数化建模方法所导致的非正交参数取值范围, 提出了将传统正交设计空间的抽样点映射到非正交空间的映射方法。构建了基于机器学习逻辑回归的可行域边界识别方法, 对样本空间响应是否满足相关准则进行判断。将此方法应用于某高压涡轮二齿和三齿榫接结构, 发现某发动机初步设计方案会导致在详细设计阶段无法获得满足设计要求的榫接结构, 需将榫接结构参数前置至初步设计阶段, 与上级参数共同设计, 防止其在详细设计阶段成为设计难点。通过边界识别方法发现, 转速降低为 15 575 r/min 或轮盘外径降低为 303 mm 时可以设计出二齿榫接结构; 转速降低为 15 584 r/min 或轮盘外径降低为 301 mm 时可以设计出三齿榫接结构。该方法可以作为发动机初步设计阶段各学科之间的一个迭代反馈信息, 在发动机其他细节结构设计上具有推广性。

关 键 词: 初步设计阶段; 颠覆性设计; 榫接结构; 可行域边界识别; 前置参数设计

中图分类号: V232.3

文献标志码: A

Prejudgment method of tenon structure in aero-engine preliminary design stage

DONG Shaojing^{1,2}, FANG Yufan^{1,2}, HU Wentong³, SHEN Xiuli^{1,2}

- (1. School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;
2. Beijing Key Laboratory of Aero-Engine Structure and Strength, Beihang University, Beijing 100191, China;
3. Navigation and Control Technology Research Institute, China North Industries Group Corporation Limited, Beijing 100089, China)

Abstract: In order to adapt to the range of non-orthogonal parameters caused by the self-constrained parametric modeling method, a mapping method was proposed to map the sampling points of the traditional orthogonal design space to the non-orthogonal space. A feasible domain boundary identification method based on machine learning logistic regression was constructed to judge the compliance of the sample space response with relevant criteria. This method was applied to a high pressure turbine two-/three-tooth tenon structure, finding that an engine preliminary design scheme may fail to meet the design requirements in the detailed design phase of tenon structure, and tenon structure parameters may be advanced to the preliminary design stage, together with the superior parameter design, to prevent the design difficulties in the detailed design stage. Through the boundary identification method, it was found

收稿日期: 2022-05-21

作者简介: 董少静(1986—), 女, 副研究员、博士生导师, 博士, 主要从事航空发动机热端部件结构、材料及工艺方面的研究。

通信作者: 申秀丽(1967—), 女, 研究员、博士生导师, 博士, 主要从事航空发动机热端部件结构强度及多学科优化、陶瓷基复合材料在发动机热端部件的应用、高温合金多尺度力学分析等方面的研究。E-mail: shxl606@buaa.edu.cn

引用格式: 董少静, 方宇凡, 胡文通, 等. 航空发动机初步设计阶段榫接结构前置判别方法[J]. 航空动力学报, 2022, 37(11): 2362-2375. DONG Shaojing, FANG Yufan, HU Wentong, et al. Prejudgment method of tenon structure in aero-engine preliminary design stage[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(11): 2362-2375.

that when the speed was reduced to 15 575 r/min or the outer diameter of the wheel was reduced to 303 mm, the two-tooth tenon structure can be designed. When the speed was reduced to 15 584 r/min or the outer diameter of the wheel was reduced to 301 mm, the three-tooth tenon structure can be designed. This method can be used as an iterative feedback information among various disciplines in the initial engine design stage. The proposed method can be generalized to other details of the engine structure design.

Keywords: preliminary design stage; disruptive design; tenon structure; feasible region boundary recognition method; pre-parameter design

航空发动机设计作为一个综合性系统工程,涉及传热、气动、结构强度、燃烧、振动和可靠性等多个学科^[1]。而设计过程中各学科之间存在复杂的耦合关系,各学科多项指标相互制约,需要在设计过程中不断反复、匹配、协调和平衡。因此发动机具有设计周期长,科研投入高,技术综合性强,研制成本高和研制风险大等特点。

航空发动机设计可简单化划为 3 个阶段:概念设计、初步设计和详细设计阶段^[2]。概念设计阶段确定流量、压比和涵道比等相对独立的气动热力参数,初步设计阶段确定航空发动机的基本结构形式,而在详细设计阶段则“冻结”基本结构^[2]。发动机初步设计阶段需进行详细和充分的工作,以避免后期出现技术上的重大反复,甚至推翻原来的技术方案^[3]。即在初步设计阶段对可能影响到之后详细设计阶段的关键学科、结构特征等予以充分考虑,避免在详细设计阶段出现大的反复,颠覆初步设计甚至概念设计。

为了缩短航空发动机的设计周期,寻找最优方案,并充分考虑各学科之间的耦合,研究人员针对初步设计阶段开展了多学科设计优化研究。尽管如此,随着发动机性能要求的不断提高,仍然存在详细设计阶段颠覆初步设计方案的风险。如何在初步设计阶段对可能颠覆的关键技术进行识别,并融合到初步设计阶段多学科设计优化中成为问题研究的关键。

商业领域^[4]和公共服务领域^[5]关键详细设计的预识别方法主要分为主观判断和客观推导。然而在航空发动机领域,主观判断对专家或设计人员的设计经验要求较高,尤其是在追求更高性能时,发动机一些潜在的关键设计问题已经难以通过设计经验所发现。

在客观推导方面,商业企业广泛利用专利数据进行技术领域创新的预测研究,及时作出研发战略的调整^[6-7]。较为经典的是,英国知识产权局的专利信息团队通过分析相关专业技术领域所涉及的初期专利数据,以其作为持续性技术训练

集,开发颠覆性技术预测的原型工具,较为成功地预测了微波加热、闪存和数模转换等技术发展过程中潜在的颠覆性设计^[8]。目前,商业模式颠覆性识别技术中的持续性技术训练集对航空发动机关键设计鉴别工作有较大的启发。

航空发动机研制过程是一个常年累积技术的过程,所以商业领域中持续性技术的概念同样适用于航空发动机行业。不断累积的数据资料和设计经验在发动机各个研制阶段都有着至关重要的作用。但随着对发动机性能需求的不断提高,现有的材料性能、技术水平和设计经验将逐步变得力不从心。发动机常常工作在各方面技术、性能极限发挥的状态,可供进行增量式改进的空间极为有限。另外,受限于发动机具体需求、机型、工作环境纷繁复杂,数据资料和设计经验在进行泛化应用之前也需要慎重考量。所以相对匮乏的“持续性训练集”使得难以效仿商业模型进行关键技术鉴别工作。

为了弥补发动机持续性训练集匮乏的缺点,可以采用多学科优化领域试验设计方法生成训练样本空间,通过数值仿真等方法获取样本点的响应,并判定样本点响应的可行性。这个过程涉及两个技术问题:

1) 非正交空间抽样。传统的试验设计中,设计变量是互相独立的,即设计空间是正交的^[9]。而由于设计变量之间半独立形成的非正交空间,导致设计变量的边界为非常数,目前没有关于其抽样方法的报道。

2) 判断样本空间响应是否满足相关准则,即可行域边界识别。可行域边界识别本质是二分类问题,采用机器学习的分类方法可以快速确定可行区域边界。常用分类方法有线性回归、支持向量机、决策树以及聚类算法等。逻辑回归是线性回归的一个推广,使用一个权重向量来定义和最大化其中一个类的对数概率^[10],是一种广泛使用、易于理解、性能良好的监督学习技术。由于它能够透明地研究个体特征的重要性,因此是二分类

问题中最有用的分析工具之一^[11]。

本文借鉴商业创新领域中对颠覆性设计的识别方法,以高推质比航空发动机高压涡轮榫接结构为例,发展航空发动机初步设计阶段关键设计前置鉴别技术。首先,提出了将传统正交设计空间的最优拉丁超立方抽样点映射到非正交设计空间的方法,以适应自约束参数化建模方法导致的非正交参数取值范围。然后,通过机器学习的逻辑回归方法,对样本空间响应是否满足相关准则做可行域边界识别。最后,采用本文提出的方法对航空发动机高压涡轮榫接结构可行性进行判别分析。

1 基于试验设计方法的非正交空间抽样映射方法

有些设计技术,按照经验在初步设计阶段不考虑,但很有可能在详细设计阶段无法满足设计要求。需要在初步设计阶段通过多样本形成设计空间对这些关键技术进行鉴别。因此,首先需要对该技术对应的设计空间进行抽样。

在结构件的几何参数化建模过程中,若不能充分考虑几何尺寸之间的相互约束关系,可能导致所构建的几何模型出现局部畸形或体干涉产生不合理的几何形状,甚至无法解算。自约束参数化建模在模型更新时利用建模历史回放功能逐步解算新参数下的几何约束,有效避免自动建模失败。由于自约束参数化建模方法的引入,部分几何参数成为半独立参数(设计变量),其取值边界不再是常数,导致样本空间为非正交空间。如仍采用常规的试验设计方法获取样本空间将会产生如下矛盾,如图 1 所示:若按某设计变量的下限最小值和上限最大值进行试验设计,即按最小内接正交边界,部分样本点必然处于几何约束的可行域之外;若按某设计变量的下限最大值和上限最小值进行试验设计,即按最大外切正交边界,

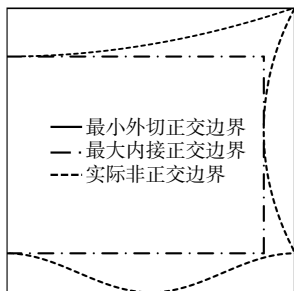


图 1 非正交边界示意图

Fig. 1 Diagram of nonorthogonal boundaries

则不能完全覆盖原本可行的样本空间,甚至可能出现下限最大值大于上限最小值的情况,导致试验设计失败。

可采用如下思路将试验设计产生的正交样本点映射到自约束参数化建模时产生的非正交空间,从而在非正交空间中产生新的抽样点,以供数值方法得到各抽样点的输出响应。

1) 根据设计变量确定试验设计空间维度 n 。

2) 确定试验设计水平数 m 。

3) 进行试验设计抽样。在试验设计空间中, $\xi_k^{\min}$ 表示第 k 维的下边界取值, $\xi_k^{\max}$ 表示第 k 维的上边界取值。将每个设计变量的取值区间统一设定为 $\xi_k^{\min} = 0$ 和 $\xi_k^{\max} = 1$, 继而根据水平数 m 和设计空间维度 n 进行最优拉丁超立方抽样。

4) 根据自约束参数化建模确定的设计变量上下边界,依次建立非正交空间边界和试验设计空间边界的对应关系。即非正交空间第 k 维的下边界 $u = u_k^{\min}$ 对应试验设计空间第 k 维的下边界 $\xi = \xi_k^{\min}$, 上边界 $u = u_k^{\max}$ 对应上边界 $\xi = \xi_k^{\max}$ 。

5) 根据试验设计空间中已经形成的抽样点,通过空间映射方法向非正交空间进行映射,确定非正交空间中抽样点的坐标,继而形成新的试验设计抽样矩阵。

在本文中,采用求解椭圆微分方程获取非正交空间和试验设计空间的映射关系。由于椭圆微分方程中的拉普拉斯方程的解只能在边界上取极值,即在其区域内部点是单调的,保证了非正交空间和试验设计空间映射关系的一一对应性^[12-14]。采用拉普拉斯方程作为求解映射关系的方程为

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 \xi_1}{\partial u_i^2} = 0 \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 \xi_2}{\partial u_i^2} = 0 \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 \xi_n}{\partial u_i^2} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

其中 u_i 是实际非正交边界内第 i 维样本点坐标, ξ_i 是正交边界内第 i 维样本点坐标。

直接求解上述以 u_i 为自变量的方程组是十分困难的。解决该问题的方法是交换上式中的自变量和因变量,对此推导 u_i 到 ξ_i 的变换和逆变换关系。求解时按非正交空间中内接最大正交体作为边界,在每个维度根据抽样水平数等距划分区间,以区间交点作为迭代初始值。采用逐点松弛迭代

法^[15-16]可求出映射到非正交空间的抽样点坐标, 即非正交空间的抽样矩阵。

本文采用最优拉丁超立方抽样方法, 抽样水平数 m 为事先选定的。在试验设计抽样中, 由于已经将每个因子的上下界设定为 $[0,1]$, 所以水平数 m 的选择有赖于试验设计的目的。在验证算例中, 使用两因子 51 水平进行验证。设横轴为第 1 维度, 纵轴为第 2 维度, 按照式(1)的标记, 根据前述步骤 3) 和步骤 4), 试验设计空间以及非正交空间的边界可以表示为

$$\begin{cases} \xi_1 = 0 | u_1 = 0 \\ \xi_1 = 1 | u_1 = 2.1 - \sqrt{1.46 - (u_2 - 0.5)^2} \\ \xi_2 = 0 | u_2 = 0.08 \cos(2\pi u_1) - 0.08 \\ \xi_2 = 1 | u_2 = 0.2u_1^2 + 0.8 \end{cases} \quad (2)$$

结果如图 2 所示, 可见该非正交空间映射算法可以有效解决普通试验设计不能完全填充非正交边界区域的问题。

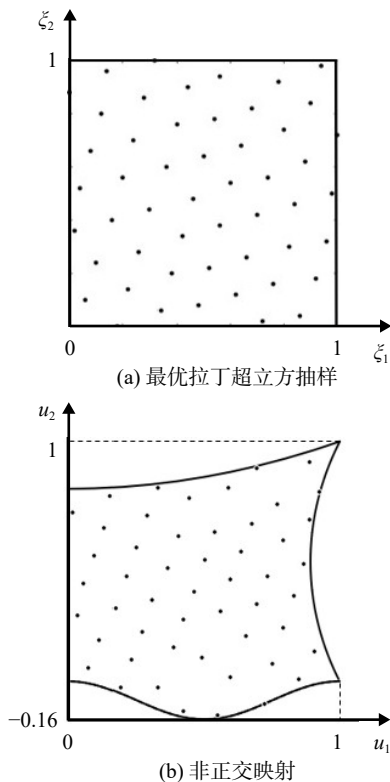


图 2 两因子 51 水平非正交映射效果

Fig. 2 Two factors 51 level non-orthogonal mapping effect

2 基于机器学习逻辑回归的可行域边界识别方法

构建了抽样空间之后, 通过数值仿真分析等手段获取抽样点的数值响应, 如最大应力、变形、

质量或效率等。通过判断响应是否符合相应的设计准则或标准, 便可将样本点分类为可行和不可行。进一步对于新的设计取样, 希望通过以上抽样点可行性情况对新的设计取样进行可行性预测, 以发挥关键设计判别的作用。

在抽样空间中, 若能用以设计参数因子 X 为自变量的函数回归模型 $z = \theta(X)$ 来描述或逼近抽样点与其响应的关系, 那么对于新的设计取样, 可通过回归模型快速计算取样点的响应, 进而可以确认该设计的取样点是否在初步设计阶段需要考虑的关键设计, 也就是说在初步设计的框架下, 是否有详细设计的可行解。以上判断过程为典型的二分类问题, 通过对一个抽样点的响应进行判断, 可以对该抽样点赋予相应的逻辑标签。可行的逻辑标签为 $\{1\}$, 不可行为 $\{0\}$ 。易于想到的做法是采用单位跃升函数^[17](式(3))将连续的实值 z 转换为 $\{0,1\}$ 的逻辑标签。

$$y = \begin{cases} 0, & z < 0 \\ 0.5, & z = 0 \\ 1, & z > 0 \end{cases} \quad (3)$$

若回归模型值 z 为正, 判断为可行; z 值为负则判断为不可行; 0.5 被设置为阈值, 作为可行域与不可行域的分界点。然而单位跃升函数不连续, 较难使用优化方法求解回归模型。

在机器学习领域, 通常引入 Sigmoid 函数(式(4))将任意实值 z 压缩到 $[0,1]$ 的逻辑范围之内。

$$g(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}} \quad (4)$$

函数在 $z=0$ 时的函数值为 0.5; 随着自变量的逐渐减小, 函数值趋近于 0; 当自变量逐渐变大时, 函数值逐渐趋近于 1。当以 0.5 作为可行和不可行的分界时, 可以反解出 $y = g(\theta(X)) = 0.5$ 时的可行域边界函数 $z = \theta(X)$ 。且 Sigmoid 函数是具有任意阶可导的凸函数, 易于使用数值优化方法求解。

函数回归模型 $z = \theta(X)$ 可以设定为任意函数类型, 用以描述试验设计因子和逻辑输出响应之间的关系。在本文中, 选取多项式模型作为函数回归模型。所以

$$z = \theta(X) \quad (5)$$

如原来只有两个试验设计因子 x_1 和 x_2 , 均为 1 阶特征项, 其 2 阶特征项为 x_1^2 、 x_1x_2 和 x_2^2 , 所以 $X = [1 \ x_1 \ x_2 \ x_1^2 \ x_1x_2 \ x_2^2]$, 则可利用多项式模型将各阶特征线性求和。

逻辑回归函数可表述为

$$y = g(\theta(\mathbf{X})) = h_{\theta}(\mathbf{X}) \quad (6)$$

为求解回归函数,采用优化方法最小化回归模型预测值和实际值之差。为衡量实际值和回归模型预测值之间的差距,需要设定代价函数。当代价函数最小时,意味着预测值和实际值之间的差距越小,此时回归函数反映抽样点与其响应的趋势越准确。定义如下的代价函数:

$$\text{cost}(h_{\theta}(\mathbf{X}), y) = \begin{cases} -\ln(h_{\theta}(\mathbf{X})) & \text{if } y = 1 \\ -\ln(1 - h_{\theta}(\mathbf{X})) & \text{if } y = 0 \end{cases} \quad (7)$$

其中 y 为经过逻辑判断产生的逻辑标签。对于总数为 m 的抽样点,总代价函数为

$$J(\theta) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \text{cost}(h_{\theta}(x^{(i)}), y^{(i)}) = -\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m [y^{(i)} \ln(h_{\theta}(x^{(i)})) + (1 - y^{(i)}) \ln(1 - h_{\theta}(x^{(i)}))] \quad (8)$$

为了使总代价函数 $J(\theta)$ 最小,使用梯度下降法求解当总代价函数最小时,回归模型 $z = \theta(\mathbf{X})$ 中各系数的值 θ ,即获得了回归模型。

3 多项式阶次对回归函数的影响分析

对以下具有逻辑标签的数据样本集进行逻辑回归分析,如图 3 所示, f_1 表示因子 1, f_2 表示因子 2。该样本集中包含 108 个样本点,其中 53 个样本点携带可行逻辑标签 $\{y = 1\}$,在图 4 中以绿色点表示。其余 55 个不可行样本点 $\{y = 0\}$ 以红色点表示(数据样本集来源于 Github)。利用文中第 2 节所述的逻辑回归边界识别方法求解边界回归函数。由于该样本集共包含 108 个样本点,所以最高可采用 13 阶多项式 ($C_{13+2}^2 = 105 < 108, C_{14+2}^2 = 120 > 108$)。

分别绘制多项式阶次从 2 到 13 的边界回归函数示意图,并选取几个具有代表性边界形状的示意图予以展示,如图 4 所示。

为评价逻辑边界的拟合效果,设定如下的回归拟合精度函数评价逻辑回归模型的拟合精度:

$$\theta_j = \text{mean}(y = g(\theta(\mathbf{X}) \geq 0.5)) \times 100\% \quad (9)$$

或 $\theta_j = \text{mean}(y = g(\theta(\mathbf{X}) \geq 0)) \times 100\%$

其中 mean 函数为求取数组平均值函数。若样本点经逻辑回归模型的输出响应与样本点本身的逻辑

标签一致,则返回 1,否则返回 0。对返回值数组求平均即可获得回归拟合精度。如表 1 所示,随着多项式阶次的提高,待求的多项式系数逐渐增加,但回归拟合精度不一定有显著提升,同时也应考虑阶次过高可能出现的过拟合现象。出于对计算成本的考虑,应在保证逻辑拟合精度的前提下,尽量选择低阶多项式以减少多项式系数的个数。

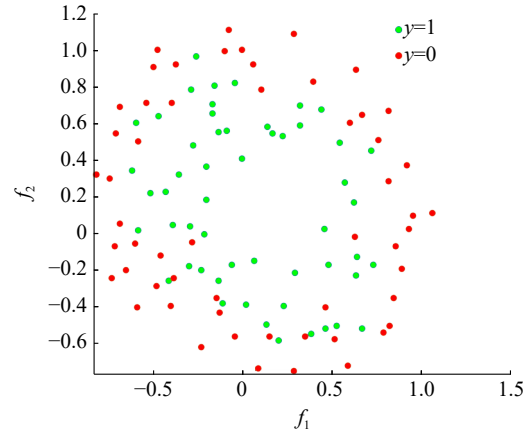
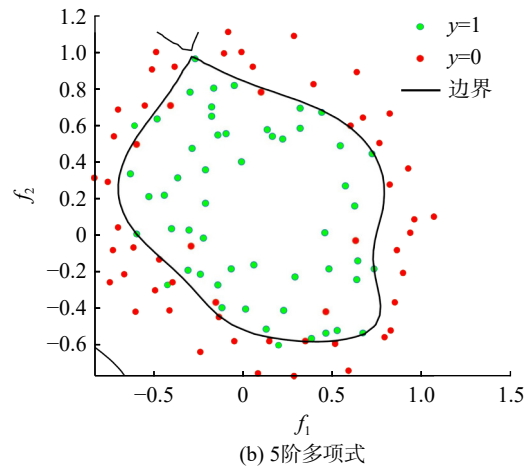
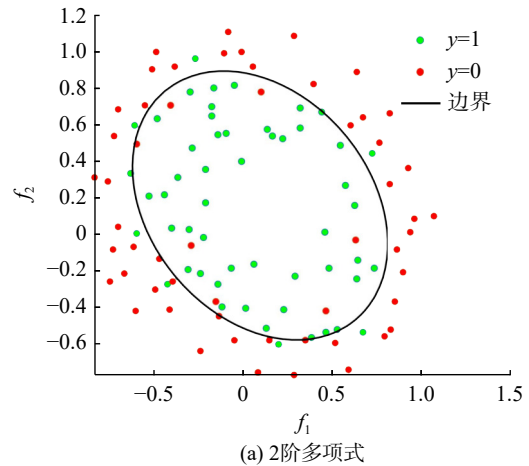


图 3 两因子逻辑回归样本

Fig. 3 Two factors logistic regression sample



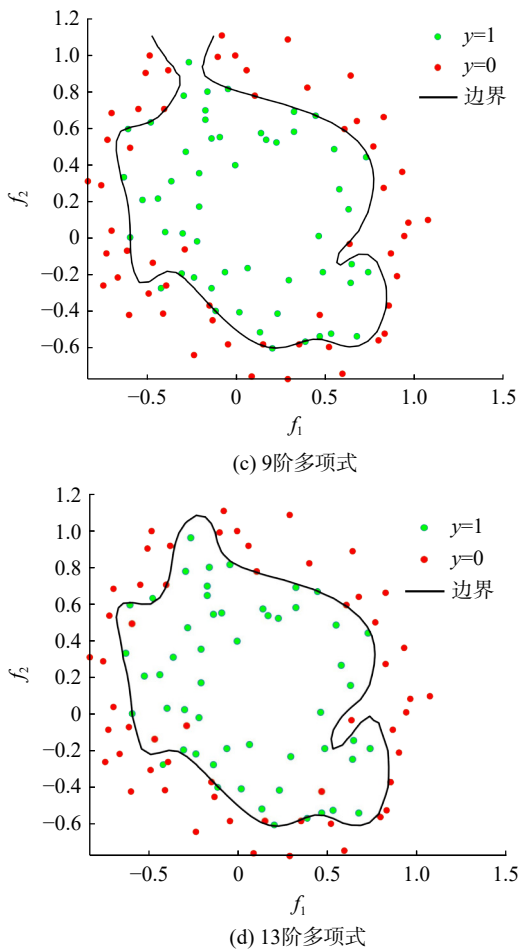


图 4 两因子不同阶次多项式逻辑回归边界识别结果
Fig. 4 Boundary identification results of two factor with different order polynomial logistic regression

表 1 两因子不同阶次多项式逻辑回归拟合精度
Table 1 Two factors of different order polynomial logistic regression fitting accuracy

多项式阶次	多项式系数个数	回归拟合精度/%
2	6	86.11
3	10	86.11
4	15	85.19
5	21	88.89
6	28	88.89
7	36	90.74
8	45	91.67
9	55	91.67
10	66	91.67
11	78	92.59
12	91	90.74
13	105	91.67

4 工程算例验证

本文以高压涡轮榫接结构为算例进行方法应用说明和验证。

假设某发动机在初步设计阶段确定了涡轮转子叶片的气动参数,判断在详细设计阶段是否有满足气动要求的榫接结构。当转子叶片的气动参数确定时,对于涡轮榫接结构来说,叶片的质量矩、高压涡轮转速和轮盘的外径基本确定。对涡轮榫接结构进行参数化建模,形成满足非正交约束的样本区间,抽样并进行强度分析,形成设计空间,通过强度判断准则区分可行和不可行空间。通过该方法,不仅对榫接结构可行性进行了判断,也确定了榫接结构的几何尺寸。

初步设计阶段给定轮盘外径、叶片质量矩和转速,则以上问题便可转化为:在这 3 个参数的任意组合下,是否至少存在 1 组榫接结构设计参数可以满足强度等设计准则要求,依此判断是否需要在初步设计阶段对榫接结构进行前置研究。即在任意 1 组由初步设计阶段所得的上级参数任意组合下,是否存在 1 组满足条件的详细设计阶段下级参数,以决定是否提高下级参数的设计优先级。

上级参数的取值范围应尽量囊括所能覆盖的参数组合范围。上级参数取值范围见表 2。

表 2 高压涡轮榫接结构关键技术判别上级参数取值范围
Table 2 Value range of superior parameters for key technology discrimination of high pressure turbine tenon structure

上级参数	下限值	上限值
轮盘外径/mm	280	320
叶片质量矩/(g·m)	35	80
转速/(rad/s)	1 400	1 700

在高压涡轮榫接结构中,可能用到二齿或三齿结构,因此,对两种结构均进行了分析和验证。

4.1 高压涡轮榫接结构参数化建模

建立榫接结构和高压涡轮盘子午面参数化模型,涡轮盘结构如图 5 所示,其中 R_{out} 表示轮盘外径, H_1 表示盘心等厚区轴向厚度, H_2 表示榫接结构轴向长度。三齿榫接结构如图 6 所示,图中参数含义见表 3。初始二齿榫接结构如图 7 所示。

对于榫接结构,根据建模历史,将建模层级划分为主特征级、功能特征层级、修饰特征层级以及复制特征层级,如图 8 所示。榫接结构的自约束参数化建模根据建模历史逐步施加约束方程。

在此介绍非独立参数、独立参数以及半独立参数的概念。例如在方程 $b=a+1$ 中, a 是独立参数, b 是非独立参数;在方程 $c<a+1$ 中, a 是独立

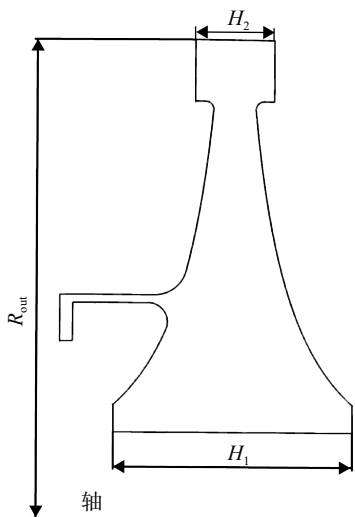
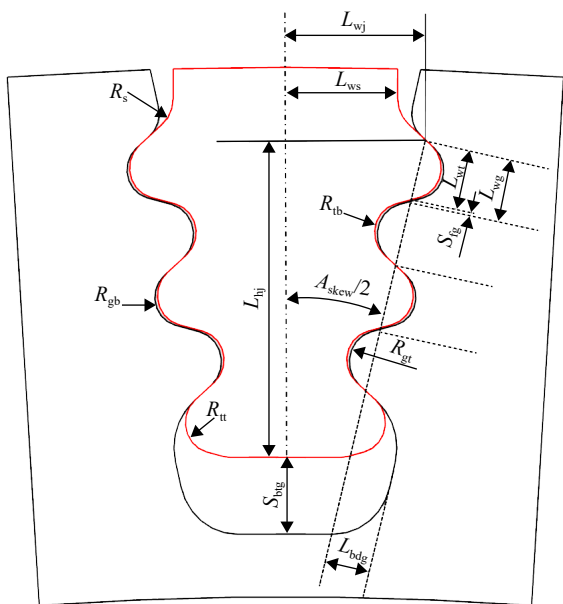


图 5 涡轮盘子午面模型

Fig. 5 Model of meridional plane of turbine disc

图 6 榫接结构参数化模型^[18]Fig. 6 Parametric model of tenon structure^[18]

参数, c 是半独立参数。

榫接结构的自约束参数化建模方法可以描绘所有可能出现的榫接结构参数组合, 包含 21 个基本尺寸建模参数, 如表 3 所示, 其中包含 18 个独立或半独立参数以及 3 个非独立参数。单圆弧齿榫接结构需满足以下尺寸约束方程。

1) 榫头齿宽 L_{wt} , 需要为榫头第 N 齿底部圆角预留一定的空间 S_{fb} 。如图 9 所示。

$$L_{wt} = \left[\frac{L_{hj} - S_{fb}}{\cos(A_{skew}/2)} \right] / (2N - 1) \quad (10)$$

2) 第 N 齿齿宽 $L_{wt,N}$, 最下端的榫头齿宽需要考虑预留圆角空间 S_{fb} 。

表 3 高压涡轮榫接结构关键技术前置判别参数

Table 3 Prejudgment parameters of key technologies of high pressure turbine tenon structure

上级参数	下级参数		
	独立参数	半独立参数	非独立参数
轮盘外径	榫头高 L_{hj}	榫头齿顶圆角半径 R_{tt}	榫头齿宽 L_{wt}
叶片质量矩	榫头颈宽 L_{wj}	榫槽齿底圆角半径 R_{gb}	榫头齿高 L_{ht}
转速	楔形角 A_{skew}	榫槽齿顶圆角半径 R_{gt}	榫槽齿宽 L_{wg}
		榫头齿底圆角半径 R_{tb}	
	上侧角 A_t	伸根圆角半径 R_s	
	下侧角 A_d	榫槽第 N 齿齿深 L_{bdg}	
	榫头榫槽齿宽间隙 S_{fg}	榫槽第 N 齿上圆弧半径 R_{gb}	
	榫头榫槽底部间隙 S_{btg}	榫槽第 N 齿下圆弧半径 R_{tgb}	
	榫头底预留圆角空间 S_{fb}	伸根颈宽 L_{ws}	
	盘心等厚区轴向厚度 H_1		

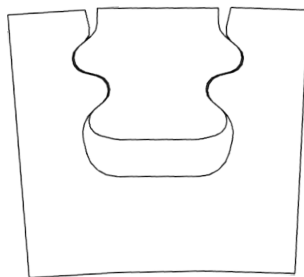


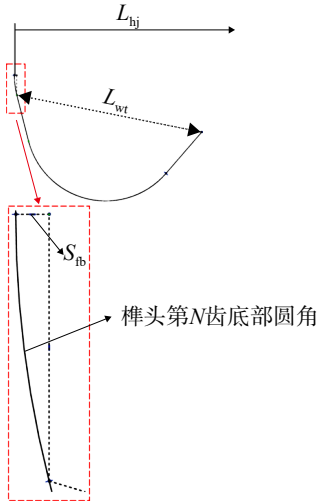
图 7 初始二齿榫接结构

Fig. 7 Initial two-tooth tenon structure



图 8 建模层级划分

Fig. 8 Modeling hierarchy

图 9 榫头第 N 齿底部圆角预留空间Fig. 9 Leave space at the bottom corner of the N_{th} tooth of the tenon

$$L_{wt,N} = \frac{L_{hj}}{\cos(A_{skew}/2)} - (2N-2)L_{wt} - S_{fb} \quad (11)$$

3) 榫头齿顶圆角半径 R_{tt} , 该圆角半径应满足保证一定的接触长度, 以及圆角的加入不得使直线段内缩至参考线以内, 如图 10 所示。

$$\begin{aligned} t &= \frac{\cos A_d}{\sin(A_t + A_d)} L_{wt} \\ d &= \frac{\cos A_t}{\sin(A_t + A_d)} L_{wt} \end{aligned} \quad (12)$$

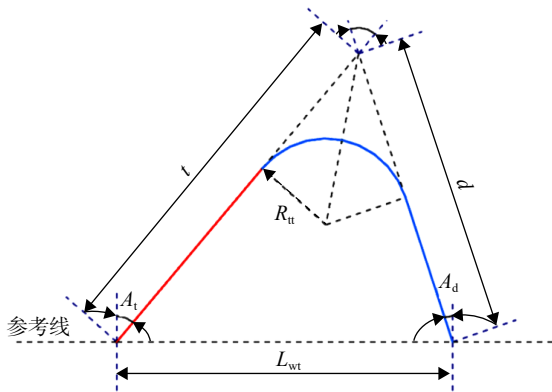


图 10 榫头齿顶圆角半径几何约束

Fig. 10 Geometric constraints on the radius of the fillet at the top of tenon teeth

接触发生在上侧角一侧, 整个接触区域在参考线两侧(齿顶、齿底)均有分布, 需要定义如下两个参数, 接触总长度 $[W]$ 和齿顶分配比例 $[\gamma]$, 则在齿顶接触长度应至少为 $[W] \times [\gamma]$ 。接触长度由以下公式^[19] 计算得出

$$[W] = \frac{C}{2N\sigma_{jy} \cos(A_{skew}/2 + A_t)} \quad (13)$$

其中 C 为单个叶片所产生的离心载荷, σ_{jy} 为榫接需用挤压应力。可得

$$R_{tt} \leq \left[\frac{\cos A_d}{\sin(A_t + A_d)} L_{wt} - [W][\gamma] \right] \cot \frac{A_t + A_d}{2} \quad (14)$$

若无接触长度限制, 则

$$R_{tt} \leq \frac{\cos A_d}{\sin(A_t + A_d)} L_{wt} / \cot \frac{A_t + A_d}{2} \quad (15)$$

4) 榫头齿高 L_{ht} , 榫头齿高主要用于约束榫槽齿深的下限。如图 11 所示。

$$L_{ht} = \frac{L_{wt}}{\tan A_t + \tan A_d} + \left(1 - \frac{1}{\sin \frac{A_t + A_d}{2}} \right) R_{tt} \cos \frac{A_t - A_d}{2} \quad (16)$$

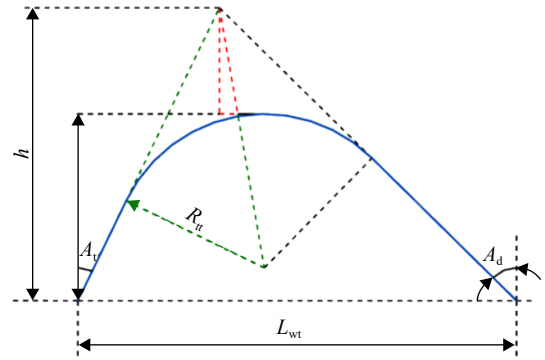


图 11 榫头齿高几何约束

Fig. 11 Geometric constraints on tenon tooth height

5) 榫槽齿宽 L_{wg} , 在榫头齿下侧角一侧与榫槽有间隙 S_{fg} 。

$$L_{wg} = L_{wt} + S_{fg} \quad (17)$$

6) 榫槽齿底圆角半径应满足榫槽齿底上侧角一侧直线段(接触段)不小于榫头齿顶对应接触长度段, 以及榫槽齿底深大于榫头齿高。

$$R_{gb} \leq \frac{\cos A_d}{\sin(A_t + A_d) \cot \frac{A_t + A_d}{2}} S_{fg} + R_{tt} \quad (18)$$

$$R_{gb} \leq \frac{\sin \frac{A_t + A_d}{2}}{(\tan A_t + \tan A_d) \left(1 - \sin \frac{A_t + A_d}{2} \right)} \cdot \frac{S_{fg}}{\cos \frac{A_t - A_d}{2}} \quad (19)$$

以上两个不等式均限制了 R_{gb} 的上限, 作为共同的约束条件限制。

7) 榫槽齿顶圆角半径 R_{gt} , 需保证榫槽齿顶直线段长度。

$$R_{gt} \leq \frac{\cos A_d}{\sin(A_t + A_d) \cot \frac{A_t + A_d}{2}} (L_{wt} - S_{fg}) \quad (20)$$

8) 榫头齿底圆角半径 R_{ib} 应满足榫头齿底接触一侧直线段不小于榫槽齿顶段的长度, 以及榫头齿深大于榫槽齿高。

$$R_{ib} \leq \frac{\cos A_d}{\sin(A_t + A_d) \cot \frac{A_t + A_d}{2}} S_{fg} + R_{gt} \quad (21)$$

$$R_{ib} \leq R_{gt} + \frac{\sin \frac{A_t + A_d}{2} \cdot S_{fg}}{\tan A_t + \tan A_d} \left(1 - \sin \frac{A_t + A_d}{2} \cos \frac{A_t - A_d}{2} \right) \quad (22)$$

9) 榫槽第 N 齿齿底采用双圆弧+直线模式。其中的直线段平行于参考线, 两线的距离(大齿深 L_{bdg})需大于其他榫槽齿深, 所以有

$$L_{bdg} \geq \frac{L_{wt} + S_{fg}}{\tan A_t + \tan A_d} + \left(1 - \frac{1}{\sin \frac{A_t + A_d}{2}} \right) R_{gb} \cos \frac{A_t - A_d}{2} \quad (23)$$

如图 12 所示, 此处的双圆弧应满足: 上端圆弧半径保证接触段长度, 下端圆弧半径保证产生直线段, 且下端圆弧不会内缩到参考线以内。

$$R_{tgb} \leq \left[\frac{L_{bdg}}{\cos A_t} - \frac{\cos A_d}{\sin(A_t + A_d)} L_{wt} + R_{it} \cot \frac{A_t + A_d}{2} \right] / \cos(A_t/2 + \pi/4) \quad (24)$$

下圆弧半径 R_{bgb} , 保证直线段长度大于上下两圆弧切掉的长度之和。

$$R_{bgb} \leq \frac{L_{bdg}}{\cos(A_{skew}/2)} \tan(\pi/4 + A_{skew}/4) \quad (25)$$

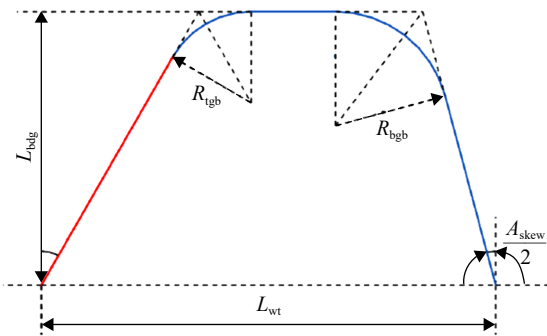


图 12 榫槽底部双圆弧几何约束

Fig. 12 Double circular arc geometric constraints at the bottom of the groove

10) 伸根颈宽 L_{ws} , 应小于榫头颈宽, 所以

$$L_{ws} \leq L_{wj} \quad (26)$$

11) 伸根圆角半径 R_s , 应保证不使榫头第一齿上侧直线内缩至参考线以内, 有

$$R_s \leq \frac{(L_{wj} - L_{ws}) \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{A_t}{2} + \frac{A_{skew}}{4}\right)}{2 \cos(A_t + A_{skew}/2)} \quad (27)$$

4.2 榫接结构优化设计

在对榫接结构参数抽样之前, 对榫接结构进行静强度分析, 然后进行优化, 优化后更合理的榫接结构参数作为初值, 并在设计空间内产生样本点用于后续分析。

对图 6 所示的三齿榫接结构进行有限元分析。对于此算例给定的轮盘外径, 叶片质量矩以及转速下, 该榫接结构最大周向应力为 1 005 MPa, 位于榫槽底部(如图 13 所示), 最大径向应力为 1 206 MPa, 位于榫槽底部侧壁(如图 14 所示)(未进行弹塑性计算), 榫槽底部的周向应力和榫槽底部侧壁的径向应力是重要的考核点。

图 6 所示的三齿榫接结构针对最大径向应力和最大周向应力已经过初步优化, 进一步地考虑到榫接结构轴向长度对接触面积的影响, 补充分

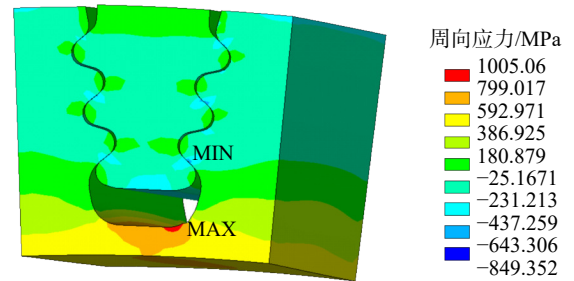


图 13 三齿榫接结构周向应力分布

Fig. 13 Circumferential stress distribution of three-tooth tenon structure

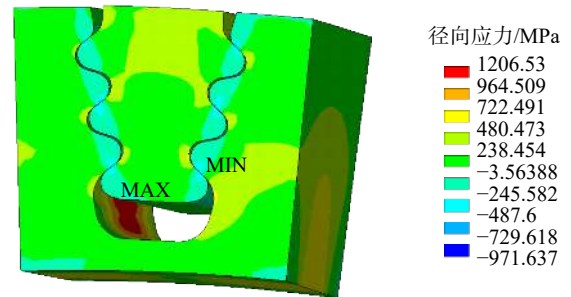


图 14 三齿榫接结构径向应力分布

Fig. 14 Radial stress distribution of three-tooth tenon structure

析轴向长度,开展有限元分析对其进行优化。参考 EGD-3^[20] 给出榫接结构优化的准则,建立三齿榫接结构优化数学模型。在满足榫齿挤压应力 σ_e 和榫接结构颈部拉伸应力 σ_t 的要求下,寻找使得榫接结构最大周向应力和最大径向应力最小的轴向长度,即

$$\begin{aligned} \min F(p) &= w_1 \frac{\sigma_r}{\sigma_{r0}} + w_2 \frac{\sigma_\varphi}{\sigma_{\varphi0}} \quad p = H_2 \\ \text{s.t.:} \quad &\begin{cases} \sigma_t \leq 0.4\sigma_{0.1} \\ \sigma_e \leq 0.4\sigma_{0.1} \end{cases} \end{aligned} \quad (28)$$

其中 H_2 为轴向长度; $F(t)$ 为榫接结构最大周向应力和最大径向应力的加权函数,取权因子 $w_1=w_2=0.5$; σ_r 为榫接结构最大径向应力, σ_φ 为榫接结构最大周向应力, σ_{r0} 和 $\sigma_{\varphi0}$ 分别为以上两个参数的初值, $\sigma_{0.1}$ 为榫接结构材料的 0.1% 屈服强度。优化后榫接轴向长度由 24.5 mm 变为 23.1 mm,如图 15 所示。

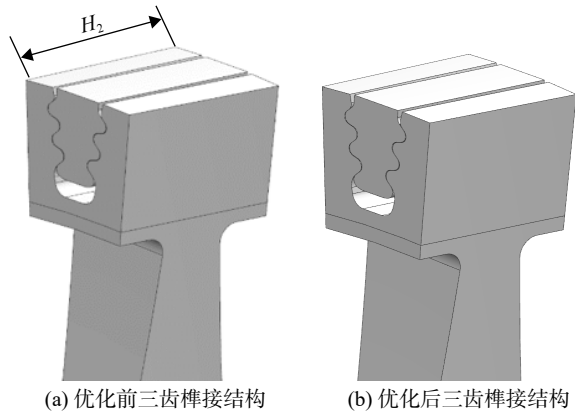


图 15 优化前后三齿榫接结构

Fig. 15 Optimization of the front and rear three-tooth tenon structure

对于图 7 所示的初始二齿榫接结构,同样补充考虑轴向长度 H_2 的影响。同时通过灵敏度分析以及工程经验选择对榫接结构挤压应力和颈部拉伸应力最大的 5 个参数,分别为榫头高 L_{hj} 、榫槽齿底圆角半径 R_{gb} 、榫头齿顶圆角半径 R_{tt} 、榫槽齿顶圆角半径 R_{gt} 、榫头齿底半径 R_{tb} ,加上轴向长度 H_2 一共 6 个参数。优化数学模型如下:

$$\begin{aligned} \min F(p) &= w_1 \frac{\sigma_r}{\sigma_{r0}} + w_2 \frac{\sigma_\varphi}{\sigma_{\varphi0}} \\ p &= (L_{hj}, H_2, R_{gb}, R_{tt}, R_{gt}, R_{tb}) \\ \text{s.t.:} \quad &\begin{cases} \sigma_t \leq 0.4\sigma_{0.1} \\ \sigma_e \leq 0.4\sigma_{0.1} \end{cases} \end{aligned} \quad (29)$$

优化前后二齿榫接结构如图 16 和图 17 所示。

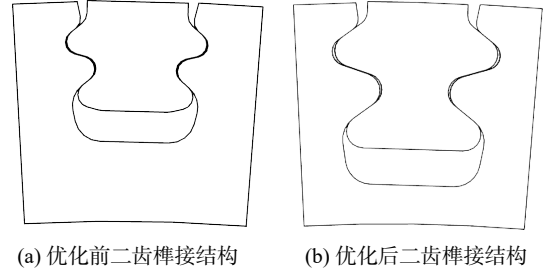


图 16 二齿榫接结构二维图

Fig. 16 Two-dimensional drawings of two-tooth tenon structure

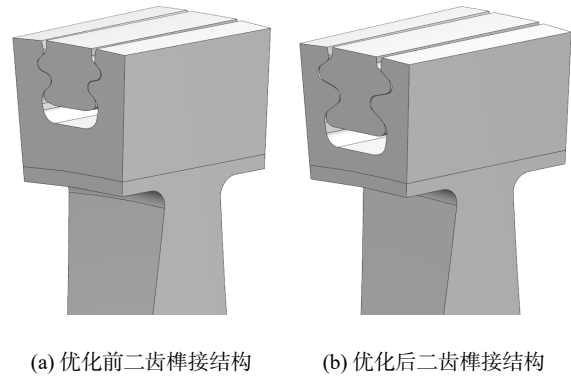


图 17 二齿榫接结构三维图

Fig. 17 Three-dimensional drawings of two-tooth tenon structure

4.3 形成榫接结构的设计空间

首先对上级参数(即轮盘外径、叶片质量矩、转速 3 个参数)进行抽样,采用方法为最优拉丁超立方,水平数为 m_1 ;在每一个上级抽样点下,对下级参数中的独立参数和半独立参数(如表 3,共 18 个参数,包含 17 个榫接参数和 1 个轮盘参数)进行抽样,水平数为 m_2 。独立参数采用最优拉丁超立方进行抽样;半独立参数由于其取值范围不为常数,在 0~1 区间组成的正交空间进行拉丁超立方抽样,然后使用本文第 1.1 节中的非正交空间抽样映射方法,将正交空间内的样本映射到非正交空间(即实际设计空间);非独立参数由独立参数和半独立参数共同确定,不进行抽样。所以需要进行 $m_1 \times m_2$ 次仿真计算抽样组合的响应。综合考虑到进行样本点响应仿真计算成本,本节中选取 $m_1=161$, $m_2=21$,共计 3 381 个抽样点。

之后对每一个抽样样本分别采用三维模型和轴对称模型进行强度分析,获取每个抽样点的仿真响应。三维模型分析目的是获取三维轮盘最大单点径向应力和周向应力、榫接结构最大径向和

周向应力。轴对称分析不考虑榫接结构,目的是获取涡轮盘子午面强度储备系数值,上级参数仍然选用轮盘外径、叶片质量矩、转速 3 个参数,下级参数中不选用榫接参数,只选用其中的轮盘参数;然后采用 4 个子午面强度储备系数(分别为子午面平均周向应力、盘心最大周向应力、子午面沿半径圆环最大平均径向应力、辐板最大单点径向应力)和三维轮盘最大单点径向应力、最大单点周向应力、榫接结构最大径向和周向应力,共计 8 个评判标准,对抽样点响应进行逻辑判断,评判准则如表 4 所示,安全储备系数根据相关工程经验给出^[20-21]。在每个上级参数抽样组合下,下级参数所有抽样点全部不符合判断标准,则赋予该上级参数抽样组合逻辑标签{0},若存在任意一个下级参数抽样点符合判断标准,则赋予逻辑标签{1}。

表 4 涡轮盘安全储备系数
Table 4 Safety reserve factor of turbine disc

参数	安全储备系数	
	弹性极限	破坏极限
子午面平均周向应力	1.33	1.57
子午面沿半径圆环最大平均径向应力	1.33	1.57
盘心最大周向应力	0.90	
辐板最大单点径向应力	0.90	

综合以上思路,分别进行轴对称模型和三维模型的强度仿真分析获取抽样点的响应,在某服务器上(CPU 为 Intel xeon)调用 10 核进行 ANSYS 有限元计算,仿真成本见表 5。

表 5 仿真成本
Table 5 Cost of simulation

分析类型	总时长/min	单步平均耗时/s	实际平均耗时/s
轴对称分析	1 438	52.52	52.52
三维分析	7 043	130.30	124.99

三齿榫接结构的样本点响应逻辑判断如图 18 所示,二齿榫接结构的样本点响应逻辑判断如图 19 所示。 $y=1$ 蓝点为可行点, $y=0$ 红点为不可行点。 N_{speed} 表示轮盘转速, M_{blade} 表示叶片质量矩, R_{out} 表示轮盘外径。

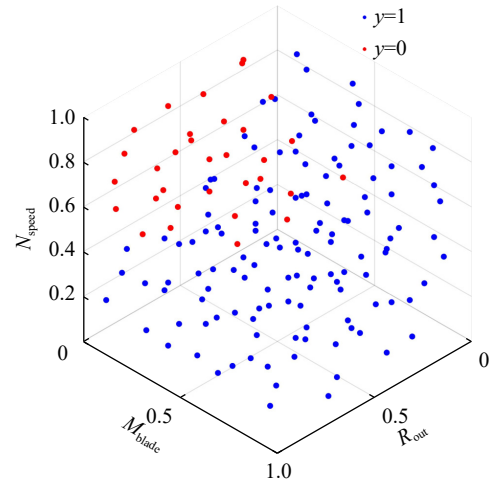


图 18 高压涡轮三齿榫接结构样本响应分布

Fig. 18 Sample response distribution of three-tooth tenon structure of high pressure turbine

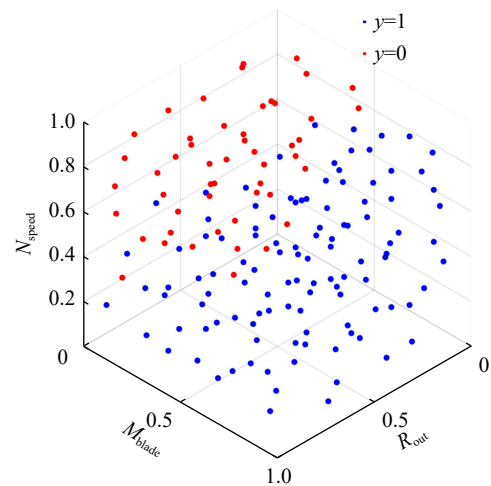


图 19 高压涡轮二齿榫接结构样本响应分布

Fig. 19 Sample response distribution of two-tooth tenon structure of high pressure turbine

4.4 榫接结构是否可行的逻辑可行边界

利用本文提出的逻辑回归边界判定方法描述逻辑边界。由于上级抽样点个数,即水平数 $m_1=161$,所以最高可选择 7 阶多项式($C_{7+3}^3=120 < 161$, $C_{8+3}^3=165 > 161$)。选取 2、3、5、7 阶作为代表性案例,三齿榫接逻辑边界拟合效果如图 20 所示,二齿榫接逻辑边界拟合效果如图 21 所示。

由于并未有大量不可行($\{y=0\}$)样本点侵入可行区域之内,所以各阶的逻辑边界回归曲面均较为平滑。不同阶次多项式的逻辑回归拟合精度见表 6。三齿榫接结构和二齿榫接结构选择 3 阶多项式时拟合精度为最高,描述现有逻辑分布的效果最好,无须选择高阶项。

逻辑回归边界函数的特征项和系数如表 7 和表 8 所示。

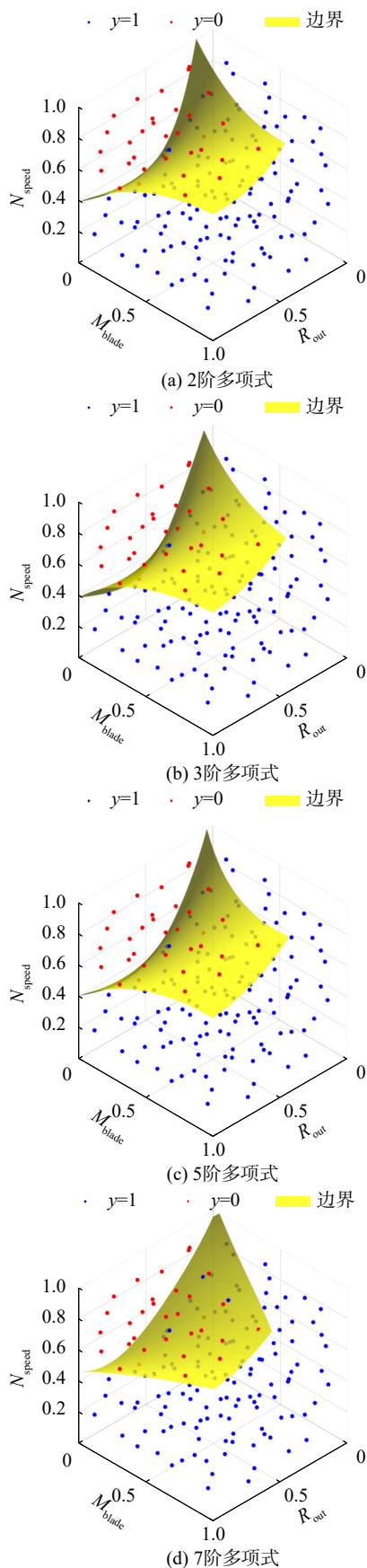
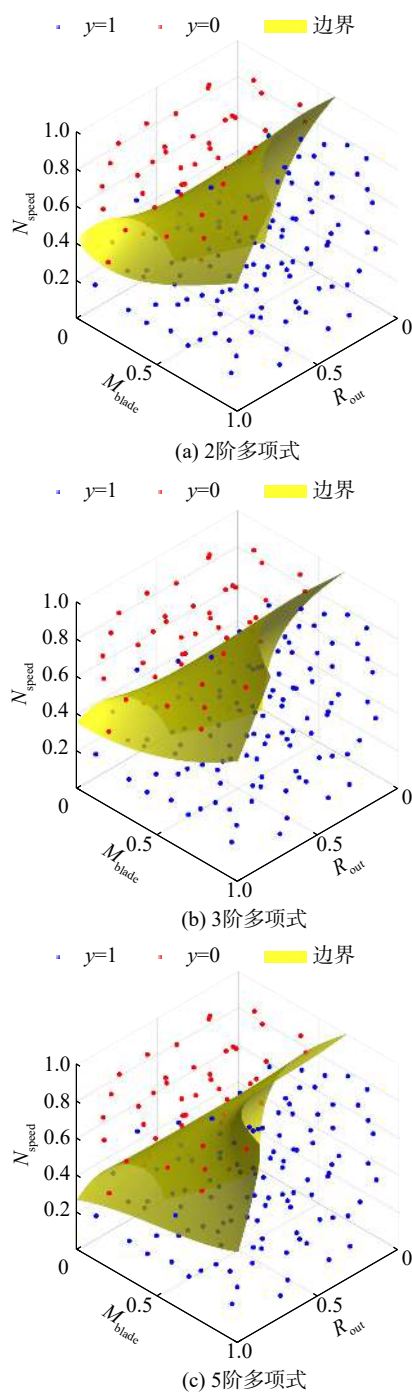


图 20 三齿榫接结构逻辑回归边界识别结果

Fig. 20 Boundary identification results of logistic regression for three-tooth tenon structure

接下来验证某发动机流道多学科优化的初步方案转速为 15 800 r/min, 叶片质量矩为 60 g·m, 轮盘外径为 308 mm, 将其作为初值, 判断其在高压涡轮部件中是否需要初步设计优化阶段对榫接结构进行前置优化研究, 结果见表 9 和表 10。可见, 经过逻辑回归边界函数的判定, 对于该高压涡轮不论是二齿榫接结构还是三齿榫接结构, 该初步方案的上级参数组合位于可行边界之外 ($\theta(X) < 0$ 或 $g(\theta(X)) < 0.5$), 即代表该方案下无法设计符合强度条件的榫接结构。故而需在初步设计时, 将榫接结构一同进行优化或通过优化选



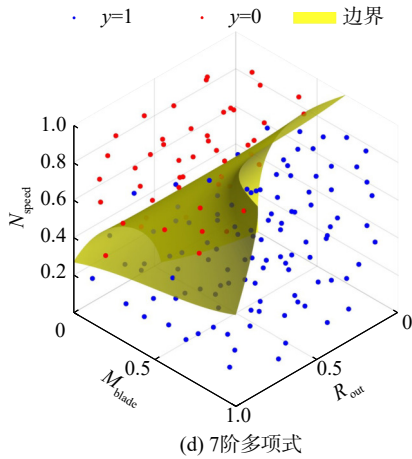


图 21 二齿榫接结构逻辑回归边界识别结果

Fig. 21 Boundary identification results of logistic regression for two-tooth tenon structure

代调整流道上级参数组合,以期得到同时满足榫接结构强度设计要求的结果。

经进一步计算,当控制叶片质量矩和轮盘外

表 6 不同阶次逻辑回归拟合精度

Table 6 Fitting accuracy of different order

logistic regression			
多项式阶次	多项式系数个数	三齿拟合精度/%	二齿拟合精度/%
2	10	97.515 5	94.409 9
3	20	98.136 6	96.273 3
4	35	97.515 5	93.788 8
5	56	98.136 6	93.167 7
6	84	96.894 4	93.788 8
7	120	96.894 4	95.652 1

径不变时,转速降低为 15 584 r/min 时,可设计出符合强度条件的三齿榫接结构,转速降低为 15 575 r/min 时,可设计出符合强度条件的二齿榫接结构;当控制叶片质量矩和转速不变时,轮盘

表 7 三齿榫接结构逻辑回归边界函数

Table 7 Logistic regression boundary function of three-tooth tenon structure

特征项	1	x	z	y	x^2	xz	z^2
特征项系数	3.895 3	-10.212 1	9.514 2	30.170 8	6.545 2	-14.304 7	-1.982 5
特征项	xy	yz	y^2	x^3	x^2z	xz^2	z^3
特征项系数	7.912 6	3.357 5	2.290 1	9.883 9	-10.328 8	-22.868 2	-8.279 9
特征项	x^2y	xyz	yz^2	xy^2	y^2z	y^3	
特征项系数	4.004 7	-10.648 1	-4.728 1	-5.840 0	-8.335 3	-1.554 5	

注:表中 x 表示轮盘外径, y 表示叶片质量矩, z 表示轮盘转速,下同。

表 8 二齿榫接结构逻辑回归边界函数

Table 8 Logistic regression boundary function of two-tooth tenon structure

特征项	1	x	z	y	x^2	xz	z^2
特征项系数	-6.574 4	12.841 0	2.166 6	40.979 4	11.344 7	-15.626 1	-19.326 6
特征项	xy	yz	y^2	x^3	x^2z	xz^2	z^3
特征项系数	-23.987 1	-21.765 5	8.181 5	-11.682 6	-6.596 7	26.687 0	6.032 9
特征项	x^2y	xyz	yz^2	xy^2	y^2z	y^3	
特征项系数	-7.852 6	-6.295 9	-0.377 4	-1.854 3	-0.310 0	5.369 2	

表 9 三齿榫接结构关键设计判别结果

Table 9 Jugment results of key design of three-tooth tenon structure

上级参数	实际初值	归一化初值	$\theta(X)$	$g(\theta(X))$
轮盘外径	308 mm	0.700 0		
叶片质量矩	60 g·m	0.555 6	-4.17	0.02
轮盘转速	15 800 r/min	0.850 0		

表 10 二齿榫接结构关键设计判别结果

Table 10 Jugment results of key design of two-tooth tenon structure

上级参数	实际初值	归一化初值	$\theta(X)$	$g(\theta(X))$
轮盘外径	308 mm	0.700 0		
叶片质量矩	60 g·m	0.555 6	-1.25	0.22
轮盘转速	15 800 r/min	0.850 0		

外径降低为 303 mm 时, 即可设计出符合强度条件的二齿榫接结构, 轮盘外径降低为 301 mm 时, 即可设计出符合强度条件的三齿榫接结构。

5 结 论

本文对于发动机初步设计阶段提出了 1 种细节结构前置判别方法, 根据初步设计的上级参数, 判断是否能设计出满足强度条件的下级榫接结构。主要结论如下:

1) 对于高压涡轮常用的二齿以及三齿榫接结构, 采用逻辑回归进行可行域边界识别。在 3 个上级参数的任意组合下, 判断是否至少存在 1 组榫接结构设计参数可以满足既定的强度准则, 用来判别是否需要将榫接结构参数前置至初步设计阶段与上级参数共同设计, 防止其在详细设计阶段成为设计难点。针对某高压涡轮榫接结构进行判别发现, 常用的二齿以及三齿榫接结构均无法满足强度准则, 该发动机在初步设计时必须兼顾高压涡轮榫接结构。

2) 当初步设计阶段的上级参数下无法设计出符合条件的榫接结构时, 采取降低转速或者减小轮盘外径的方法可以满足榫接的强度要求, 但转速的调整需要综合考虑气动性能。本文提出的方法可作为发动机初步设计阶段各学科之间的 1 个迭代反馈信息。

3) 本文提出的方法同样适用于发动机其他细节结构, 具有一定推广性, 在工程上具有应用意义。

参考文献:

- [1] 尹泽勇, 米栋, 吴立强, 等. 航空发动机多学科设计优化技术研究[J]. *中国工程科学*, 2007, 9(6): 1-10.
YIN Zeyong, MI Dong, WU Liqiang, et al. Research on multidisciplinary design optimization technology of aero engine[J]. *Strategic Study of Chinese Academy of Engineering*, 2007, 9(6): 1-10. (in Chinese)
- [2] SAMPATH R, PLYBON R, MEYERS C, et al. High fidelity system simulation of aerospace vehicles using NPSS[R]. AIAA-2004-371, 2004.
- [3] 《航空发动机设计手册》总编委会. 航空发动机设计手册: 第5册 涡轮及涡轮发动机总体[M]. 北京: 航空工业出版社, 2001.
- [4] 黄鲁成, 成雨, 吴菲菲, 等. 关于颠覆性技术识别框架的探索[J]. *科学学研究*, 2015, 33(5): 654-664.
HUANG Lucheng, CHENG Yu, WU Feifei, et al. Exploration of a framework for identifying disruptive technologies[J]. *Research of Science of Science*, 2015, 33(5): 654-664. (in Chinese)
- [5] WIMMER M A, PEREIRA G V, RONZHYN A, et al. Transforming government by leveraging disruptive technologies: identification of research and training needs[J]. *The Journal of Democracy and Open Government*, 2020, 12(1): 87-114.
- [6] SHIBATA N, KAJIKAWA Y, TAKEDA Y, et al. Detecting emerging research fronts in regenerative medicine by the citation network analysis of scientific publications[J]. *Technological Forecasting and Social Change*, 2011, 78(2): 274-282.
- [7] MOMENI A, ROST K. Identification and monitoring of possible disruptive technologies by patent-development paths and topic modeling[J]. *Technological Forecasting and Social Change*, 2016, 104: 16-29.
- [8] BUCHANAN B, CORKEN R. A toolkit for the systematic analysis of patent data to assess a potentially disruptive technology[R]. London: Intellectual Property Office, 2010.
- [9] GIUNTA A, WOJTKIEWICZ S, ELDRED M. Overview of modern design of experiments methods for computational simulations[R]. AIAA 2003-649, 2003.
- [10] YETURU K. Machine learning algorithms, applications, and practices in data science[J]. *Handbook of Statistics*, 2020, 43: 81-206.
- [11] JURAFSKY D, MATIN J H. Speech and language processing[M]. 2nd ed. Upper Saddle River, US: Prentice Hall, 2008.
- [12] THOMPSON J F. A general three-dimensional elliptic grid generation system on a composite block structure[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1987, 64(1/2/3): 377-411.
- [13] 李卫平. 计算流体力学[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2004.
- [14] GOLDMAN A, KAO Y C. Numerical solution to a two-dimensional conduction problem using rectangular and cylindrical body-fitted coordinate systems[J]. *Journal of Heat Transfer*, 1981, 103(4): 753-758.
- [15] 程俊霞. 椭圆型网格生成方法及其应用[D]. 南京: 南京理工大学, 2002.
CHENG Junxia. Elliptic mesh generation method and its application[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2022. (in Chinese)
- [16] 华冬英, 李祥贵. 微分方程的数值解法与程序实现[M]. 北京: 电子工业出版社, 2016.
- [17] 周志华. 机器学习[M]. 北京: 清华大学出版社, 2016.
- [18] 胡文通. 细节结构在航空发动机初步设计阶段前置优化技术研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2019.
HU Wentong. Research on pre-optimization technology of detail structure in aeroengine preliminary design stage[D]. Beijing: Beihang University, 2019. (in Chinese)
- [19] 赵海. 涡轮榫头/榫槽结构设计方法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2005.
ZHAO Hai. Study on design method of tenon/mortise structure for turbine[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2005. (in Chinese)
- [20] RR公司. Spey MK202发动机应力标准(EGD-3)[M]. 北京: 国际航空编辑部, 1979.
- [21] LU S, LI L. Twin-web structure optimization design for heavy duty turbine disk based for aero-engine[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2011, 32(5): 631-636.

(编辑: 陈 越)