

航空液压泵脉动压力的解析表达与级数展开

江辉军^{1,3}, 张军禹², 周小锴², 李 巍³, 马 军³, 仇原鹰², 李 静²

(1. 西北工业大学 自动化学院, 西安 710072;

2. 西安电子科技大学 机电工程学院, 西安 710071;

3. 中国航空工业集团有限公司 第一飞机设计研究院, 西安 710089)

摘 要: 为了深入研究航空液压泵输出油液的脉动压力特性, 以航空液压柱塞泵为研究对象, 分析了柱塞泵运动和体积流量脉动的成因, 推导了柱塞泵排油口的体积流量脉动函数表达式, 建立了油液压力与体积流量脉动函数之间的联系, 并采用傅里叶级数模拟了与实验数据吻合的多级脉动压力曲线。结果表明: 模拟脉动压力曲线与实验数据基频、2 倍频的相对误差均在 5% 以内, 基频及 2 倍频处的压力幅值的相对误差均在 1% 以内, 使用包含基频与 2 倍频的级数近似可以描绘航空液压柱塞泵出口处周期脉动压力的主要特征。研究结果为进行飞机液压系统管路结构的流固耦合振动仿真提供了载荷输入依据。

关 键 词: 航空液压柱塞泵; 排油口; 体积流量脉动; 脉动压力; 傅里叶级数

中图分类号: V245.1

文献标志码: A

Analytic expression and series expansion of pulsation pressures of aviation hydraulic pumps

JIANG Huijun^{1,3}, ZHANG Junyu², ZHOU Xiaokai², LI Wei³, MA Jun³,
QIU Yuanying², LI Jing²

(1. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. School of Mechano-Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China;

3. The First Aircraft Institute,

Aviation Industry Corporation of China, Limited, Xi'an 710089, China)

Abstract: To deeply research the pressure pulsation characteristics of aviation hydraulic piston pumps, the movement of the pumps and the causes of volume flowrate pulsation were analyzed respectively. Furthermore the relationship between the oil pressure and the volume flowrate pulsation function was established, and the volume flowrate pulsation function expression from the pump discharge nozzle was deduced. Finally, the multistage pulsation pressure curves consistent with the experimental data were simulated through the Fourier series. The results showed that the relative errors of the simulated pulsating pressure curve and the experimental data were within 5%, and the relative errors of the pressure amplitudes at the fundamental frequency and the double frequency were within 1%. The series approximation including the fundamental frequency and the double frequency can be used to describe the main characteristics of the periodic pulsating pressure at the outlet of the aircraft hydraulic piston pump. The research results provide a load input basis for the fluid-structure interaction vibration simulation of the pipeline structure of the aircraft hydraulic system.

收稿日期: 2022-04-30

基金项目: 国家重点研发计划课题(2019YFB2005205)

作者简介: 江辉军(1984—), 男, 高级工程师, 博士生, 主要从事飞机液压系统设计和仿真方面的研究。

通信作者: 仇原鹰(1958—), 男, 教授, 博士, 主要从事机电一体化、CAD/CAE/CAM 方面的研究。E-mail: yyqiu@mail.xidian.edu.cn

引用格式: 江辉军, 张军禹, 周小锴, 等. 航空液压泵脉动压力的解析表达与级数展开[J]. 航空动力学报, 2023, 38(1): 197-205. JIANG Huijun, ZHANG Junyu, ZHOU Xiaokai, et al. Analytic expression and series expansion of pulsation pressures of aviation hydraulic pumps[J]. Journal of Aerospace Power, 2023, 38(1): 197-205.

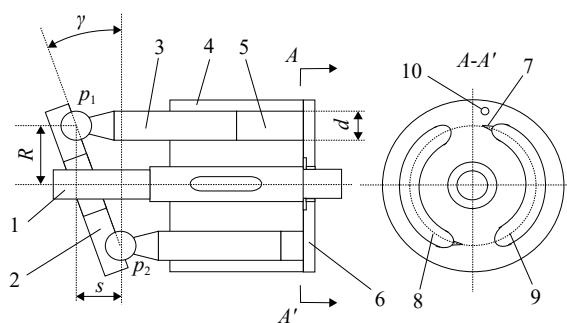
Keywords: aviation hydraulic piston pump; oil outlet; volume flowrate pulsation; pulsation pressure; Fourier series

航空液压柱塞泵输出的高压脉动油液易诱发输油管路的结构振动^[1-2]。管路结构的长期振动可能造成结构的疲劳累积损伤,最终导致飞机故障发生^[3]。Zhang 等^[4]详细介绍了航空轴向柱塞泵在高压高速情况下所面临的问题和拟解决方案。Zhang 等^[5]使用计算流体力学(CFD)软件分析了不同工况下轴向柱塞泵的运动和体积流量(下文简称流量)脉动特性。Cho 和 Youn^[6]利用 AMESim 建立柱塞泵模型,通过调整参数得到符合实验数据的脉动压力曲线。张鑫杰等^[7]通过改变斜盘式轴向柱塞泵主要结构参数研究了柱塞泵排油口处流量与压力之间的联系。Bergada 等^[8]分析了轴向柱塞泵配流盘排油口处的压力分布。Lin 等^[9]将软件仿真得到的脉动压力曲线与实验数据进行对比,该曲线在幅值与周期方面取得了不错的效果,但没有给出对周期内曲线特征方面的分析。张天霄^[10]利用数值模拟方式建立了液压柱塞泵脉动压力的仿真函数模型,该仿真函数适用于 7 柱塞柱塞泵。Shin^[11]采用 4 阶龙格-库塔方法求解流量压力耦合方程,得到脉动压力曲线。赵宝建等^[12]通过 Gabor 变换和特征指标分析不同工况下的脉动压力特点,其仿真函数需要众多,如滑靴与斜盘之间的油膜厚度、配流盘泄漏流量、柱塞与腔体之间的油膜间隙等参数。目前航空液压柱塞泵排油口处脉动压力的研究中,仅通过柱塞泵排油口处流量均值、柱塞数以及转速等基本参数建立出低误差的仿真函数模型十分困难,解析描述柱塞泵出口处的脉动压力仍是一个挑战。故本文以 11 柱塞数的航空液压柱塞泵^[13]为研究对象,分析柱塞泵运动规律,根据柱塞腔容积的周期性变化推导油液的流量脉动函数,仅使用柱塞数、流量、转速、柱塞泵容积效率、负载容积体积、油液弹性模量等少量已知参数即可建立流量脉动与脉动压力之间的函数映射关系,并采用傅里叶级数模拟符合实验数据的多级脉动压力曲线,为进一步研究飞机液压系统管路结构的流固耦合振动仿真以及结构的振动抑制问题提供理论基础。

1 航空液压柱塞泵运动分析

斜盘式航空液压柱塞泵的结构简图如图 1 所示,该柱塞泵主要由主轴 1、斜盘 2、柱塞 3、缸体 4、配流盘 6、三角槽 7、吸油口 8、排油口 9 和预

压缩容积腔 10 组成^[14]。吸油口 8 和排油口 9 对称分布在配流盘 A-A' 线两侧。柱塞腔 5 在缸体分布圆上呈均匀分布,相邻柱塞腔之间距离相等,柱塞可在柱塞腔中做轴向运动。斜盘以一定角度固定,主轴带动缸体,进而带动柱塞在斜盘上做圆周运动。柱塞腔密封容积随着柱塞运动发生改变,从而完成吸油和排油动作。



1 主轴; 2 斜盘; 3 柱塞; 4 缸体; 5 柱塞腔; 6 配流盘; 7 三角槽;
8 吸油口; 9 排油口; 10 预压缩容积腔。

图 1 航空液压柱塞泵结构示意图

Fig. 1 Schematic of aviation hydraulic piston pump

单个柱塞绕主轴做圆周运动的同时在柱塞腔中做轴向运动。当柱塞处于 p_1 位置, 此时的柱塞腔容积最大, 柱塞的位移记为 0。当柱塞从 p_1 位置旋转到 p_2 位置的过程中, 柱塞腔容积减小, 柱塞将油液由排油口压出。当柱塞从 p_2 位置旋转到 p_1 位置的过程中, 柱塞腔容积增大, 油液被吸入柱塞腔。当柱塞处于 p_2 位置, 此时的柱塞腔容积最小, 柱塞的位移最大, 可表示为柱塞行程 s :

$$s = 2R \tan \gamma \quad (1)$$

式中 R 表示柱塞分布圆半径, 单位为 m; γ 表示柱塞泵斜盘倾角。

柱塞泵缸体旋转一周, 每个柱塞完成一次吸油动作和排油动作。在油液无泄漏的理想状态下, 单位时间内通过配流盘排油口截面的理论流量^[15]为

$$q_{vt} = \frac{d^2}{4} \pi s z n \quad (2)$$

式中 d 表示柱塞直径, 单位为 m; z 表示柱塞数; n 表示柱塞泵缸体转速, 单位为 r/s。

考虑航空液压柱塞泵的容积效率 η_v , 单位时间内通过配流盘排油口截面的实际流量 (m^3/s) 为

$$q_v = \frac{d^2}{4} \pi s \eta_v z n \quad (3)$$

实验采用的柱塞泵参数见表 1, 将其作为已知初始条件, 对应式(3)中柱塞分布圆半径 R 、柱塞泵斜盘倾角 γ 、柱塞直径 d 这些参数设置作为未知参数, 通过表 1 中的已知条件进行后续流量脉动及脉动压力的研究与分析。

表 1 已知初始条件
Table 1 Known initial conditions

参数	数值
柱塞数	11
转速/(r/s)	66.808
容积效率	0.9
负载容积体积/ 10^{-4} m^3	6.5
实际流量/ $10^{-4} (\text{m}^3/\text{s})$	4.17
油液静压/MPa	28.65

将式(3)中的已知与未知参数分置等式两边, 为柱塞泵的瞬时流量分析做准备, 未知参数在等号左边, 已知参数在等号右边, 得到公式如下:

$$\frac{d^2}{2} \pi R \tan \gamma = \frac{q_v}{z n \eta_v} \quad (4)$$

$$V_p(t) = \begin{cases} \frac{d^2}{4} \pi R \tan \gamma \sum_{i=1}^{\frac{z+1}{2}} \left[\cos \left(\omega t + \frac{2i-2}{z} \pi \right) + 1 \right] & (0 \leq t < \frac{\pi}{z\omega}) \\ \frac{d^2}{4} \pi R \tan \gamma \sum_{i=1}^{\frac{z-1}{2}} \left[\cos \left(\omega t + \frac{2i-2}{z} \pi \right) + 1 \right] & (\frac{\pi}{z\omega} \leq t < \frac{2\pi}{z\omega}) \end{cases} \quad (5)$$

式中 z 表示柱塞数; ω 表示柱塞泵缸体的角速度, 单位为rad/s。

2 多柱塞流量脉动分析

流量脉动是一种柱塞泵在排油的过程中, 排油口的瞬时流量按规律变化的现象。航空液压柱塞泵柱塞腔容积随泵体运动产生周期性变化, 腔内的油液规律性地被压入和排出, 产生流量脉动^[16]。而流量脉动是脉动压力的源头, 想要分析排油区油液的脉动压力, 就必须对处于排油区的油液瞬时流量进行研究和分析。

首先, 分析处于柱塞泵排油区的所有柱塞腔的油液体积。本文以 11 柱塞航空液压柱塞泵作为研究对象, 分析其在一个周期内的流量脉动特性。柱塞泵排油口截面的流量脉动周期为柱塞泵缸体旋转 1/11 圈, 即柱塞泵缸体转过角度为 $\varphi = 2\pi/z$ 所用的时间。

如图 2 所示, $a-a'$ 右侧为航空液压柱塞泵的排油区, 当柱塞泵缸体转过的角度 φ 在 $[0, \pi/z)$ 之间时, 有 $(z+1)/2$ 个柱塞的圆心位于 $a-a'$ 右侧, 当柱塞泵缸体转过的角度 φ 在 $[\pi/z, 2\pi/z)$ 之间时, 有 $(z-1)/2$ 个柱塞的圆心位于 $a-a'$ 右侧。故 t 时刻下, 处于柱塞泵排油区的油液体积 $V_p(t)$ 如图 3 中阴影所示, 排油区的油液体积 $V_p(t)$ 的计算公式如下:

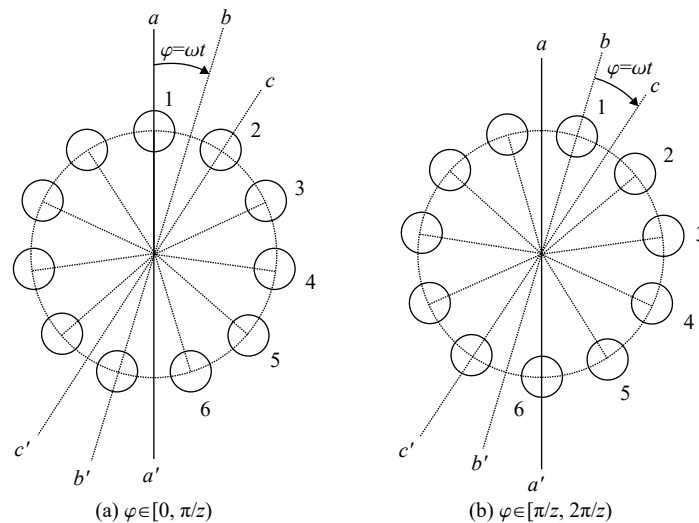


图 2 柱塞位置示意图

Fig. 2 Plunger position diagram

将式(4)带入式(5)中, 将公式中未知的柱塞分布圆半径 R 、柱塞泵斜盘倾角 γ 、柱塞直径 d 替

换成已知参数, 替换后的公式可表示为

$$V_p(t) = \begin{cases} \frac{q_v}{2zn\eta_v} \sum_{i=1}^{\frac{z+1}{2}} \left[\cos\left(\omega t + \frac{2i-2}{z}\pi\right) + 1 \right] & \left(0 \leq t < \frac{\pi}{z\omega}\right) \\ \frac{q_v}{2zn\eta_v} \sum_{i=1}^{\frac{z-1}{2}} \left[\cos\left(\omega t + \frac{2i-2}{z}\pi\right) + 1 \right] & \left(\frac{\pi}{z\omega} \leq t < \frac{2\pi}{z\omega}\right) \end{cases} \quad (6)$$

根据式(6)将 t 时刻下位于排油区柱塞的油液体积 $V_p(t)$ 表示在图3中, 图中 V_s 表示柱塞处于 p_2 位置时的柱塞腔容积, 单位为 m^3 。

图3中水平方向 ωt 轴描述了 t 时刻下排油区各个柱塞的分布情况, 吸油区仅作为示意, 在该

时刻下有6个柱塞位于排油区。其他5个柱塞位于吸油区在图中未示出。竖直方向 y 轴自上向下表示了每一个柱塞由上死点初始位置出发向下死点靠近的过程, 图中阴影部分表示了在此时刻下位于排油区的柱塞油液体积之和 $V_p(t)$ 。

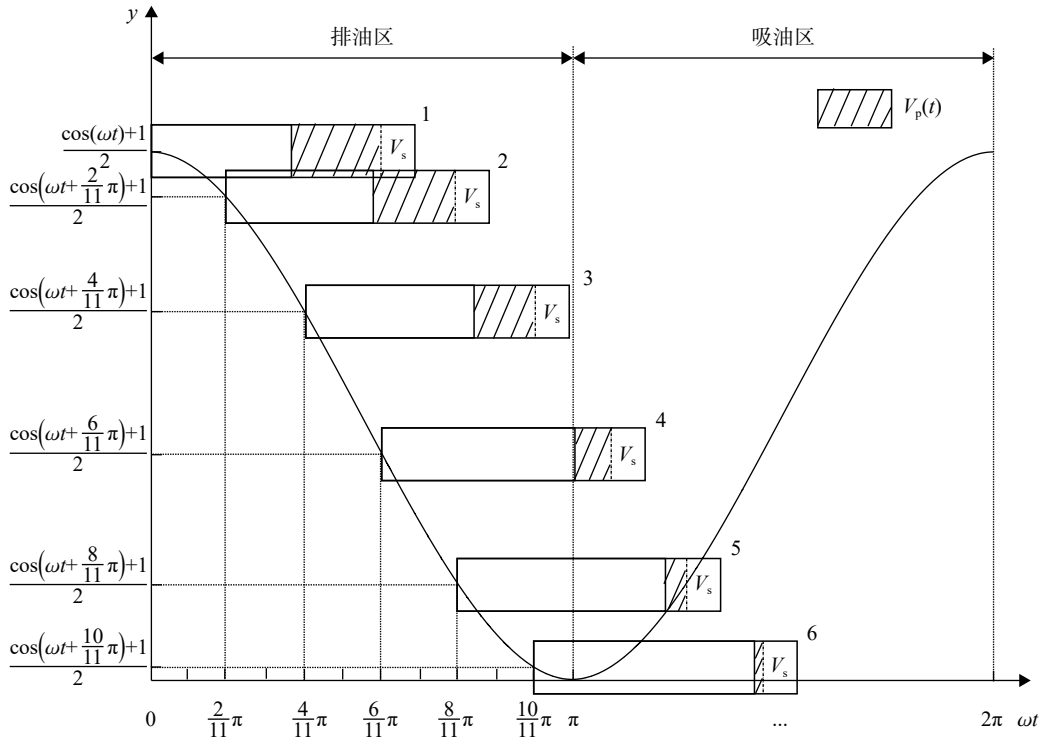


图3 排油区柱塞位置示意图

Fig. 3 Plunger position diagram of oil discharge area

柱塞泵常工作于高压工况, 且柱塞泵内吸油区油液压力小于排油区油液压力。当缸体内的柱塞腔从吸油区旋转至排油区时, 由于柱塞腔内油液压力小于排油区油液压力, 会发生油液倒灌现象^[17]。为了减小油液倒灌产生的液压冲击和噪声, 常在排油口前端加工减振槽(参见图1三角槽)和

预压缩容积腔^[18](参见图1预压缩容积腔)。柱塞进入排油区后首先与减振槽和预压缩容积腔连通, 减小压差, 考虑油液倒灌现象以及柱塞处于下死点位置时柱塞腔容积不为0的情况, 处于柱塞泵排油区所有柱塞内的油液体积如下:

$$V(t) = \begin{cases} \frac{q_v}{2zn\eta_v} \sum_{i=1}^{\frac{z+1}{2}} \left[\cos\left(\omega t + \frac{2i-2}{z}\pi - \varphi_m\right) + 1 \right] + \frac{z+1}{2} V_s & \left(0 \leq t < \frac{\pi}{z\omega}\right) \\ \frac{q_v}{2zn\eta_v} \sum_{i=1}^{\frac{z-1}{2}} \left[\cos\left(\omega t + \frac{2i-2}{z}\pi + \varphi_m\right) + 1 \right] + \frac{z-1}{2} V_s & \left(\frac{\pi}{z\omega} \leq t < \frac{2\pi}{z\omega}\right) \end{cases} \quad (7)$$

式中 φ_m 为错配角, 通常取值为 $\pi/36$ ^[19]。 $V(t)$ 对时间 t 进行求导, 得到 t 时刻下航空液压柱塞泵排油口的实际流量

$$q_{Vins}(t) = \frac{V(t)}{dt} = \begin{cases} -\frac{q_v \omega}{2zn\eta_v} \sum_{i=1}^{\frac{z+1}{2}} \sin\left(\omega t + \frac{2i-2}{z}\pi - \varphi_m\right) & \left(0 \leq t < \frac{\pi}{z\omega}\right) \\ -\frac{q_v \omega}{2zn\eta_v} \sum_{i=1}^{\frac{z-1}{2}} \sin\left(\omega t + \frac{2i-2}{z}\pi + \varphi_m\right) & \left(\frac{\pi}{z\omega} \leq t < \frac{2\pi}{z\omega}\right) \end{cases} \quad (8)$$

3 脉动压力解析表达

柱塞泵柱塞腔内容积变化造成的流量脉动会引起脉动压力, 使得泵体及与泵体连接的液压管路、阀门等元件产生振动和噪声, 影响液压系统的稳定性^[20]。柱塞泵瞬时流量与压力关系的表达式为^[19]

$$\frac{V_l}{E} \cdot \frac{dp_c(t)}{dt} + K_l p_c(t) = q_{Vins}(t) \quad \left(0 \leq t \leq \frac{2\pi}{z\omega}\right) \quad (9)$$

式中 V_l 表示负载容积体积, 单位为 m^3 ; E 表示油液弹性模量, 取值为 1.666 GPa ; K_l 表示流量压力系数, $p_c(t)$ 表示 t 时刻下 $q_{Vins}(t)$ 对应的实际压力。

将式(8)表达得 $q_{Vins}(t)$ 代入式(9)的右端, 上述 1 阶微分方程通解为

$$p_c(t) = C e^{-\frac{K_l}{V_l} E t} + e^{-\frac{K_l}{V_l} E t} \int \frac{E}{V_l} q(t) e^{\frac{K_l}{V_l} E t} dt = \begin{cases} C_1 e^{-\frac{K_l}{V_l} E t} - e^{-\frac{K_l}{V_l} E t} \int_0^t \frac{q_v \omega}{2zn\eta_v} \sum_{i=1}^{\frac{z+1}{2}} \sin\left(\omega t + \frac{2i-2}{z}\pi - \varphi_m\right) e^{\frac{K_l}{V_l} E t} dt & \left(0 \leq t < \frac{\pi}{z\omega}\right) \\ C_2 e^{-\frac{K_l}{V_l} E t} - e^{-\frac{K_l}{V_l} E t} \int_{\frac{\pi}{z\omega}}^t \frac{q_v \omega}{2zn\eta_v} \sum_{i=1}^{\frac{z-1}{2}} \sin\left(\omega t + \frac{2i-2}{z}\pi + \varphi_m\right) e^{\frac{K_l}{V_l} E t} dt & \left(\frac{\pi}{z\omega} \leq t < \frac{2\pi}{z\omega}\right) \end{cases} \quad (10)$$

根据积分性质可以推导出如下形式:

$$p_c(t) = \begin{cases} C_1 e^{-\frac{K_l}{V_l} E t} - A_1 \sin(\omega t) - B_1 \cos(\omega t) & \left(0 \leq t < \frac{\pi}{z\omega}\right) \\ C_2 e^{-\frac{K_l}{V_l} E t} - A_2 \sin(\omega t) - B_2 \cos(\omega t) & \left(\frac{\pi}{z\omega} \leq t < \frac{2\pi}{z\omega}\right) \end{cases} \quad (11)$$

式中 C_1 、 C_2 表示待定常数, 当 $t=0$ 时, 瞬时压力达到最大值, 当 t 趋近于 $\frac{2\pi}{z\omega}$ 时, 瞬时压力趋近于最小值, 将上述条件带入式(11)求解, 得到 C_1 、 C_2 均为 0; A_1 、 B_1 表示在 $\left[0, \frac{\pi}{z\omega}\right)$ 时间段内脉动压力的幅值

分量; A_2 、 B_2 表示在 $\left[\frac{\pi}{z\omega}, \frac{2\pi}{z\omega}\right)$ 时间段内脉动压力的幅值分量。分段求解式(10)如下:

1) 当 $0 \leq t < \frac{\pi}{z\omega}$ 时

$$A_1 = \frac{\frac{q_v \pi}{z} \left[\frac{K_l E}{V_l \omega} \sum_{i=0}^{\frac{z+1}{2}} \cos\left(\frac{2i-2}{z}\pi - \varphi_m\right) + \sum_{i=0}^{\frac{z+1}{2}} \sin\left(\frac{2i-2}{z}\pi - \varphi_m\right) \right]}{\frac{\omega V_l}{E} + \frac{E K_l^2}{\omega V_l}} \quad (12)$$

$$B_1 = \frac{\frac{q_v \pi}{z} \left[\frac{K_l E}{V_l \omega} \sum_{i=0}^{\frac{z+1}{2}} \sin\left(\frac{2i-2}{z}\pi - \varphi_m\right) + \sum_{i=0}^{\frac{z+1}{2}} \cos\left(\frac{2i-2}{z}\pi - \varphi_m\right) \right]}{\frac{\omega V_l}{E} + \frac{E K_l^2}{\omega V_l}} \quad (13)$$

2) 当 $\frac{\pi}{z\omega} \leq t < \frac{2\pi}{z\omega}$ 时

$$A_2 = \frac{\frac{q_v \pi}{z} \left[\frac{K_1 E}{V_1 \omega} \sum_{i=1}^{\frac{z-1}{2}} \cos\left(\frac{2i-2}{z}\pi + \varphi_m\right) + \sum_{i=1}^{\frac{z-1}{2}} \sin\left(\frac{2i-2}{z}\pi + \varphi_m\right) \right]}{\frac{\omega V_1}{E} + \frac{E K_1^2}{\omega V_1}} \quad (14)$$

$$B_2 = \frac{\frac{q_v \pi}{z} \left[\frac{K_1 E}{V_1 \omega} \sum_{i=1}^{\frac{z-1}{2}} \sin\left(\frac{2i-2}{z}\pi + \varphi_m\right) + \sum_{i=1}^{\frac{z-1}{2}} \cos\left(\frac{2i-2}{z}\pi + \varphi_m\right) \right]}{\frac{\omega V_1}{E} + \frac{E K_1^2}{\omega V_1}} \quad (15)$$

根据上述式(11)得到计算航空液压柱塞泵的瞬时压力,即柱塞泵排油区油液的脉动压力,绘制脉动压力曲线,以实验数据为参考,将随机选取的连续三个周期的脉动压力实验数据曲线与计算曲线进行对比,如图4所示。

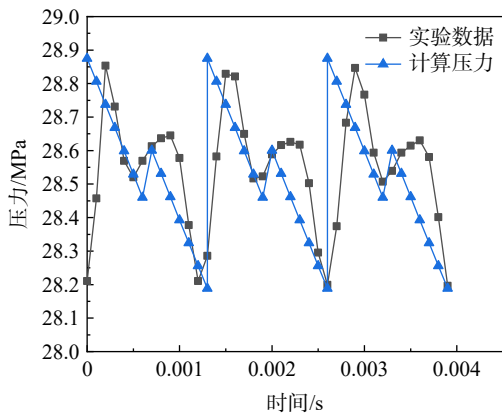


图4 脉动压力的实验与计算曲线对比

Fig. 4 Comparison of test curve and calculated one of pulsation pressure

将实验曲线与计算曲线中特征位置进行对比,求解出计算误差见表2。

通过表2可以看出,理论计算得到的脉动压力曲线与实验数据得到的脉动压力曲线,两者之间的各项相对误差较小,在-0.25%~0.10%之间。

由于油液的可压缩性,当柱塞进入高压区后,会发生油液倒灌现象,从而造成实际排出油液要小于计算的理想油液^[20]。将压缩容积损失看作泄

表2 计算压力脉动曲线特征位置数据对比

Table 2 Data comparison on calculated pressure pulsation curve feature locations

参数	实验数据	公式计算结果	计算误差/%
压力均值/MPa	28.55	28.53	-0.07
周期/ms	1.30	1.30	0
主峰压力/MPa	28.85	28.88	0.10
鞍部压力/MPa	28.53	28.46	-0.25
副峰压力/MPa	28.64	28.60	-0.14
谷值压力/MPa	28.20	28.19	-0.04

漏损失的一部分,用柱塞泵容积效率 $\eta_v=0.9$ ^[10]进行修正。通过傅里叶级数近似表达考虑容积效率修正后的脉动压力,即可用少量简谐函数叠加拟合出一个既不失真,又整体连续的脉动压力仿真函数。

4 多级脉动压力仿真函数模型

图4中柱塞泵排油区油液的计算脉动压力曲线为周期函数,可以用傅里叶级数进行描述。将脉动压力函数分解为多个简谐函数叠加的形式,忽略影响较小的简谐函数,找出对计算脉动压力曲线走势影响较大的简谐函数,将这些简谐函数叠加,作为模拟脉动压力曲线。

为了方便后续傅里叶级数模拟,首先,对式(11)中脉动压力函数进行整理简化,得到如下结果:

$$p_c(t) = \begin{cases} \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \sin\left(\omega t + \arctan \frac{B_1}{A_1}\right) & \left(0 \leq t < \frac{\pi}{z\omega}\right) \\ \sqrt{A_2^2 + B_2^2} \sin\left(\omega t + \arctan \frac{B_2}{A_2}\right) & \left(\frac{\pi}{z\omega} \leq t < \frac{2\pi}{z\omega}\right) \end{cases} \quad (16)$$

然后,将变换后的脉动压力函数进行傅里叶

级数模拟,得到如下公式:

$$p_f^{(m)}(t) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^m \{a_j \cos[j(z\omega t - \pi)] + b_j \sin[j(z\omega t - \pi)]\} \quad \left(0 \leq t < \frac{2\pi}{z\omega}\right) \quad (17)$$

式中 $p_f^{(m)}(t)$ 的上标 m 表示展开级数包含的谐波数, 下标 f 表示为模拟量, 其中系数 a_0 、 a_j 、 b_j 分别为

$$\begin{cases} a_0 = \frac{z\omega}{\pi} \left[\int_0^{\frac{\pi}{z\omega}} p_c(t) dt + \int_{\frac{\pi}{z\omega}}^{\frac{2\pi}{z\omega}} p_c(t) dt \right] \\ a_j = \frac{z\omega}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{z\omega}} p_c(t) \cos[j(z\omega t - \pi)] dt + \frac{z\omega}{\pi} \int_{\frac{\pi}{z\omega}}^{\frac{2\pi}{z\omega}} p_c(t) \cos[j(z\omega t - \pi)] dt \\ b_j = \frac{z\omega}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{z\omega}} p_c(t) \sin[j(z\omega t - \pi)] dt + \frac{z\omega}{\pi} \int_{\frac{\pi}{z\omega}}^{\frac{2\pi}{z\omega}} p_c(t) \sin[j(z\omega t - \pi)] dt \end{cases} \quad (18)$$

由傅里叶级数的性质可知, 当 m 取无穷大时, 脉动压力函数可以较好地用傅里叶级数模拟出来。
 $p_f^{(\infty)}(t)$ 和 $p_c(t)$ 两曲线重合, 故航空液压柱塞泵的模拟 $m=2$, 即 2 倍频级数近似的最终表达式为

$$\begin{aligned} p_f^{(2)}(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^2 \{a_j \cos[j(z\omega t - \pi)] + b_j \sin[j(z\omega t - \pi)]\} = \\ \frac{z\omega}{2\pi} \left[\int_0^{\frac{\pi}{z\omega}} \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \sin\left(\omega t + \arctan \frac{B_1}{A_1}\right) dt + \int_{\frac{\pi}{z\omega}}^{\frac{2\pi}{z\omega}} \sqrt{A_2^2 + B_2^2} \sin\left(\omega t + \arctan \frac{B_2}{A_2}\right) dt \right] + \\ \frac{z\omega}{\pi} \left[\int_0^{\frac{\pi}{z\omega}} \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \sin\left(\omega t + \arctan \frac{B_1}{A_1}\right) \cos(z\omega t) dt + \int_{\frac{\pi}{z\omega}}^{\frac{2\pi}{z\omega}} \sqrt{A_2^2 + B_2^2} \sin\left(\omega t + \arctan \frac{B_2}{A_2}\right) \cos(z\omega t) dt \right] \cos(z\omega t) + \\ \frac{z\omega}{\pi} \left[\int_0^{\frac{\pi}{z\omega}} \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \sin\left(\omega t + \arctan \frac{B_1}{A_1}\right) \sin(z\omega t) dt + \int_{\frac{\pi}{z\omega}}^{\frac{2\pi}{z\omega}} \sqrt{A_2^2 + B_2^2} \sin\left(\omega t + \arctan \frac{B_2}{A_2}\right) \sin(z\omega t) dt \right] \sin(z\omega t) + \\ \frac{z\omega}{\pi} \left[\int_0^{\frac{\pi}{z\omega}} \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \sin\left(\omega t + \arctan \frac{B_1}{A_1}\right) \cos(2z\omega t) dt + \int_{\frac{\pi}{z\omega}}^{\frac{2\pi}{z\omega}} \sqrt{A_2^2 + B_2^2} \sin\left(\omega t + \arctan \frac{B_2}{A_2}\right) \cos(2z\omega t) dt \right] \cos(2z\omega t) + \\ \frac{z\omega}{\pi} \left[\int_0^{\frac{\pi}{z\omega}} \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \sin\left(\omega t + \arctan \frac{B_1}{A_1}\right) \sin(2z\omega t) dt + \int_{\frac{\pi}{z\omega}}^{\frac{2\pi}{z\omega}} \sqrt{A_2^2 + B_2^2} \sin\left(\omega t + \arctan \frac{B_2}{A_2}\right) \sin(2z\omega t) dt \right] \sin(2z\omega t) \end{aligned} \quad (19)$$

将表 1 中航空液压油柱塞泵已知参数带入式(12)~式(15), 计算得到 $\omega = 133.6 \pi \text{ rad/s}$ 、 $A_1 = 2.386 \text{ MPa}$ 、 $B_1 = -0.225 \text{ MPa}$ 、 $A_2 = 2.283 \text{ MPa}$ 、 $B_2 = -0.731 \text{ MPa}$, 带入式(19)进一步计算得到脉动压力函数的 2 阶级数表达式为

$$\begin{aligned} p_f^{(2)}(t) = 28.450588 + \\ 0.105934 \sin(1469.8\pi t) + \\ 0.000807 \cos(1469.8\pi t) + \\ 0.216726 \sin(2939.6\pi t) + \\ 0.000825 \cos(2939.6\pi t) \end{aligned} \quad (20)$$

同理分别求出 $m=1$ 、 $m=3$ 、 $m=4$ 时的表达式并绘制傅里叶级数描述的多级模拟脉动压力曲线如图 5 所示。

图 6 为实验与模拟的脉动压力曲线对比, 由图 6 可知, 当 $m=2$ 时可以用较少的级数项来描述实验数据曲线的走势。将实验曲线与 $m=2$ 模拟曲线中特征位置进行对比, 并求解出模拟误差见表 3。

通过表 3 可以看出, 根据式(20)傅里叶级数模拟得到的脉动压力与实验数据得到的脉动压力

误差在 $-0.35\% \sim 0.20\%$, 两者之间的脉动周期相同, 整体拟合度良好。

将实验数据曲线、式(16)计算的脉动压力曲线与 $m=2$ 时的傅里叶级数模拟脉动压力曲线三者放在一起进行对比, 如图 7 所示。将曲线各特征部位误差比对, 如图 8 所示。特征位置计算误

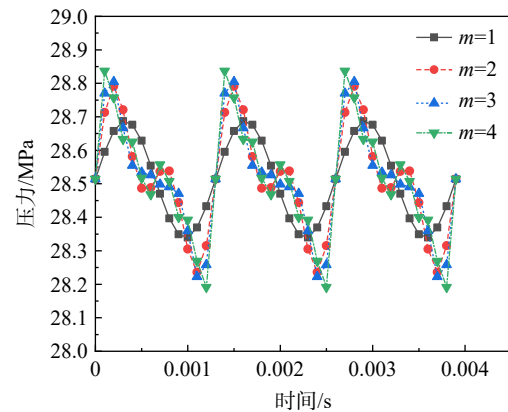


图 5 多级脉动压力曲线

Fig. 5 Multi-stage pulsation pressure curves

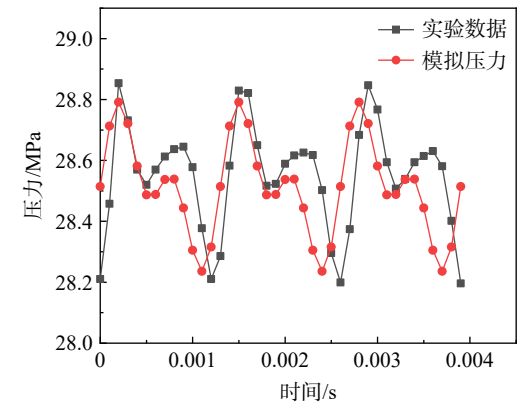


图 6 实验与模拟的脉动压力曲线对比

Fig. 6 Comparison of pulsation pressure curves of test and simulation

表 3 模拟压力脉动曲线特征位置数据对比

Table 3 Data comparison on simulated pressure pulsation curve feature locations

参数	实验数据	傅里叶级数模拟结果	模拟误差/%
压力均值/MPa	28.55	28.51	-0.14
周期/ms	1.30	1.30	0
主峰压力/MPa	28.85	28.79	0.20
鞍部压力/MPa	28.53	28.49	-0.14
副峰压力/MPa	28.64	28.54	-0.35
谷值压力/MPa	28.20	28.24	0.04

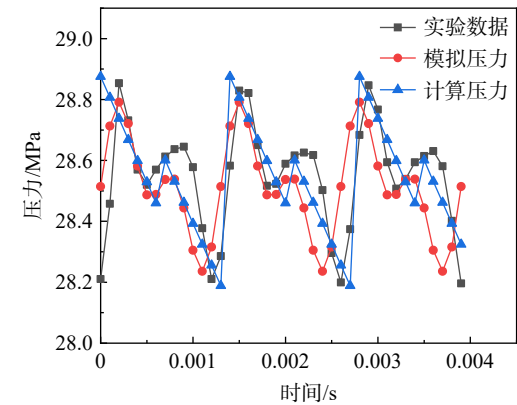


图 7 三种曲线对比示意图

Fig. 7 Comparison schematic of three kinds of curves

差与模拟误差的数值见表 4。

结合表 4 和图 8 误差对比可以看出,通过微分方程计算得到的脉动压力曲线相比于 $m=2$ 时傅里叶级数模拟得到的脉动压力曲线,在特征位置方面拟合度更优。而通过傅里叶级数模拟得到的脉动压力曲线压力变化连续且平稳,且曲线鞍部也具有更优的描述。总体来看, $m=2$ 时傅里叶级数模拟得到的脉动压力曲线具有好的拟合度。

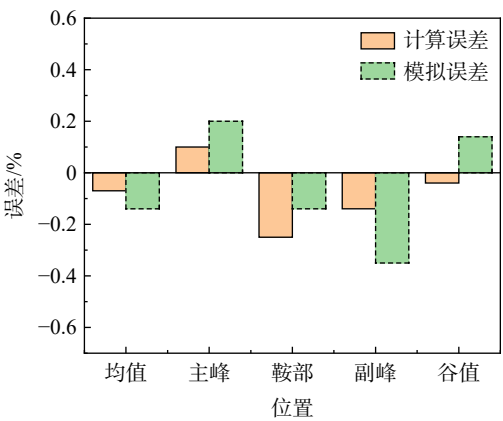


图 8 计算与模拟曲线特征位置误差对比

Fig. 8 Comparison of characteristic position errors on calculated and simulated curves

表 4 特征位置计算误差与模拟误差

Table 4 Calculation errors and simulation errors on feature positions

项目	均值	主峰	鞍部	副峰	谷值
计算误差/%	-0.07	0.10	-0.25	-0.14	-0.04
模拟误差/%	-0.14	0.20	-0.14	-0.35	0.14

计算基频、2 倍频的相对误差,基频及 2 倍频处压力幅值的相对误差如表 5 所示。

结合表 5 和图 9 频率和压力幅值误差可以看

表 5 泵出口处脉动压力频率和幅值对比

Table 5 Comparisons of frequencies and amplitudes of pulsation pressure at pump outlet

项目	基频/Hz	2 倍频/Hz	基频处压力幅值/MPa	2 倍频处压力幅值/MPa
实验数据	735	1 470	28.68	28.78
$m=2$ 模拟结果	770	1 540	28.61	28.73
相对误差/%	4.76	4.76	0.24	0.17

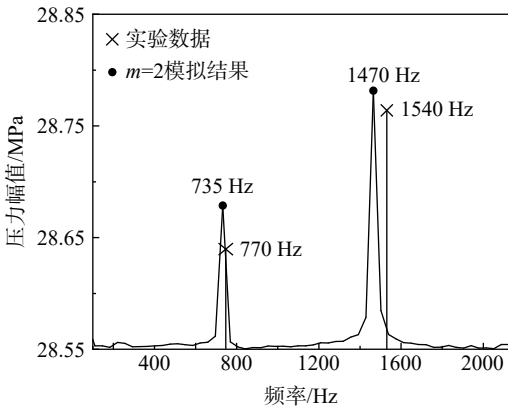


图 9 快速傅里叶变换频率-压力幅值图

Fig. 9 Frequency-pressure amplitude diagram of fast Fourier transformation

出, 基频及2倍频的相对误差、基频及2倍频处的压力幅值的相对误差均在5%以内, 采用包含基频与2倍频的级数近似可以描绘航空液压柱塞泵出口处周期脉动压力的主要特征。

5 结 论

本文探讨了航空液压柱塞泵输出油液周期脉动压力的解析表达和傅里叶级数近似表达式, 并与实验数据进行了比较研究。实验数据与解析计算结果的对比验证了所推导的脉动压力函数的正确性; 实验结果与多级傅里叶级数展开式的计算结果对比表明, 采用2阶傅里叶级数近似展开式能够有效地反映周期脉动的主要特征。在采用有限元软件进行飞机液压管路流固耦合振动仿真计算时, 综合考虑计算精度与计算效率, 推荐采用脉动压力的2阶傅里叶级数模拟数据作为有限元时域瞬态仿真的载荷输入。本文研究的航空液压柱塞泵油液具有高均压和小幅脉动的特点, 研究结果为采用简单近似级数模拟复杂脉动压力, 有效实现航空液压管路有限元流固耦合结构动力学仿真提供了可行依据, 为进一步研究航空液压管路结构的振动控制奠定了基础。

参考文献:

- [1] 刘嵩. 斜盘式轴向柱塞泵流体振动机理及传递规律研究[D]. 河北 秦皇岛: 燕山大学, 2017.
LIU Song. Study on fluid vibration mechanism and transfer law of swash plate axial piston pump[D]. Qinhuangdao Hebei: Yanshan University, 2017. (in Chinese)
- [2] 熊文才, 苗蕾, 陈经跃. 轴向柱塞泵降噪分析与研究[J]. 液 压气动与密封, 2020, 40(2): 27-30.
XIONG Wencai, MIAO Lei, CHEN Jingyue. Noise reduction analysis and research of axial piston pump[J]. *Hydraulics Pneumatics and Seals*, 2020, 40(2): 27-30. (in Chinese)
- [3] 商英丽. 飞机液压系统脉动压力特性研究[D]. 上海: 上海工程技术大学, 2020.
SHANG Yingli. Study on characteristic of pressure fluctuation of aircraft hydraulic system[D]. Shanghai: Shanghai University of Engineering Science, 2020. (in Chinese)
- [4] ZHANG Chenchen, ZHU Chenhang, MENG Bin, et al. Challenges and solutions for high-speed aviation piston pumps: a review[J]. *Aerospace*, 2021, 8(12): 392-412.
- [5] ZHANG Bin, MA Jien, HONG Haocen, et al. Analysis of the flow dynamics characteristics of an axial piston pump based on the computational fluid dynamics method[J]. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 2017, 11(1): 86-95.
- [6] CHO I, YOUN J. A study on the pressure ripple characteristics in a bent-axis type oil hydraulic piston pump[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2013, 27(12): 3713-3719.
- [7] 张鑫杰, 谌炎辉, 周知进. 轴向柱塞泵参数对其流量和脉动压力的影响[J]. 机床与液压, 2018, 46(13): 125-129.
- ZHANG Xinjie, CHEN Yanhui, ZHOU Zhijin. Application of virtual prototype technology in the simulation and analysis of axial piston pump[J]. *Machine Tool and Hydraulics*, 2018, 46(13): 125-129. (in Chinese)
- [8] BERGADA J M, WATTON J, KUMAR S. Pressure, flow, force, and torque between the barrel and port plate in an axial piston pump [J]. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, 2008, 130(1): 011011.1-011011.16.
- [9] LIN Junzhe, WANG Yuanyuan, ZHOU Shenghao. Simulation and experimental analysis of pressure pulsation characteristics of pump source fluid[J]. *Applied Sciences*, 2021, 11(20): 9559.1-9559.17.
- [10] 张天霄. 液压柱塞泵脉动压力函数的仿真分析[J]. 振动、测试与诊断, 2016, 36(5): 841-844.
ZHANG Tianxiao. Simulation analysis of pressure pulsation function in hydraulic piston pump[J]. *Journal of Vibration, Measurement and Diagnosis*, 2016, 36(5): 841-844. (in Chinese)
- [11] SHIN J H. Computational study on dynamic pressure in a swash-plate axial piston pump connected to a hydraulic line with an end resistance[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2015, 29(6): 2381-2390.
- [12] 赵宝建, 谷立臣, 刘佳敏, 等. 轴向柱塞泵脉动压力成因及其动态特性分析[J]. 测试科学与仪器, 2022, 13(1): 21-30.
ZHAO Baojian, GU Lichen, LIU Jiamin, et al. Analysis of pressure pulsation mechanism and dynamic characteristics of axial piston pump[J]. *Journal of Measurement Science and Instrumentation*, 2022, 13(1): 21-30. (in Chinese)
- [13] 郭长虹, 罗进, 权凌霄, 等. 十一柱塞航空泵转子系统轴径比对功重比的影响[J]. 机械科学与技术, 2022, 41(2): 213-219.
GUO Changhong, LUO Jin, QUAN Lingxiao, et al. Influence of shaft diameter ratio of eleven plunger aviation pump rotor system on power to weight ratio[J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2022, 41(2): 213-219. (in Chinese)
- [14] 翟培祥. 斜盘式轴向柱塞泵设计[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1978.
- [15] 李壮云. 液压元件与系统[M]. 北京: 机械工业出版社, 2011.
- [16] 杨泉雄. 斜盘式轴向柱塞泵的建模与特性研究[D]. 太原: 太原理工大学, 2020.
YANG Xiaoxiong. Modeling and characteristics of swash plate axial piston pump[D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2020. (in Chinese)
- [17] 翟雪荣. 柱塞泵配油盘隔挡的设计和计算[J]. 机电工程技术, 2012, 41(1): 61-63.
ZHAI Xuerong. The design and calculation of the axial piston pump's block[J]. *Mechanical and Electrical Engineering Technology*, 2012, 41(1): 61-63. (in Chinese)
- [18] JOHANSSON A. Design principles for noise reduction in hydraulic piston pumps: simulation, optimisation and experimental verification[D]. Linköping, Sweden: Linköping University, 2005.
- [19] 王勇. 球面配流副轴向斜柱塞泵配流特性研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2011.
WANG Yong. Study on dynamic characteristics of flow field during distribution process in tilting cylinder block type axial plunger pump[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2011. (in Chinese)
- [20] 黎石, 王国志. 基于预压缩容腔的柱塞泵脉动研究[J]. 机床与液压, 2020, 48(5): 166-170.
LI Shi, WANG Guozhi. Research of ripple in piston pump based on pre-compression volume[J]. *Machine Tool and Hydraulics*, 2020, 48(5): 166-170. (in Chinese)

(编辑: 秦理曼)