

人为失谐改善叶盘气弹稳定性的机理分析

范雨^{1,2}, 刘鑫^{1,3}, 李琳^{1,2}, 余晓平⁴

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;

2. 北京航空航天大学 航空发动机结构强度北京市重点实验室, 北京 100191;

3. 内蒙古工业大学 航空学院, 呼和浩特 010051;

4. 中国航天科技集团公司 中国航天空气动力技术研究院, 北京 100074)

摘 要: 理解人为失谐提升叶盘气动弹性稳定性的机理, 有助于提高航空发动机叶盘的结构设计水平。首先, 通过将失谐叶盘的气弹耦合模态投影到谐调模态张成的线性空间中, 获得了以谐调叶盘气动阻尼比线性叠加表示的失谐叶盘气动阻尼比的解析表达式。从理论上证明了: 失谐气弹耦合模态振型中包含多个彼此独立的谐调叶盘模态振型的贡献; 气动阻尼比水平较高的谐调叶盘模态的参与提高了失谐叶盘的气弹稳定性。接着, 提出了失谐叶盘气弹稳定性的预测方法, 在计算过程中先分别分析失谐和气弹耦合的模态特性, 再相互结合预测失谐叶盘的气动阻尼比水平。该方法只需进行一次气弹耦合分析, 一是在实际设计中可降低对失谐设计叶盘气弹稳定性实验测量需求, 二是降低仿真过程中的计算量, 加快失谐模式寻优过程。最后, 采用具有 NASA-Rotor37 叶型的叶盘作为研究对象, 在多种失谐模式和失谐强度下验证了上述理论的正确性。结果表明: 解析表达式误差小于 0.1%; 预测方法对稳定边界有一定的高估且误差在 5% 以内, 对于总体影响规律的预测与精确解一致。

关 键 词: 叶盘; 人为失谐; 气弹稳定性; 模态投影; 定量分析

中图分类号: V232.4

文献标志码: A

Mechanism analysis for aero-elastic stability improvement of intentional mistuned bladed disk

FAN Yu^{1,2}, LIU Xin^{1,3}, LI Lin^{1,2}, YU Xiaoping⁴

(1. School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

2. Beijing Key Laboratory of Aero-Engine Structure and Strength,
Beihang University, Beijing 100191, China;

3. Aviation College, Inner Mongolia University of Technology, Huhehaote 010051, China;

4. China Academy of Aerospace Aerodynamics,
China Aerospace Science and Technology Corporation, Beijing 100074, China)

Abstract: By projecting the aero-elastic modes of the mistuned bladed disk to the modal space spanned by the tuned modes, a closed-form expression of the mistuned aerodynamic damping ratio as a linear superposition of the tuned damping was obtained. It was theoretically demonstrated that: a mistuned aero-elastic mode was constructed by several tuned and independent modes; and the contribution of the

收稿日期: 2022-04-29

基金项目: 国家科技重大专项(J2019-IV-0023-0091, J2019-IV-0005-0073); 航空科学基金(2019ZB051002); 先进航空动力创新工作站(HK-CX2020-02-013, HKCX2020-02-016, HKCX2022-01-009)

作者简介: 范雨(1987—), 男, 副教授、博士生导师, 博士, 主要从事结构振动抑制、结构健康监测等研究。

通信作者: 李琳(1956—), 女, 教授、博士生导师, 博士, 主要从事航空发动机结构振动分析及抑制等研究。E-mail: feililin@buaa.edu.cn

引用格式: 范雨, 刘鑫, 李琳, 等. 人为失谐改善叶盘气弹稳定性的机理分析[J]. 航空动力学报, 2022, 37(10): 2142-2156. FAN Yu, LIU Xin, LI Lin, et al. Mechanism analysis for aero-elastic stability improvement of intentional mistuned bladed disk[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(10): 2142-2156.

tuned modes with high aeroelastic damping can increase the aeroelastic damping of the mistuned mode. A method to predict the aerodynamic damping ratio of the mistuned bladed disk was proposed. It started with respective analysis of aero-elastic coupling and mistuning, and the aerodynamic damping ratio of the mistuned modes can be predicted. A single-time aeroelastic analysis was required for two significant benefits. One is reducing the experimental measurements and the other is decreasing the calculation cost to accelerate the optimization process of mistuning pattern. The bladed disk with NASA-Rotor37 blade profile was considered, and several typical mistuning patterns were applied with different levels of mistuning strength. Results showed that the closed-form expression had an error lower than 0.1%. The prediction method would overrate the stability boundary with error lower than 5%, so it is capable to capture the overall trends of the accurate results.

Keywords: bladed disk (bisk); intentional mistuning; aero-elastic stability; modal mapping; quantitative analysis

避免颤振是现代航空发动机核心部件——叶盘设计中的重要环节。叶盘在设计之初为循环周期结构(各个扇区具有相同的几何参数、材料特性),即谐调叶盘。但是由于难以避免的加工误差、装配误差以及使用磨损等因素,导致叶盘各个扇区之间出现微小差异,称为失谐。失谐的存在导致叶盘产生响应放大问题^[1],对叶盘使用寿命带来不利影响。但是研究^[2-3]中发现失谐有利于提升叶盘气弹稳定性。由于上述引起叶盘失谐的原因存在不可控以及随机的特性,因此研究人员提出人为地对叶盘引入失谐设计,从而在一定失谐水平下最大化失谐对叶盘气弹稳定性的提升效果。已有研究中采用加工凹槽^[4]、涂抹重漆^[5]以及叶尖附加质量^[6]的方式引入失谐设计。

失谐模式是指叶盘扇区间力学性能偏差的分布规律,该分布规律对提升叶盘气弹稳定性具有重要影响。目前工程中最常用的失谐模式为交替失谐^[1],即两种力学特性的叶片沿叶盘周向交替分布,研究中发现相比于随机进行叶片排列的方式,交替失谐设计对叶盘气弹稳定性提升的效果更为显著^[7-10]。此外,研究人员通过优化方法得到叶盘在特定工况下的最佳失谐设计^[11],但是对比交替失谐,优化得到的失谐模式对随机误差的敏感性较高,即额外误差的引入会明显降低其改善作用^[12],因此尚无定论何种失谐方式可以适用于多种工况。如果从单纯提升叶盘气弹稳定性考虑,交替失谐可能是较好的选择。但若同时考虑避免响应放大的问题,就需要通过优化方法得到兼顾提升气弹稳定性和抑制响应局部化的最佳失谐模式^[3,12-13]。在各种失谐模式中,谐波失谐已经得到一些研究人员的关注^[14-17],并且发现合理选择谐

波数可以更好地提升叶盘气弹稳定性。但是谐波失谐相对于交替失谐有更高的实现难度,因此有人^[18]提出利用机电耦合的方式实现目标形式的失谐模式,解决了最优失谐模式引入过程对高精度的要求。

为获得叶盘失谐与气弹稳定性边界之间的关系,研究人员提出在叶盘结构振动与非定常气动力之间建立线性动力学关系,目前最为成熟的模型为气动影响系数^[19],该方法被广泛采用在不同模型的气弹稳定性研究中,包括集总参数模型^[3,8-12],以及高保真叶盘模型^[14,20-22]。

针对失谐改善叶盘气弹稳定性机理问题,目前通常采用流体-机械单向耦合线性模型进行研究,即只考虑结构对流场的作用,并假定流场气动力对叶盘振动的影响可以忽略。在分析叶盘几何失谐对气弹稳定性作用的研究中,减缩模型^[21-23]得到了发展与应用。Panovsky 等^[24]利用 3 个流场通道分析叶盘气弹稳定性,并基于气动影响系数法提出稳定系数,该系数建立了叶片气弹稳定性的敏感性与设计参数之间的关系。研究发现叶片折合频率对叶片扭心位置的敏感性较高,因此提出通过控制叶片振型进行气弹稳定性设计的思路。在该研究中对失谐的影响并没有考虑。Campobasso 等^[25]基于渐进模型获得了集总参数模型的气动阻尼比结果,通过研究交替失谐与随机失谐的作用,发现失谐通过耦合谐调叶栅正交模态,达到提升叶片气弹稳定边界的作用。Martel 等^[20-22]基于渐进失谐模型(asymptotic mistuning model, AMM)方法,解释了叶盘最大气动阻尼比与最小气动阻尼比随失谐强度增大的变化的原因。

上述对失谐改善叶盘气弹稳定性机理的研究表明将失谐叶盘气弹耦合模态投影到谐调叶盘气弹耦合模态张成的空间中,可以获得不同谐调叶盘气弹耦合模态的贡献度,在此基础上可以定性解释失谐模式对叶盘气弹稳定性的改善作用。该思路已经在研究 [13-14] 中得到应用,但是该解释方法尚存在两方面不足:一方面,缺乏评估叶盘气动阻尼比的定量表达式,这导致上述定性解释的准确性难以保证;另一方面,无法在不考虑气弹力效果的基础上,仅利用失谐叶盘模态与谐调叶盘气弹耦合模态评估失谐叶盘气动阻尼比水平,也就是说无法在不引入气动弹性力的基础上,评估失谐模式对叶盘气动阻尼比的影响。

针对上述两方面不足,本文基于模态投影的思路,获得了失谐叶盘气动阻尼比与谐调叶盘气动阻尼比之间的定量表达式,并验证其正确性,得到了评估失谐模式改善效果的定量解释。进一步解耦失谐设计与气弹稳定性分析,提出了预估失谐叶盘气动阻尼比水平的方法,并进行验证。研究中采用的模型为叶型为 NASA-Rotor37 的叶盘,并在研究中考虑了谐波失谐,交替失谐,随机形式失谐等失谐方式。

1 叶盘气弹稳定性理论基础

1.1 叶片失谐的叶盘动力学

对于叶片失谐叶盘,在不考虑外部激振力与结构阻尼时,其动力学方程为

$$(\mathbf{M} + \Delta\mathbf{M})\ddot{\mathbf{x}} + (\mathbf{K} + \Delta\mathbf{K})\mathbf{x} = \mathbf{F}_a \quad (1)$$

式中 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{K}$ 分别为叶盘质量矩阵与刚度矩阵, $\Delta\mathbf{M}$ 、 $\Delta\mathbf{K}$ 为叶片失谐导致质量矩阵与刚度矩阵的变化, $\mathbf{F}_a$ 为叶片振动引起的非定常气动力, $\mathbf{x}$ 为叶盘位移向量。

为分析失谐对叶盘气弹稳定性的影响,采用基础失谐模型(fundamental mistuning model, FMM)^[26]对叶盘进行降阶,该方法针对叶盘以叶片振动主导的模态族,进行如下变换:

$$\mathbf{x} = \Psi \mathbf{q} \quad (2)$$

式中 Ψ 由谐调叶盘以叶片振动主导的模态族中的模态向量构成,其表示式为 $\Psi = [\varphi_1^1, \dots, \varphi_i^1, \dots, \varphi_N^1]$, φ_i^1 为谐调叶盘第 i 阶模态向量, $\mathbf{q}$ 为模态响应。由于叶盘以叶片振动主导的模态族中的模态有相近的频率,因此基于 FMM 方法,利用式(2)的变换关系,可以将叶片失谐引起的质量矩阵与刚度矩

阵的改变 $\Delta\mathbf{M}$ 、 $\Delta\mathbf{K}$ 写成如下形式:

$$\mathbf{R} = \Psi^T (\Delta\mathbf{K} - \omega^2 \Delta\mathbf{M}) \Psi \approx 2\omega_{\text{avg}}^2 \mathbf{\Omega} \quad (3)$$

式中 ω 为叶盘模态族的模态频率, ω_{avg} 为叶盘模态族中模态频率的均值, $\mathbf{\Omega}$ 表达式为

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \bar{\omega}_0 & \bar{\omega}_1 & \cdots & \bar{\omega}_{N-1} \\ \bar{\omega}_{N-1} & \bar{\omega}_0 & \cdots & \bar{\omega}_{N-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\omega}_1 & \bar{\omega}_2 & \cdots & \bar{\omega}_0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中 $\bar{\omega}_p (p = 0, 1, 2, \dots, N-1)$ 为

$$\bar{\omega}_p = \frac{1}{N} \sum_{s=0}^{N-1} e^{isp \frac{2\pi}{N}} \Delta\omega_b^{(s)} \quad (5)$$

$\Delta\omega_b^{(s)}$ 为叶盘上第 s 个扇区中叶片相对于谐调叶片时频率偏移量, N 为叶盘扇区数, i 为虚数单位。

将式(2)与式(3)代入式(1),则失谐叶盘在谐调叶盘模态族空间中的动力学方程为

$$[\mathbf{I} + \mathbf{R} - \lambda_j^m \mathbf{I}] \mathbf{z}_j = \hat{\mathbf{F}}_a \quad (6)$$

式中 对角矩阵 $\mathbf{I}$ 的对角线元素为谐调叶盘模态族中模态频率平方, $\mathbf{I}$ 为单位矩阵, 矩阵维度为 $N \times N$, 通过谐调叶盘有限元模型模态分析得到 $\mathbf{I}$ 中对角线元素。 $\hat{\mathbf{F}}_a$ 为非定常气动力 $\mathbf{F}_a$ 在模态空间中的投影, 投影关系为

$$\hat{\mathbf{F}}_a = \Psi^T \mathbf{F}_a \quad (7)$$

λ_j^m 为第 j 阶特征值, 第 j 阶模态向量 $\mathbf{z}_j$ 满足归一化条件

$$\mathbf{z}_j^H \mathbf{z}_j = 1 \quad (8)$$

式中 H 代表共轭转置。

1.2 气动影响系数法原理

对于由叶片振动引起的非定常气动力 $\mathbf{F}_a$, 采用气动影响系数法^[1]对其进行计算。气动影响系数法假设叶片振动与其引起的非定常气动力为线性关系, 而叶盘上任一叶片上所受非定常气动力是每个叶片振动引起的非定常气动载荷在其上的线性叠加。

根据气动影响系数法, 叶盘叶片在模态坐标系中的非定常气动力可以表示为

$$\hat{\mathbf{F}}_a = \Psi^T \mathbf{a} \Psi \mathbf{q} \quad (9)$$

式中 $\mathbf{a}$ 为对角阵, 对角元素 $a_i (i = 0, \dots, j, \dots, N-1)$ 对应谐调叶盘模态坐标系中节径数为 i 时的气动力影响系数。将 $\Psi^T \mathbf{a} \Psi$ 记为 $\mathbf{A}$, 矩阵 $\mathbf{A}$ 为如下形式:

$$A = \begin{bmatrix} A_0 & A_1 & \cdots & A_{N-1} \\ A_{N-1} & A_0 & \cdots & A_{N-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_1 & A_2 & \vdots & A_0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中 A_k ($k=0,1,2,\dots,N-1$)表示当参考叶片(0号叶片)振动时,在 k 号叶片上引起的非定常气动力。由此可以看出叶盘上每个叶片所受非定常气动力为每个叶片振动引起非定常气动力的求和结果。

将式(9)与式(10)代入式(6)可以得到失谐叶盘气弹耦合特征方程

$$[A + R - A - \lambda_i I]q_i = 0 \quad (11)$$

求解特征式(11)可以得到失谐叶盘第 i 阶复特征值 λ_i 和复特征向量 q_i 。特征向量满足归一化条件

$$q_i^H q_i = 1 \quad (12)$$

对应失谐叶盘第 i 阶模态频率为

$$\omega_i = \operatorname{Re}(\sqrt{\lambda_i}) \quad (13)$$

而失谐叶盘第 i 阶模态对应的气动阻尼比为

$$\xi_i = \frac{-\operatorname{Im}(\sqrt{\lambda_i})}{\operatorname{Re}(\sqrt{\lambda_i})} \quad (14)$$

式中 Re 表示实部, Im 表示虚部。

1.3 气动影响系数法线性化验证

气动影响系数法的原理可以参考文献[27],根据气动影响系数的原理,得到如图1所示的气动影响系数计算流程。对于叶片上所受非定常气动力需要采用流场非定常分析,并使用动网格技

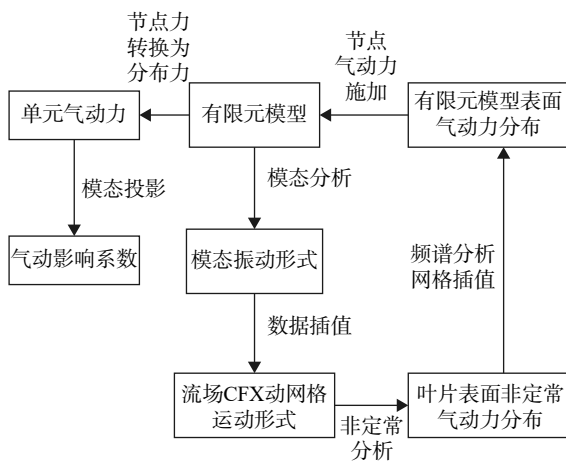


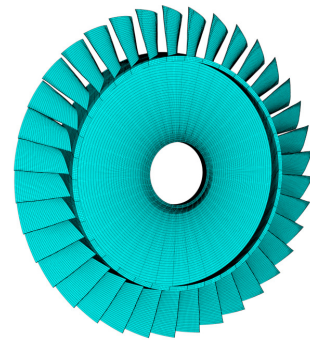
图1 气动影响系数计算流程

Fig. 1 Calculation process of aerodynamic influence coefficient

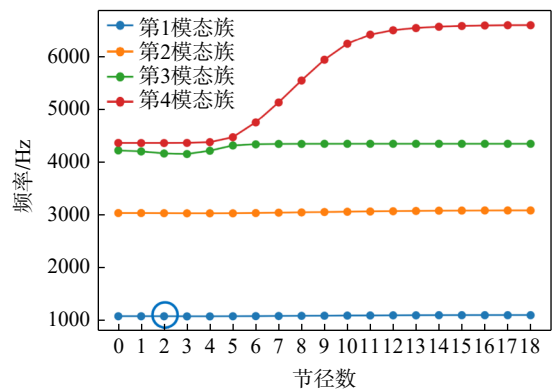
术。在流场计算中存在大量非线性因素,而振动叶片的最大振动幅值影响网格的变形量,进而对流场计算结果产生影响。对于失谐叶盘,存在模态局部化的现象,即特定叶片的模态振动幅值会超过谐调叶盘对应的模态振动幅值,同时部分叶片的模态振动幅值会低于谐调叶盘模态振动幅值。因此在研究失谐对叶盘气弹稳定性影响中,需要验证气动影响系数不受参考叶片振动幅值的影响,即参考叶片设定不同最大振动幅值时,计算得到的气动影响系数保持一致。

为验证气动影响系数线性化假设,采用如图2所示叶盘。叶盘材料弹性模量为 $E=280$ GPa,密度 $\rho=7\,800$ kg/m³,泊松比 $\mu=0.3$ 。叶盘的叶型为NASA-Rotor37,该叶盘具有36个扇区。根据图2(b)中叶盘频率节径信息,该叶盘第1模态族由叶片振动主导(如图3所示),该模态族中各模态具有相近的模态频率,此外该模态族与其他模态族距离较远,满足基础失谐模型法的应用条件。

根据气动影响系数计算方法,将该模态中叶片振型作为参考叶片的振动形式,如图4所示。叶片振型计算利用商用软件Ansys完成,计算中叶片根部固定,这是由于图3中叶盘变形主要发



(a) 有限元模型



(b) 频率节径图

图2 实体叶盘有限元模型

Fig. 2 Finite element model of blisk

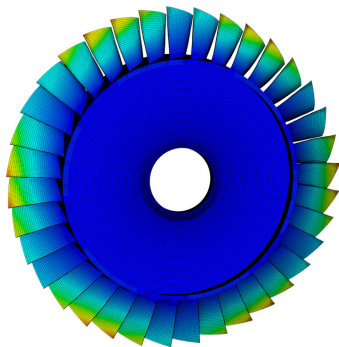


图 3 叶盘第 1 阶模态族二节径振型(图 2(b)蓝色圈出)

Fig. 3 Modal shape of the blisk 1st modal family with 2 nodal diameter (blue circled in Fig.2(b))

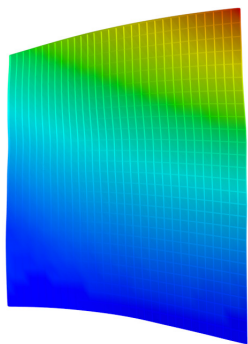


图 4 参考叶片振动形式

Fig. 4 Vibration form of the reference blade

生在叶片部分,轮盘变形可以忽略,因此可以单独对叶片进行模态分析获得其变形形式。在图 5 所示流场域中选择任一叶片作为参考叶片,计算过程中除参考叶片,其余叶片保持静止状态。在气动影响系数流场计算中,采用商用计算软件 Ansys CFX 完成,入口边界条件为总温总压入口边界条件,出口条件为静压出口,周向均匀轴向进气,参数如图 6 所示,参数参考文献 [28] 设置,叶盘转速设定为设计转速 1800 rad/s 。其余流场计算相关参数设定可以参考文献 [28]。

计算各叶片表面由于参考叶片振动引起的非定常气动力时,首先需要进行流场定常计算,采用上述所用流场边界条件,定常计算收敛后的结果作为非定常计算的初始条件。非定常计算采用时间积分法,并使用动网格技术,将参考叶片的每个振动周期划分为 64 个时间步,经过试算,确定参考叶片振动周期数大于 3 后,各叶片表面的非定常气动力变化呈稳定周期性,即计算结果收敛。进行气动影响系数计算时,使用叶片表面非定常气动力在参考叶片单个振动周期内的变化即可。在后续研究中,参考叶片最大振幅设置不同

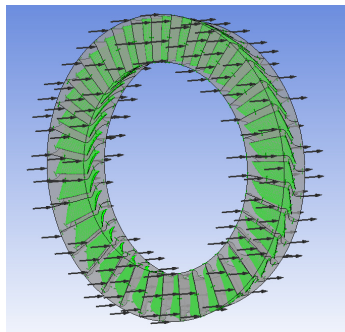
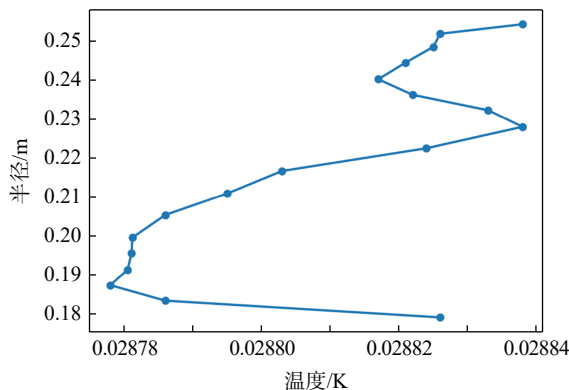
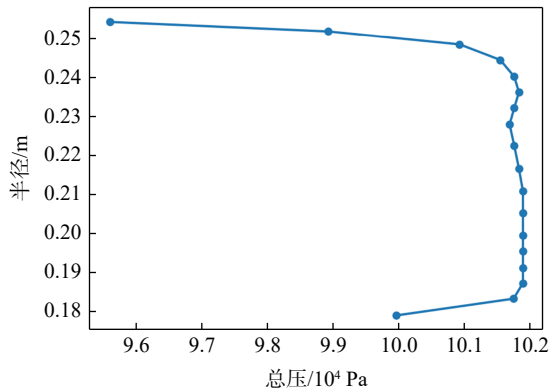


图 5 流场计算域

Fig. 5 Calculation domain of the flow field



(a) 入口总温分布



(b) 入口总压分布

图 6 流场入口边界条件

Fig. 6 Inlet condition of the flow field

值,验证气动影响系数法线性化假设。

在进行气动影响系数计算时,需要提取各叶片表面的非定常气动力。因此在流场非定常计算过程中,基于图 4 中有限元模型中网格节点位置,在流场网格中各叶片表面相同位置设置观测点,以记录非定常气动力。非定常计算结束后,提取各叶片上的观测点数据,获得参考叶片振动时非定常气动力。分析参考叶片振动在不同叶片上引起的非定常气动力特征时,提取不同叶片上相同位置观测点上的非定常气动力,为说明参考叶片

振动对不同叶片的影响的一般性,可以根据需要提取所需参考点位置,这里提取各叶片前缘中部位置观测点上的非定常气动力,如图 7 所示。图中叶片 1 表示参考叶片,叶片 2 与叶片 36 分别位于参考叶片两侧。由于叶型存在扭转,导致振动时对叶片两侧流场的作用效果不同,因此可以看到在距离参考叶片相同距离的叶片上的非定常气动力并不一致。此外随着与参考叶片距离的增大,叶片上非定常气动力幅值同时降低。

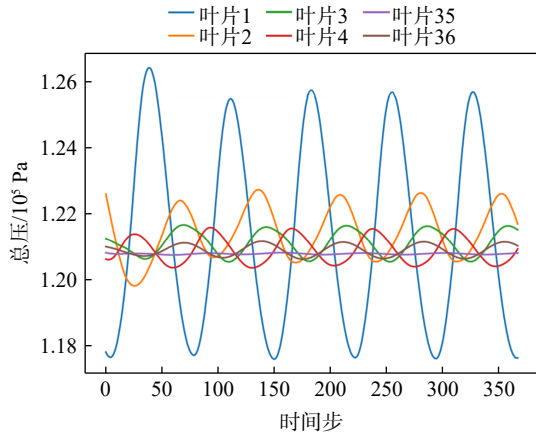


图 7 叶片网格节点非定常气动力

Fig. 7 Unsteady aerodynamic force on blade nodes

为验证气动影响系数的线性化假设,参考叶片最大振幅分别设为 1、0.2、0.5 mm。根据气动影响系数原理计算得到的结果为复数形式,为方便显示,这里直接对气动影响系数取模,结果如图 8 所示。可以看到当参考叶片最大振幅变化时,

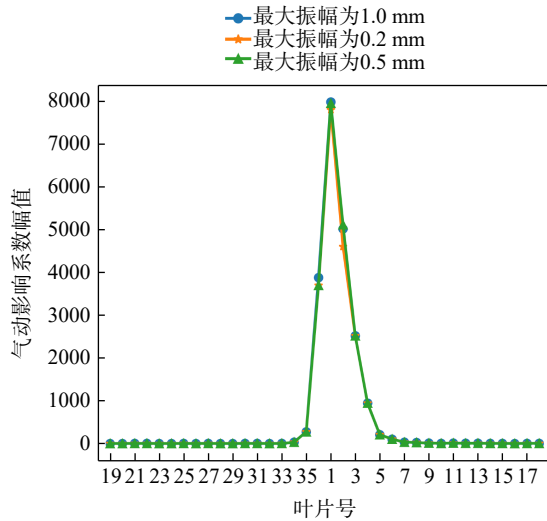


图 8 参考叶片不同振幅下气动影响系数幅值

Fig. 8 Amplitude of the aerodynamic influence coefficient with different maximum vibration amplitudes of the reference blade

计算得到的气动影响系数基本一致,由此可以证明非定常气动力与叶片振幅呈线性关系,在研究失谐对叶盘气弹稳定性影响时,不需要针对每个失谐叶盘中不同振幅的叶片进行气动影响系数重新计算,只需对谐调叶盘的气动影响系数计算即可满足后续对失谐叶盘气弹稳定性分析的需要。

2 人为失谐改善叶盘气弹稳定性机理

2.1 机理推导

叶盘的气弹稳定性一般是由最小的模态气动阻尼比所决定。已有的研究表明,叶盘失谐使原本互相独立的谐调叶盘模态具有了耦合关系,通过气动阻尼比水平较高模态的参与提高气弹稳定性较差模态的气动阻尼比水平。这一研究结论定性解释了失谐可以改善叶盘气动阻尼比的原因。但由于已有的研究尚不足以在失谐叶盘模态的耦合关系与气动阻尼比的改变之间建立直接联系,因而不能定量解释失谐模式与叶盘气动阻尼比提升水平的关系。为获得失谐模式对叶盘气动阻尼比提升的定量解释,首先需要建立失谐叶盘与谐调叶盘模态气动阻尼比之间的联系。

对于谐调叶盘,其气弹耦合方程为

$$[\mathbf{A} - \mathbf{A} - \lambda_j^t \mathbf{I}] \mathbf{y}_j = 0 \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (15)$$

通过求解谐调叶盘的气弹耦合式(15),可以获得谐调叶盘的气弹耦合特征值 λ_j^t 与气弹耦合模态向量 $\mathbf{y}_j$ 。模态向量 $\mathbf{y}_j$ 满足归一化条件

$$\mathbf{y}_j^H \mathbf{y}_j = 1 \quad (16)$$

而对于失谐叶盘气弹耦合特征式(11)的求解可以得到对应的气弹耦合特征值 λ_i 与模态向量 $\mathbf{q}_i$ 。根据谐调叶盘模态向量之间的线性无关性,可以将失谐叶盘气弹耦合模态向量 $\mathbf{q}_i$ 利用谐调叶盘气弹耦合模态向量 $\mathbf{y}_j$ 线性表示:

$$\mathbf{q}_i = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_j, \dots, \mathbf{y}_N] \begin{bmatrix} \beta_{i1} \\ \beta_{i2} \\ \vdots \\ \beta_{ij} \\ \vdots \\ \beta_{iN} \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^N \mathbf{y}_j \beta_{ij} \quad (17)$$

式中 β_{ij} 为谐调叶盘气弹耦合模态向量 $\mathbf{y}_j$ 表示失谐叶盘气弹耦合模态向量 $\mathbf{q}_i$ 时的权重系数。

将模态向量 $\mathbf{q}_i$ 代入式(11)中,并左乘模态向量 $\mathbf{q}_i$ 的共轭转置向量 $\mathbf{q}_i^H$,根据模态向量 $\mathbf{q}_i$ 的归一

化条件式(12), 失谐叶盘气弹耦合特征方程可以写成

$$\mathbf{q}_i^H (\mathbf{A} + \mathbf{R} - \mathbf{A}) \mathbf{q}_i = \lambda_i \quad (18)$$

由于失谐是叶片在质量、刚度上的微小变化, 因此失谐矩阵 $\mathbf{R}$ 中的值相对于叶盘整体刚度阵 $\mathbf{A}$ 为小量, 式(18)可以做如下近似:

$$\mathbf{q}_i^H (\mathbf{A} - \mathbf{A}) \mathbf{q}_i \approx \lambda_i \quad (19)$$

将式(17)代入式(19), 可以得到

$$\mathbf{\beta}^H \mathbf{Y}^H (\mathbf{A} - \mathbf{A}) \mathbf{Y} \mathbf{\beta} \approx \lambda_i \quad (20)$$

式中

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_j, \dots, \mathbf{y}_N] \\ \mathbf{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_{i1} \\ \beta_{i2} \\ \vdots \\ \beta_{ij} \\ \vdots \\ \beta_{iN} \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (21)$$

由于谐调叶盘模态向量 $\mathbf{y}_j$ 满足条件

$$\mathbf{y}_j^H (\mathbf{A} - \mathbf{A}) \mathbf{y}_j = \lambda_j^t \quad j = 1, 2, 3, \dots, N \quad (22)$$

因此式(20)可以写成如下形式:

$$[\beta_{i1}^*, \dots, \beta_{ij}^*, \dots, \beta_{iN}^*] \begin{bmatrix} \lambda_1^t & & & \\ & \ddots & & \\ & & \lambda_j^t & \\ & & & \ddots \\ & & & & \lambda_N^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{i1} \\ \vdots \\ \beta_{ij} \\ \vdots \\ \beta_{iN} \end{bmatrix} \approx \lambda_i \quad (23)$$

式中 β_{ij}^* 为 β_{ij} 的共轭, 因此失谐叶盘气弹耦合特征值 λ_i 可以表示为如下形式:

$$\lambda_i \approx \sum_{j=1}^N \lambda_j^t |\beta_{ij}|^2 \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (24)$$

由此通过失谐叶盘气弹耦合模态与谐调叶盘气弹耦合模态之间的关系(式(17)), 建立失谐叶盘气弹耦合特征值与谐调叶盘气弹耦合特征值之间的线性关系, 并且权重系数保持一致。

将式(17)代入失谐叶盘模态向量 $\mathbf{q}_i$ 归一化条件式(12), 可以得到

$$\mathbf{\beta}^H \mathbf{Y}^H \mathbf{Y} \mathbf{\beta} = 1 \quad (25)$$

根据谐调叶盘模态向量归一化条件式(16), 可以得到

$$\sum_{j=1}^N |\beta_{ij}|^2 = 1 \quad (26)$$

式(24)计算得到的失谐叶盘气弹耦合特征值为复数形式, 根据已有研究^[13,15], 该特征值实部远远大于其虚部, 因此可以做如下近似:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\sqrt{\lambda}) &\approx \sqrt{\operatorname{Re}(\lambda)} \\ \operatorname{Im}(\sqrt{\lambda}) &\approx \frac{\operatorname{Im}(\lambda)}{2\sqrt{\operatorname{Re}(\lambda)}} \end{aligned} \quad (27)$$

根据叶盘气动阻尼比计算式(14), 气动阻尼比 ξ 有如下近似表达式:

$$\xi = -\frac{\operatorname{Im}(\sqrt{\lambda})}{\operatorname{Re}(\sqrt{\lambda})} \approx -\frac{\operatorname{Im}(\lambda)}{2\operatorname{Re}(\lambda)} \quad (28)$$

将式(24)代入式(14), 可以得到关于特征值 λ_i 的失谐叶盘第 i 阶气动阻尼比 ξ_i 的近似表达式如下:

$$\xi_i \approx -\frac{\operatorname{Im}(\lambda_i)}{2\operatorname{Re}(\lambda_i)} = \sum_{j=1}^N \left[\frac{\operatorname{Re}(\lambda_j^t)}{\operatorname{Re}(\lambda_i)} \xi_j^t |\beta_{ij}|^2 \right] \quad (29)$$

式中 ξ_j^t 为谐调叶盘第 j 阶气动阻尼比, 其计算式为

$$\xi_j^t = -\frac{\operatorname{Im}(\sqrt{\lambda_j^t})}{\operatorname{Re}(\sqrt{\lambda_j^t})} \approx -\frac{\operatorname{Im}(\lambda_j^t)}{2\operatorname{Re}(\lambda_j^t)} \quad (30)$$

通常, 较小的失谐水平不会引起叶盘模态频率的较大偏移, 因此谐调叶片模态频率 $\operatorname{Re}(\sqrt{\lambda_j^t})$ 可以近似等于失谐叶片模态频率 $\operatorname{Re}(\sqrt{\lambda_i})$, 式(30)可以写成如下形式:

$$\xi_i \approx \sum_{j=1}^N (\xi_j^t |\beta_{ij}|^2) \quad (31)$$

式(31)说明失谐叶盘气动阻尼比可以近似表示为谐调叶盘气弹气动阻尼比的线性组合, 由于式(31)是对失谐叶盘气动阻尼比的近似表示, 在利用其对失谐改善气弹稳定性机理进行解释前, 其准确性首先需要通过与直接求解失谐叶盘气弹耦合特征方程得到的气动阻尼比进行对比验证。

2.2 数值计算结果

为验证式(31)的准确性, 将图2所示叶盘第1模态族的气弹稳定性分析作为算例, 采用2.1小节计算得到的气动影响系数, 计算得到谐调叶盘一弯模态族气动阻尼比分布情况, 结果如图9所示。根据气动阻尼比分布可以看到当前流场条件下, 叶盘部分模态对应的气动阻尼比为负, 即存

在气弹失稳现象。

由于这里的研究目的在于说明失谐改善叶盘气弹稳定性机理的正确性, 因此主要考虑谐波形式人为失谐引入叶盘后, 叶盘气动阻尼比的改变情况。谐波形式的人为失谐可以用下式表示:

$$\Delta\omega_b^j = A\cos\left(\frac{N}{2\pi}hj\right) \quad (32)$$

式中 N 为叶盘结构所具有的扇区数; $j=1, 2, \dots, N$ 为叶盘的扇区编号; h 为人为失谐谐波数, 代表沿着叶盘周向失谐谐波重复的次数; A 代表人为失谐最大频率偏移量(也称为人为失谐强度), 在研究中人为失谐最大频率偏移量设定为 1%。

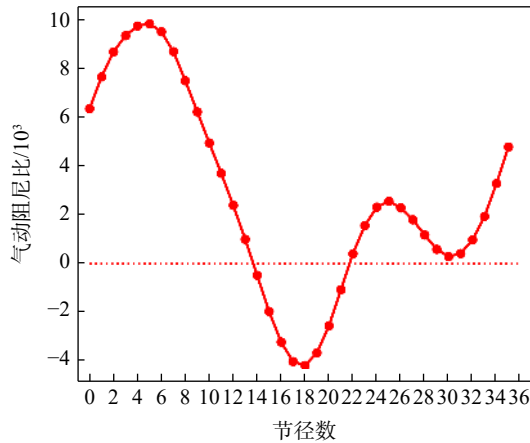


图 9 谐调叶盘一弯模态族气动阻尼比分布

Fig. 9 Distribution of the aerodynamic damping ratio of the tuned blisk with blade 1st bending deformation

从图 9 可以看出, 谐调叶盘节径数为 6 时对应的气动阻尼比水平较高, 而节径数为 18 时, 叶盘气弹稳定性最差。这里将谐波数为 6 以及谐波数为 18 的人为失谐引入叶盘, 这两种人为失谐形式如图 10 所示。当人为失谐谐波数为 18, 即为交替失谐形式。

将上述两种人为失谐形式分别引入叶盘, 按基础失谐模型法与气动影响系数法计算失谐叶盘气弹耦合模态以及气弹耦合模态频率, 在此基础上分别计算对应的气动阻尼比分布; 然后将结果与根据式(11)计算得到的两种失谐模式下失谐叶盘近似气动阻尼比值(以下称为“准确值”)对比, 结果分别如图 11 与图 12 所示。

两图中失谐叶盘气动阻尼比的数值模拟结果与用式(31)近似得到的结果一致, 这说明将失谐叶盘气弹耦合模态表示为谐调叶盘气弹耦合模态的线性叠加后, 利用得到的气弹耦合模态对谐调

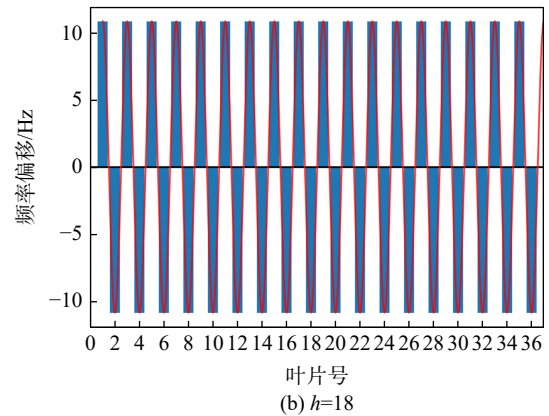
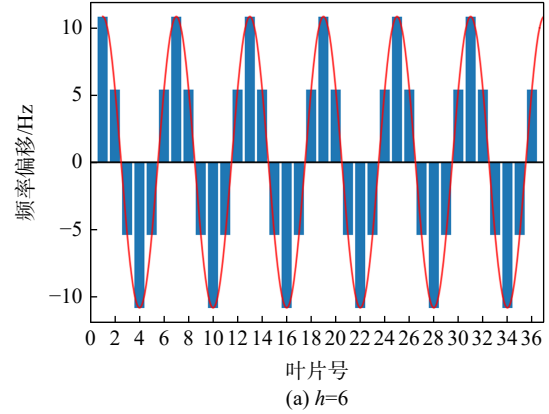


图 10 谐波人为失谐形式

Fig. 10 Harmonic intentional mistuning form

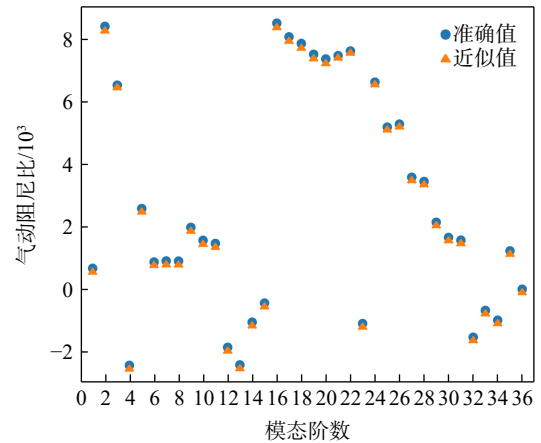


图 11 气动阻尼比准确值与近似值对比($h=6$)

Fig. 11 Comparison between the reference value and the approximate value of the aerodynamic damping ratio ($h=6$)

叶盘动力学矩阵进行解耦, 可以得到失谐叶盘气动阻尼比近似值, 这一近似值与用数值模拟获得的失谐叶盘气动阻尼比之间误差可以忽略。

对于叶盘结构的气弹稳定性, 其最小气动阻尼比水平决定了叶盘的气弹稳定边界点, 因此准确获取叶盘最小气动阻尼比是判断叶盘气弹稳定

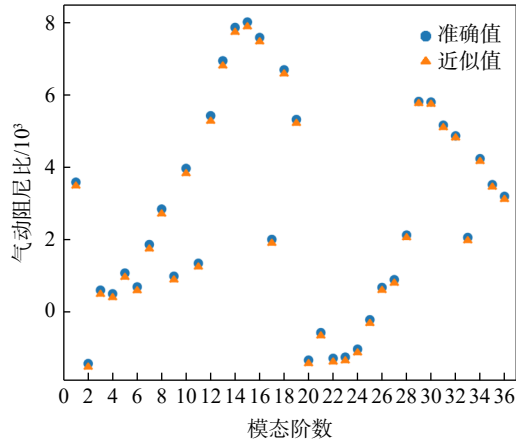
图 12 气动阻尼比准确值与近似值对比($h=18$)

Fig. 12 Comparison between the reference value and the approximate value of the aerodynamic damping ratio ($h=18$)

性的关键。为验证式(31)在判断叶盘最小气动阻尼水平时的准确性,进一步将不同谐波数人为失谐分别引入叶盘,计算并提取相应失谐叶盘最小气动阻尼比,将得到的气动阻尼比与利用式(31)计算得到的叶盘近似气动阻尼比做比较,结果如图 13 所示。对于失谐谐波数为 0~18,人为失谐叶盘最小气动阻尼比准确值与近似值基本相等,说明对于不同人为失谐叶盘,式(31)计算得到准确的近似结果。最小气动阻尼比分布趋势与图 9 中谐调叶盘节径数为 0~17 对应的气动阻尼比分布规律类似,但是对于交替失谐(谐波数为 18)的

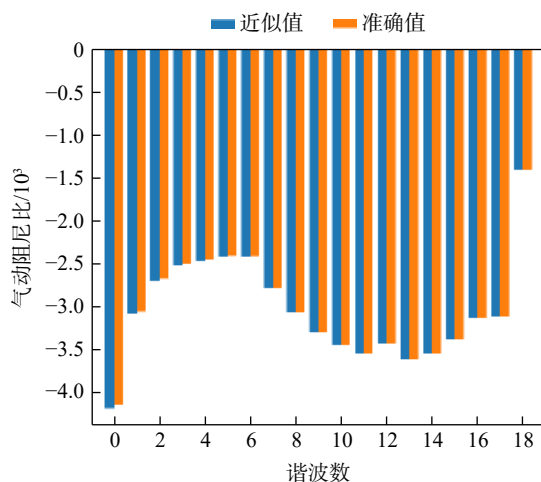


图 13 不同谐波人为失谐叶盘最小气动阻尼比准确值与近似值对比

Fig. 13 Comparison between the reference value and the approximate value of the minimum aerodynamic damping ratio of the harmonic intentional mistuned blisk with different orders

人为失谐形式,其最小气动阻尼比水平高于其他类型人为失谐形式。

由于人为失谐不限于谐波形式,因此为验证式(31)的一般性,采用随机生成的方式得到不同的人为失谐形式。将这些人人为失谐形式引入叶盘,并将人为失谐叶盘精确计算(求解特征式(11))得到的最小气动阻尼比与利用式(31)计算得到的结果进行对比。假设随机方式生成的人为失谐形式服从正态分布,并且每组人为失谐量的均值为 0,失谐量的标准差为人为失谐强度。给定人为失谐强度为 0.8%,生成 200 组人为失谐形式,进而得到 200 组人为失谐叶盘气动阻尼比分布。提取每个人为失谐叶盘气动阻尼比最小值,分析最小值的分布情况,并与式(31)计算得到的最小气动阻尼比分布对比,结果如图 14 所示。图中显示两种计算方法得到多组人为失谐叶盘的最小气动阻尼比分布类似,对横坐标数据的读取可以发现,两种方法计算得到的最小气动阻尼比均值水平接近,该结果从统计分布方面证明了式(31)的正确性。

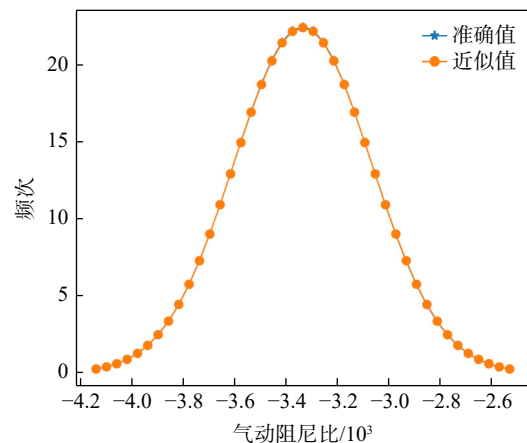


图 14 失谐强度为 0.8% 的叶盘最小气动阻尼比分布(准确值与近似值对比)

Fig. 14 Distribution of the minimum aerodynamic damping ratio of the mistuned blisk with 0.8% mistuning level (comparison between the reference values and the approximate values)

虽然图 14 中的结果验证了多组人为失谐叶盘最小气动阻尼比统计分布规律,但是对于单个叶盘对应的最小气动阻尼比,并没有给出两种计算结果具体值的对比。因此图 15 将 30 个不同人为失谐叶盘通过两种方式计算得到最小气动阻尼比的具体值进行对比,进一步证明了式(31)适用于任意人为失谐形式的叶盘。

于是可以利用式(31)分析不同人为失谐形式

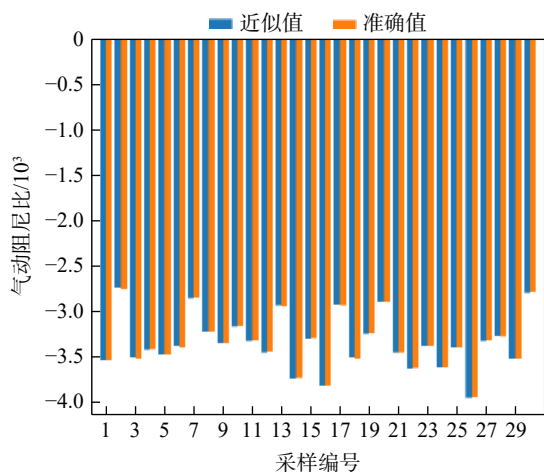


图 15 失谐强度为 0.8% 的叶盘最小气动阻尼比具体值
(准确值与近似值对比)

Fig. 15 Values of the minimum aerodynamic damping ratio of the mistuned blisk with 0.8% mistuning level (comparison between the reference values and the approximate values)

改善叶盘气弹稳定性效果差异的原因。对比图 11 与图 12 可以发现, 谐波数为 6 的人为失谐叶盘最小气动阻尼比水平低于谐波数为 18 的人为失谐叶盘最小气动阻尼比水平, 这也说明不同人为失谐改善叶盘气弹稳定性的差异。为定量解释这两种人为失谐改善叶盘气弹稳定性效果的差异, 利用式(31)计算得到不同谐调叶盘气弹耦合模态对失谐叶盘最小气动阻尼比的贡献度, 结果如图 16 所示。两种失谐模式下, 对失谐叶盘最小气动阻尼比贡献度最大的谐调叶盘模态为模态 19, 其贡献度水平超过 0.8。但是当人为失谐谐波数为 6 时, 对失谐叶盘最小气动阻尼比有明显贡献度的谐调叶盘模态对应的气动阻尼比水平都接近 0 (通过图 9 谐调叶盘气动阻尼比分布)。作为对比, 当人为失谐谐波数为 18 时, 对失谐叶盘最小气动阻尼比有明显贡献度的谐调叶盘模态为模态 1, 而谐调叶盘模态 1 对应的气动阻尼比水平较高, 接近谐调叶盘最高水平。

相比于谐波数为 18 的人为失谐, 谐波数为 6 的人为失谐叶盘最小气动阻尼比虽然有多多个谐调叶盘气弹耦合模态共同作用, 但是这些有明显贡献的谐调模态对应的气动阻尼比水平并不高。而谐波数为 18 的人为失谐叶盘最小气动阻尼比只有两个谐调叶盘气弹耦合模态作用, 但是起主要作用的谐调叶盘模态 1 对应的气动阻尼比水平远高于谐波数为 6 的人为失谐所耦合的谐调叶盘气弹耦合模态对应的气动阻尼比水平。由此得出结

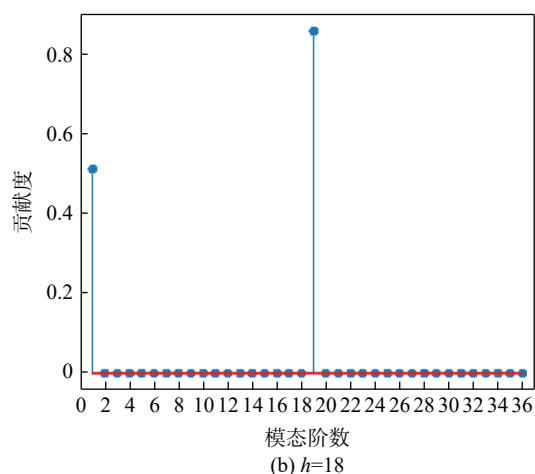
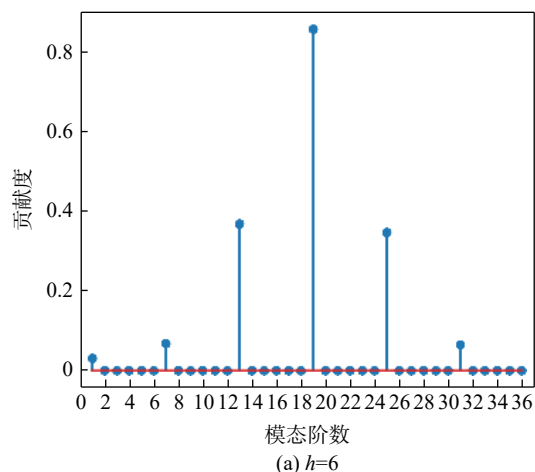


图 16 谐调叶盘模态对人为失谐叶盘最小气动阻尼比贡献度
Fig. 16 Contributions of the tuned blisk modes to the minimum aerodynamic damping ratio of the intentional mistuned blisk

论, 当失谐模式使气动阻尼比水平较高的谐调叶盘气弹耦合模态与气弹稳定性较差的模态发生耦合时, 就可以使气弹稳定性较差的模态对应的气动阻尼比得到提升; 而如果人为失谐模式是使多个气动阻尼比水平较低的谐调叶盘模态发生耦合, 由于缺少高气动阻尼比模态的贡献, 则该失谐模式不能使叶盘气弹稳定性得到有效改善。

根据式(26)中谐调叶盘气动阻尼比权重系数模的和为 1 这个条件, 可以分析得到如下失谐改善叶盘气弹稳定性的规律:

1) 失谐不会提升叶盘最大的模态气动阻尼比水平。根据式(26)与式(31), 只有当失谐叶盘气动阻尼比最大的模态只由谐调叶盘最大气动阻尼比模态构成时, 即谐调叶盘最大气动阻尼比对应模态的贡献度为 1, 其他模态没有贡献时, 该失谐叶盘模态对应的气动阻尼比能达到最高水平 (谐调叶盘最高气动阻尼比水平)。当失谐强度增大时, 不同谐调叶盘气弹模态之间的耦合强度增

大,即失谐叶盘模态由多个谐调叶盘气弹模态线性叠加,此时对应的气动阻尼比也是多个谐调叶盘气动阻尼比线性叠加的结果,导致失谐叶盘最大气动阻尼比与谐调叶盘最大气动阻尼比之间的差距增大。

2) 失谐不会降低叶盘最小的模态气动阻尼比水平。由于失谐会引起谐调叶盘气弹模态之间的耦合,因此失谐叶盘最小气动阻尼比对应的模态由多个谐调叶盘气弹耦合模态构成,在这些模态中,除谐调叶盘气动阻尼比最小的气弹模态外,其他模态对应的气动阻尼比均高于谐调叶盘最低气动阻尼比水平,根据式(31),失谐叶盘最小气动阻尼比水平总是高于谐调叶盘最低气动阻尼比水平,即失谐一定有利于提升叶盘气动阻尼比。当失谐强度增大时,引起的谐调叶盘气弹模态耦合程度增强,即多个谐调叶盘气弹模态线性叠加得到失谐叶盘最小气动阻尼比对应的模态,此时失谐叶盘最小气动阻尼比与谐调叶盘最小气动阻尼比的差值逐步增大。

上述规律利用式(26)与式(31)分析得到,即从理论层面证实了文献[3,13-15]通过对数值仿真结果分析得到的个例结果,使得失谐改善叶盘气弹稳定性的原理具有了一般性。

3 通过失谐叶盘模态预测气弹稳定性的可行性

以上研究中,通过建立失谐叶盘气弹耦合模态与谐调叶盘气弹耦合模态之间的关系,得到不同谐调叶盘气弹耦合模态对失谐叶盘气动阻尼比的贡献度,利用贡献度的不同,定量解释了不同失谐模式对叶盘气弹稳定性改善效果的区别。这一机理为评估人为失谐模式的优劣提供了理论依据。但是如何得到使谐调叶盘大气动阻尼比模态对失谐叶盘最小气动阻尼比具有较大贡献度,即能够提升其最小气动阻尼比的失谐模式呢?最直接的方法就是分别对每一种失谐叶盘气弹耦合特征方程进行求解,获得对应的气弹耦合模态以及特征值,进而求得对应每一个模态的气动阻尼比、从中找到该种失谐模式下的叶盘最小模态气动阻尼比;再将每一种失谐模式下的最小模态气动阻尼比与谐调叶盘的最小模态气动阻尼比对比,即可发现使最小模态气动阻尼比提升最大的失谐模式。或者,通过对不同失谐叶盘进行气弹稳定性测试实验来确定最佳失谐模式。不难理解,无论

哪条路径,其成本及难度在实际中都是难以实现的。为解决上述问题,以下研究提出一个基于失谐叶盘的结构模态(不考虑气动力的影响)与谐调叶盘气弹耦合模态之间的关系预测失谐叶盘最小气动阻尼比的方法。该方法省去了为每一种失谐模式计算失谐叶盘的每一阶气弹耦合模态的海量计算,为评估人为失谐模式提供一个方便快捷的方法。

3.1 预测方法

对于失谐叶盘,不考虑气动力影响时的特征方程为

$$[\mathbf{A} + \mathbf{R} - \lambda_k^m \mathbf{I}] \mathbf{z}_k = \mathbf{0} \quad k = 1, 3, \dots, N \quad (33)$$

求解特征方程式(33)即可获得失谐叶盘第 k 阶结构振动模态向量 $\mathbf{z}_k$ 以及特征值 λ_k^m 。将第 k 阶失谐叶盘模态 $\mathbf{z}_k$ 用谐调叶盘气弹耦合模态线性表示,可以得到

$$\mathbf{z}_k = \sum_{i=1}^N \alpha_{ki} \mathbf{y}_i \quad (34)$$

式中 α 为各谐调叶盘气弹耦合模态权重系数,模态 $\mathbf{z}_k$ 满足归一化条件

$$\mathbf{z}_k^H \mathbf{z}_k = 1 \quad (35)$$

对式(33)左乘模态向量 $\mathbf{z}_k^H$,可以得到

$$\mathbf{z}_k^H \mathbf{A} \mathbf{z}_k + \mathbf{z}_k^H \mathbf{R} \mathbf{z}_k = \lambda_k^m \quad (36)$$

引入气动影响系数矩阵 $\mathbf{A}$,由于非定常气动力对叶片刚度影响很小,其主要作用是非定常气动力的阻尼效果,因此则式(36)可以写为

$$\mathbf{z}_k^H (\mathbf{A} - \mathbf{A}) \mathbf{z}_k + \mathbf{z}_k^H \mathbf{R} \mathbf{z}_k = \lambda_k^{m*} \quad (37)$$

特征值 λ_k^{m*} 与 λ_k^m 相比,引入了非定常气动力引起的阻尼效果。由于失谐为小量,因此式(37)可以近似为

$$\mathbf{z}_k^H (\mathbf{A} - \mathbf{A}) \mathbf{z}_k \approx \lambda_k^{m*} \quad (38)$$

谐调叶盘气弹耦合模态满足条件式(22),因此式(38)右端特征值 λ_k^{m*} 可以表示为如下形式:

$$[\alpha_{k1}^*, \dots, \alpha_{kj}^*, \dots, \alpha_{kN}^*] \begin{bmatrix} \lambda_1^t & & & \\ & \ddots & & \\ & & \lambda_j^t & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \lambda_N^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{k1} \\ \vdots \\ \alpha_{kj} \\ \vdots \\ \alpha_{kN} \end{bmatrix} \approx \lambda_k^{m*} \quad (39)$$

于是失谐叶盘考虑非定常气动力影响时特征值 λ_k^{m*} 可以表示为

$$\lambda_k^{m*} \approx \sum_{j=1}^N \lambda_j^l |a_{kj}|^2 \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (40)$$

采用式(27)以及叶盘气动阻尼比的计算式(14), 可以得到失谐叶盘近似气动阻尼比表达式为

$$\xi_k^{m*} \approx -\frac{\text{Im}(\lambda_k^{m*})}{2\text{Re}(\lambda_k^{m*})} = \sum_{j=1}^N \left[\frac{\text{Re}(\lambda_j^l)}{\text{Re}(\lambda_k^{m*})} \xi_j^l |a_{ij}|^2 \right] \quad (41)$$

由于失谐引起的叶片频率偏移相比谐调叶片的模态频率可以忽略, 即 $\text{Re}(\sqrt{\lambda_j^l}) \approx \text{Re}(\sqrt{\lambda_k^{m*}})$, 因此式(41)可以写为

$$\xi_k^{m*} \approx \sum_{j=1}^N [\xi_j^l |a_{ij}|^2] \quad (42)$$

当用式(42)给出的失谐叶盘最小气动阻尼比与准确值相差不大时, 就可以通过该式预测不同失谐模式对叶盘气弹稳定性的改善效果。注意式(42)预测失谐叶盘模态气动阻尼比时, 不需要对失谐叶盘气弹耦合模态进行求解。因此在对比不同失谐模式改善叶盘气弹稳定性的效果时, 省去了对每一种不同失谐模式叶盘进行气弹耦合模态分析的海量计算。接下来通过数值计算验证式(42)的可行性。

3.2 数值验证

首先基于气动影响系数法分别对各谐波人为失谐叶盘最小气动阻尼比作数值模拟, 设定人为失谐最大频率偏移比例均取为 1%, 人为失谐谐波数分别取为 0~18。在以下分析中把如此计算得到的各失谐叶盘最小气动阻尼比称为“准确值”。然后利用式(42)得到各谐波人为失谐叶盘最小气动阻尼比的预测值, 对比各失谐叶盘最小气动阻尼比准确值与预测值, 结果如图 17 所示。对比发现, 除了人为失谐谐波数为 18 的情况, 人为失谐叶盘最小气动阻尼比预测值与准确值之间差异很小, 并且预测值与准确值的变化趋势一致。

通过图 17 的结果可以看出, 基于式(42)对单谐波人为失谐叶盘气弹稳定性预测时, 对于谐波数为 0~17 的失谐模式, 预测得到的最小模态气动阻尼比与“准确值”相近。谐波数为 18 的人为失谐叶盘气弹边界预测结果虽然偏差较大, 但是没有高估该失谐模式下气弹稳定性, 即在指定叶盘工作条件下, 利用预测得到的叶盘气弹稳定边界不会出现失稳现象。

随机失谐在叶盘中不可避免, 但是随机失谐

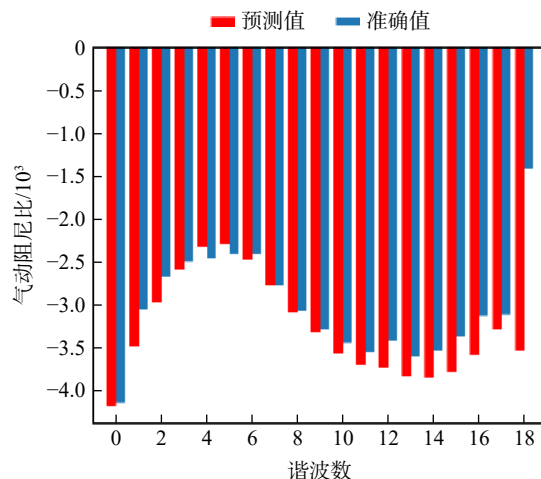
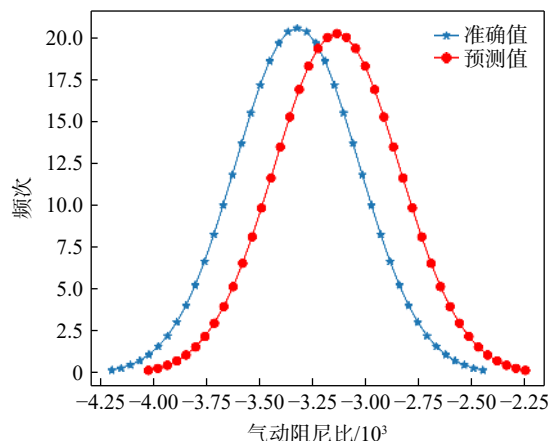


图 17 不同谐波人为失谐叶盘最小气动阻尼比预测值与准确值对比

Fig. 17 Comparison between the predicted minimum aerodynamic damping ratio and the reference minimum aerodynamic damping ratio of the different orders harmonic intentional mistuned blisk

模式难以获取, 因此难以直接评估随机失谐叶盘的气弹稳定边界。注意到在推导式(42)时, 并没有限制失谐模式, 因此基于该式应该也可以评估随机失谐叶盘的气弹稳定性。

对随机失谐采用两种随机失谐强度 0.8% 与 2%, 并进行 200 次抽样, 基于气动影响系数法对气动阻尼比进行数值模拟, 计算每次抽样得到的叶盘最小气动阻尼比(准确值), 同时利用式(42)预估各随机失谐叶盘最小气动阻尼比, 将两种方式得到的最小气动阻尼比概率的分布进行对比, 结果如图 18 所示。该结果表明, 随机失谐强度较低时, 式(42)会高估叶盘气弹稳定边界; 当随机失谐强度较高时, 式(42)预测的叶盘气动稳定边界会低于实际气动稳定边界; 两种情况下的预测值与准确值之间的差距均在可以接受的误差范



(a) 随机失谐强度为 0.8%

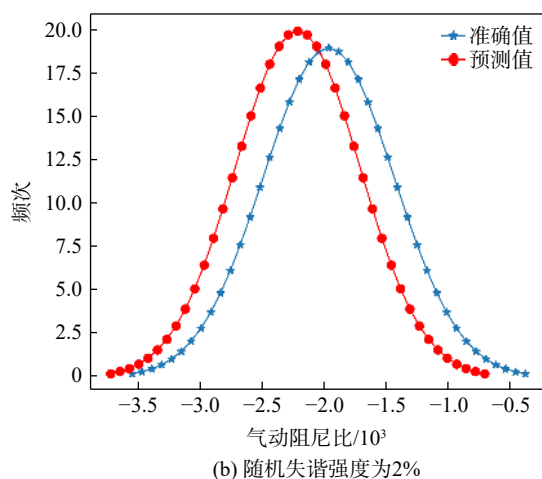


图 18 不同随机失谐强度下叶盘最小气动阻尼比准确值与预测值分布对比

Fig. 18 Distribution comparison of the predicted minimum aerodynamic damping ratio and reference minimum aerodynamic damping ratio of the random mistuned blisk with different mistuning levels

围内。

由于较小随机失谐强度情况下给出了高估的预测结果,因此有必要进一步研究随机失谐强度更低时,叶盘最小气动阻尼比预估值与准确值之间差异的变化趋势。为此分别在随机失谐强度为 0.8% 和 0.1% 两种工况下,抽取 30 组随机失谐模式,计算叶盘最小气动阻尼比预估值与准确值,对比结果分别如图 19 和图 20 所示,可见,随机失谐强度减小时,失谐叶盘最小气动阻尼比预

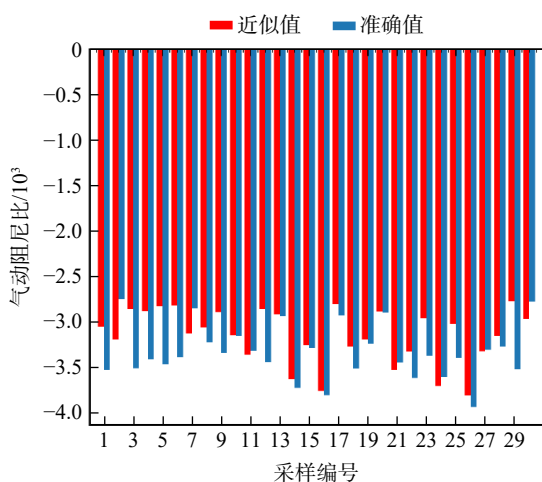


图 19 随机失谐强度为 0.8% 的叶盘最小气动阻尼比对比 (准确值和预测值)

Fig. 19 Comparison of the random mistuned blisk with 0.8% mistuning level (between the reference minimum aerodynamic damping ratio and predicted minimum aerodynamic damping ratio)

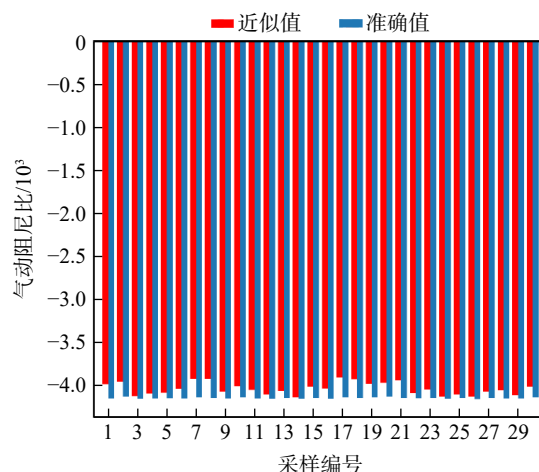


图 20 随机失谐强度为 0.1% 的叶盘最小气动阻尼比对比 (准确值和预测值)

Fig. 20 Comparison of the random mistuned blisk with 0.1% mistuning level (between the reference minimum aerodynamic damping ratio and predicted minimum aerodynamic damping ratio)

估值与准确值的差异也进一步降低。这一结果表明,相对于低随机失谐强度(0.8%)给出的高估程度,更低的随机失谐强度(0.1%)不会导致高估程度更为严重,只会向准确值收敛。

4 结 论

基于基础失谐模型法与气动影响系数法,对失谐改善叶盘气弹稳定性机理展开研究。为排除失谐引起叶盘模态局部化导致气动影响系数发生改变,首先对气动影响系数法线性化假设进行验证。接下来通过建立失谐叶盘气弹耦合模态与谐调叶盘气弹耦合模态之间的关系,给出了不同失谐模式改善叶盘气弹稳定性差异的数字表征,从理论层面证明了失谐对叶盘气弹稳定性改善的原理。在此基础上,为人为失谐模式的选型设计提出了一个方便、可行的方法。通过本文的研究,得到如下结论:

1) 从理论分析的层面证明了“结构失谐”使原本彼此独立的谐调叶盘不同气弹耦合模态之间发生耦合。气动阻尼比水平较高的谐调叶盘模态的参与使叶盘气弹稳定性较差的模态对应的气动阻尼比水平得到提升,由此叶盘气弹稳定边界增加。

2) 建立了各谐调叶盘气弹耦合模态贡献度的定量计算方法,由此定量解释不同失谐模式改善效果的区别。失谐模式对叶盘结构气弹稳定性的改善效果与其可以耦合的谐调叶盘模态数量并不直接相关,当失谐耦合的谐调叶盘气弹耦合模

态数量多,但是贡献度较大的模态对应的气动阻尼比水平较低时,该失谐形式对叶盘气弹稳定性改善效果差。当失谐模式耦合了气动阻尼比水平较高的谐调叶盘气弹耦合模态,并且这些模态对失谐叶盘最小气动阻尼比贡献度较大时,即使参与耦合的模态数量较少,该失谐模式也可以有效改善叶盘结构气弹稳定性。

3) 通过将失谐叶盘的结构模态用谐调叶盘气弹耦合模态线性叠加表示,建立了失谐叶盘气动阻尼比预测的近似表达式。采用该近似公式对失谐叶盘气动阻尼比预估时,无需对每一种失谐模式叶盘进行气弹耦合模态分析的计算,为获得任意人为失谐模式下的叶盘气弹稳定性分析提供了一个新的方便快捷的方法。对于随机失谐叶盘的气动阻尼比的预测,该方法也同样适用。

4) 本文中的数值研究发现,对于谐波数为0~17的人为失谐叶盘,采用近似理论给出的最小气动阻尼比与数值模拟结果值误差很小,但是对于谐波数为18(错频模式)的人为失谐叶盘,该方法会低估叶盘气弹稳定性。对于随机失谐叶盘,当随机失谐强度较高(2%)时,预测的气动阻尼比略低于数值模拟结果;当随机失谐强度较低(0.8%)时,该方法会高估叶盘气弹稳定边界。高估的程度与失谐强度正相关,即失谐强度降低时,高估的程度也随之降低。

5) 在参考叶片设定不同振幅水平时,指定工作条件下叶盘气动影响系数不会随着参考叶片振幅的改变而改变,即非定常气动力与振幅保持线性关系。因此采用气动影响系数法研究失谐对叶盘气弹稳定性的影响时,失谐导致的叶盘模态局部化不会改变气动影响系数,即不需要重复计算各失谐叶盘对应的气动影响系数。

参考文献:

- [1] SRINIVASAN A V. Flutter and resonant vibration characteristics of engine blades[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1997, 119(4): 742-775.
- [2] WHITEHEAD D S. Effect of mistuning on the vibration of turbomachine blades induced by wakes[J]. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 1966, 8(1): 15-21.
- [3] BENDIKSEN O O. Flutter of mistuned turbomachinery rotors[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1984, 106(1): 25-33.
- [4] GROTH P, MARTENSSON H, ANDERSSON C. Design and experimental verification of mistuning of a supersonic turbine blisk[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2010, 132(1): 011012.1-011012.9.
- [5] FIGASCHEWSKY F, KÜHHORN A, BEIROW B, et al. Design and analysis of an intentional mistuning experiment reducing flutter susceptibility and minimizing forced response of a jet engine fan[R]. Charlotte, US: Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, 2017.
- [6] BIAGIOTTI S, PINELLI L, POLI F, et al. Numerical study of flutter stabilization in low pressure turbine rotor with intentional mistuning[J]. *Energy Procedia*, 2018, 148: 98-105.
- [7] CORRAL R, KHEMIRI O, MARTEL C. Design of mistuning patterns to control the vibration amplitude of unstable rotor blades[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2018, 80: 20-28.
- [8] KAZA K R V, KIELB R E. Flutter and response of a mistuned cascade in incompressible flow[J]. *AIAA Journal*, 1982, 20(8): 1120-1127.
- [9] KIELB R E, KAZA K R V. Aeroelastic characteristics of a cascade of mistuned blades in subsonic and supersonic flows[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1983, 105: 425-433.
- [10] KIELB R E, KAZA K R V. Effects of structural coupling on mistuned cascade flutter and response[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1984, 106(1): 17-24.
- [11] SHAPIRO B. Symmetry approach to extension of flutter boundaries via mistuning[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 1998, 14(3): 354-366.
- [12] CRAWLEY E F, HALL K C. Optimization and mechanisms of mistuning in cascades[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1985, 107(2): 418-426.
- [13] FANG M, WANG Y. Intentional mistuning effect on the blisk vibration with aerodynamic damping[J]. *AIAA Journal*, 2022, 60(6): 3884-3893.
- [14] KIELB R E, HALL K C, HONG E, et al. Probabilistic flutter analysis of a mistuned bladed disks[R]. Barcelona, Spain: Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, 2006.
- [15] LI L, YU X, WANG P. Research on aerodynamic damping of bladed disk with random mistuning[R]. Charlotte, US: Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, 2017.
- [16] LIU X, LI L, FAN Y, et al. Improving the aero-elastic stability of bladed disks through parallel piezoelectric network[R]. Cincinnati, US: Joint Propulsion Conference, 2018.
- [17] ZHANG X, WANG Y. Mistuning effects on aero-elastic stability of contra-rotating turbine blades[J]. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 2019, 20(1): 100-113.
- [18] LIU X, FAN Y, LI L, et al. Improving aeroelastic stability of bladed disks with topologically optimized piezoelectric materials and intentionally mistuned shunt capacitance[J]. *Materials*, 2022, 15(4): 1309-1332.
- [19] HANAMURA Y, TANAKA H, YAMAGUCHI K. A simplified method to measure unsteady forces acting on the vibrating blades in cascade[J]. *Bulletin of Japan Society of Mechanical Engineers*, 1980, 23(180): 880-887.
- [20] MARTEL C, CORRAL R, LLORENS J M. Stability increase of aerodynamically unstable rotors using intentional mistuning[R]. Barcelona, Spain: Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, 2006.
- [21] BLEEG J M, YANG M T, ELEY J A. Aeroelastic analysis of rotors with flexible disks and alternate blade mistuning[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2009, 131(1): 011011.1-011011.9.
- [22] MARTEL C, SÁNCHEZ J J. Intentional mistuning with predominant aerodynamic effects[R]. Oslo, Norway: Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, 2018.
- [23] HSU K, HOYNIK D. A fast influence coefficient method for aerodynamically mistuned disks aeroelasticity analysis[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2011, 133(12): 122502-122511.

- [24] PANOVSKY J, KIELB R E. A design method to prevent low pressure turbine blade flutter[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2000, 122(1): 89-98.
- [25] CAMPOBASSO M S, GILES M. Analysis of the effect of mistuning on turbomachinery aeroelasticity[R]. Lyon, France: 9th International Symposium on Unsteady Aerodynamics, Aeroacoustics and Aeroelasticity of Turbomachines, 2000.
- [26] FEINER D M, GRIFFIN J H. A fundamental model of mistuning for a single family of modes[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2002, 124(4): 597-605.
- [27] 李其汉, 王延荣. 航空发动机结构强度设计问题[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2014.
- [28] REID L, MOORE R D. Design and overall performance of four highly loaded, high speed inlet stages for an advanced high-pressure-ratio core compressor[R]. NASA-TP-1337, 1978.

(编辑: 秦理曼)