

基于蒙特卡罗法的五孔探针测量不确定度评定

马宏伟^{1, 3, 4}, 李 鑫², 赵国松^{3, 4}

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;

2. 中国航天科技集团有限公司 北京航天动力研究所, 北京 100076;

3. 北京航空航天大学 航空发动机研究院, 北京 100191;

4. 北京航空航天大学 航空发动机气动热力国家级重点实验室, 北京 100191)

摘 要: 为对五孔探针的测量精度进行评定, 发展了基于统计学的蒙特卡罗法(MCM)评定五孔探针测量不确定度的流程和方法, 并对比了最大误差限法和不确定度传播律法(GUM), 同时研究了抽样数 M 对 MCM 评定结果的影响。该方法适用于无数学表达式的测量模型中, 能考虑模型非线性的影响, 概率密度函数(PDF)能更科学地表征输入量的分布, 而不局限于正态分布。为了验证该方法, 将五孔探针在校准风洞中进行了校准和验证。结果显示, 对于风洞实验某测量点的静压, MCM 提供的 95% 最短包含区间较 GUM 区间长度小 11.1%, 该差值占标准偏差的 33.3%, 表明利用 MCM 评估测量不确定度能引入复杂数据处理过程中非线性影响, 相比 GUM 评定方法具有一定的优势。将 MCM 应用于叶栅后流场五孔探针测量结果不确定度评定, 发现各参数的不确定度在整个测量截面内分布情况与误差分布类似, 在叶顶泄漏涡区域内测量不确定度较大, 能避免相对静压无法表示的困境, 同时能去除粗大误差的影响。MCM 本身的统计误差可通过适当增加 M 来解决, 需要综合考虑计算机性能和时间成本。

关 键 词: 五孔探针; 精度; 测量不确定度; 蒙特卡罗法; 叶栅

中图分类号: V211

文献标志码: A

Evaluation of measurement uncertainties for five-hole probes based on Monte Carlo method

MA Hongwei^{1, 3, 4}, LI Xin², ZHAO Guosong^{3, 4}

(1. School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

2. Beijing Aerospace Propulsion Institute,

China Aerospace Science and Technology Corporation, Beijing 100076, China;

3. Research Institute of Aero-Engine, Beihang University, Beijing 100191, China;

4. National Key Laboratory of Science and Technology on Aero-Engine Aero-thermodynamics,
Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: To evaluate the measurement accuracy of five-hole probes, the method of evaluating measurement uncertainties based on statistical Monte Carlo method (MCM) was developed and compared with the maximum error limit method and the guide to the expression of uncertainty method (GUM). At the same time, the influence of sampling numbers M on the evaluation result of MCM was studied. The method was applicable to measurement models without mathematical expressions, and the influence of nonlinearity of the model can be considered. The probability density function (PDF) can more scientifically characterize the distribution of the input quantity, instead of being limited to the normal distribution. To verify the method, a five-hole probes was calibrated and used in a standard wind tunnel.

收稿日期: 2022-05-20

基金项目: 国家自然科学基金(51776011); 国家科技重大专项(2017-V-0016-0068); 重点实验室基金(2021-JCJQ-LB-062-0204)

作者简介: 马宏伟(1968—), 男, 教授、博士生导师, 博士, 研究领域为叶轮机内流测试技术。E-mail: mahw@buaa.edu.cn

引用格式: 马宏伟, 李鑫, 赵国松. 基于蒙特卡罗法的五孔探针测量不确定度评定[J]. 航空动力学报, 2022, 37(11): 2587-2597. MA Hongwei, LI Xin, ZHAO Guosong. Evaluation of measurement uncertainties for five-hole probes based on Monte Carlo method[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(11): 2587-2597.

The results showed that for the static pressure, the shortest 95% coverage interval provided by MCM was 11.1% smaller than the GUM. The difference accounted for 33.3% of the standard deviation. Furthermore, using MCM, the non-linear influence in data processing procedure can be considered compared with GUM. The MCM was applied to evaluate the measurement results of the flow field behind the cascade using the five-hole probes. The results showed that the uncertainty distribution of each parameter was similar to the error distribution in the whole measured cross section. The uncertainty was larger in blade tip leakage vortex area. However, it can avoid the trouble that the relative static pressure can not be expressed, and the influence of gross error can be removed. The statistical error of MCM itself can be solved by appropriately increasing M while considering the computer performance and time cost.

Keywords: five-hole probes; accuracy; measurement uncertainties; Monte Carlo method; cascade

压力探针具有结实耐用、使用方便、测量重复性好的优点,是航空发动机实验中测量流场常用的技术手段^[1],压力探针测量精度是一项重要的技术指标,可用误差或不确定度来定量表征^[2]。

文献 [3] 分析了圆柱单孔压力探针的测量误差,结果表明偏转角误差小于 1.8° , 马赫数、总压和静压的极限误差分别为 3.4%、0.94% 和 3%。文献 [4] 分析了楔顶双孔压力探针的测量误差,讨论了 4 种相互独立的会给探针测量精度带来较大影响的随机误差分别是数据处理误差、校准误差、信号采集误差和探针安装误差。马宏伟等^[5]通过模拟实验研究,分析了速度梯度、近壁效应和雷诺数对几种叶轮机流场测量用压力探针测量误差的影响,其相关参数的真值是用相对准确的实际值,即约定真值代替的。Grimshaw 等^[6]给出了一种微型五孔探针新的误差定量计算方法。用误差分析评价测量精度存在真值经常无法获知,且各评价参数无法统一的问题。

为解决这个问题,国内外研究者大多采用不确定度来表征多孔探针的测量精度,不确定度越小,用测量值表示真值的可靠性就越高。目前常用的不确定度传播律法(guide to the expression of uncertainty in measurement, GUM)多以泰勒展开式作为近似式,如 Díaz^[7] 和 Reichert 等^[8] 分别对蛇形三孔针和五孔探针的测量不确定度进行评定时,均采用对模型函数以泰勒级数线性逼近的方法,并没有考虑模型非线性的影响。GUM 评定测量不确定度的不足是:①测量模型呈现明显的非线性时,GUM 评定不再可靠;②测量模型复杂时,难以计算 GUM 不确定评定需要的灵敏系数。

五孔探针测量不确定度来源较多,且数据处理算法复杂,非线性显著,传感器等误差可能会经数据处理算法放大,因此有必要找到一种更为精准的测量不确定度评定方法。对输入量进行分

布传播的蒙特卡罗法(Monte Carlo method, MCM)理论上能克服上述缺点,能直接得出输出量的分布,结果准确,应用简便^[9-11]。近年来,MCM 应用逐渐被人们熟知,国内刘智敏^[12]于 2005 年介绍了如何用 MCM 计算不确定度。国际计量学指南联合委员会(JCGM)于 2008 年推出了《Guide 98: 测量不确定度》的补充文件 1: 采用 MCM 传递分布,指出 MCM 可以作为 GUM 的重要补充^[13-14]。国家质量监督检验检疫总局于 2012 年发布了 JJF 1059.2-2012^[15] 行业标准, MCM 应用开始推广,但 MCM 评定五孔探针测量不确定度的研究还很少。

为了发展一种更为简便精准的五孔探针测量不确定度的评定方法,本文研究了 MCM 评定五孔探针测量不确定度的方法及流程,并在风洞中进行了验证,对比了最大误差限法及 GUM 评定与 MCM 评定的结果。之后,将 MCM 评定应用在五孔探针测量叶栅后复杂流场的不确定度评定中,给出了栅后流场不确定度的分布,分析了 MCM 评定在叶栅后复杂流场测量精度评定中的应用优势。最后,研究了抽样数对 MCM 评定结果的影响。

1 MCM 评定五孔探针测量不确定度

1.1 MCM

MCM 评定测量不确定度是利用对概率分布进行随机抽样而进行分布传播的数值方法^[15]。

给定模型 $Y=f(\mathbf{X})$, 其中 $\mathbf{X}=(X_1, X_2, \dots, X_N)^T$, N 个输入量 X_i 每一个都以相应的概率密度函数(PDF) g_{X_i} 的形式给出, 即

$$g_{X_i}(\mu_i) = dG_{X_i}(\mu_i)/d\mu_i \quad (1)$$

式中 G_{X_i} 为累积分布函数, 表征 $X_i \leq \mu_i$ 发生的概率, μ_i 为输入量 X_i 的可能值。

分布传播过程如图 1 所示, 图中 3 个相互独

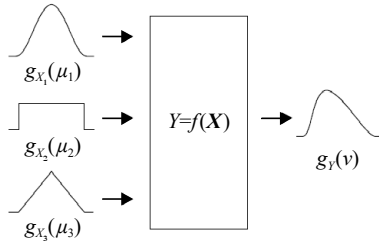


图 1 输入输出模型及分布传播

Fig. 1 Input-output model and distributed propagation

立的输入量的 PDF 分别为正态分布、矩形分布和三角分布, 这些分布通过模型函数 $Y=f(\mathbf{X})$ 传播, 得到输出量 Y 的 PDF 用 $g_Y(v)$ 表示。通过数值近似方法式(2)得到 Y 的累积分布函数 $G_Y(v)$, 从而得到 Y 的期望、标准偏差和一定包含概率下的包含区间等特征量。

$$G_Y(v) = \int_{-\infty}^v g_Y(v) dv \quad (2)$$

式中 $G_Y(v)$ 为输出量 Y 的累积分布函数, v 为 Y 的可能值。

图 1 中输出量的 PDF 是不对称的, 这是模型非线性或者输入量不对称引起的, 因此利用 MCM 评估不确定度能考虑复杂数学模型非线性的影响。

1.2 MCM 评定流程

采用 MCM 评定五孔探针测量不确定度的流程如图 2 所示。从 N 个输入量的 PDF 中分别随机抽样 M 次, 通过数学模型获得相应的 M 个输出量 Y 的值。根据中心极限定理, 如 Y 的标准偏差存在,

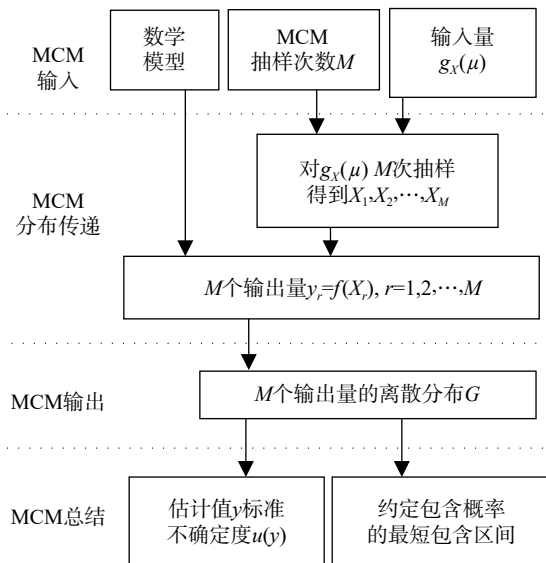


图 2 MCM 评定五孔探针测量不确定度的流程

Fig. 2 Evaluation process of measurement uncertainties for five-hole probes based on MCM

则 Y 的平均值以阶 $O(M^{-1/2})$ 的速度收敛为期望^[16]。

1.2.1 数学模型及输入量的确定

数学模型 f 中应包含所有对测量结果不确定度有影响的输入量, 一般可以表示为测量结果、系统影响量、随机影响量之和。当数据处理采用线性插值算法时, 数学模型无法用解析形式的数学表达式表达, 可以表示成五孔探针数据处理过程, 即: 由五孔测得的压力值计算得到偏转角系数 $C_{p,\alpha}$ 和俯仰角系数 $C_{p,\beta}$, 通过校准曲线, 插值得到偏转角 α 和俯仰角 β , 根据偏转角 α 和俯仰角 β , 插值进一步得到总压系数 C_{pt} 和静压系数 C_{ps} , 根据总压系数 C_{pt} 和静压系数 C_{ps} 的定义得到输出量。

确定好数学模型后, 还要根据某些历史信息、校准数据和专家经验等对各输入量给定合适的概率分布^[17-18]。要分析五孔探针测量结果的不确定度, 应分析每一个对结果有明显影响的分量, 评估其期望的估计值, 可能取值的范围以及其概率分布情况, 测量仪器、设备安装、数据处理方法等都是其中的分量。对于风洞流场的测量来说, 五孔测得的压力值 p_1 、 p_2 、 p_3 、 p_4 和 p_5 的分布参数根据传感器的极限误差确定, 探针安装时偏转角误差 α_{mou} 和俯仰角误差 β_{mou} 的分布参数由探针安装的极限误差确定, 带动探针运动的位移机构运动过程中的偏转角误差 α_{trav} 和俯仰角误差 β_{trav} 的分布参数分别由位移机构的精度决定。

1.2.2 抽样数 M 的确定

MCM 评定测量不确定度考虑了模型非线性的影响, 没有对模型进行近似处理, 但结果质量与抽样数 M 有关, 也就是可能会引入抽样误差。一般要求选定的 M 值应大于 $1/(1-P) \times 10^4$, P 为约定包含概率。如 $P=95\%$, 即要得到输出量的 95% 包含区间, 且该包含区间长度被修约到 1 或 2 位有效十进制数字, 常取 $M=10^6$ 及以上。

1.2.3 输出量的离散表示 G 及特征量

将模型输出量 y_r 以非递减次序排序, 记为 $G=(y_{(r)}, r=1, 2, \dots, M)$ 。

当样本量 M 充足时, 根据式(3)~式(4)将 y_r 的平均值 $\bar{y}$ 作为输出量的估计值 y , 标准偏差 $u(\bar{y})$ 作为标准不确定度 $u(y)$ 。同时, 还能求出输出量的 PDF 高阶矩, 如 3 阶矩偏态系数 S , 4 阶矩峰态系数 K 。

$$\bar{y} = \frac{1}{M} \sum_{r=1}^M y_r \quad (3)$$

$$u^2(\bar{y}) = \frac{1}{M-1} \sum_{r=1}^M (y_r - \bar{y})^2 \quad (4)$$

约定包含概率 P 的对称包含区间或最短包含区间由输出量的离散表示 G 确定。

如果 PM 是整数, 设 $q=PM$, 否则取 $q=(PM+1/2)$ 的整数部分, 对于任意的 $r=1, 2, \dots, M-q$, 包含区间 $[y_{\text{low}}, y_{\text{high}}]=[y_{(r)}, y_{(r+q)}]$ 。其中, 如 $(M-q)/2$ 为整数, 令 $r=(M-q)/2$, 否则取 $r=(M-q+1)/2$ 的整数部分, 可得到概率对称的 P 对应的包含区间; 非对称的包含区间通过确定 $r=r^*$, 使 $y_{(r^*+q)}-y_{(r^*)} \leq y_{(r+q)}-y_{(r)}$, $r=1, 2, \dots, M-q$, 得到 P 对应的最短包含区间。

1.2.4 评定报告

评估报告应包括: 输出量 Y 的估计值 y ; 估计值 y 的标准不确定度 $u(y)$; 输出量 Y 约定包含概率 P 对应的包含区间的左右端点; 其他任何相关信息。其中 $u(y)$ 常根据实际情况取 1 或 2 位有效数字, 估计值 y 和区间端点小数点末尾和标准偏差 $u(y)$ 末尾对齐。

2 实验设备及方案

2.1 五孔探针测量不确定度 MCM 评定验证

2.1.1 风洞实验设备

五孔探针校准及 MCM 评定验证是在北京航空航天大学校准风洞中进行, 实验风洞及设备如图 3 所示。实验中使用的五孔探针如图 3(a) 所示, 探头直径为 2.5 mm, 感压孔直径为 0.5 mm。风洞实验段截面为 80 mm 圆形, 马赫数在 0.05~0.8 内连续可调。经校测, 实验段区域气流湍流度小于 1%。

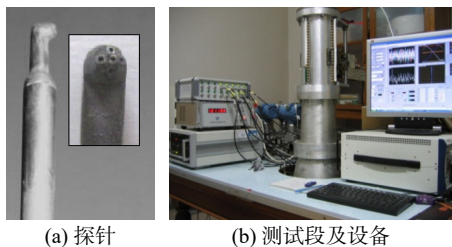


图 3 实验风洞及设备

Fig. 3 Wind tunnel and equipment

在稳压箱内布有整流网, 在稳压箱出口测量气流的总温和总压。总压采用总压探针测得, 总温采用 PT100 总温探针测得。在测试段壁面开有若干静压孔物理平均后测量静压。探针安装在一个二自由度位移机构上, 俯仰角和偏转角的转动都由该位移机构自动执行, 精度均为 0.05°。

采用 Rosemount 高精度压力变送器测量气流表压, 量程为 ± 6.22 kPa, 灵敏度系数为 3 110 Pa/V,

精度为 0.025%, 误差范围为 ± 3.11 Pa, 压力传感器输出的电流信号经标准电阻箱后转化为电压, 输出范围为 1~5 V, 采集设备为 NI PXI-6 229 数据采集卡, 具有 16 位分辨率; 数据采集板卡误差为 $(5-1)/2^{16} \times 3.11 = 0.19$ Pa。数据采集程序采用 Labview 编制。

实验前采用 XDY01 振筒气压仪测量大气压, 其量程为 52~107 kPa, 测量误差为 ± 40 Pa, 手动输入测量值, 被计算机采集, 作为定值, 本次不参与本文探针测量误差或不确定度传递。

2.1.2 风洞实验方案

五孔探针在校准风洞上进行校准和测量, 校准范围及测量点情况见表 1。为验证评定五孔探针测量不确定度的 MCM, 选取偏转角为 $\pm 24^\circ$, 俯仰角在 $-28^\circ \sim -13^\circ$ 范围内的 102 个点进行了测量, 假定此时测试系统的已知参数为“真实值”, 使用前面的校准数据对测量点的值进行数据处理, 将算得的数据与“真实值”进行比较。

表 1 五孔探针校准范围及测量点

Table 1 Calibration range and measurement points of five-hole probes

参数	校准点	测量点
马赫数 Ma	0.2	0.1
偏转角 $\alpha/(^\circ)$	± 24	± 24
俯仰角 $\beta/(^\circ)$	$-28 \sim 16$	$-28, -27, -21.5, -19, -17, -13$
偏转角测量站	13	17
俯仰角测量站	12	6
间隔 $(^\circ)$	4	

在实际测量中, 在完成五孔探针校准后卸下探针, 重新安装, 利用探针尾部定位块使探针头部中间感压孔正对风洞来流, 并将此位置作为偏转角的 0° 位置。位移机构运动到测点位置等待 10 s 再采集数据, 以平衡引压管内的压力。实验中采样时间为 20 s, 采样率为 5 kHz。

2.2 五孔探针用于栅后流场测量的 MCM 评定

2.2.1 叶栅栅后流场测量实验设备

叶栅栅后流场测量是在北京航空航天大学低速平面叶栅风洞中进行, 由鼓风机提供气源, 气流在扩张段后经稳压箱中蜂窝结构和纱网速度变得均匀平直, 湍流度降低, 之后在收缩段中加速, 并由转接段和叶栅实验台连接。风洞收缩段出口截面为 250 mm×120 mm 的长方形, 主流湍流度为 2.6%, 附面层厚度约为 3 mm。叶栅实验装置

如图 4 所示, 叶型采用 C4, 共 7 个叶片, 具体数据参见表 2。

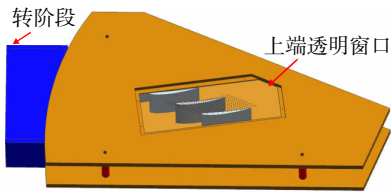


图 4 叶栅实验装置

Fig. 4 Cascade and blade profile

表 2 叶栅参数

Table 2 Cascade parameters

参数	数值
雷诺数/ 10^5	2.81
弦长/mm	126.8
叶高/mm	120
稠度	1.5
攻角/ $^\circ$	0
(叶尖间隙/叶高)/%	1
安装角/ $^\circ$	30

平面叶栅后流场测量实验所用测试系统, 包括数据采集系统、压力传感器、二自由度位移机构及控制系统。

数据采集系统包括高速采集卡, 计算机及相应数据传输线, 压力传感器输出电压信号经数据线传入信号采集模块, 转变为电信号经 Labview 采集并保存。采集设备为美国 NI 公司的 PXIe-1062Q 模拟信号采集模块, 16 位高速采集卡, 单通道最高采样率是 1.25 MHz。传感器输出电压范围为 0~5 V, 数据采集板卡误差为 $(5-0)/2^{16} \times 2\,000 = 0.15$ Pa。计算机数据采集程序基于 Labview2012 编写。实验中五孔探针引压管出口接 5 个 SMI-5882 压阻式传感器, 量程为 ± 4.1 kPa, 极限误差为 2.05 Pa。来流温度用水银温度计测量, 误差为 0.1 $^\circ\text{C}$, 测量位置为低速风洞稳压箱蜂窝结构后纱网前, 该位置气流均匀, 插入温度计后又不会对后续叶栅的流场造成干扰。

高精度二自由度位移机构有直线运动与旋转两个方向的自由度, 旋转的重复性误差为 0.05 $^\circ$ 。实验中通常需要采集数百个不同测量点的数据, 位移机构配合软件通过运动控制卡能够实现位移机构在不同叶高位置自动转动和前进, 配合数据采集系统实现不同测量点数据的自动采集。

2.2.2 叶栅后流场测量实验方案

为验证 MCM 评定测量不确定度方法在复杂流场中的应用, 本文利用五孔探针测量平面叶栅中间叶片通道出口叶片尾缘后 10% 弦长的截面流场, 所用探针为文中第 2.1.1 节中所述五孔探针, 安装在二自由度位移机构上, 两者整体装在另一能直线运动位移机构中, 保持其直线运动方向与叶栅额线平行, 实现探针在叶栅周向的运动; 探针的展向运动由二自由度位移机构的直线运动功能实现。探针通过在上端壁开槽深入探针, 测量时需注意密封。实验中五孔探针的采样率为 5 kHz, 等待 5 s 后开始采集, 采样时间为 10 s。测量站矩阵如图 5 所示, 周向共测量 19 站, 沿叶高方向共测量 24 站, 总共 456 个测量点, 测量范围为 48.3% 叶高~97.5% 叶高。探头距离上端壁为 3 mm, 因存在叶顶间隙和近壁效应, 所以测量点要在近壁处加密, 间距为 1 mm, 主流区间隔 2.5 mm 或 5 mm。周向间隔 4 mm。

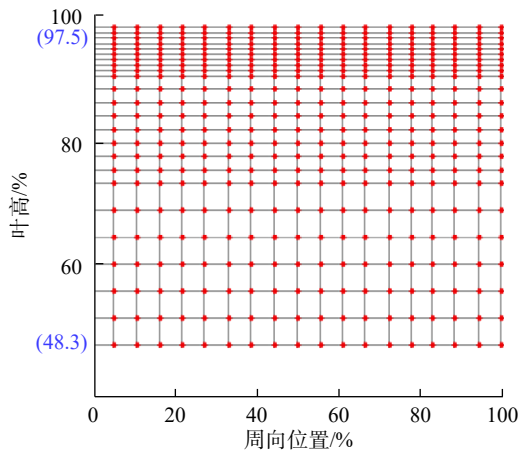


图 5 叶片通道测量站矩阵: 19×24

Fig. 5 Blade passage measuring station matrix: 19×24

3 实验结果及评定结果分析

3.1 五孔探针测量不确定度 MCM 评定验证

为验证 MCM 评定的优势, 先用误差合成理论计算表 1 中的测量点测量时的最大误差限, 再利用 MCM 评定上述测量点的不确定度, 并将最大误差限、GUM 结果与 MCM 结果进行对比。

3.1.1 误差合成理论评估最大误差限

本文先利用误差合成理论评估最大误差限, 以此作为 MCM 评定结果的对照。假定风洞已知参数为“约定真值” $\hat{x}$, 绝对误差 Δx 定义为

$$\Delta x = \hat{x} - x_0 \quad (5)$$

式中 x_0 为测量值,五孔探针测量误差源主要有探针校准误差、测量数据采集误差、位置误差,这几部分可看做相互独立的随机误差,取绝对值后利用误差合成理论可评估其最大误差限 Δ 。

探针校准误差是利用五孔探针处理程序处理原始校准数据得到的结果与已知的风洞气流参数的差。图 6 为探针校准误差的分布,可见绝大部分区域校准误差很小,探针校准误差可忽略。

测量数据采集误差主要指传感器本身的误差经五孔探针数据处理程序而传入的误差。压力传感器的灵敏度为 3.11 kPa/V,传感器输出电压范围为 1~5 V,数据采集板卡误差为 $(5-1)/2^{16}\times 3.11=0.19$ Pa,可忽略。传感器极限误差为 $6.22\times 2\times 0.025\%=3.11$ Pa,探针 5 个引压管接压力传感器上,传感器误差会通过数据处理程序传递给测量结果,即数据采集误差。极限情况为让探针相对的两个感压孔相差两倍的传感器极限误差,如上(左)孔加 3.11 Pa,下(右)孔减 3.11 Pa,再经数据处理程序处理后得到的气流参数,与标定系统的“约定真值”相减得到测量数据采集误差误差,取测量范围内的误差最大值作为采集误差极限值。

位置误差包括探针安装误差、位移机构旋转的误差,取安装误差极限为 $\pm 1^\circ$,转动误差由位移机构精度决定,极限为 $\pm 0.05^\circ$ 。

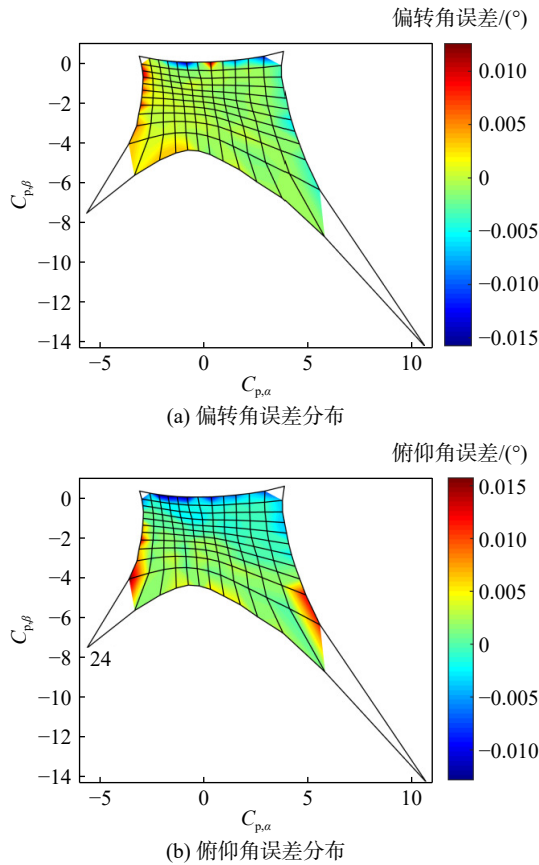


图 6 探针校准误差分布

Fig. 6 Probe calibration error distribution

假设误差服从正态分布,那么有 $\Delta=3\sigma$,可得到一定置信区间的误差分布,见表 3。

表 3 五孔探针测量误差分布

Table 3 Measurement error distribution of five-hole probes			
参数	极限 误差(3σ)	68% 置信 概率(σ)	95% 置信 概率(2σ)
偏转角 $\alpha/^\circ$	2.30	0.76	1.53
俯仰角 $\beta/^\circ$	2.43	0.81	1.62
总压 p_t/kPa	0.031	0.010	0.021
静压 p_s/kPa	0.040	0.013	0.026

3.1.2 MCM 评定五孔探针测量不确定度

五孔探针通过校准可以获得校准参数 Φ 与校准系数间的数学模型,如式(6)。

$$\Phi = (\alpha, \beta, C_{pt}, C_{ps}) = f(C_{p,\alpha}, C_{p,\beta}) \quad (6)$$

确定好数学模型后,对五孔探针风洞流场测量过程中的各不确定度分量进行分析,各不确定度分量及给定的 PDF 如表 4 所示。数据采集板卡可误差较小,如上所述不再考虑。本研究使用的压力传感器说明书中只规定了输入量 p_j 的

上下限,考虑使用矩形分布。探针安装好后不再改动安装位置,所以探针安装角度分量 α_{mou} 和 β_{mou} 为取值范围内一个随机的定值。表 4 中, α_{trav} 和 β_{trav} 为位移机构运动过程中的角度分量, p_j 为测量过程中压力的采集值,受压力传感器极限误差的影响, p_{ref} 为参考压力,前文所述为常数,大气压, a 、 b 分别为区间上、下端点。

表 4 五孔探针测量风洞流场不确定度分量

Table 4 Measurement uncertainties of wind tunnel flow field by five-hole probes

输入量 X_i	PDF 分布	不确定度/ 区间上下限	概率分布
$\alpha_{\text{mou}}, \beta_{\text{mou}}/(\circ)$	矩形(定值)	$ a =b=1$	$R(a, b)$
$\alpha_{\text{trav}}, \beta_{\text{trav}}/(\circ)$	矩形	$ a =b=0.05$	$R(a, b)$
测量 p_j/Pa	矩形	$ a =b=3.11$	$R(a, b)$
p_{ref}/Pa		0	

利用文中第 1.2 节的流程,对表 1 中各测量点的不确定度进行评定,每个输出参数都有 M 个计算结果。如图 7 所示,以 $M=10^6$ 时, $\beta=-28^\circ$ 、 $\alpha=-24^\circ$ 点的俯仰角 β 、静压 p_s 输出结果为例,分别得到各自的 M 个输出量的概率分布直方图,并计算分布的峰度 K 和偏度 S 。图中红色实曲线为与 MCM 分布直方图相同均值和标准差的正态分布,因应用 GUM 需满足中心极限定理,即输出量分布为高斯分布或者 t 分布,可将该正态分布看做是应用 GUM 的输出结果。

通过对比可发现,直方图分布顶部相比正态分布存在明显凹陷, β 、 p_s 分布的峰度分别为 2.436 2、2.260 6,明显小于 GUM 正态分布的 3, p_s 的峰度更小些。这是因为 MCM 中决定 β 、 p_s 的输入量均是矩形分布,而压力计算结果只取决于传感器的不确定度分量,角度的计算除了受传感器不确定度影响外,还有位移机构的作用,所以传感器对压力输出量的影响更大一些。另外,两个分布的偏度分别为 0.001 4 和 0.000 7,几乎接近于正态分布,但存在轻微偏态并不完全对称,也是由于模型非线性性的影响。

分别计算正态分布的 95% 对称包含区间,如图 7 中红色虚线包含部分和 MCM 输出分布的 95% 最短包含区间,如蓝色实线包含部分。给定估计值 y 和标准偏差 $u(y)$ 的正态分布,95% 对称包含区间为 $[y-ku, y+ku]$, k 为对应概率的包含因子。应用 GUM 和 MCM 得到的此测量点的 β 、 p_s 的 95% 包含概率的取值区间分别见表 5、表 6,利

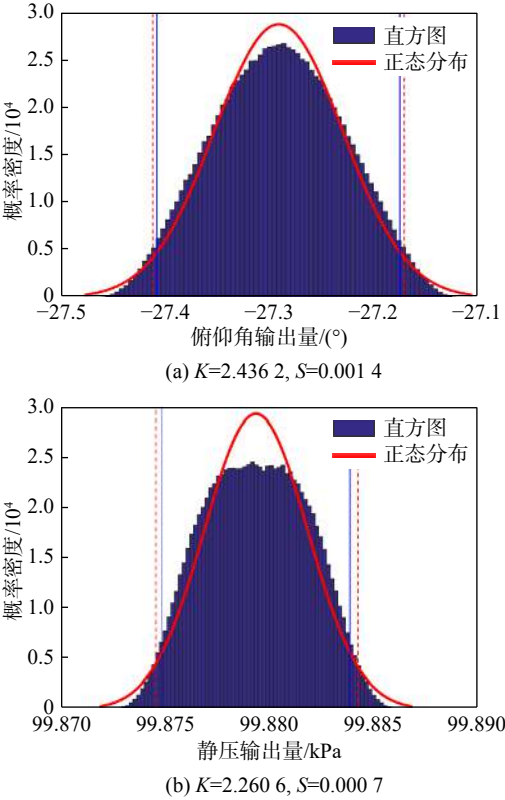


图 7 输出量的概率分布直方图和正态分布对照

Fig. 7 Probability distribution histogram of the output compared with the normal distribution

用表 3 中相同置信区间的误差分布得到的取值区间同样列在表 5、表 6 中以作对比。

在 $u(y)=0.06$ 时,对于 β ,MCM 较 GUM 方法相比,95% 最短包含区间较小,区间长度相差 4.3%,此差值占标准偏差 $u(y)$ 的 16.7%;与极限误

表 5 各方法计算 β 的结果对比 ($u(y)=0.06$)

Table 5 Comparison of β results of each calculation method ($u(y)=0.06$) ($^\circ$)

特征量	MCM	GUM	误差分布
估计值	-27.29	-27.29	-26.64
95% 最短包含区间	[-27.41, -27.18]	[-27.41, -27.17]	[-28.26, -25.02]
区间长度	0.23	0.24	3.24

表 6 各方法计算 p_s 的结果对比 ($u(y)=0.06$)

Table 6 Comparison of p_s results of each calculation method ($u(y)=0.06$) kPa

特征量	MCM	GUM	误差分布
估计值	99.880	99.880	99.879
95% 最短包含区间	[99.875, 99.884]	[99.874, 99.884]	[99.853, 99.905]
区间长度	0.009	0.010	0.052

差分析结果相比,区间长度相差一个量级之多。在 $u(y)=0.003$ 时,对于 p_s ,MCM 较 GUM 区间长度相差 11.1%,此差值占标准偏差 $u(y)$ 的 33.3%。可见对于输出量来说,GUM 方法的取值区间较为保守,取值区间的差别主要是由输入量为矩形分布和模型非线性带来的影响。相比之下,MCM 方法更为精准。其他测量点情况类似,不再赘述。

以 β 为例,取标准偏差的有效数字为 2 位,最终的评估报告为 $y=-27.29$, $u(y)=0.06$,95% 最短包含区间为 $[-27.41,-27.18]$ 。

3.2 五孔探针用于栅后流场测量及 MCM 评定

3.2.1 五孔探针测量栅后流场结果

叶栅后流场经五孔探针测量可得如图 8 所示的参数截面内分布云图,图 8(a)~图 8(d)分别为气流俯仰角、偏转角、静压和总压分布云图,左、右侧分别为叶片尾迹吸力面、压力面一侧。

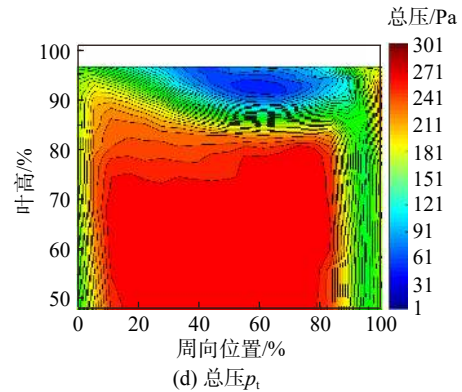
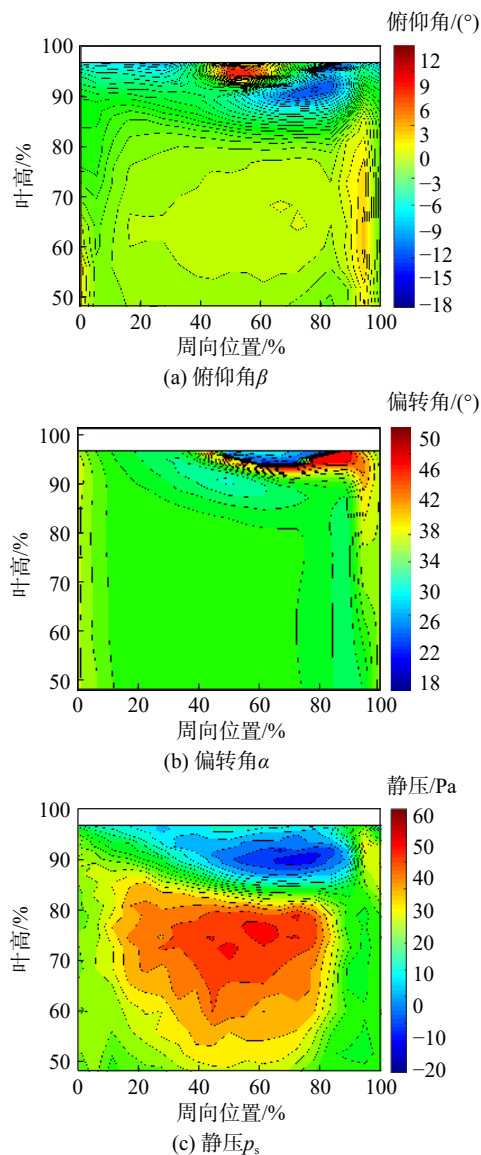


图 8 俯仰角、偏转角、静压和总压分布云图

Fig. 8 Distribution contours of pitch angle, yaw angle, static pressure and total pressure

由图 8(a)可见,由于叶栅存在 1% 弦长的叶顶间隙引发叶顶泄漏涡,致使叶片通道中部尖区存在俯仰角绝对值较大、方向相反的两块区域,泄漏涡影响的区域气流偏转角较大、静压较低、总压较低。叶栅通道中间区域为主流区,气流角度变化较缓,静压较高,总压分布较均匀。叶片尾迹区域,气流俯仰角和偏转角周向梯度较大,气流角数值高于主流区,静压、总压高于泄漏涡影响区域,低于主流区域水平。

3.2.2 测量截面误差分布

由文中第 2.2.1 节可知,数据采集板卡误差很小可忽略,引压管所接压力传感器,量程为 ± 4.1 kPa,极限误差为 2.05 Pa。用文中第 3.1.1 节所述方法计算利用误差合成定律计算总测量误差。在叶顶区域,压力的误差绝对值很小,由于当地压力测量真值同样很小,如用相对误差来表示,此区域测量误差仍较大。因实验中采用表压传感器,静压可能存在零或者负值,所以本文分析静压误差只采用绝对误差。分析总压误差包括绝对误差和相对误差。取流场中的参数误差最大值的绝对值,得到数据采集误差的最大值,如表 7 所示。

表 7 各参数 95% 包含概率对应的误差分布

Table 7 Error distributions of parameters at 95% probability

区域	$\beta/(^\circ)$	$\alpha/(^\circ)$	p_t/Pa	$\Delta p_t/\%$	p_s/Pa
泄漏涡区	2	2	2.4	4	2.8
主流区	0.2	0.2	1.8	0.8	0.4

3.2.3 测量截面不确定度分布

叶栅流场的测量不确定度分布根据文中第 2.2 节的实验设备和测量方案来确定,如表 8 所示。

表 8 五孔探针测量叶栅后流场不确定度分量

Table 8 Measurement uncertainties of flow field behind the cascade by five-hole probes

输入量 X_i	PDF 分布	不确定度/区间上下限	概率分布
$\alpha_{\text{mou}}, \beta_{\text{mou}}/(^{\circ})$	矩形(定值)	$ a =b=1$	$R(a, b)$
$\alpha_{\text{trav}}, \beta_{\text{trav}}/(^{\circ})$	矩形	$ a =b=0.05$	$R(a, b)$
p_j/Pa	矩形	$ a =b=2.05$	$R(a, b)$
p_{ref}/Pa		0	

利用文中 3.2.1 节 MCM 评定流程, 取 $M=10^6$, 对测量截面各点的测量不确定度进行评定, 得出各参数的不确定度分布如图 9 所示。在叶栅出口叶顶泄漏涡影响区域, 气流俯仰角、偏转角测量不确定度较大, 最大值超过 1° 。在叶栅出口主流区, 气流俯仰角、偏转角测量不确定度小于 0.2° , 静压测量不确定度约为 1.8 Pa , 总压测量不确定

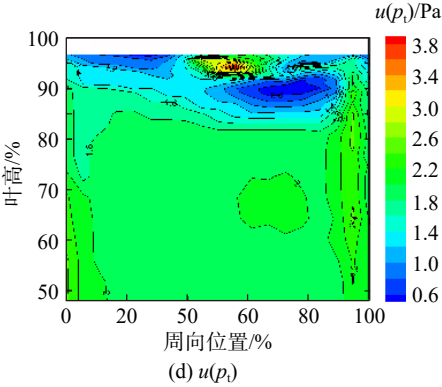


图 9 各参数测量不确定度分布

Fig. 9 Measurement uncertainty distribution of parameters

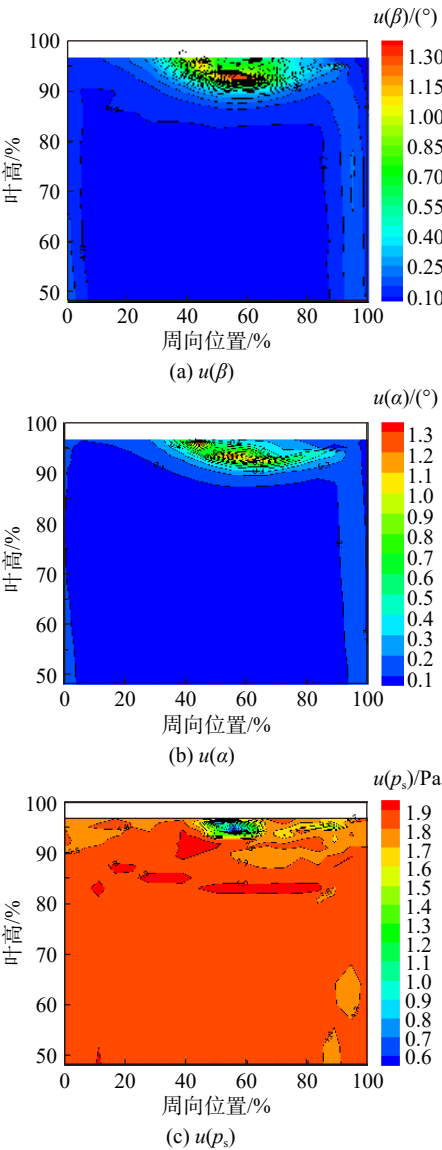
度约为 2 Pa 。叶片尾迹区气流偏转角、俯仰角和总压测量不确定度数值低于泄漏涡影响区域的水平, 高于主流区域的水平。

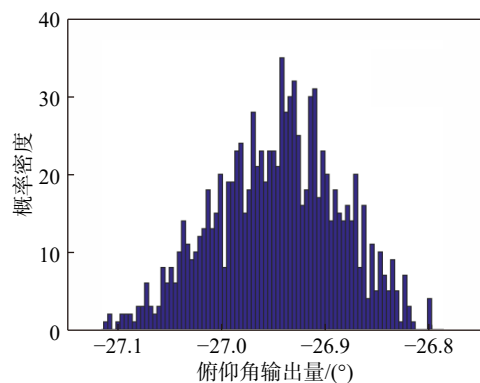
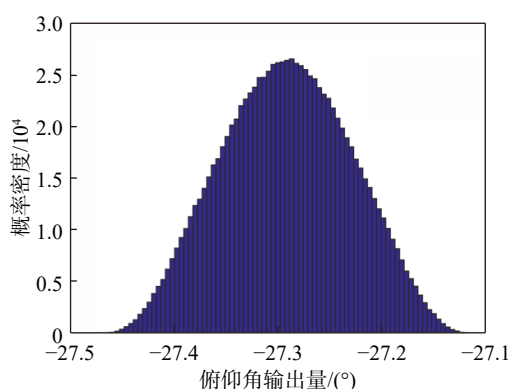
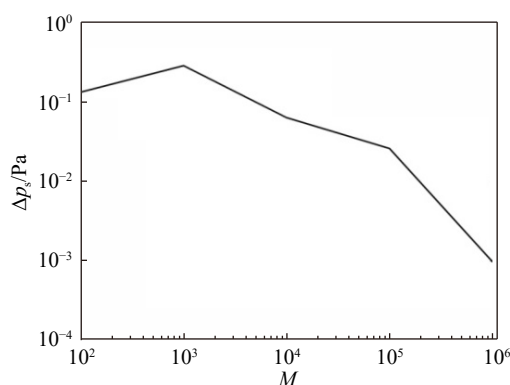
文献 [5] 研究表明, 速度梯度或压力梯度的存在会加大五孔压力探针的测量误差, 因此泄漏涡影响区、尾迹区由于存在较大的速度梯度、压力梯度, 不仅使这些区域的流场变得很复杂, 还会导致五孔探针测量这些区域流场参数时, 会面临测量精度较差的问题。另外此区域测量误差较大, 需要用相对误差来表示, 同时还存在着相对静压无法表示的困境; 但是用不确定度来评定可以避免相对静压无法表示的情况。

4 抽样数 M 影响分析

为研究抽样数 M 对 MCM 评定结果的影响, 分别取 $M=10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$ 进行计算。图 10 和图 11 为 $M=10^3, 10^6$ 时俯仰角 β 的概率分布。 $M=10^3$ 时, 分布的估计值 $y=-26.95$, 峰度和偏度分别为 $2.605 2$ 、 $-0.138 2$, 有明显左偏态; $M=10^6$ 时, 分布的峰度和偏度分别为 $2.436 2$ 、 $0.001 4$, 概率曲线平滑。可见, M 增加, 评估结果趋于稳定, 概率曲线趋于平滑, 可靠性增强。

图 12 为不同 M 下的静压 p_s 估计值之间的差值, M 增加 4 个量级, Δp_s 约减少 2 个量级, 可见随着 M 增加 Δp_s 减少量大约正比于 $1/\sqrt{M}$ 。另外, M 次计算中一次计算时间主要取决于校准和测量点的数量、数据处理方法、处理是否迭代、输出量个数以及电脑性能等。总时间基于单个评估的计算时间几乎是线性增加的, 所以 M 增加势必会增大时间成本。本文采用 $M=10^6$ 。



图 10 $M=10^3$ 下俯仰角的概率分布直方图Fig. 10 Probability distribution histogram of pitch angle at $M=10^3$ 图 11 $M=10^6$ 下俯仰角的概率分布直方图Fig. 11 Probability distribution histogram of pitch angle at $M=10^6$ 图 12 不同 M 下的 Δp_s Fig. 12 Δp_s at different M

5 结 论

通过利用 MCM 法对五孔探针的测量不确定度进行评定, 可得出以下结论:

1) MCM 没有对模型采用泰勒展开线性逼近, 不需显示的拟合函数, 可采用插值算法, 过程简单, 便于实现。对风洞实验某测量点的静压, MCM

提供的 95% 最短包含区间, 较 GUM 区间长度小 11.1%, 该差值占标准偏差的 33.3%, 其他参数也有类似结果。表明 MCM 评定结果更加准确。

2) 评定风洞流场实验某测量点静压的偏度为 0.000 7, 几乎接近正态分布, 存在轻微偏态并不完全对称, 表明利用 MCM 评估测量不确定度能考虑进复杂数据处理过程中非线性的影响。

3) MCM 评定栅后流场测量不确定度时, 发现各参数在叶顶靠近压力面的上部区域不确定度较大, 该区域是泄漏涡影响区域。

4) 应用 MCM 过程要仔细考虑数学模型 f 和抽样数 M 的选取。 M 增加, 评估结果趋于稳定, 可靠性增强, 但同时会增加时间成本, 必要时可采用自适应 MCM 选择 M 值。

参考文献:

- [1] MA Hongwei, ZHANG Jun, ZHANG Jinghui, et al. Experimental study of effects of grooved tip clearances on the flow field in a compressor cascade passage[J]. Journal of Turbomachinery, 2012, 134(5):051012.1-051012.12.
- [2] 林洪桦. 测量误差与不确定度评估[M]. 北京: 机械工业出版社, 2010.
- [3] 马宏伟, 贺象, 单晓明, 等. 一种测量跨声速多级压气机转子出口二维流场的方法[J]. 推进技术, 2013, 34(6): 754-759. MA Hongwei, HE Xiang, SHAN Xiaoming, et al. A method of measuring 2D flow-field at rotor exits of transonic multistage compressor[J]. Journal of Propulsion Technology, 2013, 34(6): 754-759. (in Chinese)
- [4] 李井洋, 马宏伟, 贺象. 楔顶双孔探针测量跨声速多级压气机转子出口三维动态流场的方法[J]. 航空动力学报, 2012, 27(10): 2262-2268. LI Jingyang, MA Hongwei, HE Xiang. Method of measuring 3-D unsteady flow at exits of transonic compressor rotor passages using a two-hole tip-wedge pressure probe[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(10): 2262-2268. (in Chinese)
- [5] 马宏伟, 蒋浩康. 速度梯度、近壁效应和 Re 数对压力探针测量误差的影响[J]. 航空动力学报, 1995, 10(4): 337-342. MA Hongwei, JIANG Haokang. Influence of velocity gradient, near-wall effect and Reynolds number on pressure probe measurement error[J]. Journal of Aerospace Power, 1995, 10(4): 337-342. (in Chinese)
- [6] GRIMSHAW S D, TAYLOR J V. Fast settling millimetre-scale five-hole probe[R]. XXIII Biannual Symposium on Measuring Techniques in Turbomachinery, 2016.
- [7] DÍAZ K M A, ORO J M F, MARIGORTA E B. Extended angular range of a three-hole cobra pressure probe for incompressible flow [J]. Journal of Fluids Engineering, 2008, 130(10): 1135-1150.
- [8] REICHERT B A, WENDT B J. A new algorithm for five-hole probe calibration, data reduction, and uncertainty analysis[R]. NASA TM-106458, 1994.
- [9] ANGELES H M, GONZÁLEZ A G. Evaluation of measurement uncertainty in analytical assays by means of Monte-Carlo simulation[J]. Talanta, 2004, 64(2): 415-422.
- [10] KREINOVICH V, KOSHELEVA O, POWNUK A, et al. How to

- take into account model inaccuracy when estimating the uncertainty of the result of data processing[R]. International Mechanical Engineering Congress and Exposition, IMECE2015-50339, 2015.
- [11] ZAKHAROV I P, VODOTYKA S V. Application of Monte Carlo simulation for the evaluation of measurements uncertainty[J]. Metrology and Measurement Systems, 2008, 15(1): 117-123.
- [12] 刘智敏. 用MC仿真计算不确定度[J]. 中国计量学院学报, 2005, 16(1): 1-7.
LIU Minzhi. Calculating uncertainty by MC simulation[J]. Journal of China Jiliang University, 2005, 16(1): 1-7. (in Chinese)
- [13] BIPM, IFCC, ISO, et al. Evaluation of measurement data: supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” propagation of distributions using a Monte Carlo method: JCGM 101:2008[S]. Geneva: International Organization for Standardization, 2008:10-20.
- [14] 中国计量大学, 中国计量科学研究院, 浙江省计量科学研究院. 测量不确定度评定和表示 补充文件1: 基于蒙特卡罗方法的分布传播: GB/T 27419-2018[S]. 北京: 中国标准出版社, 2018:22-26.
- [15] 北京理工大学, 中国计量科学研究院, 国家质检总局计量司. 用蒙特卡洛法评定测量不确定度: JJF1059.2-2012[S]. 北京: 中国质检出版社, 2013:1-11.
- [16] 周桃庚. 用蒙特卡洛法评定测量不确定度[M]. 北京: 中国质检出版社, 2013.
- [17] 陈怀艳. 基于蒙特卡罗法的测量不确定度评定[J]. 电子测量与仪器学报, 2011, 25(4): 301-308.
CHEN Huaiyan. Evaluation of measurement uncertainty based on Monte Carlo method[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2011, 25(4): 301-308. (in Chinese)
- [18] CROWDER S V, MOYER R D. A two-stage Monte Carlo approach to the expression of uncertainty with non-linear measurement equation and small sample size[J]. Metrologia, 2006, 43:34- 41.

(编辑: 陈 越)