

文章编号: 1000-8055(2022)11-2398-10

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220299

航空发动机限寿件高效失效概率算法研究综述

李 果¹, 刘俊博¹, 周惠敏¹, 丁水汀²

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;

2. 中国民航大学, 天津 300300)

摘 要: 综述了为提高失效概率计算效率的研究成果, 包括基于抽样的高效失效概率算法和基于积分的高效失效概率算法。其中, 基于抽样的高效失效概率算法在传统蒙特卡洛模拟方法的基础上, 通过重要性抽样方法在失效域抽样、最优抽样技术优化分区样本量、分区细化技术减少分区数量, 从而减少蒙特卡洛模拟样本量。另外, 基于积分的高效失效概率算法通过建立 N 次飞行循环与初始循环 ($N=0$) 随机变量空间的映射关系, 解决了时变失效区域中概率密度函数难以求解的困难。在与蒙特卡洛相对误差小于 5% 条件下, 积分算法时间成本降低了数十倍。

关 键 词: 航空发动机; 寿命限制件; 高能转子轮盘; 概率失效风险评估; 高效失效概率算法; 数值积分算法; 蒙特卡洛方法

中图分类号: V239

文献标志码: A

Review on efficient algorithm of failure probability for aero-engine life limited parts

LI Guo¹, LIU Junbo¹, ZHOU Huimin¹, DING Shuiting²

(1. School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

2. Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

Abstract: The research results for improving the efficiency of failure probability calculation, including the efficient sampling-based algorithms and the efficient integration-based algorithms, were summarized. Among them, based on the traditional Monte Carlo simulation method, the importance sampling algorithm generated samples in the failure domain. The optimal sampling technology optimized the zone sample size. The zone refinement technology reduced the number of zones, thus reducing the Monte Carlo simulation sample size. In addition, the direct integration was realized by establishing the mapping relationship of failure domain at N flight cycles and the initial ($N=0$) flight cycles based on the probability density theory. When the relative error with Monte Carlo was less than 5%, the calculation time cost was reduced by at least tens of times.

Keywords: aero-engine; life limited parts; high energy rotor disk; probabilistic failure risk assessment; efficient algorithm of failure probability; numerical integration algorithm; Monte Carlo method

航空发动机寿命限制件(限寿件)的疲劳断裂
受到多种不确定性因素的影响^[1], 早期的确定性

分析方法基于理想材料假设, 无法量化多种随机
性因素的对疲劳的作用机理, 难以准确评估结构

收稿日期: 2022-05-02

作者简介: 李果(1983—), 男, 副教授、博士生导师, 博士, 主要从事航空发动机安全性与适航研究。

通信作者: 刘俊博(1992—), 男, 博士生, 主要从事航空发动机限寿件安全性机理评估研究。E-mail: liujunbo@buaa.edu.cn

引用格式: 李果, 刘俊博, 周惠敏, 等. 航空发动机限寿件高效失效概率算法研究综述[J]. 航空动力学报, 2022, 37(11): 2398-2407. LI Guo, LIU Junbo, ZHOU Huimin, et al. Review on efficient algorithm of failure probability for aero-engine life limited parts[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(11): 2398-2407.

寿命,从而造成了发动机部件实际运行期间寿命完整性分析的困难,这些不确定性包括部件材料中难以检出的制造缺陷、部件材料组织与材料特性的不均匀性、制造残余应力的分散性、设计过程对物理机理的不准确描述、发动机运行中的随机负载、单机飞行履历的不同、维护周期的变更等^[2-3]。早期确定性分析方法的局限引发了不可接受的灾难性事故,如 1989 年苏城空难^[4],源于钛合金部件中未被检出的材料缺陷引起的转子轮盘疲劳破裂。苏城空难后,针对限寿件低循环疲劳失效问题,包括美国联邦航空局^[5-7]、中国民用航空局^[8]和欧洲航空安全局^[9]在内的主要航空管理部门均在适航规章中要求申请人必须评估由于材料诱发缺陷导致的潜在失效风险,规定限寿件达到设计寿命时的失效概率不得大于设计目标风险值^[5]。

为了满足商用航空发动机适航的要求,一种基于概率的失效风险评估方法发展成为了民用航空发动机限寿件安全性评估的核心方法^[10-11]。风险分析方法突破了传统安全-寿命方法的理想材料假设,承认材料初始缺陷以一定概率分布形式存在^[12],并且以随机变量的形式描述多种不确定因素,进而基于断裂力学、统计学和广义应力强度干涉模型,以含裂纹部件中发生裂纹失稳扩展为判据,将部件失效概率定义为多随机变量联合概率密度函数中失效域积分^[13]。同时,美国西南研究院联合通用、普惠等 4 家民用航空发动机制造商,开发了 DARWIN 概率风险评估程序^[14],应用于限寿件的失效概率计算,从而支撑表明限寿件转子轮盘的适航符合性。

限寿件失效风险评估主要采用两类概率算法计算失效概率^[5],一类是基于抽样的传统蒙特卡洛模拟方法及其改进算法,另一类是基于积分的数值积分算法。其中,传统蒙特卡洛模拟方法凭借高鲁棒性和对多元随机过程仿真问题的强适应性,是风险评估概率计算的首选方法。蒙特卡洛模拟特点在于随着样本量的增大,计算结果将趋近于准确解。然而,这也带来了传统蒙特卡洛模拟的计算效率问题,尤其是对于高安全性要求的航空发动机限寿件失效风险评估问题。具体而言,限寿件取证需要满足寿命期内失效风险低于设计目标风险值,一般而言小于 10^{-9} 。以完成典型二维轴对称转子轮盘风险分析为例,其样本量高于 10^{12} ,带来超过 24 h 的计算成本,制约了风险分析在部件迭代设计过程中的应用。针对传统蒙特卡

洛概率计算成本高的缺点,国内外研究提出了一系列改进的蒙特卡洛算法。由于蒙特卡洛方法计算成本低的本质在于抽样样本量过大,而总样本量取决于单个分区样本数量和分区数量,因此,改进的蒙特卡洛方法可以分为致力于减少单分区样本量的重要性抽样方法^[15]和自适应最优抽样技术^[16-17],以及减少分区数量的区域细化技术^[18]。然而,传统蒙特卡洛方法及其改进方法本质上均基于抽样模拟,在高可靠性问题如发动机限寿件概率失效风险评估问题中,计算时间成本仍难以接受。计算效率低下问题制约了发动机设计与安全性评估的高效迭代。

另一类失效概率算法是数值积分算法,数值积分算法理论上能够获得准确的风险解,即蒙特卡洛模拟解将收敛于数值积分解。计算成本方面,由于数值积分算法不进行大量的抽样模拟,高可靠性问题中计算效率高于蒙特卡洛方法。然而,由于复杂多元随机动力系统的联合概率密度函数难以求解,积分失效域在时变多维概率空间中的演变规律难以显式表达,数值积分算法在考虑多随机变量风险评估时应用并不广泛。一种基于概率密度演化的数值积分算法在理论上解释并证明了数值积分和蒙特卡洛模拟的等价关系^[19];这种方法建立了初始概率分布和 N 次飞行循环后的实际分布之间的关系。与传统蒙特卡洛方法相比,分析成本大大降低,但是分析局限在单变量条件。因此,在单变量快速数值积分算法的基础上,提出了多变量快速数值积分算法,其目的是在通过积分计算失效风险时,将单变量概率空间扩展到多变量空间^[20],考虑初始缺陷尺寸分布、应力分散性和寿命分散性 3 种随机变量。多变量条件下数值积分算法具有高精度和高效率,在航空发动机失效风险分析与适航取证过程中具有很高的应用潜力。

本文综述了为提高失效概率计算效率的国内外研究成果,包括基于抽样的高效失效概率算法和基于积分的高效失效概率算法,分析了这些技术的优缺点,并且展望了高效失效概率计算方法的未来研究方向。

1 航空发动机限寿件概率失效风险评估框架

1.1 随机变量

1.1.1 初始缺陷分布

限寿件概率失效风险评估的本质是处理罕见

初始缺陷造成的结构疲劳断裂问题^[21]。按初始缺陷产生原因分,失效风险评估的对象包括两大类:材料固有缺陷和加工引入缺陷^[5]。材料固有缺陷主要是指熔炼或者热加工工艺过程产生的材料内部缺陷,如钛合金硬 α 夹杂(氮化钛)^[22]、材料微观缺陷^[23]、高温合金缺陷^[24]等;加工引入缺陷包括机械加工过程在加工表面引入的划痕、表面裂纹^[25]等。图 1 为钛合金熔炼缺陷硬 α 夹杂和粉末高温合金 SiO_2 夹杂图片^[2,26-27]。

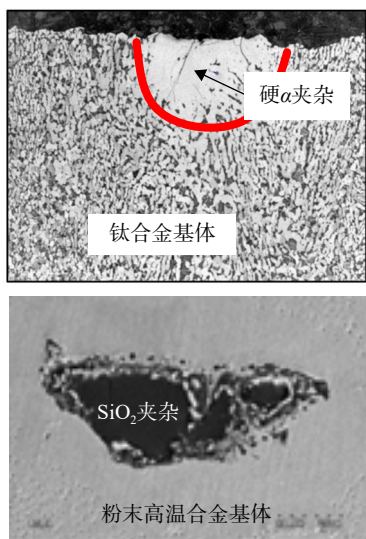


图 1 钛合金硬 α 缺陷和粉末高温合金缺陷^[2,26-27]

Fig. 1 Hard- α inclusion in titanium and inclusion in powder superalloy^[2,26-27]

虽然在航空发动机制造过程中产生上述初始缺陷的概率极低,但是一旦发动机部件存在未被设计考虑的初始缺陷,就会导致灾难性后果。事实上,由于零部件加工检测存在一定的检出概率,未被检出的缺陷会以一定的概率分布存在于成品部件中,造成发动机运行安全的潜在威胁。图 2 为反映美国 20 世纪 90 年代钛合金转子轮盘制造水平的硬 α 初始缺陷分布曲线^[12]。初始缺陷的尺

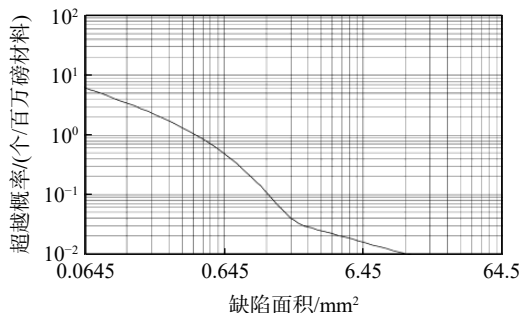


图 2 初始缺陷分布曲线^[12]

Fig. 2 Initial defect distribution curve^[12]

寸分布是概率失效风险评估的主要分散性变量之一。

1.1.2 裂纹扩展速率随机性

部件的疲劳断裂主要由结构缺陷在疲劳交变载荷的作用下形成裂纹并扩展至失稳状态引起。以钛合金为例,其熔炼过程产生的硬 α 初始缺陷硬度高,在热变形工艺中易产生初始裂纹,因此针对钛合金硬 α 夹杂的风险分析中,假设运行过程裂纹萌生寿命为 0,即基于保守假设,认为部件寿命等于裂纹稳定扩展寿命。Paris 裂纹扩展规律是被广为接受的裂纹扩展经验模型^[28],以寿命分散因子表征裂纹扩展速率随机性的 Paris 裂纹扩展公式如下:

$$da/dN = SC(\Delta K)^n \quad (1)$$

其中 a 为裂纹尺寸; N 为飞行循环数; S 代表了部件材料自身裂纹扩展性能的分散性,一般服从对数正态分布规律,分布参数通过拟合材料试验结果获得; C 、 n 均为材料裂纹扩展模型经验参数,通过拟合材料试验结果获得; ΔK 代表裂纹尖端应力强度因子幅值,表征裂纹尖端交变应力场强度的大小。

1.1.3 应力分散性

部件运行中的应力分散性描述了两个方面的不确定性,其一是发动机起落循环所经受的交变载荷的不确定性,其二是裂纹扩展路径上的非等幅循环载荷的不确定性。基于 Miner 损伤累积理论,这两种不确定性主要影响应力强度因子 K 的值,应力强度因子可通过有限元法、Newman 形状因子法^[29]或权函数法^[30-32]求解。以应力分散因子表征应力分散性的 Newman 形状因子计算应力强度因子 K 的公式如下:

$$K = QB\sigma\sqrt{\pi a} \quad (2)$$

其中 B 代表应力分散性; σ 是裂纹承受载荷值,通常通过部件热-机械瞬态载荷分析和统计获得实际分布规律; Q 为形状因子。

1.1.4 检出概率

针对发动机限寿件开展的无损检测并不能提高单台航空发动机的物理安全性,但如果发现裂纹后做退役处理或者更换零部件,则对整个机队的失效概率有积极影响^[33]。通常以检出概率曲线描述不同检测方式的检测能力,发动机部件生产及维修过程中的无损检测方式包括超声检测、目视检测、荧光检测、蓝色阳极化等。检出概率曲线包含了对一定尺寸裂纹的检出概率信息。图 3

是超声检测的典型检出概率(probability of detection, POD)曲线^[7], 其中虚线代表定向检测, 实线代表全局超声检测。

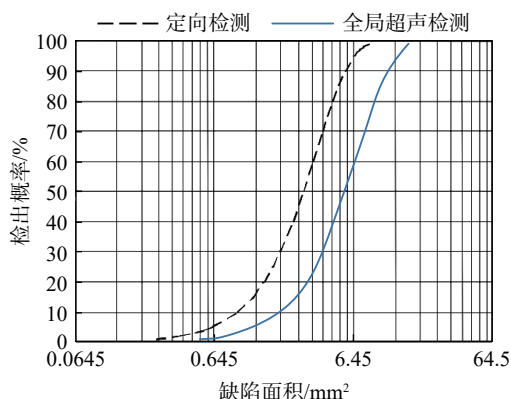


图 3 超声检出概率曲线^[7]

Fig. 3 Ultrasonic detection of probability curve^[7]

1.1.5 检测周期

检测周期的分散性描述了飞行计划和维修检测时间的不确定性^[34], 即对同一型号或同一批发动机的所有有限寿件, 检测通常不会发生在同一运行循环数下, 一般以正态分布描述^[3]。

1.2 分区失效风险评估模型

假设转子轮盘存在单一缺陷, 且等可能地出现在转子轮盘上的任意位置。为了评估初始缺陷位置的随机性, 需要对转子轮盘做分区处理。基于上述假设, 将转子轮盘相邻的等寿命点集合作为同一分区^[15]。进而, 建立多分区串联失效模型, 若单一分区失效, 则判定整盘系统失效。因此整盘失效概率可以表示为

$$P_{f,disk} = \Pr[F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_m] \quad (3)$$

其中 $\Pr[\cdot]$ 代表随机事件的发生概率, m 是分区数; F_m 代表分区 m 失效事件。从而, 整盘失效概率进一步推导为

$$P_{f,disk} = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - P_{f,zone,i}) \quad (4)$$

其中 $P_{f,zone,i}$ 是分区 i 的失效概率。

将分区失效概率定义为缺陷存在的概率 $p(a)$ 与缺陷存在条件下分区条件失效概率 p_{id} 的乘积, 因此整盘失效概率为

$$P_{f,disk} \approx \sum_{i=1}^m P_{f,zone,i} = \sum_{i=1}^m p(a) p_{id} \quad (5)$$

进而, 基于广义应力强度干涉模型, 当裂纹尖端应力强度因子 K 大于材料断裂韧性 K_c 时判断

转子轮盘失效, 即

$$g = K - K_c \geq 0 \quad (6)$$

因此, 分区条件失效概率为

$$p_{id} = \Pr[K - K_c \geq 0] \quad (7)$$

粉末高温合金缺陷出现概率较高, 且通常成簇出现, 缺陷出现概率和缺陷个数相关^[35]。

失效概率计算方法的主要目的在于高效且准确地计算分区条件失效概率。

2 基于抽样的风险计算方法

2.1 传统蒙特卡洛模拟方法

蒙特卡洛模拟方法形式简单、鲁棒性强, 缺点是对高可靠性问题可能非常耗时。蒙特卡洛模拟的基本思想是, 首先为待求解的数学或工程技术等方面的问题建立一个概率模型或随机过程, 使模型的参数等于问题的解; 然后通过对模型或过程的随机抽样试验来计算所求参数的统计特征, 最后给出所求解的近似值, 解的精确度则可用估计值的标准差来表示^[36]。

蒙特卡洛模拟方法进行限寿件转子轮盘失效风险分析计算的具体步骤如图 4 所示。蒙特卡洛模拟方法计算失效概率分为以下步骤:

1) 根据各随机变量的分布, 产生各随机变量的一个随机数, 包括初始缺陷尺寸、应力分散因

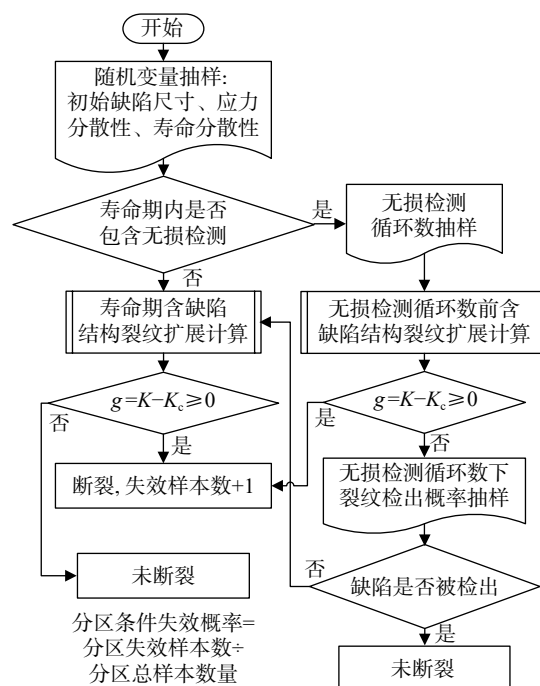


图 4 蒙特卡洛模拟方法流程图

Fig. 4 Flow chart of Monte Carlo simulation

子和寿命分散因子,并以此形成蒙特卡洛模拟计算样本空间的一个样本。

2) 判断限寿件转子轮盘飞行循环数 N 内,是否包含无损检测。若包含无损检测,则在无损检测时间下进行无损检测抽样和模拟,转到第4)步;反之,若不包含无损检测,则进行 N 飞行循环数的裂纹扩展计算,转到第3)步。

3) 将样本按照线弹性断裂力学模型和疲劳裂纹扩展速率进行计算,并对极限状态函数进行判断,若 $g \geq 0$,则失效频数加1;若 $g < 0$,则转子轮盘不失效。

4) 进行无损检测抽样,确定当下样本的检测时间,将样本进行 N_{insp} 个飞行循环的线、性断裂力学模型和疲劳裂纹扩展速率计算,并对极限状态函数进行判断。若 $g \geq 0$,则失效频数加1;若 $g < 0$,则转子轮盘不失效,进行无损检测模拟。

5) 进行无损检测模拟。首先,在 $0 \sim 100\%$ 内进行均匀分布随机数抽样,得到检出概率样本值 P_{sample} ;其次,根据第4)步计算得到的 N_{insp} 飞行循环下裂纹尺寸,在图3所示的检出概率曲线上插值查询得到当下裂纹尺寸的检出概率 P_{pod} 。若 $P_{\text{pod}} > P_{\text{sample}}$,则裂纹检出;反之,裂纹未被检出,继续进行第2)步的疲劳裂纹扩展计算,统计失效样本数。

6) 根据计算精度确定总样本数量,重复步第1)步~第5)步若干次。

7) 统计失效样本的频数,将其发生频率作为失效风险的近似值,即分区条件失效概率为

$$p_{\text{id}} = \frac{N_{\text{fail,zone}}}{N_{\text{total,zone}}} \quad (8)$$

其中 $N_{\text{fail,zone}}$ 是上述过程统计的分区失效样本数, $N_{\text{total,zone}}$ 是分区总样本量。

采用蒙特卡洛模拟方法进行失效风险分析的关键在于随机变量抽样以及第2)步中对于线弹性断裂力学计算和疲劳裂纹扩展速率计算。

2.2 改进的蒙特卡洛模拟方法

2.2.1 重要性抽样方法

为减少蒙特卡洛模拟抽样样本数量,从而降低计算时间成本,美国西南研究院开发了一种在样本概率空间中的失效区域进行抽样的方法,提高了计算效率,称为重要性抽样方法。其基本思想在于传统蒙特卡洛方法模拟了大量安全的样本,这些样本可以在开展模拟计算前预先甄别出来,直接作为安全域样本,不进行线弹性断裂力学计

算。因此,重要性抽样方法包括以下主要步骤^[15]:

1) 通过数值积分算法计算不考虑无损检测的转子轮盘失效风险 $p_{i,\text{noinsp}}$ 。

2) 定义不含无损检测的随机变量失效域 Ω ,并生成失效域中的随机变量样本。其中,失效域定义为预测寿命短于使用寿命的随机变量样本集合。根据失效域的概率密度函数随机生成初始缺陷尺寸、寿命分散因子和应力分散因子。

3) 使用上述样本,对裂纹扩展过程和无损检测过程进行蒙特卡洛模拟。模拟流程与图4所示流程一致,确定通过无损检测检出的样本,并计数得到需要移除的样本量。

4) 考虑无损检测的失效概率计算公式为

$$p_i = p_{i,\text{noinsp}} (N_{\text{fail},\Omega} / N_{\text{total},\Omega}) \quad (9)$$

其中 $N_{\text{fail},\Omega}$ 是分区 i 重要性抽样样本中在 N 飞行循环下失效的样本数量, $N_{\text{total},\Omega}$ 是分区 i 重要性抽样样本总数量。

重要性抽样方法根据使用寿命下的临界裂纹尺寸 d^* 定义重要性抽样的失效域,如图5所示,从而统一地减少了所有分区样本数量。相比蒙特卡洛模拟,降低了失效概率计算的时间成本约一个数量级^[15]。

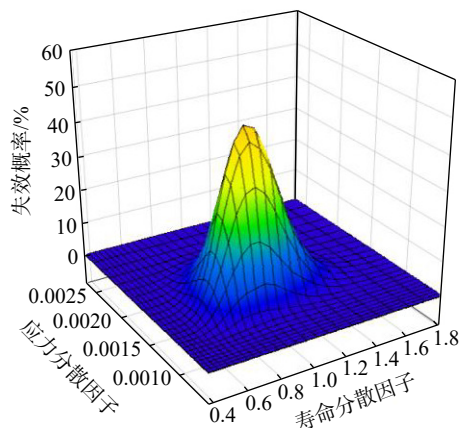


图5 积分失效域示意图^[15]

Fig. 5 Schematic diagram of failure domain for integral^[15]

2.2.2 自适应最优抽样方法

对于传统蒙特卡洛方法或者重要性抽样方法而言,每个分区的抽样样本量是相同的,其中样本量决定着抽样模拟的精度和时间成本。然而,由于各分区失效风险并不相同,因此,为达到相同失效风险结果收敛精度,各个分区所需要的抽样样本量理论上应该各不相同。例如,盘心处承受离心载荷大,位于盘心部位的分区失效风险高

于盘缘处的分区,达到相同风险解精度所需要的样本量不同。因此,需要一种合理确定分区样本量的方法,形成最优抽样策略,进而降低计算时间成本。

为了实现最优抽样策略,保证各分区失效风险方差一致,并最小化整盘失效概率的方差^[16],每个区域需要分配不同的样本量,美国得克萨斯大学与西南研究院的联合团队开发了自适应最优抽样方法。分区失效风险方差取决于分区样本量、分区出现缺陷的概率和分区条件失效概率。对于大量样本,整盘失效概率 $P_{f,disk}$ 的方差为

$$V(P_{f,disk}) = \prod_{i=1}^m \left[(1-p_i)^2 + \frac{p_i(1-p_i)}{n_i} \right] - \prod_{i=1}^m (1-p_i)^2 \quad (10)$$

其中 n_i 是分区 i 的样本量, p_i 是分区 i 的失效概率估计值, m 代表分区数量。

因此,建模最优化问题,变成寻找最小化整盘失效概率方差下的样本量分配策略^[16],即

$$\min Z(n_i) = \prod_{i=1}^m \left[(1-p_i)^2 + \frac{p_i(1-p_i)}{n_i} \right] - \prod_{i=1}^m (1-p_i)^2 \quad (11)$$

$$N_{total,disk} = \sum_{i=1}^m n_i \quad (12)$$

其中 $N_{total,disk}$ 为整盘总样本量。使用拉格朗日乘子法求解此最优化问题^[16],得到最优分区样本数为

$$n_i = N_{total,disk} \cdot \frac{\sqrt{p_i(1-p_i) \prod_{j=1, j \neq i}^m \left[(1-p_j)^2 + \frac{p_j(1-p_j)}{n_j} \right]}}{\sum_{i=1}^m \sqrt{p_i(1-p_i) \prod_{j=1, j \neq i}^m \left[(1-p_j)^2 + \frac{p_j(1-p_j)}{n_j} \right]}} \quad (13)$$

自适应最优抽样方法的计算效率和精度高度依赖于初始分区失效概率的估计值 p_i 以及样本量^[16]。自适应最优抽样方法的优势在于能够调节分区样本数量,从而定量控制分区风险结果方差。自适应抽样方法能够结合大多数抽样方法使用。

2.2.3 分区细化技术

转子轮盘失效概率计算时间成本随着分区数量增加而增大。对于风险贡献度高的分区,应细化分区从而提高失效风险计算精度;对于风险贡

献度低的分区,可以适当地粗分区。分区细化技术能够达到各个分区失效风险贡献度近似的目的,从而提高失效风险计算精度,并且降低失效风险的计算成本。同时,分区细化技术也是快速寻找风险收敛解的重要方法。

基于上述思路,美国得克萨斯大学开发了分区细化技术。分区细化方法首先进行粗略预分区,并通过定义风险贡献度因子,对风险贡献度高的分区进行细化。风险贡献度因子 F_{rci} 定义为^[18]

$$F_{rci} = \frac{\Pr[F_i]}{\sum_{j=1}^m \Pr[F_j]} \quad (14)$$

图 6 展示了离心叶轮的分区细化的过程,由最初的 16 分区,细化为最终的 75 分区。图 6 同时列出了每一步细化分区数,图中求解时间指单次迭代求解时间占总求解时间的百分比,其后的

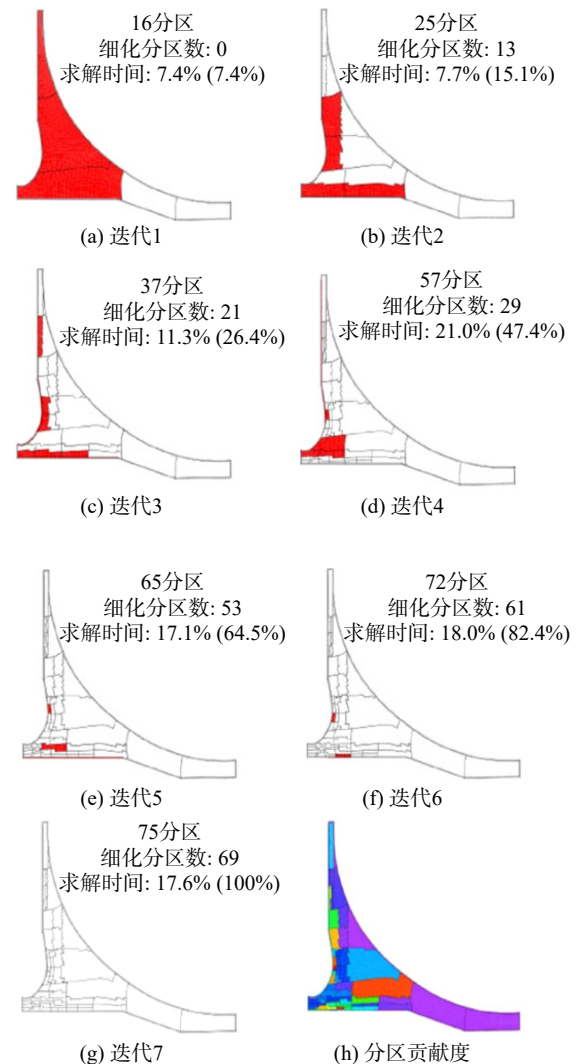


图 6 分区细化过程^[18]

Fig. 6 Zone refinement process^[18]

括号内列出了累积求解时间百分比。分区细化过程中,不仅减少分区数,降低了计算时间成本,而且将预分区的数据存储为临时数据库,同样能够提高计算效率。算例表明,分区细化技术能够将总计算时间成本降低 15.1%^[18]。分区细化技术最重要的优势在于能够高效地寻找风险收敛解所需要的最小样本量。

3 基于积分的失效概率计算方法

3.1 单变量快速数值积分算法

为了从本质上解决高可靠性系统抽样算法的计算效率问题,开发基于积分的数值积分算法极为必要。数值积分算法并不进行抽样计算,因此计算效率不受到设计目标风险值大小的制约,理论上能够提高计算效率。同时,数值积分算法的结果是蒙特卡洛模拟的收敛解,若能够解决时变失效域中概率密度函数求解的难题,数值积分算法有潜力成为蒙特卡洛模拟的替代方法。因此,北京航空航天大学团队基于概率密度演化理论,开发了基于积分的失效概率快速积分算法,概括如下:

如前所述,限寿件概率失效风险评估的本质是处理含初始缺陷结构体的系统损伤演化问题。裂纹扩展过程是一种单向且单调的保守的随机动力系统^[19],即裂纹扩展速率 $da/dN \geq 0$ 始终成立。基于概率密度演化理论及概率守恒原理,当保守的随机动力系统中没有新变量产生和消失,则系统概率守恒^[37]。那么, N 飞行循环下的失效域能够在任意飞行循环,如初始 ($N=0$) 飞行循环随机变量空间中找到映射子集。

考虑初始裂纹尺寸随机变量, N 飞行循环下的失效域与初始变量空间失效域的关系为

$$p_{\text{fld}} = \int_{a > a_c} f_a(x) dx = \int_{a_0 > a_{c,0}} f_{a_0}(x) dx \quad (15)$$

其中 a_c 是临界裂纹尺寸, a_0 是初始裂纹尺寸, $a_{c,0}$ 是初始临界裂纹尺寸, p_{fld} 是分区条件失效概率, f_a 是裂纹尺寸的概率密度函数, f_{a_0} 是初始裂纹尺寸的概率密度函数。临界裂纹尺寸 a_c 通过令极限状态函数 $g = K - K_c = 0$ 求得。 K_c 为材料断裂韧性,应力强度因子 K 与临界裂纹尺寸 a_c 的关系由 Newman 形状因子模型揭示。因此

$$K_c = K = Q\sigma \sqrt{\pi a_c} \quad (16)$$

于是有 $a_c = (K_c/Q\sigma)^2/\pi$ 。进而通过逆向求解裂纹扩展,获得初始临界裂纹尺寸 $a_{c,0}$

$$a_{c,0} = \left[(a_c)^{(2-n)/2} - CN \left(\frac{2-n}{2} \right) (Q\sigma \sqrt{\pi})^n \right]^{2/(2-n)} \quad (17)$$

使用单变量快速数值积分算法评估适航咨询通告 AC33.14-1 验证算例。如图 7 所示,相比传统蒙特卡洛方法,单变量快速数值积分算法的最大计算相对误差为 3.4%,计算效率提高了上千倍^[19]。实际限寿件失效风险分析需要考虑多种随机性因素,数值积分算法需要解决多维随机变量空间的积分问题。

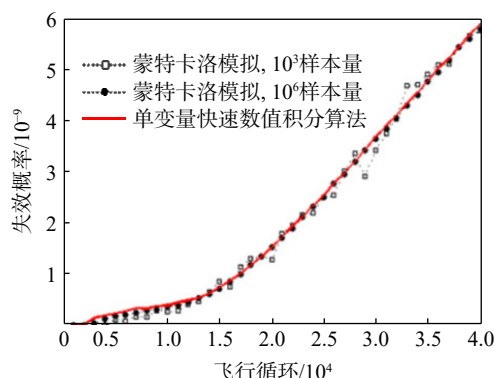


图7 数值积分结果与蒙特卡洛模拟对比^[19]

Fig. 7 Numerical integration results compared with Monte Carlo simulation^[19]

3.2 多变量快速数值积分算法

为解决快速数值积分算法在多随机变量条件下的应用问题,北京航空航天大学团队在单变量快速数值积分算法的研究基础上,将其应用范围扩展到了多随机变量条件。航空发动机限寿件转子轮盘失效概率分析的多维随机变量可以分为两类:一类是影响裂纹扩展速率的随机变量,如初始缺陷尺寸、应力分散性、寿命分散性;另一类是无损检测相关的随机变量,如检出概率和无损检测时间。多变量快速数值积分算法解决的是考虑第一类影响裂纹扩展速率的随机变量的数值积分问题。

基于概率密度演化理论和概率守恒原理,考虑多随机变量影响后,裂纹扩展过程仍然是一种单向且单调的保守的随机动力系统。即对于一组随机变量组合 $\{a_0, B, S\}$, 裂纹扩展过程是确定且单调的。式(12)、式(15)中失效域的积分可以转化为^[20]

$$p_{\text{fld}} = \int_{a > a_c} f_a(x) dx = \int_{S=0}^{+\infty} \int_{B=0}^{+\infty} \Pr[a_0 > a_{c,0}(B, S, N)] dB dS \quad (18)$$

其中 $a_{c,0}(B, S, N)$ 是考虑多变量的初始临界裂纹尺寸,通过逆向求解裂纹扩展公式获得,基本原理如图 8 所示。

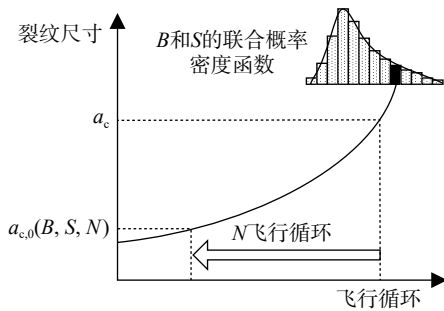


图 8 逆向求解裂纹扩展示意图^[20]

Fig. 8 Inverse crack growth solution considering multivariate^[20]

结合式(1)、式(2)和式(16),图 8 所示的逆向求解裂纹扩展的解析公式为^[20]

$$a_{c,0} = \left[(a_c)^{(2-n)/2} - CSN \left(\frac{2-n}{2} \right) (QB\sigma\sqrt{\pi})^n \right]^{2/(2-n)} \quad (19)$$

多变量快速数值积分算法的计算效率理论上高于基于抽样的方法。但问题在于蒙特卡洛方法的计算效率不会受到变量个数的影响,而积分算法计算效率受变量空间维数的影响。从积分公式可以看出,考虑多变量影响后,求解多重积分公式的计算效率将呈指数级下降。图 9 所示为多随机变量条件下数值积分算法与蒙特卡洛模拟计算时间成本的对比,考虑了裂纹尺寸、应力分散性、寿命分散性和材料断裂韧性 4 个随机变量。当变量个数小于 4 时,数值积分算法的计算效率仍高于蒙特卡洛方法数倍。现阶段而言,实际工程应用中概率失效风险评估方法考虑的随机变量个数是 3(初始裂纹尺寸、应力分散性、寿命分散性),因此数值积分算法仍是一种高效的蒙特卡洛替代

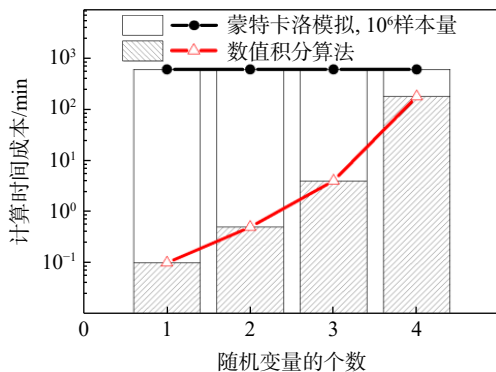


图 9 变量个数对失效概率计算时间的影响^[20]

Fig. 9 Influence of number of variables on failure probability computation time^[20]

算法,降低计算时间成本上百倍。如果考虑的随机变量个数增多,则需要根据随机变量个数合理选择不同的高效失效概率算法。

3.3 考虑无损检测的快速数值积分算法

如何在数值积分算法中考虑无损检测变量是一个难题。问题的关键在于当对结构进行无损检测时,失效区域中的概率密度函数不同,难以更新检测后的概率密度函数。但基于概率密度演化理论,失效域与检出域的概率密度函数均可以在初始变量空间中获得求解。

假设 N_{insp} 飞行循环执行无损检测,那么检出域在 N 飞行循环($N > N_{\text{insp}}$)下的概率密度函数难以求解,但受到概率密度演化理论的启发,其在初始变量($N = 0$)空间的分布形式可以通过逆向求解裂纹扩展公式得出,如图 10 所示^[38],并与多变量数值积分算法结合,获得考虑无损检测的失效风险值。

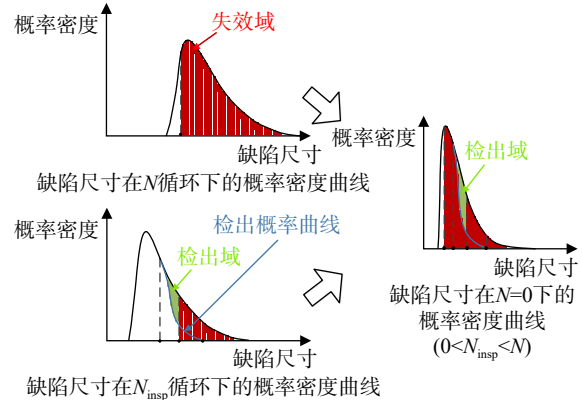


图 10 考虑无损检测的积分算法原理示意图^[38]

Fig. 10 Principle Schematic of integration algorithm considering nondestructive inspection^[38]

具体而言,考虑无损检测的快速数值积分算法分为以下步骤^[39]:

1) 根据式(19)计算初始临界裂纹尺寸 $a_{c,0}(B, S, N)$,从而在初始变量空间中定义无检测条件下的积分失效域。

2) 在 N_{insp} 飞行循环时的变量空间中定义积分检出域,即根据不同缺陷尺寸按一定的检出概率检出缺陷。注意,执行无损检测并不会减少 N_{insp} 飞行循环下的失效概率,而是会降低 N 飞行循环($N > N_{\text{insp}}$)下的失效概率。

3) 如图 10 所示,将 N_{insp} 执行无损检测时的检出概率曲线,通过逆向求解裂纹扩展公式,在初始变量空间中定义考虑无损检测时的积分检出域。

4) 在初始变量空间中分别对积分失效域和

积分检出域进行求解。考虑无损检测的转子轮盘失效风险等于失效域积分与检出域积分的差。

4 高效失效概率算法研究展望

目前国内外对限寿件高效失效概率算法的研究分为两类:一是基于抽样的蒙特卡洛模拟改进算法;二是基于积分的快速数值积分算法。两类算法均能满足多随机变量概率失效风险评估的要求,并提高失效风险计算效率。不同方法各有优势且应用范围存在不同。

基于抽样的蒙特卡洛模拟改进算法包括重要性抽样方法、自适应最优抽样方法和分区细化技术。与传统蒙特卡洛模拟方法计算时间成本相比,重要性抽样方法能够将时间成本降低约1个数量级;自适应最优抽样方法的时间成本取决于初始风险估计的质量,能够通过分配样本量定量控制结果方差;分区细化技术能够快速得到风险收敛解所需的样本量,降低计算时间成本约1个数量级。

基于积分的快速数值积分算法能够大幅度提高失效风险的计算效率。相比传统蒙特卡洛模拟方法,单变量快速数值积分算法计算效率提高数千倍;多变量快速数值积分算法计算效率取决于变量个数,考虑3个随机变量条件下,计算效率提高上百倍。数值积分算法能够考虑无损检测随机变量并提高计算效率。

今后,随着先进发动机性能的不不断提升、新材料的发展以及新应用场景的出现,对概率失效风险评估技术计算精度与计算效率的要求也愈加提高。高效失效概率算法的发展有以下3个方面:

1) 瞬态性。为捕捉先进发动机瞬态条件下的瞬变热-机械耦合失效机理,概率失效风险评估技术需要能够描述瞬态条件下损伤演化规律。要求风险评估算法具备极高的计算效率及精度。

2) 系统性。为系统性评估多特征部位、多损伤类型、多失效模式下的复杂损伤演化机理,概率算法需要解决随机计算效率、随机变量个数以及计算精度之间的矛盾。

3) 全生命周期分析。为解决限寿件转子轮盘全生命周期数字孪生技术在风险分析中的应用,需要构建一种材料-制造-设计-运行失效风险一体化的系统模型及失效概率算法。

5 结 论

在航空发动机限寿件适航符合性技术研究领

域,概率失效风险评估发挥愈加重要的作用。传统蒙特卡洛模拟是基本且可靠的失效概率计算方法,但是在高可靠性系统模拟分析中,存在计算效率过低的问题,制约了先进发动机部件安全性评估与概率性设计的高效迭代。为了从本质上解决基于抽样的失效概率计算方法的问题,需要从概率密度演化机理层面认识失效概率演化规律,从而形成基于积分的限寿件失效概率快速算法。

参考文献:

- [1] CHAMIS C C. Damage tolerance and reliability of turbine engine components[R]. NASA/TP-1999-209878, 1999.
- [2] WU Y T, ENRIGHT M P, MILLWATER H R. Probabilistic methods for design assessment of reliability with inspection[J]. *AIAA Journal*, 2002, 40(5): 937-946.
- [3] ENRIGHT M P, HUYSE L. Methodology for probabilistic life prediction of multiple-anomaly materials[J]. *AIAA Journal*, 2006, 44(4): 787-793.
- [4] ENRIGHT M P, HUDAK S J, MCCLUNG R C, et al. Application of probabilistic fracture mechanics to prognosis of aircraft engine components[J]. *AIAA Journal*, 2006, 44(2): 311-316.
- [5] Federal Aviation Administration. Advisory circular 33.70-1: guidance material for aircraft engine-life-limited parts requirements[R]. Washington, US: Department of Transportation, 2009.
- [6] Federal Aviation Administration. Advisory circular 33.70-2: damage tolerance of hole features in high-energy turbine engine rotors [R]. Washington, US: Department of Transportation, 2009.
- [7] Federal Aviation Administration. Advisory circular 33.14-1: damage tolerance for high energy turbine engine rotors[R]. Washington, US: Department of Transportation, 2009.
- [8] 李家祥. 航空发动机适航规定: CCAR-33R2[S]. 北京: 中国民用航空局, 2011.
- [9] European Aviation Safety Agency. Certification specifications and acceptable means of compliance for large aero planes, amendment [EB/OL]. [2022-04-29]. <https://www.easa.europa.eu/document-library/certification-specifications/cs-e-amendment>.
- [10] 丁水汀, 周惠敏, 刘俊博, 等. 航空发动机限寿件表面特征概率损伤容限评估[J]. *航空动力学报*, 2021, 36(2): 421-430. DING Shuiting, ZHOU Huimin, LIU Junbo, et al. Probabilistic damage tolerance assessment of the surface features of aero engine life limited parts[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2021, 36(2): 421-430. (in Chinese)
- [11] LEVERANT G R, MILLWATER H R, MCCLUNG R C, et al. A new tool for design and certification of aircraft turbine rotors[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2004, 126(1): 155-159.
- [12] Sub-team to the Aerospace Industries Association Rotor Integrity Sub-committee. The development of anomaly distributions for aircraft engine titanium disk alloys[R]. Kissimmee, US: 38th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 1997.
- [13] WU Y T, MILLWATER H R, ENRIGHT M P. Efficient and accurate methods for probabilistic analysis of titanium rotors[R]. South Bend, US: 8th ASCE Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability, 2000.
- [14] ENRIGHT M P, MCCLUNG R C, LIANG W, et al. A tool for probabilistic damage tolerance of hole features in turbine engine ro-

- tors[R]. Copenhagen, Denmark: ASME Turbo Expo: Turbine Technical Conference and Exposition, 2012.
- [15] HUYSE L, ENRIGHT M P. Efficient statistical analysis of failure risk in engine rotor disks using importance sampling techniques[R]. AIAA 2003-1838, 2003.
- [16] ENRIGHT M P, MILLWATER H R, HUYSE L. Adaptive optimal sampling methodology for reliability prediction of series systems[J]. *AIAA Journal*, 2006, 44(3): 523-528.
- [17] ENRIGHT M P, MILLWATER H R. Optimal sampling techniques for zone-based probabilistic fatigue life prediction[R]. AIAA 2002-1383, 2002.
- [18] MILLWATER H R, ENRIGHT M P, FITCH S. A convergent probabilistic technique for risk assessment of gas turbine disks subject to metallurgical defects[R]. AIAA 2002-1382, 2002.
- [19] YANG L, DING S, WANG Z, et al. Efficient probabilistic risk assessment for aeroengine turbine disks using probability density evolution[J]. *AIAA Journal*, 2017, 55(8): 2755-2761.
- [20] LIU J B, DING S T, LI G. Influence of random variable dimension on the fast numerical integration method of aero engine rotor disk failure risk analysis[R]. Virtual: ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, 2020.
- [21] DING S, WANG Z, QIU T, et al. Probabilistic failure risk assessment for aeroengine disks considering a transient process[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2018, 78: 696-707.
- [22] MILLWATER H R, FITCH S, WU Y T, et al. A probabilistically-based damage tolerance analysis computer program for hard alpha anomalies in titanium rotors[R]. Munich, Germany: ASME Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, 2000.
- [23] TRYON R, MATTHEWS R. Integrated processing and probabilistic lifing models for superalloy turbine disks[R]. AIAA 2011-1739, 2011.
- [24] ENRIGHT M P, MCCLUNG R C. A probabilistic framework for gas turbine engine materials with multiple types of anomalies[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2011, 133(8): 1-10.
- [25] CORRAN R, GORELIK M, LEHMANN D, et al. The development of anomaly distributions for machined holes in aircraft engine rotors[R]. Barcelona, Spain: ASME Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, 2006.
- [26] MCCLUNG R C, ENRIGHT M P, LIANG W W. Integration of NASA-developed lifing technology for PM alloys into DARWIN® [R]. San Antonio, US: Southwest Research Institute, 2011.
- [27] 周晓明. 粉末高温合金中非金属夹杂物的遗传特征及损伤力学行为研究[D]. 北京: 北京航空材料研究院, 2006.
- ZHOU Xiaoming. Genetic characteristic and damage mechanical behavior of non-metallic inclusions in P/M superalloy[D]. Beijing: Beijing Institute of Aeronautical Materials, 2006. (in Chinese)
- [28] PARIS P, ERDOGAN F. A critical analysis of crack propagation laws[J]. *Journal of Fluids Engineering*, 1963, 85(4): 528-533.
- [29] NEWMAN J C. Stress-intensity factor equations for cracks in three-dimensional finite bodies subjected to tension and bending loads[M]. Hampton, US: Langley Research Center, National Aeronautics and Space Administration, 1984.
- [30] GLINKA G, SHEN G. Universal features of weight functions for cracks in mode I[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1991, 40(6): 1135-1146.
- [31] ZHOU H M, DING S T, GUO L. Universal weight function method on the probabilistic surface damage tolerance assessment of aeroengine rotors[R]. Virtual: ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, 2020.
- [32] WU X R. A review and verification of analytical weight function methods in fracture mechanics[J]. *Fatigue Fracture Engineering Materials and Structure*, 2019, 42(9): 1-26.
- [33] WU Y T J, ZHAO J, SHIAO M, et al. Efficient methods for probabilistic damage tolerance inspection optimization[R]. AIAA 2010-2518, 2010.
- [34] SHOOK B, MILLWATER H R, HU D K S, et al. Comparison of continual on-board inspections to a single mid-life inspection for gas turbine engine disks[R]. AIAA 2005-2215, 2005.
- [35] ENRIGHT M P, MCCLUNG R C. A probabilistic framework for gas turbine engine materials with multiple types of anomalies[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2011, 133(8): 082502.1-082502.10.
- [36] 张弓, 周燕佩, 丁水汀. 面向适航要求的涡轮发动机限寿件概率失效风险评估方法[J]. *航空动力学报*, 2015, 30(10): 2338-2042.
- ZHANG Gong, ZHOU Yanpei, DING Shuiting. Probabilistic failure risk assessment method of turbine engine life limited parts for airworthiness requirements[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2015, 30(10): 2338-2042. (in Chinese)
- [37] LI J, CHEN J. The principle of preservation of probability and the generalized density evolution equation[J]. *Structural Safety*, 2008, 30(1): 65-77.
- [38] 李果, 丁水汀, 刘俊博, 等. 一种基于概率密度演化理论的概率失效风险评估高效计算方法: ZL 2018 1 1135082.5[P]. 2021-01-08.
- [39] LI G, LIU J, ZHOU H, et al. Efficient numerical integration algorithm of probabilistic risk assessment for aero-engine rotors considering in-service inspection uncertainties[J]. *Aerospace*, 2022, 9(9): 525.1-525.18.

(编辑: 秦理曼)