

文章编号: 1000-8055(2022)10-2104-08

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220239

基于最优输运无网格方法的热障涂层 氧化层生长模拟

许洪斌¹, 樊江¹, 荆甫雷², 廖祐明¹, 黎波³, 樊宗岳⁴

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 102206;

2. 中国航发中国航空发动机研究院, 北京 101304;

3. 北京大学 工学院, 北京 100871;

4. 云翼超算(北京)软件科技有限公司, 北京 100027)

摘 要: 在自研的最优输运无网格(OTM)框架下, 针对热障涂层氧化层(TGO)生长力学等效模型开发了厚度增长算法, 模拟 TGO 各向异性氧化生长过程。利用该方法以 TGO 层典型的转折段为对象, 研究了热循环载荷作用下的 TGO 层生长过程中应力、位移随周期载荷的变化规律。仿真结果与热障涂层试验结果吻合。结果表明: 该方法能很好模拟模拟界面生长过程中出现的褶皱现象, 与有限元相比单元变形均匀, 适合热障涂层 TGO 层生长过程的数值模拟。热障涂层应力最大位置主要出现在凸起位置, 凸起处的横向变化具有加剧 TGO 层界面大变形的趋势。

关 键 词: 热障涂层; 无网格方法; 形函数; 热循环; 大变形

中图分类号: V231

文献标志码: A

Simulation of oxide growth in thermal barrier coating based on optimal transport meshless method

XU Hongbin¹, FAN Jiang¹, JING Fulei², LIAO Huming¹,

LI Bo³, FAN Zongyue⁴

(1. School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 102206, China;

2. Aero Engine Academy of China,

Aero Engine Corporation of China, Beijing 101304, China;

3. College of Engineering, Peking University, Beijing 100871, China;

4. Yunyi Supercomputing (Beijing) Software Technology Company, Beijing 100027, China)

Abstract: Under the self-developed optimal transport meshless (OTM) framework, a thickness growth algorithm was developed and the anisotropic oxidation growth process of thermal oxide layer (TGO) was simulated. Using this method, the typical transition section of TGO layer was taken as an object to study the change of stress and displacement under thermal cycling load. The simulation results coincided with the test. The results showed that this method can well simulate the wrinkle phenomenon in the process of interface growth. Compared with the finite element method, the deformation of the element was uniform, making it suitable for numerical simulation of the growth process of TGO. The maximum

收稿日期: 2022-04-23

基金项目: 国家自然科学基金(51905510)

作者简介: 许洪斌(1994—), 男, 博士生, 主要研究方向为多学科优化设计、发动机结构设计。

通信作者: 樊江(1973—), 男, 副教授、博士生导师, 博士, 主要研究方向为多学科优化设计、发动机结构设计。E-mail: fanjiang@buaa.edu.cn

引用格式: 许洪斌, 樊江, 荆甫雷, 等. 基于最优输运无网格方法的热障涂层氧化层生长模拟[J]. 航空动力学报, 2022, 37(10): 2104-2111. XU Hongbin, FAN Jiang, JING Fulei, et al. Simulation of oxide growth in thermal barrier coating based on optimal transport meshless method[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(10): 2104-2111.

stress of the thermal barrier coating mainly occurred at the convex position, and the lateral change of the convex position had a tendency to aggravate the large deformation of the oxide layer interface.

Keywords: thermal barrier coating; meshless method; shape function; thermal cycling; large deformation

热障涂层(TBC)技术是降低涡轮叶片表面温度的一种有效手段。在航空发动机运行过程中, TBC 面临着恶劣的工作环境, 容易出现剥离和褶皱等现象, 导致航空发动机出现故障。典型的 TBC^[1] 主要包含陶瓷层(TC 层)、金属黏结层(BC 层)、合金基体层(SUB 层)等结构^[2](图 1)。在涡轮叶片工作过程中, 氧元素进入 BC 层, 在 BC 层和 TC 层中间部位产生热障涂层氧化层(TGO 层)^[3]。

大量研究表明^[4-5], TGO 层的出现破坏了 TBC 系统内部的力学相容性, 是制约 TBC 服役寿命的最薄弱环节^[6]。在氧化生长与热不匹配共同作用下, TGO 层在工作过程中承受巨大的面内压缩应力, 产生垂直于陶瓷-金属界面的面外位移。伴随着 TGO 层厚度变化, TGO 层逐步扭曲、皱化, 界面粗糙度持续增加, 最终造成 TBC 宏观剥落。

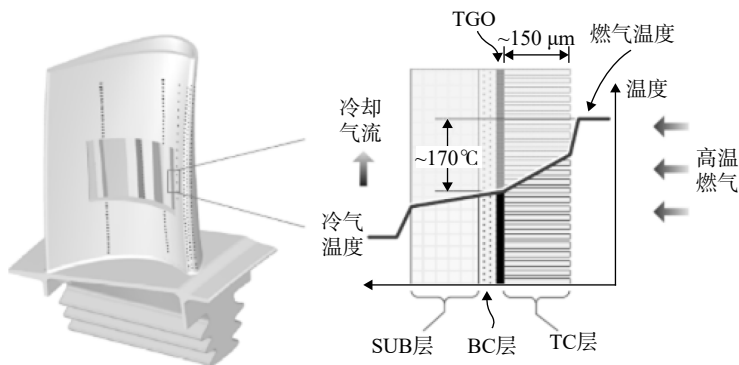


图 1 TBC 典型结构

Fig. 1 Typical structure of TBC

TGO 层的厚度变化本质上是多层材料系统界面的大变形问题。目前, 学者多采用有限元方法模拟 TGO 层的生长过程^[7-9]。有限元法是基于网格的数值方法, 它在分析大变形等问题时遇到困难。其主要原因是网格的存在妨碍了处理与原始网格线不一致的大变形。与有限元方法不同, 无网格方法形函数随邻域更新变化, 消除了网格的影响, 对大变形问题具有理论优势^[10]。但包括光滑粒子动力学(smoothed particle hydrodynamics, SPH)等方法^[11]在内的无网格方法存在拉应力不稳定性^[12]、位移边界条件难以准确施加等问题。最优输运无网格方法(optimal transportation method, OTM)^[13]以局部最大熵(local maximum entropy, LME)为形函数, 克服了一般无网格方法插值函数不满足 Kronecker-delta 属性^[14], 能够解决 SPH 等方法的弊端^[15]。

本文在自研的 OTM 方法的基础上, 研究 TGO 的变形和生长问题。在 OTM 框架下通过力学等效模拟 TGO 生长, 建立 TGO 层的厚度增长算法, 为研究 TGO 层界面形态演化提供一种工具。

1 OTM

OTM 方法采用物质点和节点离散连续介质^[16], 利用 LME 形函数构造位移连续场, 并结合最优输运理论计算系统的动能积分。OTM 方法继承了有限元的优点, 如形函数严格满足 1 阶精度、在边界处满足 Kronecker delta 性质等, 克服了其他无网格法在处理位移边界条件时的繁琐实现和高额计算成本, 保证了位移边界条件的精确度。相比于其他无网格方法, OTM 在精度、收敛性、边界条件施加等方面具有优势。

1.1 连续介质离散

OTM 方法采用物质点与节点相结合的方式对连续介质进行无网格空间离散。图 2 展示了 t_k 时刻到 t_{k+1} 的连续介质的变形示意图。 $x_{p,k}$ 和 $x_{a,k}$ 分别代表物质点和节点位置。在 OTM 计算中, 所有的场变量信息分别由节点和物质点携带, 计算过程中, 材料的物理信息存储在物质点上, 比如变形、应力、材料内部参数等, 而计算邻域的动力学信息存储在节点上, 其中包括位移、速度、加速

度与温度等, 计算邻域的运动通过节点的动力学信息插值获得。OTM 方法通过邻域搜索算法避免了单元和节点的绑定关系, 从而实现了连续介质的大变形的预测与模拟。

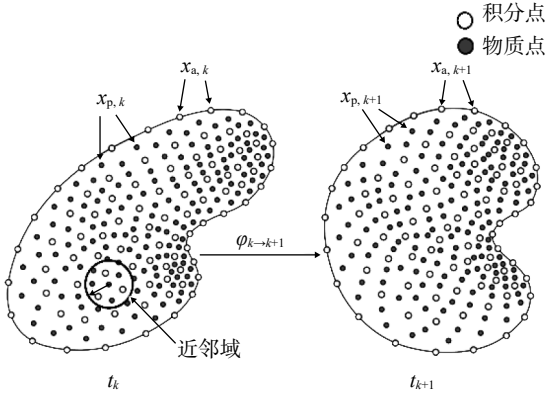


图 2 OTM 将连续介质离散为两种不同节点^[17]

Fig. 2 OTM discretizes the solid into two different nodes^[17]

1.2 LME 形函数

各种无网格方法最大的不同就是如何构造位移场在连续介质域内的插值函数。OTM 方法中的插值函数为 LME 形函数。LME 形函数在边界满足 Kronecker-delta 属性, 避免了 SPH 方法插值函数的弊端。

给定连续介质离散的节点集合 x_i 。那么连续介质的位移场可以表示为节点集合的组合。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n [p_i(\mathbf{x}_i) \mathbf{u}(\mathbf{x}_i)] \quad (1)$$

其中 $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ 为节点 $\mathbf{x}$ 处的位移, $p_i(\mathbf{x}_i)$ 为形系数, $\mathbf{u}(\mathbf{x}_i)$ 为节点 $\mathbf{x}_i$ 处位移。根据文献 [18] 可得, $p_i(\mathbf{x}_i)$ 的数值应该满足以下方程。

$$\min f_\beta(\mathbf{x}, p) = \alpha \sum_{i=0}^n [p_i |\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|^2] + \sum_{i=0}^n [p_i \ln(p_i)] \quad (2)$$

其中 $\sum [p_i \ln(p_i)]$ 描述的是节点集合的信息熵^[19], $\sum [p_i |\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|^2]$ 表示的是近邻域内其他节点对 $\mathbf{x}$ 处节点的影响。这种约束保证了形函数满足第 0 阶和第 1 阶连续, 符合位移场的连续要求。 p_i 的求解可以通过以下方程获得:

$$p_i = \frac{1}{Z(\mathbf{x}, \lambda^*(\mathbf{x}))} \exp[-\alpha |\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|^2 + \lambda^*(\mathbf{x}) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)] \quad (3)$$

参数 $\lambda^*(\mathbf{x})$ 和 $Z(\mathbf{x}, \lambda^*(\mathbf{x}))$ 满足下式:

$$\lambda^*(\mathbf{x}) = \arg \min \ln Z(\mathbf{x}, \lambda^*(\mathbf{x})) \quad (4)$$

$$Z(\mathbf{x}, \lambda^*(\mathbf{x})) = \sum \exp[-\alpha |\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|^2 + \lambda^*(\mathbf{x}) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)] \quad (5)$$

式(4)可以很容易地通过牛顿-拉普森迭代获得数值解。 $\alpha \in \mathbb{R}^+$ 是一个 Pareto 优化参数, 用来衡量最大熵和近邻域内其他节点的影响。实际上, 为了考虑节点分布的影响, Li 等^[16] 采用了一个尺寸参数 γ 来控制 LME 的形函数, γ 满足下式

$$\gamma = \alpha h^2 \quad (6)$$

其中 h 是节点集合的特征尺度, 一般可以设为计算邻域的最短距离。当 γ 从 0.80~6.80 变化时, LME 形函数邻域搜索范围的由大逐渐减小。

2 OTM 框架下 TGO 生长模拟算法

TGO 层生长挤压 BC 层和 TC 层, 造成 BC 层和 TC 层界面产生大变形和界面移动现象。因此, TGO 层的生长过程是研究 TBC 损伤机制的关键。目前常用力学等效的方法模拟 TGO 层生长^[6,16]。力学等效是通过 TGO 层进行拉伸, 在 TGO 层厚度和切向方向添加无应力应变, 从而模拟 TGO 层的生长过程。现有 OTM 方法不能直接应用于 TBC 的界面生长模拟, 需要针对 TBC 生长过程研究 OTM 框架下的 TGO 厚度增长算法。TGO 生长主要考虑横向伸长和厚度增加两个方面, 而 BC 氧化形成 TGO 的过程包含了非等温和非弹性行为。本文通过在单元变形中引入横向与纵向生长应变分量来模拟 TGO 各向异性氧化生长过程。算法如下:

将 TBC 连续介质离散为质量点和节点的集合。根据节点的速度和加速度, 预测得到下一时刻的节点位置。当节点产生位移和变形时, 通过 LME 插值函数计算节点的弹性应变 $\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$ 。

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u}_{n+1} + \nabla \mathbf{u}_{n+1}^T) \quad (7)$$

$\nabla \mathbf{u}_{n+1}$ 为该节点的变形梯度。根据弹性应变 $\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$ 可计算得到应力 $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$ 。得到应力后重新计算得到节点加速度, 并更新节点的速度, 更新节点的坐标、体积和密度, 并重新计算物质点邻域, 以及更新邻域内节点的插值函数及导数, 完成一个迭代步的计算见图 3, 图中 h_0 是 TGO 层初始厚度, h 是 TGO 层 t_k 时刻的厚度, β 为水平应变与垂直

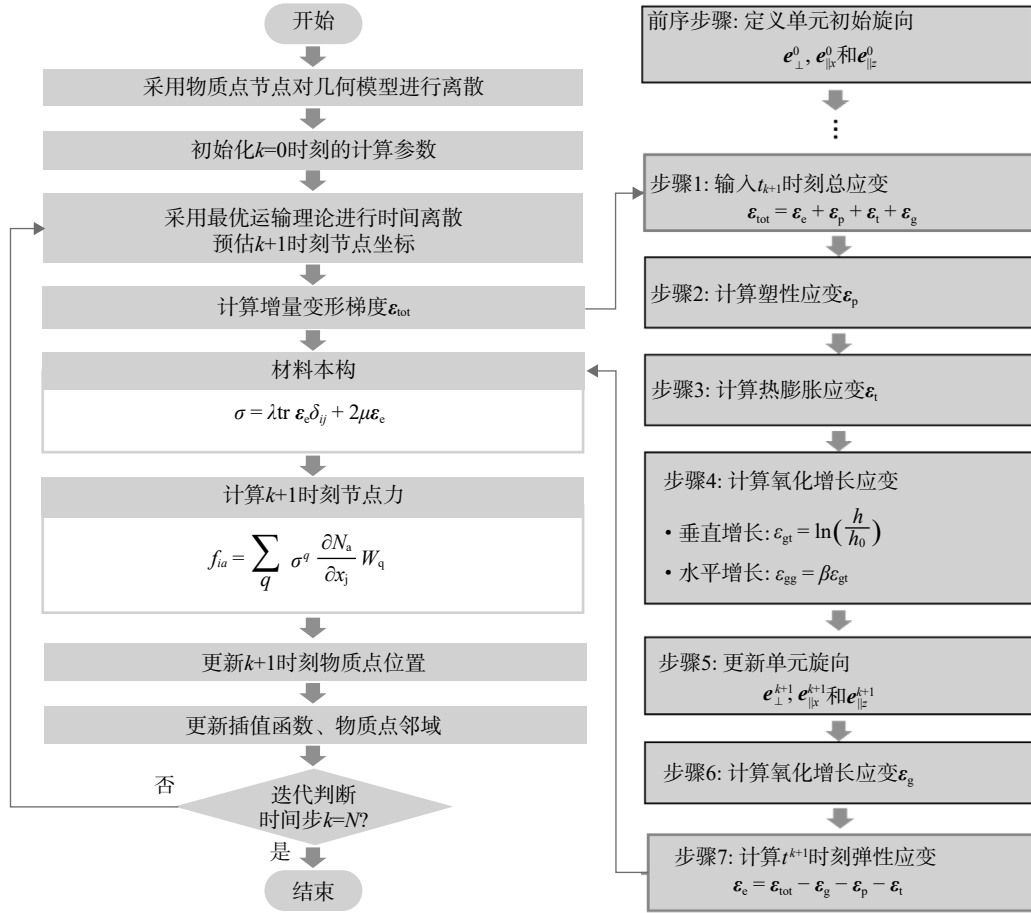


图 3 OTM 框架下的 TGO 厚度增长算法

Fig. 3 TGO thickness growth algorithm under OTM framework

应变的比例系数, λ 和 μ 为拉梅系数。 σ_{ij} 是应力, W_q 是物质点权重, N_a 为节点处形系数。

上述的应力 σ_{n+1} 计算过程应满足如下公式

$$\sigma_{n+1} = E \epsilon_{n+1} = E \epsilon_e \quad (8)$$

式中 E 为弹性模量。

通过在单元变形中引入横向与纵向生长应变分量来模拟 TGO 各项异性氧化生长过程。所以 TGO 层的总应变包含了弹性应变 ϵ_e 、非弹性应变(塑性应变 ϵ_p 、氧化生长应变 ϵ_g)、热膨胀应变 ϵ_t :

$$\epsilon_{\text{tot}} = \epsilon_e + \epsilon_p + \epsilon_g + \epsilon_t \quad (9)$$

塑性应变 ϵ_p 、氧化生长应变 ϵ_g 和热膨胀应变 ϵ_t 不会产生应力, 因此将氧化生长应变、塑性应变、热膨胀应变在总应变中减去, 即可获取当前应力:

$$\sigma_{n+1} = E(\epsilon_{\text{tot}} - \epsilon_g - \epsilon_p - \epsilon_t) \quad (10)$$

ϵ_p 可以根据文献 [19] 给定。 ϵ_g (图 4) 可分解为垂直方向的生长应变 ϵ_{gt} , 和水平方向的生长应变 ϵ_{gg} :

$$\epsilon_g = \begin{pmatrix} \epsilon_{gt} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{gg} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{gg} \end{pmatrix} = \quad (11)$$

$$\epsilon_{gt} e_{\perp}^{n+1} \otimes e_{\perp}^{n+1} + \epsilon_{gg} e_{\parallel}^{n+1} \otimes e_{\parallel}^{n+1}$$

水平生长应变 ϵ_{gg} 与垂直生长应变 ϵ_{gt} 满足 $\epsilon_{gt} = \beta \epsilon_{gg}$ 。 β 为比例系数。

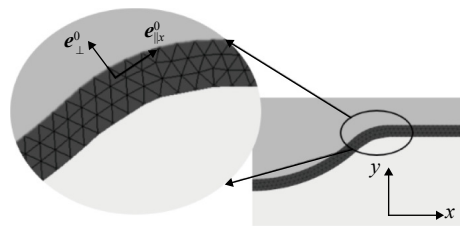


图 4 TGO 层生长应变

Fig. 4 TGO layer growth strain

3 TGO 生长模拟

3.1 TGO 模型

研究对象主要取 TGO 中典型的转折段。基于显微镜观测到的真实形貌(图 5)将 TGO 层和 BC 层的界面轮廓简化为两段相切圆弧^[20], 建立 TBC 仿真模型(图 6)。由于 TC 层对 TGO 层的作用可以忽略^[20], 将 TBC 模型简化为仅包含 TGO 层、BC 层、SUB 层。圆弧半径分别为 R_1 、 R_2 。初始深度 $A=2.40\text{ }\mu\text{m}$, TGO 层的初始厚度 $H=0.50\text{ }\mu\text{m}$ 。

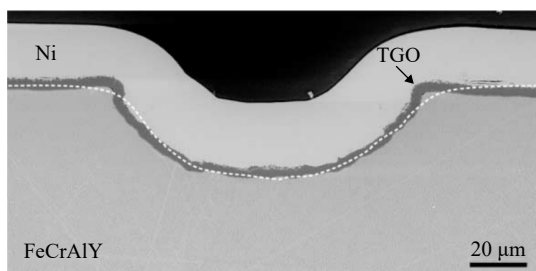


图 5 TBC 真实界面形貌

Fig. 5 TBC real interface

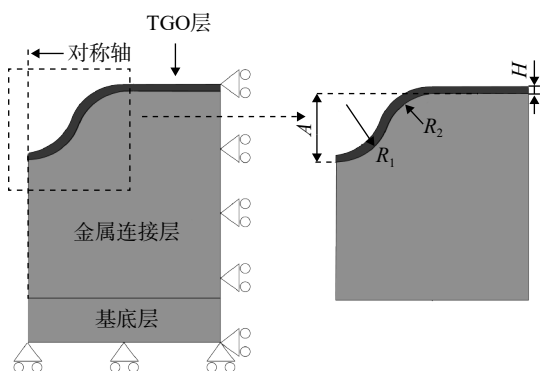


图 6 力学等效模型

Fig. 6 Mechanical equivalent model

TGO 层的主要成分为 Al_2O_3 , TGO 层的弹性模量为 380 GPa, 泊松比为 0.20, 热膨胀系数为 $8 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ 。在 1 000 $^\circ\text{C}$ 时设置 TGO 层的屈服应力为 1 GPa, 模拟 TGO 层在最高温度时的应力释放现象^[20]。BC 层的主要材料为 FeCrAlY 合金, 弹性模量为 190 GPa, 泊松比为 0.30, 热膨胀系数为 $14 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$, 屈服应力为 200 MPa。基底层主要材料为 Inconel617, 弹性模量为 190 GPa, 泊松比为 0.3, 热膨胀系数为 $14 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ 。

3.2 边界条件

根据真实界面(图 5)可知, 界面呈现左右对称, 右侧为无限延展平面。为使数值仿真模型符

合真实的 TBC 界面形貌, 在数值仿真模型中施加约束需要满足两点:

1) 左侧边界施加对称边界条件, 模拟真实界面左右对称。

2) 右侧边界节点在水平方向的位移相同, 模拟真实界面向右无限延展。

因此, 在数值仿真模型中, 左侧施加对称约束, 右侧施加多点(MPC)约束。

由于涡轮叶片工作温度范围为 25~1 000 $^\circ\text{C}$ 。在 TGO 生长模拟中, 设置温度载荷为 25 $^\circ\text{C}$ —1 000 $^\circ\text{C}$ —25 $^\circ\text{C}$ 的周期温度载荷(图 7)。其中, 25 $^\circ\text{C}$ —1 000 $^\circ\text{C}$ 为升温过程, 1 000 $^\circ\text{C}$ 为保温过程, 1 000 $^\circ\text{C}$ —25 $^\circ\text{C}$ 为冷却过程。为使 TBC 生长完全, 升温与降温过程时间为 5 min, 保温过程为 2 h。模拟周期为 24 周期。

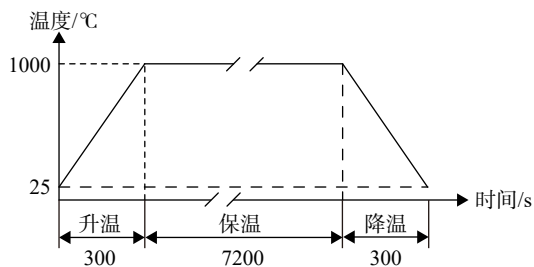


图 7 温度载荷

Fig. 7 Temperature load

3.3 TGO 生长模拟

本文以热循环载荷作用下的 TGO 层生长过程为研究对象, 研究生长过程中应力、位移随周期载荷的变化规律。基于上述模型及边界条件和初始条件, 对 TBC 进行了周期循环模拟。考虑到初始形貌对 TGO 生长有较大影响, 本文研究了 $R_2/R_1 = 0.90$ 和 $R_2/R_1 = 0.05$ 两种不同圆弧半径比例的模型。计算结果(图 8 显示, 当圆弧半径比值 $R_2/R_1 = 0.90$ 时, TGO 形貌变形不大, 当 $R_2/R_1 = 0.05$ 时产生了较大变形。

当 $R_2/R_1 = 0.05$ 时, TBC 表面的位移由第 8 个循环时的最大位移 $0.24\text{ }\mu\text{m}$ 增加到 $0.96\text{ }\mu\text{m}$ (图 9)。相比于 TGO 层的初始厚度 $0.50\text{ }\mu\text{m}$, 较好模拟了 TGO 的大变形生长过程。进一步对比 OTM 方法与有限元方法^[20]的计算结果。OTM 方法与有限元方法都很好模拟了 TBC TGO 层生长过程中的突起现象, 但是相比于有限元方法, OTM 方法的位移变化均匀。这是由于有限元方法在模拟这种大变形问题时, 突起部位的单元出现了扭曲变

形(图 10), 变形梯度过大, 导致计算误差增大, 计算无法继续。通过对比图 9 和图 10 的结果可以发现, OTM 方法的节点连接形状没有出现畸变, 位移及变形过渡均匀, 适合 TGO 层生长问题。

当 $R_2/R_1 = 0.05$ 时, 对比试验^[20]中 TGO 层轮廓线, OTM 方法能够很好地模拟界面生长过程中出现的褶皱现象, TGO 层生长后的形貌与试验结果基本一致(图 11)。图 11 (a)是 OTM 模拟的

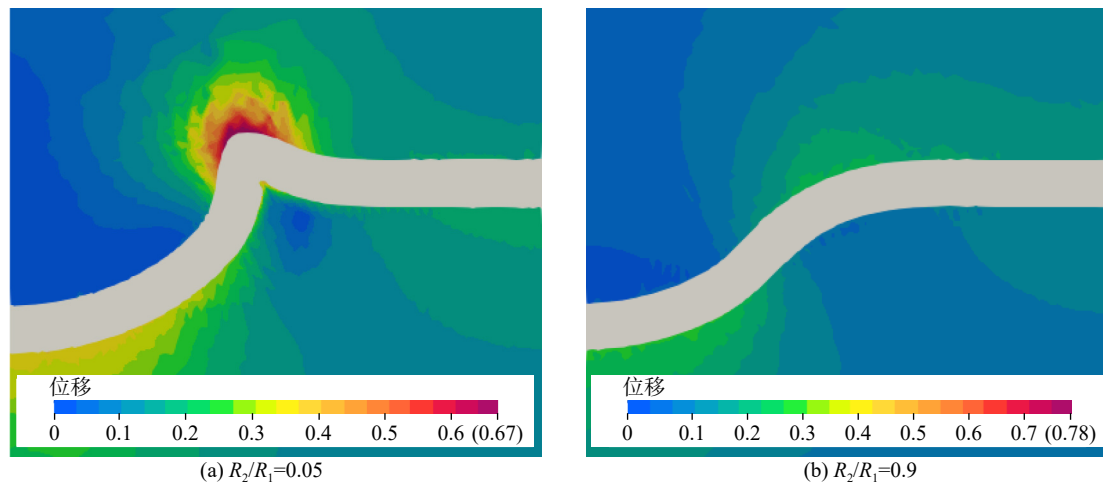


图 8 OTM 模拟结果

Fig. 8 OTM simulation result

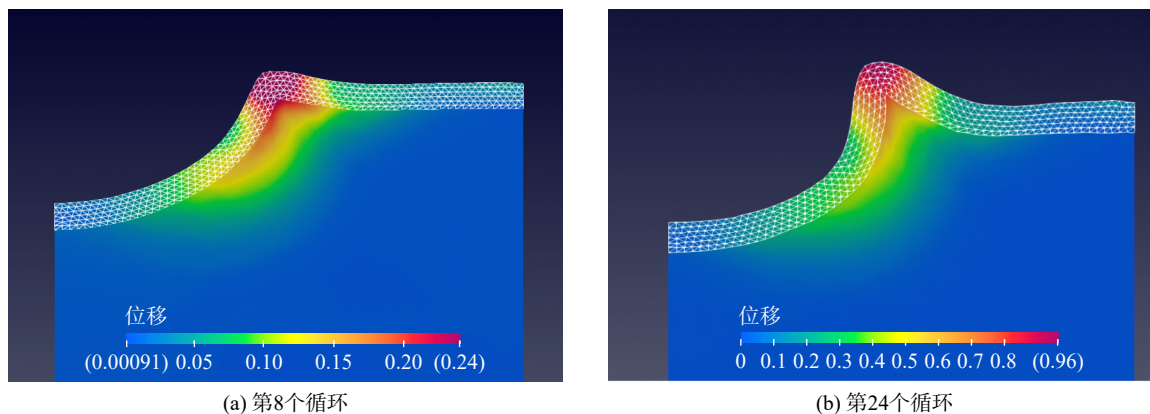


图 9 OTM 位移分布

Fig. 9 OTM displacement distribution

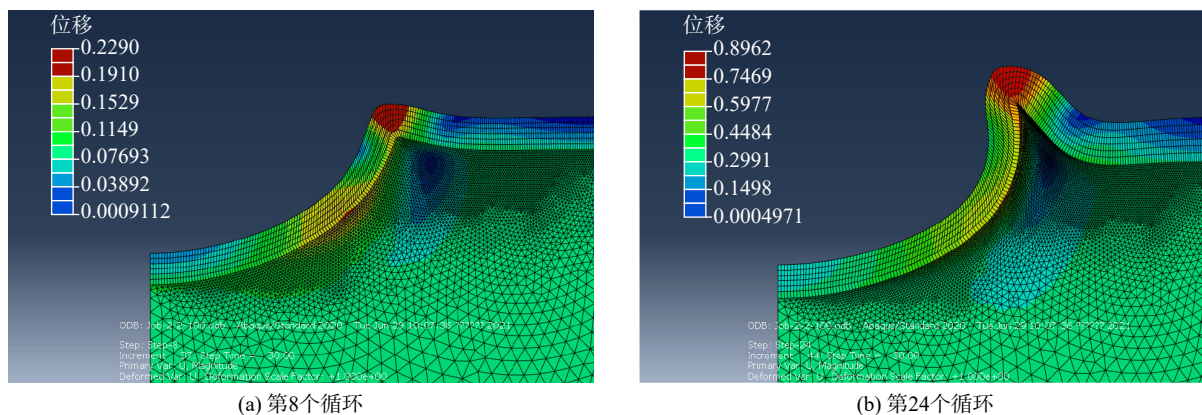


图 10 有限元方法位移分布^[20]

Fig. 10 FEM displacement distribution^[20]

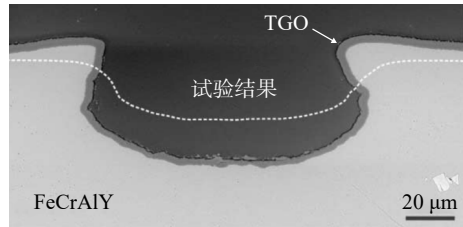
界面形状, 图 11 (b) 是试验界面形状^[20], 白色虚线为未变形前的轮廓线。

通过对 TGO 层厚度计算结果进行分析可以发现, TGO 层厚度由初始厚度 $0.575\ \mu\text{m}$ 变化到 $0.612\ \mu\text{m}$, 在 TGO 凸起位置厚度达到最大 $0.714\ \mu\text{m}$ 。TGO 层深度由初始的 $2.40\ \mu\text{m}$ 增大为 $3.26\ \mu\text{m}$ (如图 12)。TGO 层厚度变化容易导致 TBC 界面形貌变化加剧。

从 TGO 层的横向应力(图 13)可以发现, S_{11} 应力最大值由第 3 个循环时的 $740\ \text{MPa}$, 逐步增大到 $2.5\ \text{GPa}$, 应力集中位置主要出现在凸起位置, 这一现象表明 TGO 界面大变形具有加剧的趋势, 在机理上说明了 TBC 层褶皱的产生和演变过程。为避免 TBC 系统出现分离, 凸起处的横向变化是需要关注的重要位置。



(a) OTM 模拟的界面形状



(b) 试验界面形状

图 11 OTM 模拟结果与真实形貌对比

Fig. 11 OTM simulation results compared with the real morphology

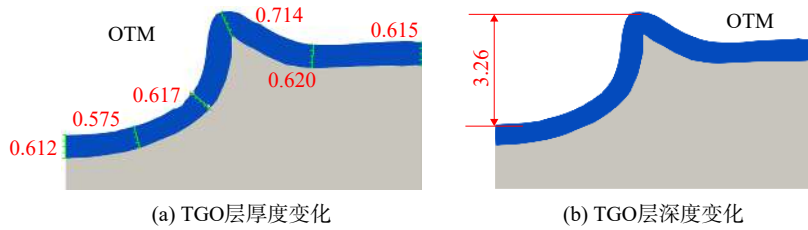


图 12 TGO 层厚度增长(单位: μm)

Fig. 12 Increase of TGO layer thickness (unit: μm)

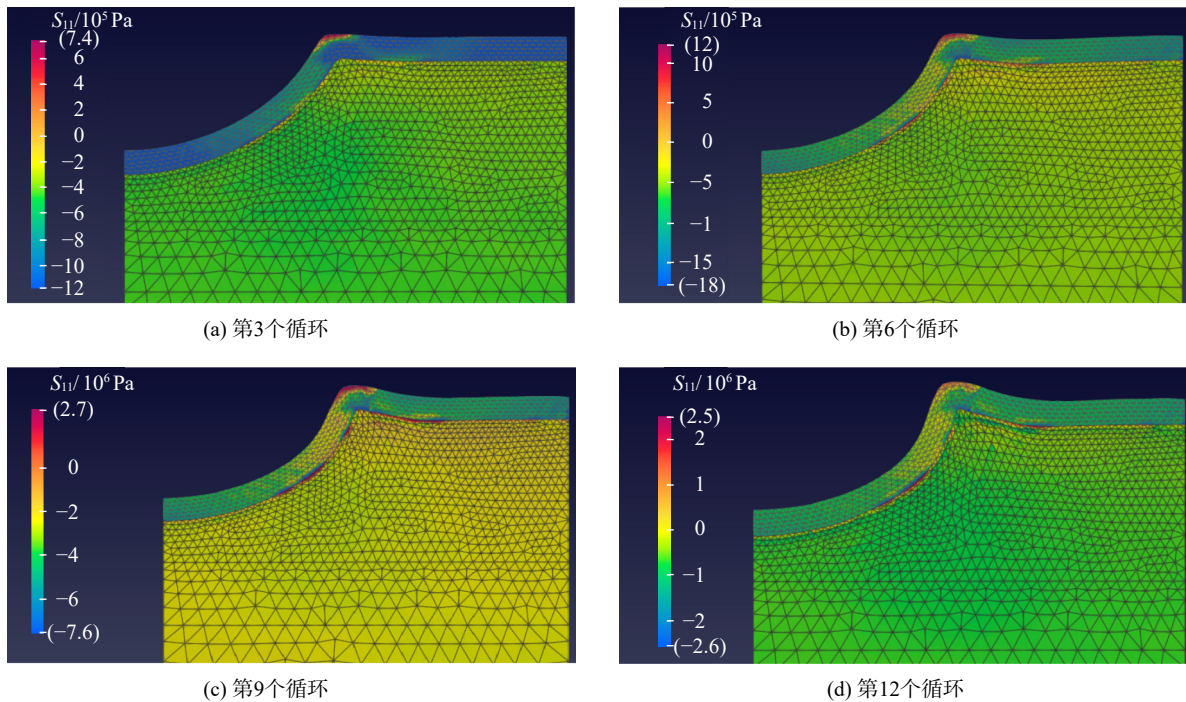


图 13 S_{11} 应力分布

Fig. 13 S_{11} stress distribution

4 结 论

1) 本文基于一种新的最优输运无网格方法 (OTM) 研究 TGO 的变形和生长问题。在原有 OTM 的基础框架上开发了 TGO 层的厚度增长生长算法, 实现了基于力学等效模型下的 TGO 层热循环生长模拟, 为研究 TGO 层界面形态演化提供一种新的工具。

2) 通过与试验的大变形结果验证基于 OTM 的 TBC TGO 层厚度增长方法的正确性, 并通过与有限元方法的位移分布进行对比。OTM 方法与有限元方法都很好地模拟了 TBC TGO 层生长过程中的突起现象。由于有限元方法在突起部位的单元出现了扭曲变形, 存在变形梯度过大的问题, 导致误差增大, 计算难以继续。OTM 方法的节点连接形状没有出现畸变, 位移及变形过渡均匀, 更加适合 TGO 层的生长问题。

3) 通过对比 TGO 层厚度、凹陷处深度和应力变化, 验证了 TGO 层厚度的变化是导致 TBC 剥离和褶皱现象的主要原因, 值得未来进一步进行更机理性的研究。

参考文献:

- [1] 徐惠彬, 宫声凯. 航空发动机热障涂层材料体系的研究[J]. 航空学报, 2000, 21(1): 8-13.
XU Huibin, GONG Shengkai. Study on thermal barrier coating material system of aero-engine[J]. Journal of Aeronautics, 2000, 21(1): 8-13. (in Chinese)
- [2] 刘纯波, 林峰, 蒋显亮. 热障涂层的研究现状与发展趋势[J]. 中国有色金属学报, 2007, 17(1): 1-13.
LIU Chunbo, LIN Feng, JIANG Xianliang. Research status and development trend of thermal barrier coatings[J]. Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2007, 17(1): 1-13. (in Chinese)
- [3] 贾攀峰, 齐红宇, 李少林, 等. 氧化层非均匀增长对热障涂层应力分布的影响[J]. 航空动力学报, 2018, 33(7): 1606-1611.
JIA Panfeng, QI Hongyu, LI Shaolin, et al. Effect of non-uniform growth of oxide layer on stress distribution of thermal barrier coating[J]. Journal of Aerospace Power, 2018, 33(7): 1606-1611. (in Chinese)
- [4] 刘奇星. 热障涂层涡轮叶片失效的有限元模拟[D]. 湖南湘潭:湘潭大学, 2012.
LIU Qixing. Finite element simulation of turbine blade failure with thermal barrier coating[D]. Xiangtan Hunan: Xiangtan University, 2012. (in Chinese)
- [5] 周益春, 刘奇星, 杨丽, 等. 热障涂层的破坏机理与寿命预测[J]. 固体力学学报, 2010, 36(5): 504-531.
ZHOU Yichun, LIU Qixing, YANG Li, et al. Failure mechanism and life prediction of thermal barrier coatings[J]. Journal of Solid Mechanics, 2010, 36(5): 504-531. (in Chinese)
- [6] WEN Q, JING F L, ZHANG C X, et al. Review of numerical simulation of TGO growth in thermal barrier coatings[J]. Cmes-Computer Modeling in Engineering and Sciences, 2022, 132(2): 361-391.
- [7] 郭兴旺, 丁蒙蒙. 热障涂层厚度及厚度不均无损检测的数值模拟[J]. 航空学报, 2010, 31(1): 198-203.
GUO Xingwang, DING Mengmeng. Numerical simulation of thermal nondestructive testing for thickness and uneven thickness of thermal barrier coating[J]. Journal of Aeronautics, 2010, 31(1): 198-203. (in Chinese)
- [8] 肖逸奇. 涡轮叶片热障涂层服役可靠性评价及其应用研究[D]. 湖南湘潭:湘潭大学, 2019.
XIAO Yiqi. Service reliability evaluation and application of thermal barrier coating for turbine blades[D]. Xiangtan Hunan: Xiangtan University, 2019. (in Chinese)
- [9] 张雄, 宋康祖. 无网格法研究进展及其应用[J]. 计算力学学报, 2003, 21(6): 730-742.
ZHANG Xiong, SONG Kangzu. Research progress and application of meshless method[J]. Journal of Computational Mechanics, 2003, 21(6): 730-742. (in Chinese)
- [10] 刘谋斌, 宗智, 常建忠. 光滑粒子动力学方法的发展与应用[J]. 力学进展, 2011, 41(2): 217-234.
LIU Moubin, ZONG Zhi, CHANG Jianzhong. Development and application of smooth particle dynamics method[J]. Mechanical Progress, 2011, 41(2): 217-234. (in Chinese)
- [11] 顾元通, 丁桦. 无网格法及其最新进展[J]. 力学进展, 2005, 35(3): 323-337.
GU Yuantong, DING Hua. Meshless method and its latest development[J]. Mechanical Progress, 2005, 35(3): 323-337. (in Chinese)
- [12] 杨秀峰, 刘谋斌. 光滑粒子动力学SPH方法应力不稳定性的一种改进方案[J]. 物理学报, 2012, 61(22): 261-268.
YANG Xiufeng, LIU Moubin. An improved scheme of smooth particle dynamics SPH method for stress instability[J]. Journal of Physics, 2012, 61(22): 261-268. (in Chinese)
- [13] LI B. The optimal transportation method in solid mechanics[D]. Pasadena, US: California Institute of Technology, 2009.
- [14] ARROYO M, ORTIZ M. Local maximum-entropy approximation schemes: a seamless bridge between finite elements and meshfree methods[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2006, 65(13): 2167-2202.
- [15] 周浩, 李毅, 刘海, 等. 最优输运无网格方法及其在液滴表面张力效应模拟中的应用[J]. 物理学报, 2021, 89(24): 24-35.
ZHOU Hao, LI Yi, LIU Hai, et al. Optimal transport meshless method and its application in the simulation of droplet surface tension effect[J]. Journal of Physics, 2021, 89(24): 24-35. (in Chinese)
- [16] LI B, HABBAL F, ORTIZ M. Optimal transportation meshfree approximation schemes for fluid and plastic flows[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2010, 83(12): 1541-1579.
- [17] LI B, KIDANE A, RAVICHANDRAN G, et al. Verification and validation of the optimal transportation meshfree (OTM) simulation of terminal ballistics[J]. International Journal of Impact Engineering, 2012, 42(1): 25-36.
- [18] FAN J, LIAO H, WANG H, et al. Local maximum-entropy based surrogate model and its application to structural reliability analysis[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2018, 57(1): 373-392.
- [19] SUKUMAR N. Maximum entropy approximation[C]//Bayesian Inference and Maximum Entropy Methods in Science and Engineering. San José, US: San José State University, 2005: 337-344.
- [20] KARLSSON A M, LEVI C G, EVANS A G. A model study of displacement instabilities during cyclic oxidation[J]. Acta Materialia, 2002, 50(6): 1263-1273.