

文章编号: 1000-8055(2022)11-2440-08

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220402

基于 Wiener 过程的涡轮盘榫槽裂纹扩展 可靠性分析

王宁晨¹, 胡殿印^{1, 2, 3}, 刘茜^{2, 3, 4}, 鄢林⁴, 王荣桥^{2, 3, 4}

- (1. 北京航空航天大学 航空发动机研究院, 北京 100191;
2. 北京航空航天大学 航空发动机结构强度北京市重点实验室, 北京 100191;
3. 中小型航空发动机联合研究中心, 北京 100191;
4. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 建立了考虑裂纹扩展退化过程的时变模型, 并应用于涡轮盘榫槽裂纹扩展的概率寿命分析。首先, 引入双时间尺度函数的 Wiener 过程, 建立了 GH4720Li 高温合金的裂纹扩展时变模型, 并通过紧凑拉伸试件的裂纹扩展试验进行验证。接着, 以涡轮盘榫槽齿根关键部位为对象, 建立了榫槽齿根角裂纹的权函数应力强度因子求解方法, 并与真实涡轮盘榫槽裂纹扩展有限元分析结果进行对比。最后, 结合权函数与裂纹扩展时变模型, 建立了涡轮盘榫槽疲劳裂纹扩展可靠性分析方法。分析结果表明, 涡轮盘榫槽结构裂纹扩展退化的寿命呈现较大的分散性, 均值为 14 177 循环, 标准差为 1 090.09 循环, 99.87% 可靠度下的裂纹扩展寿命预测为 10 312 循环。

关 键 词: 疲劳裂纹扩展; 涡轮盘榫槽; 时变模型; 通用权函数; 可靠性分析

中图分类号: V232.3

文献标志码: A

Reliability analysis of crack growth in turbine disk mortise based on Wiener process

WANG Ningchen¹, HU Dianyin^{1, 2, 3}, LIU Xi^{2, 3, 4}, YAN Lin⁴, WANG Rongqiao^{2, 3, 4}

- (1. Research Institute of Aero-Engine, Beihang University, Beijing 100191, China;
2. Beijing Key Laboratory of Aero-Engine Structure and Strength,
Beihang University, Beijing 100191, China;
3. United Research Center of Mid-Small Aero-Engine, Beijing 100191, China;
4. School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: A time-varying model considering crack growth degradation process was established and applied to the probabilistic life analysis of crack growth in the turbine disk mortise. Firstly, a time-varying crack growth model of GH4720Li superalloy was established by introducing the Wiener stochastic process with double time scale functions. And it was verified by crack growth test of compact tensile specimens. Then, taking the root of the turbine disk's mortise tooth as the key object, the weight function method for solving the stress intensity factor of the crack in the root of the turbine disk's mortise tooth was established and compared with the finite element analysis results of the crack growth in the turbine disk mortise.

收稿日期: 2022-06-04

基金项目: 国家自然科学基金(51875020, 52022007, 52105138); 国家科技重大专项(J2019-IV-0009-0077, J2019-IV-0016-0084)

作者简介: 王宁晨(1998—), 男, 硕士生, 主要从事航空发动机结构强度及可靠性研究。

通信作者: 刘茜(1994—), 女, 博士, 主要从事航空发动机疲劳可靠性、不确定性量化、复合材料损伤分析研究。E-mail: liuxi@buaa.edu.cn

引用格式: 王宁晨, 胡殿印, 刘茜, 等. 基于 Wiener 过程的涡轮盘榫槽裂纹扩展可靠性分析[J]. 航空动力学报, 2022, 37(11): 2440-2447. WANG Ningchen, HU Dianyin, LIU Xi, et al. Reliability analysis of crack growth in turbine disk mortise based on Wiener process[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(11): 2440-2447.

Finally, combining the weight function and the time-varying crack growth model, the reliability analysis method for fatigue crack growth degradation of the turbine disk mortise was established. Analysis results showed that the crack growth degradation life of the turbine disk's mortise presented a large dispersion, with an average value of 14 177 cycles and a standard deviation of 1 090.09 cycles. The prediction of crack growth life was 10 312 cycles when the reliability was 99.87%.

Keywords: fatigue crack growth; turbine disk mortise; time-varying model; general weight function; reliability analysis

涡轮盘是航空发动机的关键件之一, 涡轮盘榫槽由于其结构与服役环境的双重复杂性, 裂纹故障频发, 对飞行安全构成严重威胁^[1-2]。由于材料性能等因素存在分散性, 疲劳裂纹扩展行为呈现分散性^[3-4]。准确量化裂纹扩展的分散性特征, 并针对涡轮盘榫槽进行疲劳裂纹扩展概率寿命评估及可靠性分析, 对保证发动机安全工作至关重要。

疲劳裂纹扩展过程是典型的材料性能退化过程, 同时裂纹扩展行为的分散性随裂纹扩展进程而变化, 具有时变特性。国内外学者建立了裂纹扩展随机模型对裂纹扩展分散性进行表征。例如, 熊峻江等^[5]假设在给定应力强度因子变程下, 裂纹扩展速率服从对数正态分布, 将正态随机变量引入 Paris 公式的对数表达式, 建立裂纹扩展随机模型。Giannella^[6]对商业软件 NASGRO 形式的裂纹扩展模型进行随机化, 结合蒙特卡洛法研究裂纹扩展过程的分散性。Luo 等^[7]假设 Pairs 公式中的模型参数均服从正态分布, 结合多组材料的疲劳裂纹扩展试验数据, 拟合确定模型参数的概率分布。以上研究在一定程度上反映了裂纹扩展行为的随机性, 但无法描述在指定时间下的裂纹扩展速率分散性。为此, 采用随机过程替代随机变量来表征裂纹扩展的时变可靠性^[8]。其中, Wiener 过程由于可考虑裂纹扩展中的随机和动态特性而得到广泛应用^[9]。单时间尺度函数的 Wiener 过程可以描述均值和方差具有相同时变规律的性能参数, 然而, 用于描述疲劳裂纹扩展退化过程中仍存在无法描述均值和方差时变规律不同的性能参数等不足^[10-11]。基于此, Whitmore 等^[12]提出双时间尺度函数 Wiener 过程模型, 可有效描述疲劳裂纹扩展的时变特性。

另一方面, 复杂结构的应力强度因子求解精度直接关系到裂纹扩展时变可靠性分析的精度和效率。有限元法(例如商业软件 FRANC3D)可以求解复杂结构应力强度因子, 但计算效率低, 完成一次涡轮盘榫槽裂纹应力强度因子求解长达 1 h^[13]。针对此问题, 工程上常采用权函数法求解

复杂应力分布下的应力强度因子^[14-15]。其中, 广泛使用的权函数为 Glinka 等提出的多项式幂函数形式^[16-17]。然而, 能否将其直接应用于涡轮盘榫槽等复杂结构, 仍需要通过相应的验证。

综上所述, 本文建立了基于双时间尺度函数 Wiener 过程的裂纹扩展时变模型, 并通过紧凑拉伸(CT)试件的裂纹扩展试验进行验证。在此基础上, 建立了涡轮盘榫槽齿根角裂纹权函数模型, 结合裂纹扩展时变模型, 实现了涡轮盘榫槽裂纹扩展的概率寿命分析。

1 裂纹扩展时变模型与验证

1.1 双时间尺度函数 Wiener 过程

基于双时间尺度函数 Wiener 过程的裂纹扩展行为模型可表示为^[12]

$$Y(a) = \beta \Lambda^{(1)}(a) + \sigma B(\Lambda^{(2)}(a)) \quad (1)$$

其中 $Y(a)$ 表示裂纹长度为 a (或 a 的函数) 时的性能参数, 如循环数 N 、裂纹扩展速率 da/dN ; $\Lambda^{(1)}(a)$ 和 $\Lambda^{(2)}(a)$ 分别表示均值和方差的时间尺度函数; $B(\cdot)$ 为标准布朗运动过程; β 和 σ 分别表示漂移系数和扩散系数。当忽略不同试件个体差异的影响时, 可将 β 和 σ 看作常数, 此时式(1)简化为

$$Y(a) = \Lambda^{(1)}(a) + B(\Lambda^{(2)}(a)) \quad (2)$$

疲劳裂纹扩展试验可记录 n 个裂纹长度 $a=(a_1, a_2, \dots, a_n)$ 下的性能参数 $Y(a_j), j=1, 2, \dots, n$ 。性能参数的增量可表示为

$$\begin{cases} \Delta Y_1 = Y(a_1) \\ \Delta Y_j = Y(a_j) - Y(a_{j-1}) & j > 1 \\ \lambda_1^{(1)} = \Lambda^{(1)}(a_1) \\ \lambda_j^{(1)} = \Lambda^{(1)}(a_j) - \Lambda^{(1)}(a_{j-1}) & j > 1 \\ \lambda_1^{(2)} = \Lambda^{(2)}(a_1) \\ \lambda_j^{(2)} = \Lambda^{(2)}(a_j) - \Lambda^{(2)}(a_{j-1}) & j > 1 \end{cases} \quad (3)$$

定义向量 $\Delta Y=(\Delta Y_1, \Delta Y_2, \dots, \Delta Y_n)^T$, $\lambda^{(1)}=(\lambda_1^{(1)}, \lambda_2^{(1)}, \dots, \lambda_n^{(1)})^T$ 。根据 Wiener 过程的性质, 向量

$\Delta Y = (\Delta Y_1, \Delta Y_2, \dots, \Delta Y_n)^T$ 服从多维正态分布 $N(\lambda^{(1)}, \Sigma)$, 其中 $\Sigma = (\Sigma_{ij})_{n \times n}$ 为协方差矩阵, 表示为

$$\Sigma_{ij} = \text{cov}(\Delta Y_i, \Delta Y_j) = \begin{cases} \lambda_i^{(2)} & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (4)$$

此时, ΔY 的概率密度函数为

$$f(\Delta Y; \theta) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} |\Sigma|^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2} (\Delta Y - \lambda^{(1)})^T \Sigma^{-1} (\Delta Y - \lambda^{(1)})\right] \quad (5)$$

其中 θ 表示 Wiener 过程模型参数向量, 是包括两个时间尺度函数的待定参数。

1.2 Wiener 过程模型参数估计

根据疲劳裂纹扩展试验数据可对 Wiener 过程模型参数 θ 进行估计, 其中采用 Paris 公式描述裂纹扩展行为。

假设 m 个试件在指定 n 个裂纹长度 $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ 下的性能参数为 $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$, 其中 $Y_i = (Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{in})^T$ 表示第 i 个试件的性能参数, 进而得到第 i 个试件的性能参数增量 $\Delta Y_i = (\Delta Y_{i1}, \Delta Y_{i2}, \dots, \Delta Y_{in})^T$ 。其中 $\Delta Y_{i1} = Y_{i1}$; $\Delta Y_{ij} = Y_{ij} - Y_{i(j-1)}$; $i = 1, 2, \dots, m$; $j = 2, 3, \dots, n$ 。

采用最大似然估计 (MLE) 法进行模型参数估计。由于各个试件之间相互独立, 根据式 (5), 模型参数的似然函数表示为

$$L(\Delta Y_1, \Delta Y_2, \dots, \Delta Y_m; \theta) = \prod_{i=1}^m f(\Delta Y_i; \theta) \quad (6)$$

相应地, 模型参数的对数似然函数为

$$\ln L(\Delta Y_1, \Delta Y_2, \dots, \Delta Y_m; \theta) = -\frac{mn}{2} \ln(2\pi) - \frac{m}{2} \ln(|\Sigma|) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m [(\Delta Y_i - \lambda^{(1)})^T \Sigma^{-1} (\Delta Y_i - \lambda^{(1)})] \quad (7)$$

求解式 (7) 即可得到 Wiener 过程模型参数的估计值。由于待确定模型参数的维度一般较高, 直接求解困难, 本文采用遗传优化算法进行求解。

1.3 裂纹扩展时变模型的试验验证

从真实 GH4720Li 涡轮盘盘坯上取样, 加工成标准 CT 试件, 开展多子样低周疲劳裂纹扩展试验, 子样数量为 21 件。试验采用应力控制方式, 试验温度为 600 °C, 应力比为 0.1, 试验结果如图 1 所示。数据处理后的 da/dN - ΔK 关系曲线如图 2 所示, 图中 da/dN 为裂纹扩展速率, ΔK 为应力强度因子变程。

可以看出, CT 试件的疲劳裂纹扩展速率具有

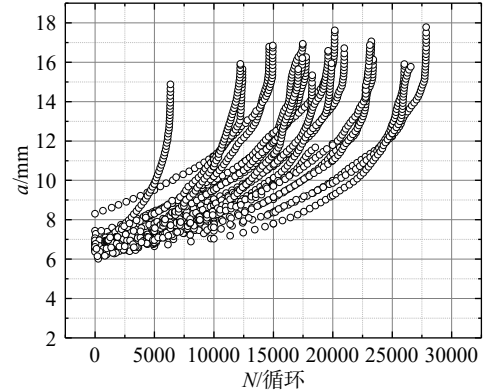


图 1 CT 试件疲劳裂纹扩展 a - N 曲线

Fig. 1 a - N curves of fatigue crack growth for CT specimens

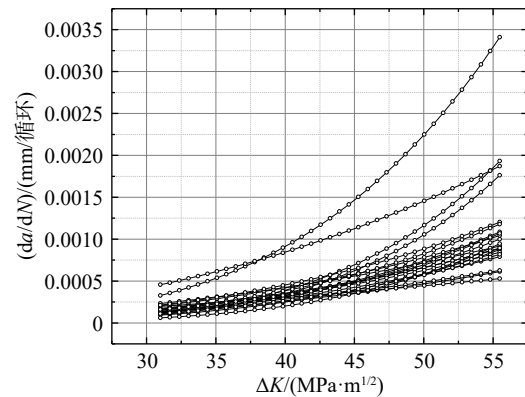


图 2 CT 试件 da/dN - ΔK 关系图

Fig. 2 Relationship between da/dN and ΔK for CT specimens

显著的分散性, 且裂纹扩展速率分散性与应力强度因子变程、裂纹长度等均有关, 表现出时变统计特性。因此, 采用双时间尺度函数 Wiener 过程模型量化裂纹扩展速率的时变特性。

不同对数应力强度因子变程 ($\lg(\Delta K)$) 下, 对数裂纹扩展速率 ($\lg(da/dN)$) 的均值 (mean) 和标准差 (standard deviation, SD) 分别如图 3、图 4 所示。

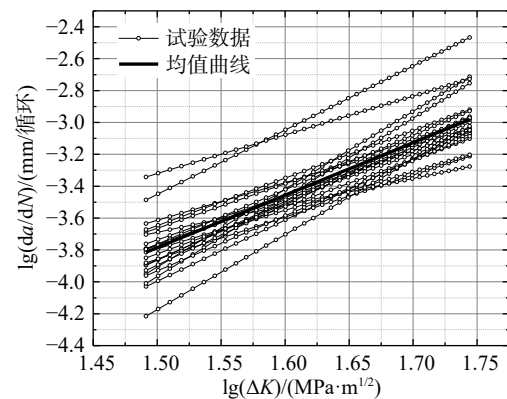


图 3 CT 试件对数裂纹扩展速率曲线

Fig. 3 Curves of logarithmic crack growth rate for CT specimens

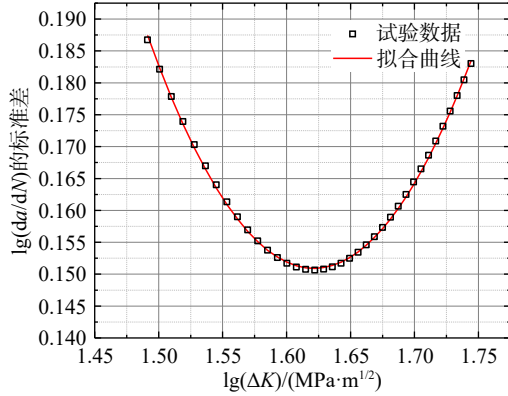


图 4 CT 试件对数裂纹扩展速率标准差

Fig. 4 Standard deviation of logarithmic crack growth rate for CT specimens

可以发现, $\lg(da/dN)$ 的均值和标准差随 $\lg(\Delta K)$ 分别呈线性和 2 次函数变化, 相关系数均大于 0.99。双时间尺度函数 Wiener 过程模型中的时间尺度函数为

$$\begin{cases} \Lambda^{(1)}(\Delta K) = b_1 + b_2 \lg(\Delta K) \\ \Lambda^{(2)}(\Delta K) = d_2 [\lg(\Delta K)]^2 + d_1 [\lg(\Delta K)] + d_0 \end{cases} \quad (8)$$

采用极大似然估计法求得: $b_1 = -8.73$, $b_2 = 3.29$, $d_2 = 2.16$, $d_1 = -7.01$, $d_0 = 5.83$ 。此时, GH4720Li 高温合金的裂纹扩展时变模型为

$$\begin{cases} \Lambda^{(1)}(\Delta K) = -8.73 + 3.29 \lg(\Delta K) \\ \Lambda^{(2)}(\Delta K) = 2.16 [\lg(\Delta K)]^2 - 7.01 \lg(\Delta K) + 5.83 \end{cases} \quad (9)$$

裂纹扩展时变模型的中值曲线和相应的残差如图 5 和图 6 所示。可以看出, 中值曲线能够较好地拟合试验数据, 残差基本在零值上下波动且分布均匀, 这说明所建立的裂纹扩展时变模型能够准确量化裂纹扩展速率的时变分散性。

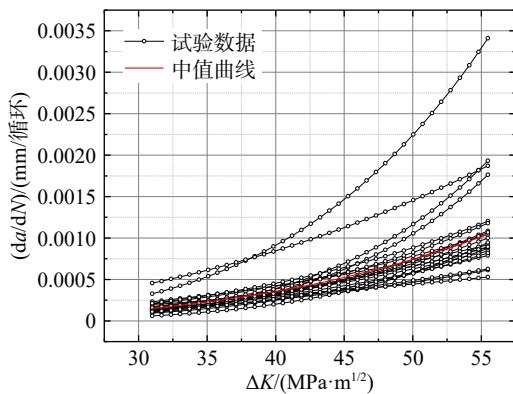


图 5 裂纹扩展时变模型中值曲线

Fig. 5 Median curve of time-varying fatigue crack growth model

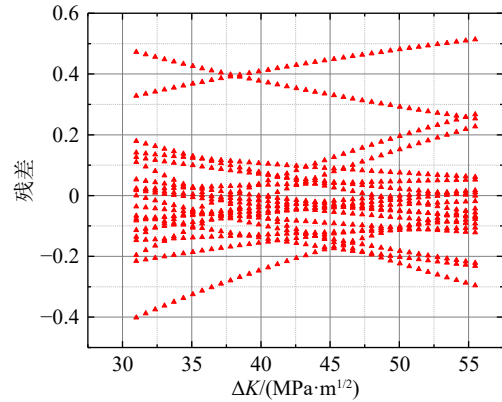


图 6 裂纹扩展时变模型残差

Fig. 6 Residual of time-varying fatigue crack growth model

2 涡轮盘榫槽齿根裂纹扩展的数值模拟方法

2.1 涡轮盘榫槽部位有限元分析

针对某型涡轴发动机二级涡轮盘榫接结构进行有限元分析, 结果如图 7 所示。

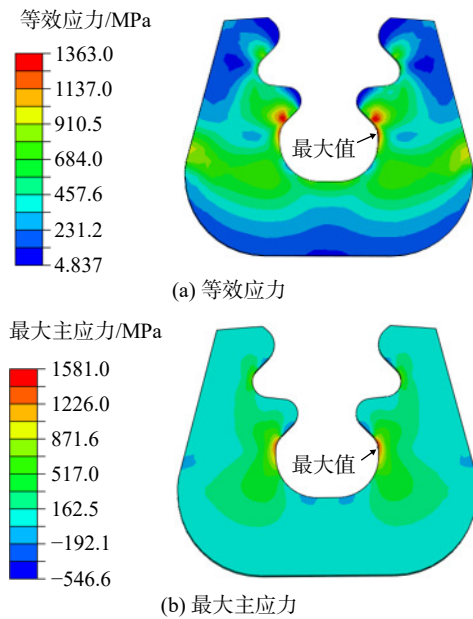


图 7 涡轮盘榫槽有限元分析结果

Fig. 7 Results of finite element analysis of turbine disk mortise

由分析结果可知, 涡轮盘榫槽等效应力及最大主应力的最大值均位于第 2 榫齿齿根, 由此确定榫槽第 2 榫齿齿根为危险部位。

2.2 榫槽齿根角裂纹权函数建模

对于榫槽齿根椭圆角裂纹, 记进气面方向 x 裂纹前缘为 A 点(对应裂纹长度为 a)、轴向 y 裂纹前缘为 B 点(对应裂纹长度为 b), B 方向厚度为 t , 如图 8 所示。

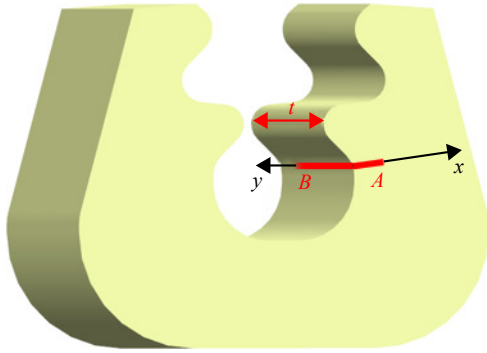


图 8 榫槽角裂纹示意图

Fig. 8 Diagram of corner crack in a mortise

根据权函数法定义, A 、 B 两点的应力强度因子可表示为

$$K_A = \int_0^a \sigma(x) m_A(x, a) dx \quad (10)$$

$$K_B = \int_0^a \sigma(x) m_B(x, a) dx \quad (11)$$

其中 $m_A(x, a)$ 、 $m_B(x, a)$ 分别为 A 、 B 两点的权函数, 可表示为

$$m_A(x, a) = \frac{2}{\sqrt{2\pi(a-x)}} \left[1 + M_{1A} \left(1 - \frac{x}{a} \right)^{\frac{1}{2}} + M_{2A} \left(1 - \frac{x}{a} \right) + M_{3A} \left(1 - \frac{x}{a} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (12)$$

$$m_B(x, a) = \frac{2}{\sqrt{\pi x}} \left[1 + M_{1B} \left(\frac{x}{a} \right)^{\frac{1}{2}} + M_{2B} \left(\frac{x}{a} \right) + M_{3B} \left(\frac{x}{a} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (13)$$

其中 M_{1A} 、 M_{2A} 、 M_{3A} 、 M_{1B} 、 M_{2B} 、 M_{3B} 为待定系数。本文选用沿 A 方向均布、线性和 2 次分布载荷作为参考载荷, 如表 1 所示, 表中的 A/B 表示 A 或者 B 。

将表 1 中的应力分布和参考应力强度因子与式(10)~式(13)联立, 可将权函数待定系数表示为几何因子 F_{ik} ($i=0, 1, 2, X=A, B$) 的形式

表 1 参考载荷及应力强度因子

Table 1 Reference loadings and stress intensity factors

载荷	示意图	应力分布	参考应力强度因子
均布		$\sigma(x) = \sigma_0$	$K_{0A/B} = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi b}{Q}} F_{0A/B}$
线性		$\sigma(x) = \sigma_0 \left(1 - \frac{x}{a} \right)$	$K_{1A/B} = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi b}{Q}} F_{1A/B}$
2 次		$\sigma(x) = \sigma_0 \left(1 - \frac{x}{a} \right)^2$	$K_{2A/B} = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi b}{Q}} F_{2A/B}$

$$\begin{cases} M_{1A} = \frac{90\pi}{\sqrt{2Q}} \sqrt{\frac{b}{a}} \left(\frac{1}{5} F_{0A} - F_{1A} + \frac{14}{15} F_{2A} \right) - \frac{48}{5} \\ M_{2A} = \frac{315\pi}{\sqrt{2Q}} \sqrt{\frac{b}{a}} \left(-\frac{1}{6} F_{0A} + F_{1A} - F_{2A} \right) + 21 \\ M_{3A} = \frac{252\pi}{\sqrt{2Q}} \sqrt{\frac{b}{a}} \left(\frac{1}{7} F_{0A} - \frac{20}{21} F_{1A} + F_{2A} \right) - \frac{64}{5} \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} M_{1B} = \frac{42\pi}{\sqrt{Q}} \sqrt{\frac{b}{a}} \left(\frac{1}{7} F_{0B} - \frac{13}{14} F_{1B} + F_{2B} \right) - \frac{48}{5} \\ M_{2B} = \frac{315\pi}{2\sqrt{Q}} \sqrt{\frac{b}{a}} \left(-\frac{1}{6} F_{0B} + F_{1B} - F_{2B} \right) + 21 \\ M_{3B} = \frac{132\pi}{\sqrt{Q}} \sqrt{\frac{b}{a}} \left(\frac{2}{11} F_{0B} - F_{1B} + \frac{21}{22} F_{2B} \right) - \frac{64}{5} \end{cases} \quad (15)$$

其中 Q 为第 2 类完全椭圆积分的平方, 近似表达式为

$$Q = 1 + 1.464 \left(\frac{a}{b} \right)^{1.65} \quad 0 \leq \frac{a}{b} \leq 1 \quad (16)$$

几何因子由裂纹几何参数 b/t 和 b/a 决定。

$$F_{iA} = \alpha_{i0} + \alpha_{i1} \left(\frac{b}{t} \right)^1 + \alpha_{i2} \left(\frac{b}{t} \right)^2 + \alpha_{i3} \left(\frac{b}{t} \right)^3 + \alpha_{i4} \left(\frac{b}{t} \right)^4 \quad (17)$$

$$F_{iB} = \beta_{i0} + \beta_{i1} \left(\frac{b}{t} \right)^1 + \beta_{i2} \left(\frac{b}{t} \right)^2 + \beta_{i3} \left(\frac{b}{t} \right)^3 + \beta_{i4} \left(\frac{b}{t} \right)^4 \quad (18)$$

$$\begin{cases} \alpha_{ij} = p_1^{ij} + p_2^{ij} \left(\frac{b}{a} \right) + p_3^{ij} \left(\frac{b}{a} \right)^2 + p_4^{ij} \left(\frac{b}{a} \right)^3 & \frac{b}{a} \geq 1 \\ \beta_{ij} = p_1^{ij} + p_2^{ij} \left(\frac{b}{a} \right) + p_3^{ij} \left(\frac{b}{a} \right)^2 + p_4^{ij} \left(\frac{b}{a} \right)^3 & \frac{b}{a} \leq 1 \end{cases} \quad (19)$$

其中 α_{ij} 、 β_{ij} 、 p_k^{ij} ($i=0, 1, 2; j=0, \dots, 4; k=1, \dots, 4$) 均为拟合参数。权函数模型的拟合参数 p_k^{ij} 如表 2 所示。

2.3 权函数模型精度验证

2.3.1 高阶次载荷验证

针对所建立的权函数模型, 分别在 3 次、5 次载荷下验证应力强度因子的求解精度, 应力分布为

$$\sigma(x) = 100 \left(1 - \frac{x}{a} \right)^i \quad (i=3, 5) \quad (20)$$

在 3 次和 5 次载荷下, 裂纹尖端 A 、 B 点处应力强度因子 K 的权函数法和有限元法对比结果如图 9 所示。

本文所建立的权函数模型在参考载荷(均布、线性、2 次)下, A 、 B 点应力强度因子计算最大误差均小于 0.01%, 在 3 次和 5 次载荷下, 最大相对误差为 1.9%。说明权函数模型具有较高的精度。

表 2 参考载荷下拟合参数 p_k^{ij}
Table 2 Fitting parameter p_k^{ij} under reference loadings

载荷	p_k^{ij}	点 A					点 B				
		α_{i0}	α_{i1}	α_{i2}	α_{i3}	α_{i4}	β_{i0}	β_{i1}	β_{i2}	β_{i3}	β_{i4}
均布 $i=0$	p_1^{ij}	1.995	-1.603	18.444	-25.500	18.013	2.387	-1.542	20.039	-26.521	22.052
	p_2^{ij}	-1.088	1.830	-18.775	29.690	-21.158	-1.624	1.590	-19.949	27.390	-22.745
	p_3^{ij}	0.300	-0.674	6.408	-10.756	7.669	0.459	-0.529	6.562	-9.234	7.673
	p_4^{ij}	-0.030	0.079	-0.715	1.237	-0.880	-0.046	0.057	-0.704	1.008	-0.839
线性 $i=1$	p_1^{ij}	0.494	-0.797	11.320	-16.511	11.841	1.990	-0.780	11.741	-14.271	13.364
	p_2^{ij}	-0.185	0.765	-10.810	18.061	-13.243	-1.353	0.695	-11.065	13.685	-13.129
	p_3^{ij}	0.042	-0.256	3.522	-6.278	4.645	0.386	-0.210	3.506	-4.389	4.288
	p_4^{ij}	-0.004	0.029	-0.379	0.700	-0.520	-0.039	0.021	-0.367	0.463	-0.459
2 次 $i=2$	p_1^{ij}	0.268	-0.645	8.770	-13.295	9.453	1.749	-0.578	8.682	-10.353	10.179
	p_2^{ij}	-0.083	0.625	-8.421	14.500	-10.524	-1.192	0.519	-8.202	9.950	-10.021
	p_3^{ij}	0.016	-0.209	2.749	-5.027	3.679	0.342	-0.158	2.602	-3.194	3.277
	p_4^{ij}	-0.001	0.023	-0.296	0.559	-0.410	-0.034	0.016	-0.272	0.337	-0.351

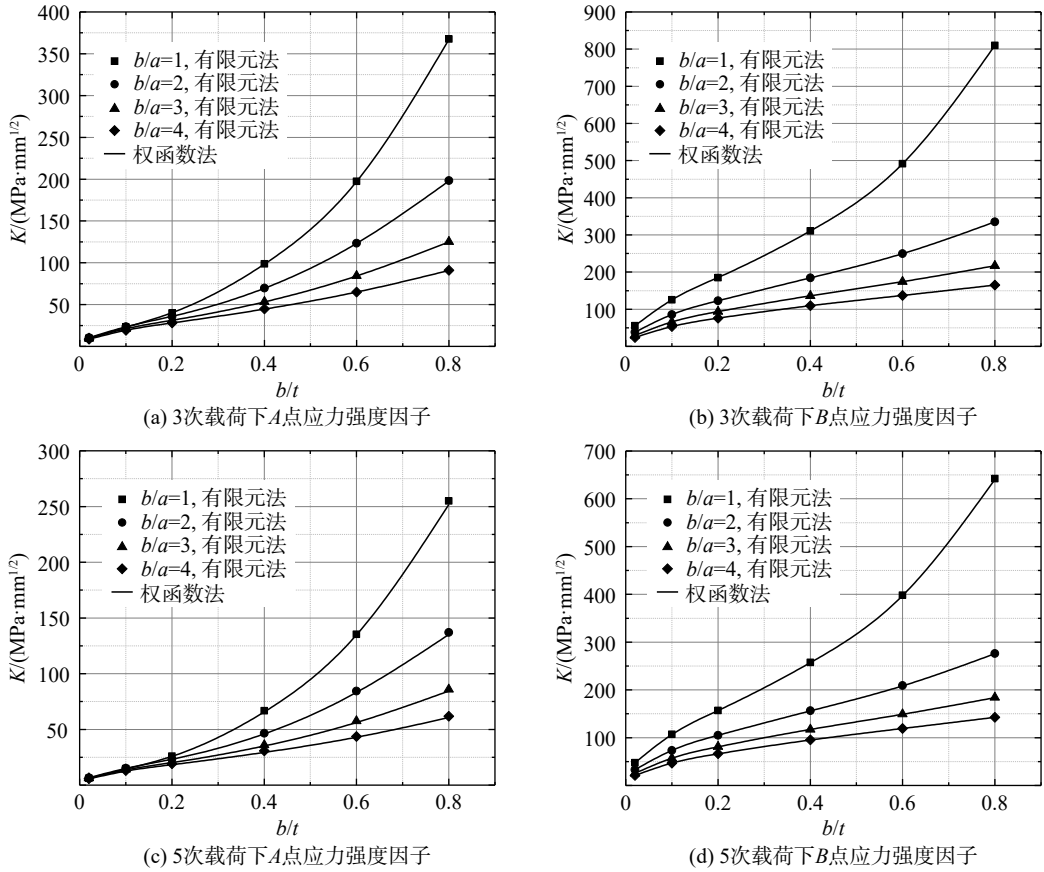


图 9 应力强度因子计算结果对比
Fig. 9 Comparison of calculation results of stress intensity factor

2.3.2 真实涡轮盘榫槽裂纹扩展有限元模拟验证
将权函数模型应用于真实涡轮盘榫槽齿根的裂纹扩展模拟,从而验证其工程适用性。有限元模拟时的裂纹位于榫槽第 2 榫齿齿根,裂纹面法

向与最大主应力方向重合,如图 8 所示。沿 A 方向提取最大主应力分布,并以 6 次多项式拟合,拟合系数作为权函数模型的载荷输入。初始裂纹半径选取为 0.2 mm,约为 10 倍晶粒尺寸大小^[18-19]。

以裂纹长度 $a_c=4.5$ mm 作为扩展终止判据,目前国内外检测技术针对该长度的裂纹缺陷检出概率接近 100%^[20-22]。进行涡轮盘榫槽齿根的裂纹扩展模拟,并与有限元结果进行对比,如图 10 所示。

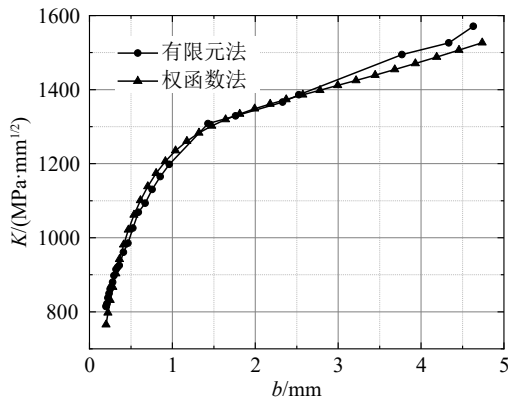


图 10 权函数法裂纹扩展模拟结果对比

Fig. 10 Comparison of simulation results of crack growth by weight function method

与有限元法结果对比,权函数法得到的应力强度因子最大相对误差为 2.66%,然而计算时间却仅为有限元法的 1/20 000,这说明该权函数法在保证模型精度的同时具有高的计算效率,可以用于涡轮盘榫槽裂纹扩展时变可靠性分析。

3 涡轮盘榫槽裂纹扩展退化的概率寿命分析

建立了涡轮盘榫槽裂纹扩展退化的概率寿命分析方法,通过权函数实现应力强度因子快速准确求解,结合裂纹扩展时变模型量化裂纹扩展退化过程,具体流程如图 11 所示。当裂纹扩展至 a_c 时停止扩展并输出裂纹扩展寿命。

共计开展 10^5 次涡轮盘榫槽裂纹扩展模拟,裂纹扩展的概率寿命及裂纹扩展寿命累积分布如图 12 所示。计算得到不同可靠度下的裂纹扩展寿命如表 3 所示。

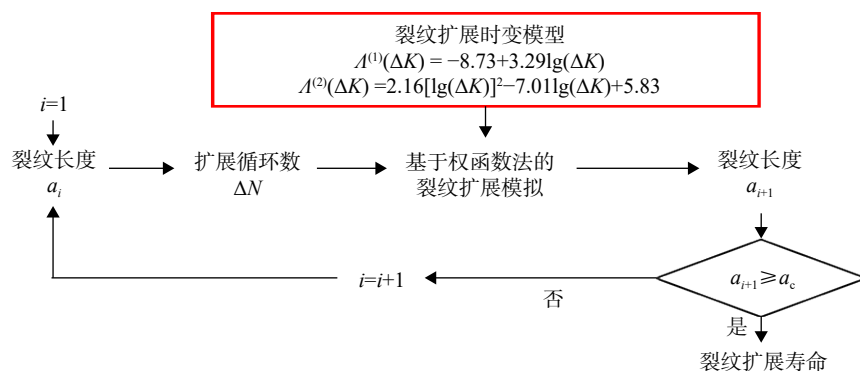


图 11 裂纹扩展概率寿命评估流程

Fig. 11 Assessment process of probabilistic crack growth life

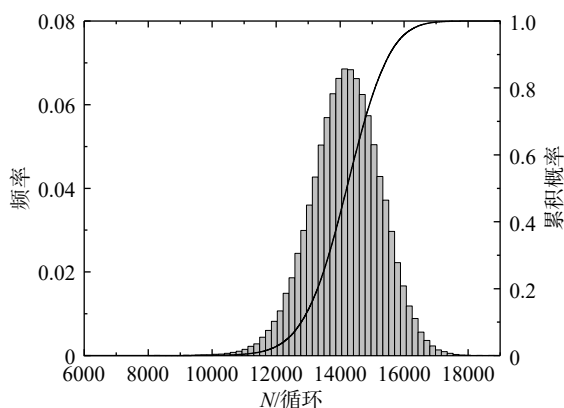


图 12 裂纹扩展概率寿命及裂纹扩展寿命累积分布

Fig. 12 Probabilistic crack growth life and cumulative distribution of crack growth life

表 3 不同可靠度下裂纹扩展寿命

Table 3 Crack growth life at different reliabilities

可靠度/%	寿命/循环
50.00	14 205
99.00	11 465
99.87	10 312
99.99	8 301

涡轮盘榫槽裂纹扩展寿命均值为 14 177 循环,标准差为 1 090.09 循环,呈现较大的分散性。99.87%可靠度下的裂纹扩展寿命预测为 10 312 循环。

4 结 论

建立了 GH4720Li 高温合金的裂纹扩展时变模型,并推广应用于涡轮盘榫槽的裂纹扩展概率

寿命分析。具体结论如下:

1) 基于双时间尺度函数 Wiener 过程, 建立了 GH4720Li 高温合金的裂纹扩展时变模型, 并通过 CT 试件的裂纹扩展试验验证了模型精度, Wiener 中值曲线能够良好拟合试验数据, 且残差在零值附近波动且分布均匀, 模型精度高。

2) 建立的涡轮盘榫槽齿根角裂纹权函数模型, 在参考载荷和高次载荷下, 应力强度因子计算相对误差不超过 1.9%; 与涡轮盘榫槽裂纹扩展有限元模拟结果相比, 应力强度因子计算最大相对误差为 2.66%, 计算时间仅为有限元法的 1/20 000。

3) 涡轮盘榫槽结构裂纹扩展退化的寿命呈现较大的分散性, 均值为 14 177 循环, 标准差为 1 090.09 循环, 99.87% 可靠度下的裂纹扩展寿命预测为 10 312 循环。

参考文献:

- [1] 沈锡钢. 大涵道比涡扇发动机总体性能与循环参数设计[J]. *航空科学技术*, 2011(4): 4-7.
SHEN Xigang. Design of performance and cycle parameters of high bypass ratio turbofan[J]. *Aeronautical Science and Technology*, 2011(4): 4-7. (in Chinese)
- [2] 陈光. 航空发动机结构设计分析[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2014.
- [3] LIN Y K, YANG J N. A stochastic theory of fatigue crack propagation[J]. *AIAA Journal*, 1985, 23(1): 117-124.
- [4] LONG X Y, LIU K, JIANG C, et al. Uncertainty propagation method for probabilistic fatigue crack growth life prediction[J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2019, 103: 102268.1-102268.13.
- [5] 熊峻江, 刘文挺, 高镇同. 疲劳裂纹扩展速率试验数据的可靠性分析模型[J]. *强度与环境*, 1997(4): 6-10.
XIONG Junjiang, LIU Wenting, GAO Zhentong. Reliability analysis models of fatigue crack growth rate data[J]. *Structure and Environment Engineering*, 1997(4): 6-10. (in Chinese)
- [6] GIANNELLA V. Stochastic approach to fatigue crack-growth simulation for a railway axle under input data variability[J]. *International Journal of Fatigue*, 2021, 144: 106044.1-106044.15.
- [7] LUO J, BOWEN P. A probabilistic methodology for fatigue life prediction[J]. *Acta Material*, 2003, 51(12): 3537-3550.
- [8] YANG J N, HSI W H, MANNING S D, et al. Stochastic crack propagation in fastener holes[J]. *Journal of Aircraft*, 1985, 22(9): 810-817.
- [9] YE Z, WANG Y, TSUI K, et al. Degradation data analysis using Wiener processes with measurement errors[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2013, 62(4): 772-780.
- [10] 厉海涛, 金光, 周经伦, 等. 动量轮维纳过程退化建模与寿命预测[J]. *航空动力学报*, 2011, 26(3): 622-627.
LI Haitao, JIN Guang, ZHOU Jinglun, et al. Momentum wheel Wiener process degradation modeling and life prediction[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2011, 26(3): 622-627. (in Chinese)
- [11] 朱磊, 左洪福, 蔡景. 基于 Wiener 过程的民用航空发动机性能可靠性预测[J]. *航空动力学报*, 2013, 28(5): 1006-1012.
ZHU Lei, ZUO Hongfu, CAI Jing. Performance reliability prediction for civil aviation aircraft engine based on Wiener process[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2013, 28(5): 1006-1012. (in Chinese)
- [12] WHITMORE G A, SCHENKELBERG F. Modelling accelerated degradation data using Wiener diffusion with a timescale transformation[J]. *Lifetime Data Analysis*, 1997, 3(1): 27-45.
- [13] ANNOR-NYARKO M, XIA Hong. Numerical fracture analysis of a reactor pressure vessel based on abaqus-FRANC3D co-simulation method[J]. *Procedia Structural Integrity*, 2022, 37: 225-232.
- [14] RICE J. Some remarks on elastic crack-tip stress field[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1972, 8(6): 751-758.
- [15] BUECKNER H F. A novel principle for the computation of stress intensity factors[J]. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1970, 50(10): 529-546.
- [16] MOFTAKHAR A A, GLINKA G. Calculation of stress intensity factors by efficient integration of weight functions[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1992, 43(5): 749-756.
- [17] GLINKA G, SHEN G. Universal features of weight functions for cracks in mode I[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1991, 40(6): 1135-1146.
- [18] 万志鹏, 王涛, 李钊, 等. 晶界一次 γ' 相对 GH4720Li 合金晶粒长大行为的影响[J]. *材料热处理学报*, 2020, 41(8): 173-181.
WAN Zhipeng, WANG Tao, LI Zhao, et al. Influence of grain boundary primary γ' precipitates on grain growth behavior of GH4720Li superalloy[J]. *Transactions of Materials and Heat Treatment*, 2020, 41(8): 173-181. (in Chinese)
- [19] 王桂荣, 赵晴, 许良. TC4-DT 钛合金小裂纹扩展行为研究[J]. *科技通报*, 2018, 34(6): 95-100.
WANG Guirong, ZHAO Qing, XU Liang. Study on fatigue small crack growth behavior of TC4-DT titanium alloy[J]. *Bulletin of Science and Technology*, 2018, 34(6): 95-100. (in Chinese)
- [20] 杨杭. 基于统计可靠性的广布疲劳损伤可检裂纹评估[D]. 天津: 中国民航大学, 2016.
YANG Hang. Research on widespread fatigue damage detectable crack based on reliability[D]. Tianjin: Civil Aviation University of China, 2016. (in Chinese)
- [21] 刘凯, 崔荣洪, 侯波, 等. PVD 薄膜传感器裂纹检测概率测定与分析[J]. *材料工程*, 2019, 47(9): 160-166.
LIU Kai, CUI Ronghong, HOU Bo, et al. Estimation and analysis of probability of PVD film sensor crack detection[J]. *Journal of Materials Engineering*, 2019, 47(9): 160-166. (in Chinese)
- [22] LEE D, YOON S, PARK J, et al. Demonstration of model-assisted probability of detection framework for ultrasonic inspection of cracks in compressor blades[J]. *NDT and E International*, 2022, 128: 102618.1-102618.11.

(编辑: 秦理曼)