

考虑气动阻尼的失调叶盘强迫响应分析

房明昌¹, 王延荣^{1,2}

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;

2. 北京航空航天大学 江西研究院, 南昌 330096)

摘 要: 基于与影响系数法相结合的基础失调模型(FMM)分析多种人为失调在叠加随机失调前、后的强迫响应。采用有限元和计算流体力学方法分别计算得到协调叶盘的模态和气动影响系数, 构建考虑气动阻尼的基础失调模型。通过求解矩阵特征值得到失调叶盘的模态频率、振型和阻尼比, 进而采用模态叠加法得到失调叶盘在行波激励下的强迫响应。结果表明: 失调叶盘的强迫响应在考虑气动阻尼后明显减小。以交替失调叶盘为例, 在适当范围内增大失调量可以减小强迫响应, 该模型的相邻叶片频率差宜取 6%, 对应失调量为 4.32。此外, 增大间隔一个叶片的相邻叶片频率差有利于进一步减小强迫响应。

关 键 词: 强迫响应; 叶盘; 人为失调; 基础失调模型(FMM); 气动阻尼

中图分类号: V232.4

文献标志码: A

Forced response analysis of mistuned bladed disk with aerodynamic damping

FANG Mingchang¹, WANG Yanrong^{1,2}

(1. School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

2. Jiangxi Research Institute, Beihang University, Nanchang 330096, China)

Abstract: The forced response of the mistuned bladed disk was analyzed by use of the fundamental mistuning model (FMM) combined with the influence coefficient method. The finite element method and computational fluid dynamics method were used to obtain the modal results and aerodynamic influence coefficients of the tuned bladed disk, and then the FMM considering aerodynamic damping was constructed. The modal frequency, mode shape and damping ratio of the mistuned bladed disk were obtained by solving the matrix eigenvalues, and then the modal superposition method was used to calculate the forced response of the mistuned bladed disk under traveling wave excitation. The above method was used to calculate the forced responses of various intentional mistuned bladed disks before and after the superposition of random mistuning. Results indicated that the forced response of the mistuned bladed disk decreased significantly after considering aerodynamic damping. Taking the alternating mistuned bladed disk as an example, the forced response can be reduced by increasing the mistuning value within an appropriate range. The frequency difference between adjacent blades of the model should be 6%, and the corresponding mistuning value was 4.32. In addition, increasing the frequency difference between adjacent blades with an interval of one blade can further reduce the forced response.

Keywords: forced response; bladed disk; intentional mistuning;
fundamental mistuning model (FMM); aerodynamic damping

收稿日期: 2022-04-28

基金项目: 国家科技重大专项(2017-IV-0002-0039); 国家自然科学基金(51475022)

作者简介: 房明昌(1996—), 男, 博士生, 主要从事航空发动机结构强度与振动研究。E-mail: fangmingchang@buaa.edu.cn

引用格式: 房明昌, 王延荣. 考虑气动阻尼的失调叶盘强迫响应分析[J]. 航空动力学报, 2022, 37(10): 2224-2232. FANG Mingchang, WANG Yanrong. Forced response analysis of mistuned bladed disk with aerodynamic damping[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(10): 2224-2232.

由于制造公差和工作磨损, 实际航空涡轮机械中的叶盘结构通常不再是周期对称的, 各个扇区之间存在随机的几何差异, 称之为随机失调。随机失调会破坏叶盘的周期性, 产生振动局部化现象, 个别叶片的强迫响应可能异常增大。为了抑制叶盘对随机失调的敏感性而人为引入的可控失调称为人为失调。人为失调在工程实践中主要通过改变叶片的固有频率来实现, 一般也称之为错频。目前关于人为失调的研究主要集中在两个方面: 一是降低叶盘对随机失调的敏感性, 二是改善叶片的气动弹性稳定性^[1]。

Whitehead^[2]指出, 与协调叶盘相比, 随机失调叶盘个别扇区在尾流激励下的强迫响应会显著增大。基于集总参数模型, Griffin 和 Hoosac^[3]采用统计方法研究发现, 可以通过引入人为失调来减少随机失调引起的叶盘强迫响应异常增大。Castanier 和 Pierre^[4-5]基于有限元模型进行的研究也得到了相似的结论, 人为失调可以降低叶盘对随机失调的敏感性。此外, 郑赞和王静^[6]基于二维平面叶栅模型分析了人为失调对叶片气动弹性稳定性的影响。基于 Feiner 和 Griffin^[7-9]提出的 FMM, Wang 和 Fu 等^[10-11]给出了轴流压气机转子叶片在不同人为失调下的气动弹性稳定性。Crawley 等^[12]从提高气动弹性稳定裕度的角度对人为失调进行了优化, 得到了较优的人为失调分布。Castanier 和 Pierre^[13]回顾了失调叶盘的研究进展, 并指出了一些潜在的研究方向, 其中包括在分析失调叶盘的振动时考虑气动耦合的影响。

叶片之间的气动耦合主要体现在 3 个方面: 气动质量、刚度和阻尼。气动阻尼对叶盘振动的影响显著大于其他两者, 失调引起的气动阻尼变化对叶盘的强迫响应有显著的影响, 尤其是对结构阻尼较小的整体叶盘。

基于 Yang 和 Griffin^[14]提出的名义模态子集(subset of nominal mode, SNM)模型, Beirrow、Kühhorn 等^[15-17]发现在考虑气动阻尼情况下, 人为失调可以有效减小原随机失调叶盘的强迫响应, 并进一步通过遗传算法获得了相对较优的人为失调分布。Martel 等^[18-19]发展了渐近失调模型(asymptotic mistuning model, AMM), 以分析人为失调对考虑气动阻尼的叶盘强迫响应的影响。Fang 等^[20]基于 FMM 分析了 6 种人为失调叶盘的气动阻尼和强迫响应。研究表明, 除了降低叶盘对随机失调的敏感性外, 人为失调还可以通过改善气

动阻尼来减小叶盘由于随机失调导致的强迫响应异常增大。

然而, 目前对考虑气动阻尼的失调叶盘强迫响应的研究还不够全面, 对人为失调减小叶盘强迫响应的机制还不够明确。本文基于与影响系数法相结合的 FMM, 采用模态叠加法计算了多种人为失调叠加随机失调前、后的叶盘强迫响应。基于所得到的结果分析了气动阻尼对失调叶盘强迫响应的影响, 并在考虑气动阻尼的前提下进一步讨论了失调叶片分布、失调量、相邻叶片频率对失调叶盘强迫响应的影响。

1 分析方法

1.1 基础失调模型

Feiner 和 Griffin^[7]提出了 FMM 以分析失调对叶盘振动特性的影响和识别实际叶盘的失调分布。该模型要求所分析的叶盘模态族中各阶模态频率近似相等。现对 FMM 进行简单说明, 其详细介绍见参考文献^[7]。失调叶盘在协调叶盘模态坐标系中的运动方程为

$$\left[(\Lambda + \Delta \hat{K}) - \omega^2 (\mathbf{I} + \Delta \hat{M}) \right] \mathbf{q} = \hat{\mathbf{F}}_a + \hat{\mathbf{F}}_e \quad (1)$$

式中 Λ 是协调叶盘模态频率的对角矩阵, $\mathbf{I}$ 是单位矩阵, $\hat{\mathbf{F}}_a$ 是模态气动弹性力, $\hat{\mathbf{F}}_e$ 是模态激振力。基于 FMM, 叶盘结构刚度和质量矩阵的变化在模态坐标系中可以表示成失调矩阵

$$\hat{\mathbf{R}} = \Delta \hat{K} - \omega^2 \Delta \hat{M} = 2\omega_{ave}^2 \bar{\mathbf{\Omega}} \quad (2)$$

式中 ω_{ave} 是第 1 阶模态族的平均频率, $\bar{\mathbf{\Omega}}$ 的表达式为

$$\bar{\mathbf{\Omega}} = \begin{bmatrix} \bar{\omega}_0 & \bar{\omega}_1 & \cdots & \bar{\omega}_{N-1} \\ \bar{\omega}_{N-1} & \bar{\omega}_0 & \cdots & \bar{\omega}_{N-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\omega}_1 & \bar{\omega}_2 & \cdots & \bar{\omega}_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中 $\bar{\omega}_p$ 可以表示为

$$\bar{\omega}_p = \frac{1}{N} \sum_{s=0}^{N-1} e^{-isp2\pi/N} \Delta\omega_b^s \quad (4)$$

式中 $\Delta\omega_b^s$ 是第 s 个扇区中叶片的模态频率与原始叶片模态频率的相对变化量, 写作 $\Delta\omega_b^s = (\omega_b^s - \omega_b) / \omega_b$, 下标 p 对应式(3)矩阵中相应元素的序号。将式(2)代入式(1)得

$$(\Lambda + \hat{\mathbf{R}} - \omega^2 \mathbf{I}) \mathbf{q} = \hat{\mathbf{F}}_a + \hat{\mathbf{F}}_e \quad (5)$$

1.2 影响系数法

Hanamura 等^[21]提出了影响系数法来测量振

动叶片表面的非定常气动力。该方法假设所有叶片振动在某一个叶片表面引起的非定常气动力可以表示为每个叶片振动的贡献之和。假设某一个叶片振动的初始相位为 0° , 则其模态位移 q 可以表示为

$$q = q_0 e^{i\omega t} \quad (6)$$

式中 q_0 是模态振幅, ω 是振动频率, 则第 n 个叶片表面模态气动力的实部和虚部分别写为

$$a_r^n = \sum_m \phi_b^m \frac{F_{a,0}^{m,n} \cos \beta^{m,n}}{q_0} \quad (7)$$

$$a_i^n = \sum_m \phi_b^m \frac{F_{a,0}^{m,n} \sin \beta^{m,n}}{q_0} \quad (8)$$

式中 ϕ_b^m 是单个叶片第 m 个节点的复模态位移, $F_{a,0}^{m,n}$ 是第 n 个叶片的第 m 个节点的非定常气动力幅值, $\beta^{m,n}$ 是非定常气动力和叶片振动之间的相位差。

对于叶盘第 1 阶模态族的模态振型而言, 叶盘的模态位移 ϕ_d 可以忽略, 叶片的模态位移 ϕ_b 与单个叶片的第一阶模态振型相同。对于模态问题, 模态激振力 $\hat{F}_e$ 为零。如果叶片振动引起的非定常气动力满足线性假设, 则模态气动弹性力 $\hat{F}_a$ 可以写为

$$\hat{F}_a = \phi^T F_a = \begin{bmatrix} \phi_b \\ \phi_d \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} F_{e,b} \\ F_{e,d} \end{bmatrix} = \phi_b^T F_{e,b} = A q \quad (9)$$

式中 A 是气动力影响系数矩阵。

将式(9)代入式(5)得到

$$(\Lambda + \hat{R} - A) q = \omega^2 q \quad (10)$$

通过数值方法求解得到矩阵 $(\Lambda + \hat{R} - A)$ 的复特征值 λ_i 和复特征向量 ϕ_i 其中特征值平方根的实部表示的是失调叶盘第 i 阶模态频率

$$\omega_i = \text{Re}(\sqrt{\lambda_i}) \quad (11)$$

第 i 阶模态的气动模态阻尼比可以写为

$$\zeta_{aero}^i = \frac{-\text{Im}(\sqrt{\lambda_i})}{\text{Re}(\sqrt{\lambda_i})} \quad (12)$$

式中 $\text{Re}(\cdot)$ 表示取复数的实部, $\text{Im}(\cdot)$ 表示取复数的虚部。

假设协调叶盘某一阶模态族中的所有模态都可以表示为每个叶片该阶模态的组合, 则可以基于单个叶片的该阶模态振型向量 ϕ_b 对协调叶盘该阶模态族的振型矩阵进行变换

$$\hat{\phi} = \phi_b^T \phi \phi_b \quad (13)$$

式中 $\hat{\phi}$ 是由 $N \times N$ 个元素组成的矩阵, 分别对应协调叶盘 N 个模态 N 个叶片的复模态位移。

失调叶盘复模态振型矩阵可以写成

$$\phi_m = \phi_i^T \hat{\phi} \quad (14)$$

式中 ϕ_i 是矩阵 $(\Lambda + \hat{R} - A)$ 的特征向量矩阵, 其第 i 行、第 j 列的元素表示第 i 个叶片在协调叶盘模态族的第 j 个模态下的复模态位移。

1.3 模态叠加法

基于所得到的模态频率、振型和气动模态阻尼比, 采用模态叠加法计算叶盘在行波激励下的强迫响应。失调叶盘模态族第 i 个模态的模态响应可以通过单自由度系统强迫响应得到

$$q_i = \frac{F_{0,i}}{\sqrt{(\omega_i^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_i\omega)^2}} \cdot e^{i(\omega t + \theta)} \quad (15)$$

式中 $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta\omega_i\omega}{\omega_i^2 - \omega^2}\right)$, 阻尼比 $\zeta = \zeta_s + \zeta_{aero}$, 其中气动模态阻尼比 ζ_{aero} 通过前述的影响系数法得到, 结构模态阻尼比 ζ_s 给定为 0.2%。叶盘各个叶片的实际强迫响应可以表示为所有模态的强迫响应之和

$$u = \sum_{i=1}^N \phi_{m,i} q_i \quad (16)$$

式(16)中的强迫响应是指叶片的模态响应, 采用该量可以简单、直接地反映叶片该阶模态的振动大小, 但前提是假设激振频率仅在叶片该阶模态频率附近, 即仅激起该阶模态的振动。物理坐标系下的叶片真实强迫响应幅值可由模态响应乘以该阶模态振型得到。

2 协调叶盘模型

2.1 协调叶盘模态

以某型轴流压气机的第 1 级转子为例, 其有 27 片叶片的整体叶盘, 如图 1 所示, 转速为 15 000 r/min。叶盘网格的单元数为 353 646, 节点数为 444 906。材料的弹性模量为 105.5 GPa, 泊松比为 0.34, 密度为 4 530 kg/m³。在叶盘后侧安装边施加固支约束, 并进行含预应力的模态分析。

如图 2 所示, 协调叶盘前 3 阶模态族的模态频率相差很大, 互不耦合。因此, 下面的分析仅以叶盘第 1 阶模态族, 即叶片一弯模态族为例, 其振型具有明显的节径型特征, 如图 3 所示。

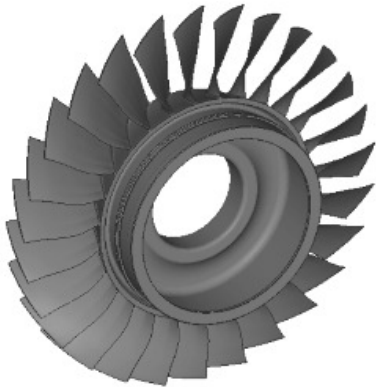


图 1 协调叶盘模型
Fig. 1 Tuned bladed disk model

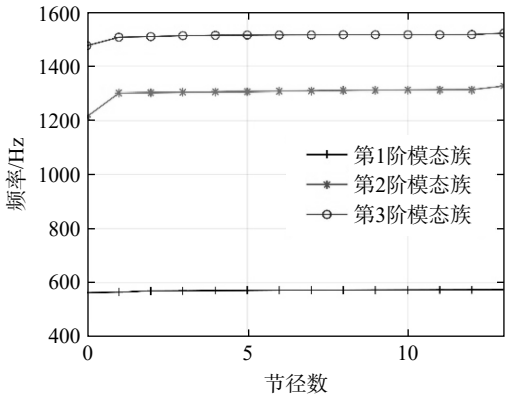


图 2 协调叶盘模态频率
Fig. 2 Modal frequencies of the tuned bladed disk

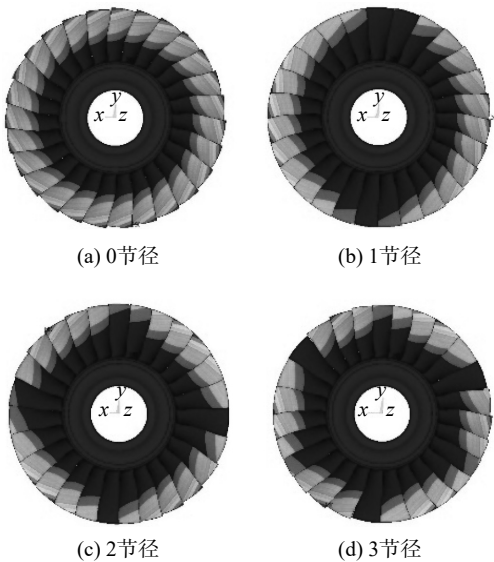


图 3 协调叶盘模态振型
Fig. 3 Mode shapes of the tuned bladed disk

2.2 气动力影响系数

Hanamura 等^[21]指出,由振动叶片引起的作用在其他叶片上的非定常气动力随着与振动叶片距离的增加而迅速减小,仅需关注与振动叶片相邻

的部分叶片表面气动力。本文构建了一个 9 通道流场模型,令中间 0 号叶片按照第一阶模态振动,采用影响系数法计算得到所有叶片表面的气动力影响系数,见表 1。基于所得到的结果构建气动力影响系数矩阵,并带入 FMM。

表 1 叶片的气动力影响系数
Table 1 Aerodynamic influence coefficients of the blades

叶片编号 <i>n</i>	实部 a_r^n / (N/m)	虚部 a_i^n / (N/m)	气动力幅值/ (N/m)
<i>N</i> -4	305.7	329.4	449.5
<i>N</i> -3	-56.1	-2 710.8	2 711.4
<i>N</i> -2	1 587.2	-553.9	1 681.1
<i>N</i> -1	96 068.9	87 834.8	130 169.9
0	12 764.0	-314 417.7	314 676.7
1	30 406.2	190 507.5	192 918.8
2	-16 868.0	16 008.8	23 255.3
3	-3 644.7	6 388.2	7 354.8
4	557.7	-258.7	614.8

3 失调叶盘强迫响应

3.1 失调叶盘模型

基于 FMM 分析失调叶盘时,可以通过直接给定各个叶片第 1 阶模态频率的变化量来表示相应的失调叶盘。频率变化量以百分比形式给出,表示失调叶片和原始叶片的第 1 阶模态频率之间的相对差异。

本文所涉及的人为失调可以根据叶片模态频率的分布分为 3 种类型:交替失调、单个失调和扇区失调。以仅包含两种频率叶片的情况为例,图 4 给出了 3 种人为失调的分布,其中,蓝色和红色叶片分别表示其频率变化量为 0 和 6%。

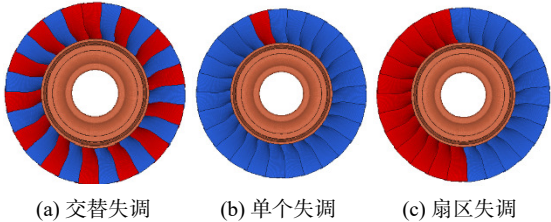


图 4 含两种频率叶片的人为失调叶盘
Fig. 4 Intentional mistuned bladed disks with two blade frequency types

为了更好地表示失调叶盘的叶片模态频率分布特征,本文定义了“失调量”、“频率邻差”、“频率间一邻差”和“频率间二邻差”4 个分布特征参

数,其表达式如下:

$$\text{失调量} \quad \delta = \sqrt{\frac{\sum_{s=1}^N (\Delta\omega_b^s)^2}{N}} \quad (17)$$

$$\text{频率邻差} \quad \beta_0 = \sqrt{\frac{\sum_{s=1}^N (\Delta\omega_b^s - \Delta\omega_b^{s-1})^2}{N}} \quad (18)$$

$$\text{频率间一邻差} \quad \beta_0 = \sqrt{\frac{\sum_{s=1}^N (\Delta\omega_b^s - \Delta\omega_b^{s-2})^2}{N}} \quad (19)$$

$$\text{频率间二邻差} \quad \beta_0 = \sqrt{\frac{\sum_{s=1}^N (\Delta\omega_b^s - \Delta\omega_b^{s-3})^2}{N}} \quad (20)$$

δ 反映了失调叶盘所有叶片的总体失调水平。 β_0 反映了失调叶盘所有相邻叶片间频率差异的总体水平,而 β_1 和 β_2 分别反映了失调叶盘所有间隔一个或两个叶片的相邻叶片间频率差异的总体水平。图 4 所示的 3 种人为失调叶盘分布特征参数见表 2。

表 2 含两种频率叶片的人为失调叶盘分布特征参数

Table 2 Distribution characteristic parameters of intentional mistuned bladed disk with two blade frequency types

叶盘类型	失调量 δ	频率邻差 β_0	频率间一邻差 β_1	频率间二邻差 β_2
交替失调	4.32	5.89	1.63	5.66
单个失调	1.16	1.63	1.63	1.63
扇区失调	4.16	1.63	2.31	2.83

为了分析人为失调在叠加随机失调后的叶盘强迫响应,图 5 给出了本文所采用的 100 组随机失调的叶片模态频率变化量分布。它们是由随机函数生成的,且近似满足正态分布。所有频率变化量的绝对值在 1% 以内,其最大值和最小值分别为 0.78% 和 -0.89%。

3.2 强迫响应

在不同节径的行波激励下,采用前面介绍的方法计算得到协调叶盘和图 4 中给出的 3 种人为失调在叠加随机失调前、后的叶盘强迫响应,如图 6~图 9 所示。

在计算考虑气动阻尼的叶盘强迫响应前,需

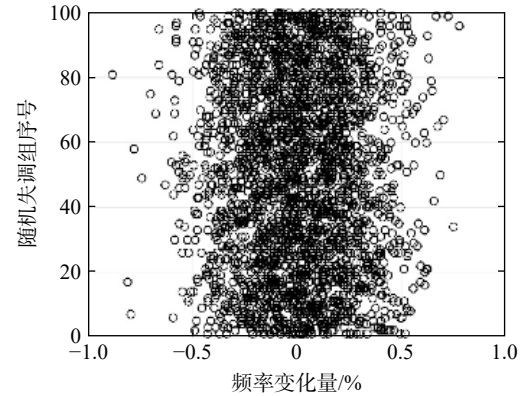


图 5 随机失调分布

Fig. 5 Random mistuning distribution

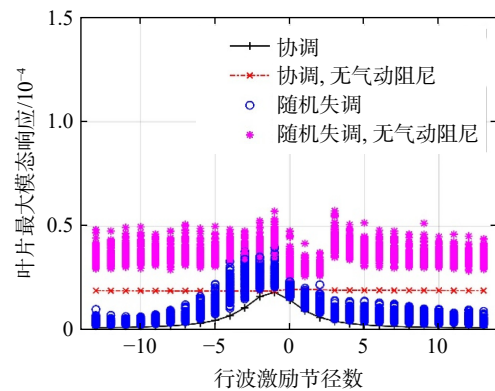


图 6 协调叶盘强迫响应

Fig. 6 Forced response of the tuned bladed disk

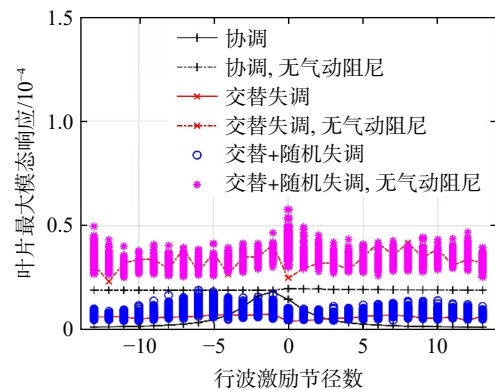


图 7 含两种频率叶片的交替失调叶盘强迫响应

Fig. 7 Forced response of the alternating mistuned bladed disk with two blade frequency types

要先通过求解矩阵特征值得到叶盘的气动模态阻尼比,文献 [20] 对叶盘气动阻尼及其构成在失调前后的变化进行了详细的分析,发现失调对叶盘气动阻尼的影响主要体现在叶片频率差异导致任一模态中相邻叶片的模态幅值存在差异,进而使得叶片间的气动力影响减弱,因此失调叶盘各阶模态的气动阻尼均向平均值靠近,最小气动模态

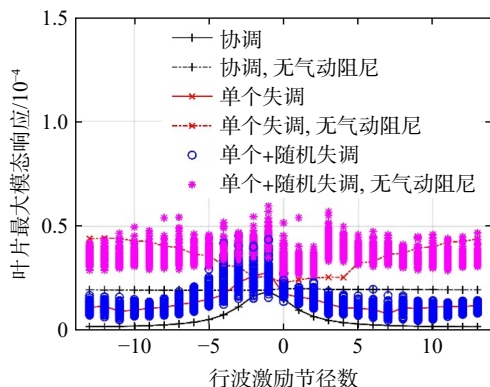


图 8 含两种频率叶片的单个失调叶盘的强迫响应

Fig. 8 Forced response of the single mistuned bladed disk with two blade frequency types

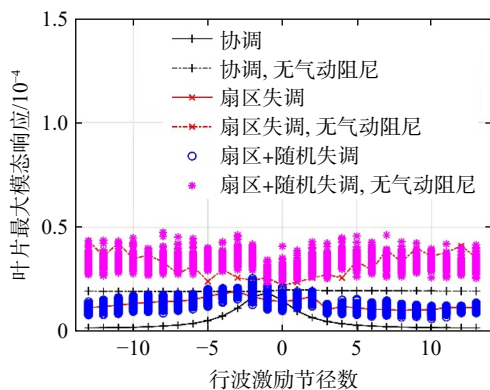


图 9 含两种频率叶片的扇区失调叶盘强迫响应

Fig. 9 Forced response of the sector mistuned bladed disk with two blade frequency types

阻尼比明显增大。基于上述结论分析叶盘强迫响应在失调前后的变化规律, 结合文献 [20] 中提到的气动阻尼相关规律归纳失调对叶盘强迫响应的影响机制。

由图 6~图 9 中结果可知, 气动阻尼对失调叶盘强迫响应的影响显著。由于叶盘的气动阻尼均为正, 各个情况下的叶盘整体强迫响应水平在考虑气动阻尼后均明显降低。

此外, 还可以发现叶盘的强迫响应与节径呈较明显的相关性, 这是由气动模态阻尼比与节径的相关性决定的。以图 6 为例, 协调叶盘的强迫响应和气动模态阻尼比(见文献 [20])随节径均呈近似简谐变化, 但是大小相反, 即气动模态阻尼比较大的节径对应的行波激励下的强迫响应较小。

针对考虑气动阻尼的情况, 提取上述 4 种叶盘在叠加随机失调前、后的强迫响应最大值, 结果见表 3。在所给定的 3 种人为失调叶盘强迫响应最大值中, 交替失调叶盘是最小的, 扇区失调

叶盘其次, 单个失调叶盘最大。后两者的强迫响应在部分情况下大于协调叶盘的强迫响应。

表 3 含两种频率叶片的人为失调叶盘强迫响应最大值

Table 3 Maximum forced response of the intentional mistuned bladed disks with two blade frequency types

叶盘类型	强迫响应/ 10^{-5}	叠加随机失调的强迫响应/ 10^{-5}
协调	1.85	3.99
交替失调	0.77	1.91
单个失调	2.77	4.55
扇区失调	1.87	2.54

结合图 4 和表 2 的分析认为单个失调叶盘强迫响应最大的原因主要是其失调叶片数量只有一个, 整体失调量较小。此外, 结合表 1 和表 2 分析认为, 交替失调叶盘的强迫响应比扇区失调叶盘小的原因是前者的频率邻差更大, 减弱了相邻叶片之间的气动耦合, 改善了叶盘的气动阻尼。

为了进一步优化叶盘的人为失调分布, 减小叶盘的强迫响应, 以强迫响应较小的交替失调为例, 分别从失调量和频率邻差两个方面分析失调在考虑气动阻尼情况下对叶盘强迫响应的影响。

3.3 失调量分析

在含两种频率叶片的交替失调叶盘基础上, 令红色叶片的频率变化量从原本的 6% 变为 1%、3% 和 9%, 得到 3 个具有不同失调量的含两种频率叶片的交替失调叶盘, 其失调量分别为 0.72、2.16 和 6.48。由 4 个分布特征参数的定义可知, 对于仅叶片频率变化量不同的相似交替失调叶盘而言, 它们的失调量和 3 种频率邻差与叶片频率变化量呈正比。

计算得到上述 3 种交替失调在叠加随机失调前、后的叶盘强迫响应, 如图 10~图 12 所示, 考虑气动阻尼情况下的强迫响应最大值见表 4。

由以上结果可知, 无论是否叠加随机失调, 含两种频率叶片的交替失调叶盘强迫响应的最大值均随着失调量的增大而减小。这一结果表明增大失调量有利于减小含两种频率叶片的交替失调叶盘的强迫响应。

进一步分析还可以发现, 失调量较小或较大时的强迫响应减小幅度较小。当失调量较小时, 失调会同时导致振动局部化和气动阻尼改善, 两者的影响在一定程度上相互抵消, 强迫响应随失调量的变化较小; 当失调量进一步增大时, 振动

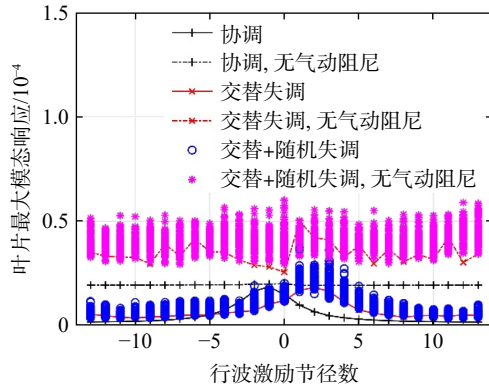


图 10 失调量为 0.72 的交替失调叶盘强迫响应

Fig. 10 Forced response of the alternating mistuned bladed disk with a mistuning value of 0.72

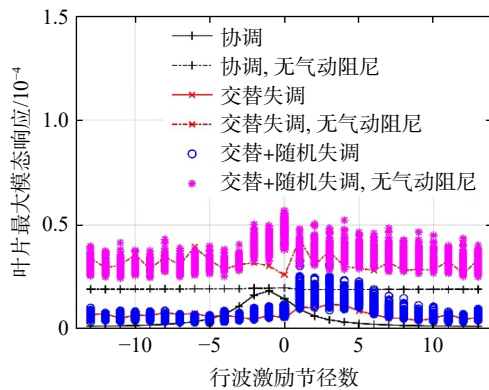


图 11 失调量为 2.16 的交替失调叶盘强迫响应

Fig. 11 Forced response of the alternating mistuned bladed disk with a mistuning value of 2.16

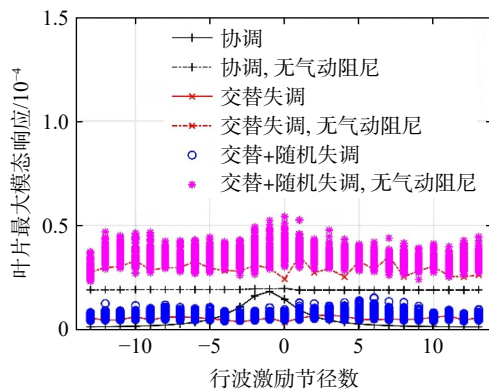


图 12 失调量为 6.48 的交替失调叶盘强迫响应

Fig. 12 Forced response of the alternating mistuned bladed disk with a mistuning value of 6.48

局部化基本不再变化, 气动阻尼改善起主要作用, 强迫响应随失调量的增大而明显减小; 当失调量较大时, 相邻叶片的气动耦合已经很弱, 几乎不再随失调量的进一步增大而变化。因此, 在一定范围内适当增大叶片的频率变化量可以有效减小交替失调叶盘的强迫响应, 对于本文所分析的模

表 4 不同失调量的交替失调叶盘强迫响应最大值

Table 4 Maximum forced response of the alternating mistuned bladed disks with different mistuning value

失调量	强迫响应/ 10^{-5}	叠加随机失调的强迫响应/ 10^{-5}
0	1.85	3.99
0.72	1.81	3.68
2.16	1.21	3.29
4.32	0.77	1.91
6.48	0.73	1.55

型, 其叶片频率变化量可取 6% 左右。

3.4 频率邻差分析

在含两种频率叶片的交替失调叶盘基础上, 图 13 给出了包含 3 或 4 种频率叶片的交替失调叶盘。对于包含 3 种频率叶片的交替失调叶盘, 其蓝色、黄色和红色叶片分别表示其频率变化量为 0%、3% 和 6%。对于包含 4 种频率叶片的交替失调叶盘, 其蓝色、绿色、黄色和红色叶片分别表示其频率变化量为 0%、2%、4% 和 6%。上述两种交替失调叶盘的分布特征参数见表 5。

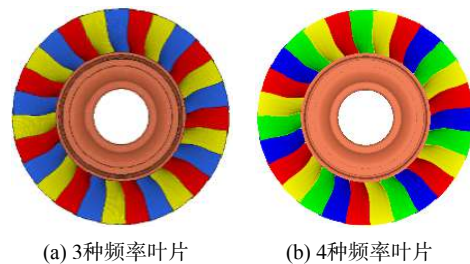


图 13 含 3 或 4 种频率叶片的交替失调叶盘

Fig. 13 Alternating mistuned bladed disks with three or four blade frequency types

表 5 不同种数的频率叶片的交替失调叶盘分布特征参数

Table 5 Distribution parameters of the alternating mistuned bladed disk with different number of blade frequency types

叶盘类型	失调量 δ	频率邻差 β_0	频率间一邻差 β_1	频率间二邻差 β_2
交替失调 (两种频率叶片)	4.32	5.89	1.63	5.66
交替失调 (3 种频率叶片)	3.87	4.24	4.24	0.00
交替失调 (4 种频率叶片)	3.81	3.40	3.89	3.27

计算得到上述两种交替失调在叠加随机失调前、后的叶盘强迫响应, 如图 14 和图 15 所示, 考虑气动阻尼情况下的强迫响应最大值见表 6。含

3 种频率叶片的交替失调叶盘的强迫响应最大值在含两种频率叶片的交替失调叶盘的基础上进一步减小, 而含 4 种频率叶片的交替失调叶盘的强迫响应最大值则较大。

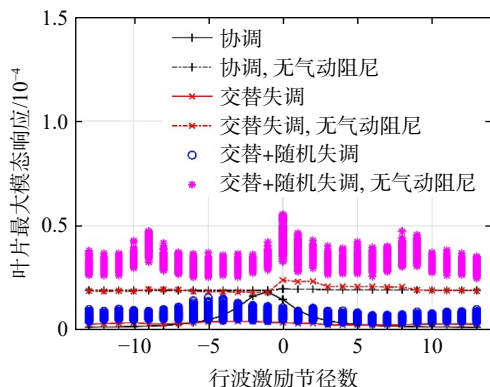


图 14 含 3 种频率叶片的交替失调叶盘强迫响应

Fig. 14 Forced response of the alternating mistuned bladed disk with three blade frequency types

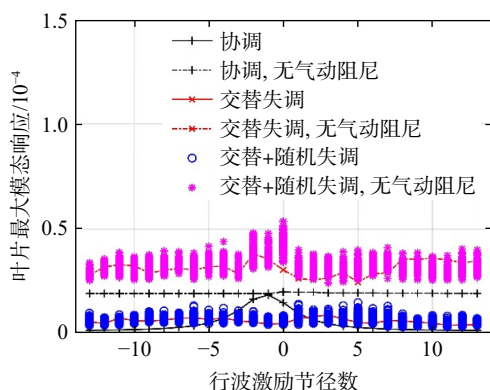


图 15 含 4 种频率叶片的交替失调叶盘强迫响应

Fig. 15 Forced response of the alternating mistuned bladed disk with four blade frequency types

表 6 不同种数频率叶片的交替失调叶盘强迫响应最大值

Table 6 Maximum forced response of the alternating mistuned bladed disks with different number of blade frequency types

叶盘类型	强迫响应/ 10^{-5}	叠加随机失调的强迫响应/ 10^{-5}
交替失调 (两种频率叶片)	0.77	1.91
交替失调 (3 种频率叶片)	0.44	1.53
交替失调 (4 种频率叶片)	0.89	1.69

基于文献 [20] 中关于失调叶盘气动阻尼的相关结论, 结合表 1 和表 5 中的结果分析导致上述现象的原因, 含 3 种频率叶片的交替失调叶盘的

β_0 和 β_1 较大, 同时减弱了相邻叶片之间以及间隔一个叶片的相邻叶片之间的气动耦合, 改善了叶盘的气动阻尼, 进而使得叶盘强迫响应减小。然而, 由表 1 可知间隔两个叶片的相邻叶片之间的气动耦合原本就很小, 含 4 种频率叶片的交替失调叶盘的 β_2 虽然较大, 但对气动阻尼的影响很小, 而其 β_0 和 β_1 的减小使得相邻叶片之间以及间隔一个叶片的相邻叶片之间的气动耦合增强, 对气动阻尼的改善效果减弱, 强迫响应增大。

4 结 论

本文基于与影响系数法相结合的 FMM 分析了几种不同类型失调叶盘的强迫响应。总体上, 计入气动阻尼影响, 失调叶盘的强迫响应有所减小, 通过对比分析得到以下结论:

1) 气动阻尼对叶盘强迫响应的影响显著。在考虑气动阻尼后, 所分析的叶盘强迫响应均明显减小, 其中, 交替失调叶盘的强迫响应最大值小于协调叶盘的强迫响应。

2) 以交替失调叶盘为例, 叶盘的强迫响应最大值随着失调量的增大而减小, 且在失调量较小或较大时的减小幅度相对较小。因此, 在一定范围内适当增大失调量可以有效减小交替失调叶盘的强迫响应。对于本文中的模型, 叶盘频率变化量宜取 6%。

3) 以交替失调叶盘为例, 3 种频率邻差的增大可以分别减弱间隔不同数量叶片的相邻叶片之间的气动耦合。叶盘强迫响应随 β_0 的变化最大, β_1 其次, β_2 最小, 这取决于相邻叶片的气动力影响系数大小。因此, 含两种频率叶片的交替失调叶盘强迫响应因 β_0 较大而减小; 含 3 种频率叶片的交替失调叶盘强迫响应因 β_1 较大而进一步减小; 含 4 种频率叶片的交替失调叶盘强迫响应因 β_2 的变化很小, 而较小的 β_0 和 β_1 会使得强迫响应有所增大。

上述分析结果是由文中的分析案例得出, 但有一定的普适性, 可为工程设计提供借鉴。

参考文献:

- [1] 白斌, 白广忱, 童晓晨, 等. 整体叶盘结构失谐振动的国内外研究状况[J]. 航空动力学报, 2014, 29(1): 91-103.
BAI Bin, BAI Guangchen, TONG Xiaochen, et al. Research on vibration problem of integral mistuned bladed disk assemblies at home and abroad[J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(1): 91-103. (in Chinese)
- [2] WHITEHEAD D S. Effect of mistuning on the vibration of turbo-

- machinery blades induced by wake[J]. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 1966, 8(1): 15-21.
- [3] GRIFFIN J H, HOOSAC T M. Model development and statistical investigation of turbine blade mistuning[J]. *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, 1984, 106(2): 204-210.
- [4] CASTANIER M P, PIERRE C. Investigation of the combined effects of intentional and random mistuning on the forced response of bladed disks[R]. Cleveland, US: the 34th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, 1998.
- [5] CASTANIER M P, PIERRE C. Using intentional mistuning in the design of turbomachinery rotors[J]. *AIAA Journal*, 2002, 40(10): 2077-2086.
- [6] 郑赞, 王静. 错频对叶片的气动弹性稳定性影响[J]. *航空动力学报*, 2013, 28(5): 1029-1036.
ZHENH Yun, WANG Jing. Influence of frequency mistuning on aeroelastic stability of blade[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2013, 28(5): 1029-1036. (in Chinese)
- [7] FEINER D M, GRIFFIN J H. A Fundamental model of mistuning for a single family of modes[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2002, 124(10): 597-605.
- [8] FEINER D M, GRIFFIN J H. Mistuning identification of bladed disk using a fundamental mistuning model: Part I theory[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2004, 126(1): 150-158.
- [9] FEINER D M, GRIFFIN J H. Mistuning identification of bladed disk using a fundamental mistuning model: Part II application[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2004, 126(1): 159-165.
- [10] WANG Y R, FU Z Z, JIANG X H, et al. A. Mistuning effects on aero-elastic stability of axial compressor rotor blades[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2015, 137(10): 102504.1-102504.12.
- [11] FU Z Z, WANG Y R. Mistuning and structural coupling effects on flutter of turbomachinery blades[R]. Zhuhai, Guangdong: International Conference on Structural Engineering, Vibration and Aerospace Engineering, 2013.
- [12] CRAWLEY E F, HALL K C. Optimization and mechanisms of mistuning in cascades[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1985, 107(2): 418-426.
- [13] CASTANIER M P, PIERRE C. Modeling and analysis of mistuned bladed disk vibration: status and emerging directions[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2006, 22(3): 384-396.
- [14] YANG M T, GRIFFIN J H. A reduced-order model of mistuning using a subset of nominal system modes[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2001, 123(10): 893-900.
- [15] BEIROW B, KÜHHORN A, FIGASCHEWSKY F, et al. Forced response reduction of a bladed disk by means of intentional mistuning[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2002, 124(7): 586-597.
- [16] KÜHHORN A, FIGASCHEWSKY F, BEIROW B, et al. Design and analysis of an intentional mistuning experiment reducing flutter susceptibility and minimizing forced response of a jet engine fan [R]. Charlotte, Canada: ASME Turbo Expo: Turbomachinery Technical Conference and Exposition, 2017.
- [17] BEIROW B, KÜHHORN A, FIGASCHEWSKY F, et al. Vibration analysis of a mistuned axial turbine bladed disk[R]. Phoenix, US: ASME Turbo Expo: Turbomachinery Technical Conference and Exposition, 2019.
- [18] MARTEL C, CORRAL R. Asymptotic description of maximum mistuning amplification of bladed disk forced response[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2009, 131(2): 435-446.
- [19] MARTEL C, JOSÉ J. Intentional mistuning effect in the forced response of rotors with aerodynamic damping[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2018, 433(27): 212-229.
- [20] FANG M C, WANG Y R. Intentional mistuning effect on the blisk vibration with aerodynamic damping[J]. *AIAA Journal*, 2022, 60(6): 3884-3893.
- [21] HANAMURA Y, TANAKA H, YAMAGUCHI K. A simplified method to measure unsteady force acting on the vibrating blades in cascade[J]. *Bulletin of Japan Society of Mechanical Engineers*, 1980, 23(180): 880-887.

(编辑: 王碧珺)