

文章编号: 1000-8055(2022)11-2598-19

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220279

## 航空发动机整机周向平均稳态仿真方法

金东海<sup>1,2</sup>, 梁 栋<sup>1</sup>, 刘晓恒<sup>1</sup>, 张健成<sup>1</sup>, 王 森<sup>1</sup>, 周成华<sup>1</sup>, 戴宇辰<sup>1</sup>, 桂幸民<sup>1,2</sup>

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;

2. 北京航空航天大学 江西研究院, 南昌 330096)

**摘 要:** 自主发展了基于周向平均方法的航空发动机整机准三维数值仿真方法。基于 Navier-Stokes 方程, 推导了周向平均的准三维通流模型控制方程, 针对方程源项传统模型的不足, 提出了考虑叶型影响的无黏叶片力模型、基于机器学习的压气机展向分布损失模型和基于理论分析的周向不均匀性模型等, 并完成了燃烧室的准三维建模, 最终实现了航空发动机整机准三维稳态仿真。利用本文发展的整机周向平均稳态准三维仿真程序 CAM 完成了 WP11 涡喷发动机整机仿真, 并与俄罗斯 S2 程序 AES-S2 的仿真结果进行了对比分析。结果表明, 相比于俄罗斯 S2 程序 AES-S2, 所发展的周向平均准三维仿真程序 CAM 仿真精度更高, 在 WP11 整机准三维仿真的设计点计算结果对比中, CAM 计算的涡轮流量的误差比 AES-S2 的计算误差小 8% 以上, 发动机推力误差小 16% 以上; 收敛性更好, CAM 计算的涡轮流量的振幅比 AES-S2 的计算结果的振幅小 10% 以上, CAM 计算的发动机推力的振幅比 AES-S2 的计算结果的振幅小 20% 以上。

**关 键 词:** 航空发动机; 周向平均; 准三维; 整机仿真; 建模

中图分类号: V231.3

文献标志码: A

## Steady state simulation method of whole aero-engine based on circumferentially averaged method

JIN Donghai<sup>1,2</sup>, LIANG Dong<sup>1</sup>, LIU Xiaoheng<sup>1</sup>, ZHANG Jiancheng<sup>1</sup>, WANG Sen<sup>1</sup>,  
ZHOU Chenghua<sup>1</sup>, DAI Yuchen<sup>1</sup>, GUI Xingmin<sup>1,2</sup>

(1. School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

2. Jiangxi Research Institute of Beihang University, Nanchang 330096, China)

**Abstract:** A numerical simulation method of the whole aero-engine based on the circumferentially averaged method was developed independently. Based on the Navier-Stokes equation, the governing equation of the circumferentially averaged throughflow model was deduced. In view of the shortcomings of the traditional model for the source terms of the equation, an inviscid blade force model considering the influence of airfoil, a compressor spanwise distribution loss model based on machine learning, and a circumferential non-uniformity model based on theoretical analysis were proposed. On this basis, the quasi-3D modeling of the combustion chamber was further completed, and finally the quasi-3D steady state simulation of the whole aero-engine was realized. The whole aero-engine simulation of turbojet engine WP11 was completed by using the whole aero-engine circumferentially averaged steady state simulation program CAM developed, and the simulation results of the Russian S2 program AES-S2 were compared and analyzed. The results showed that compared with the Russian S2 program AES-S2, the circumfe-

收稿日期: 2022-04-29

基金项目: 国家科技重大专项(2017-I-0005-0006, 2019-II-0020-0041)

作者简介: 金东海(1977—), 男, 副教授、博士生导师, 博士, 主要从事数值仿真方法及流动控制机理研究。E-mail: jdh@buaa.edu.cn

引用格式: 金东海, 梁栋, 刘晓恒, 等. 航空发动机整机周向平均稳态仿真方法[J]. 航空动力学报, 2022, 37(11): 2598-2616. JIN Donghai, LIANG Dong, LIU Xiaoheng, et al. Steady state simulation method of whole aero-engine based on circumferentially averaged method[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(11): 2598-2616.

rentially averaged quasi-3D simulation program developed had higher simulation accuracy. In comparison of the quasi-3D calculation results of WP11's design point, the error of turbine mass flow calculated by CAM was less than that of AES-S2 by over 8%. In terms of engine thrust, the error was reduced by more than 16%. The convergence of CAM was better. The amplitude of the turbine mass flow calculated by CAM was less than that of AES-S2 by over 10%. In terms of engine thrust, the amplitude of the calculation result was reduced by more than 20%.

**Keywords:** aero-engine; circumferentially averaged method; quasi three dimensional; whole aero-engine simulation; modeling

航空发动机的设计和研发涉及到气体动力学、燃烧学、传热学、工程热力学、材料学等多学科的技术,具有技术难度大、研制周期长、研制风险高等特点。目前,其研制过程中仍需依赖大量的物理试验。试验测试能够提供准确真实的发动机性能、流场结构,暴露设计方案存在的问题,但对试验设备的要求较高,耗费大、试验和调试的周期长,且难以测量许多复杂的流场结构,所能模拟的流动环境也受到限制。数值模拟技术在发动机研制体系内的引入使得上述问题得以解决或改善。

20 世纪 90 年代以来,随着计算设备能力的快速提高和数值模拟技术的迅速发展,数值模拟技术已经被越来越多的工程设计人员所认识并接受。数值模拟方法已经作为一种经济、有效和可靠的手段应用于发动机各部件的设计,代替物理样机试验进行结构和性能的全面评估验证。航空发动机的研究设计模式也由此发生了革命性的转变,即由传统的完全依靠试验手段进行研究验证转变为以数值模拟研究验证为主,试验研究验证为辅的研究设计模式,从而大大缩短了设计周期和降低了研究成本。

在叶轮机械研究领域,全三维的计算方法已经得到较为成熟的发展,但对于复杂几何结构内可压缩、非定常黏性流场的计算过程耗用巨大,对于发动机新布局的验证、整机性能的分析尚不能提供实用的解决方案。

目前针对整机的性能特性评估更多的是零维计算,利用发动机各部件共同工作关系与部件特性来求解发动机的稳态特性和过渡态特性,但零维计算的精度依赖于从大量部件及整机试验所获取的工程经验模型;同时,由于计算条件等限制难以进行整机主流道及二次流道流场及性能的三维仿真。

以吴仲华 1952 年提出的两族流面理论为主的各种准三维简化方法依然在大量应用,是国内

外叶轮机械工程设计技术的核心。这类方法具有以下特点:①简化的计算方法计算量小,速度快;②直接引入各种试验数据和经验模型,能够满足发动机部件设计中的计算精度的要求。因此,自主发展准三维整机仿真技术可有效缩短研制周期,节省研发费用,实现我国航空发动机及燃气轮机研制从“传统设计”到“预测设计”的战略转变。

目前国内已有的整机准三维仿真软件是引进的俄罗斯整机 S2 程序(AES-S2)。该软件可计算发动机的稳态总体性能参数,可对整机及其部件主流道的流动进行仿真,并考虑了黏性损失、泄漏、引气、抽气及间隙的影响。软件的通流模型采用高阶精度的有限差分 Godunov 格式和时间推进法,交替使用显/隐格式求解基于轴对称概念的  $S_2$  流面 Euler 方程组,该方法可以预测巡航条件下发动机的节流特性、内外涵喷口几何面积对发动机的性能影响等整机特性。

施发树等<sup>[1]</sup>以叶轮机械多部件模型为基础,完成了冷热部件数值模拟方法的统一,建立了适用于弹用小涡扇发动机的含黏性力项的准三维欧拉流动模型,对巡航条件下发动机节流特性、内涵喷口面积对发动机性能影响进行研究,仿真结果与其他支撑数据吻合。该模型可以对发动机其他稳态进行预测,可推广应用于过渡态的仿真,为准三维数值试验台建设奠定基础。黄家骅等<sup>[2]</sup>和于龙江等<sup>[3]</sup>分别利用该软件对两台涡扇发动机进行了整机  $S_2$  流面流场模拟计算,将数值计算与工程应用经验、试验数据相结合,有效节约了计算资源。北京航空航天大学数值仿真中心与俄罗斯中央航空研究院(CIAM)合作,引进了整机准三维计算软件(AES-S2)形成良好的仿真软硬件环境。完成了某小型涡喷发动机整机仿真<sup>[4]</sup>,还对某涡扇发动机进行了考虑级间引气的整机数值仿真<sup>[5]</sup>,并且对某涡轴发动机进行整机数值仿真<sup>[6]</sup>。此外,对其他型号发动机的风扇、压气机、涡轮部

件进行二维仿真计算,全面考核了仿真计算精度,积累了大量经验。

但是,现有俄罗斯整机 S2 软件在应用验证过程中也表现出其固有缺陷或不足:

1) 其控制方程是基于轴对称假设构建的,然后附加叶片力来模拟叶片的作用,因此数学基础不够严谨,对仿真结果的精度造成影响。

2) 程序采用有限差分格式对控制方程进行数值离散求解,一方面对复杂几何边界的适应性有限,另一方面该格式的守恒性较差,同样会对计算精度造成影响;另外造成程序收敛性较差,容易出现收敛慢或振荡收敛的情况。

3) 没有对燃烧室的复杂孔缝结构建模。对于数量众多的小孔,没有建模处理;对于周向上间隔存在的多个风斗,采用的处理方法是保证总通风面积一定,假设风斗在周向上连续存在。这种方式导致了风斗在子午面上的轴向尺寸改变。综合表现为对燃烧室冷却流模拟的精度不足。

相比之下,基于周向平均方法(circumferentially averaged method, CAM)发展的整机准三维仿真程序具有明显的优势。首先,该仿真程序的控制方程是周向平均 Navier-Stokes(N-S)方程,具有严谨的数学基础,并由此可以模拟环壁边界层的影响。其次,该仿真程序采用时间推进有限体积格式,相比有限差分格式,其具有更好的守恒性。此外,该仿真程序还具有以下优点:对燃烧室复杂孔缝进行了建模,包括大数量小孔的均匀渗透边界模型以及处理风斗时的并行网格方法,保证了风斗的子午面轴向尺寸,对燃烧室的冷却效果模拟得更加精确;同一套计算程序可以用于超声、跨声和亚声的计算;三维数值模拟中发展完善的数值求解方法几乎可以全部应用于该仿真程序;由于采用时间推进方法求解,模型自动包含非定常性;易于与三维数值计算程序集成,形成更加完善的设计工具。

## 1 周向平均通流模型的发展

在叶轮机械的三维流动中,对于任一流体参数,周向平均(通道平均)定义为

$$\bar{q}(x, r, t) = \frac{1}{\varphi_s - \varphi_p} \int_{\varphi_p}^{\varphi_s} q(x, r, \varphi, t) d\varphi \quad (1)$$

其中  $x$ 、 $r$ 、 $\varphi$ 、 $t$  分别为轴向坐标、径向坐标、周向坐标和时间;  $q$  为某流动参数;  $\bar{q}$  为该流动参数的

周向平均值;  $\varphi_s$  和  $\varphi_p$  分别为叶片吸力面和压力面在相对柱坐标系内的角坐标,如图 1 所示。周向平均的积分方向与转子转动方向一致,故在静叶通道中,积分方向为从吸力面到压力面。

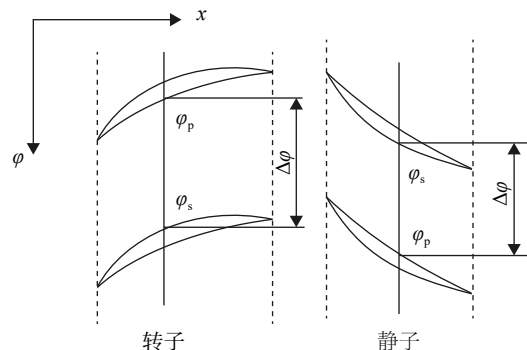


图 1 转子、静子叶片通道示意图

Fig. 1 Schematic diagram of rotor and stator blade channel

定义由于叶片厚度产生的堵塞系数:

$$b = \frac{\varphi_s - \varphi_p}{2\pi / N} \quad (2)$$

其中  $b$  为堵塞系数;  $N$  为叶片数; 堵塞系数  $b$  在叶片区小于 1, 在非叶片区等于 1。

给出周向平均运算的定义后,流动参数  $q$  可以分解为该参数的周向平均值  $\bar{q}$  和周向不均匀值  $q'$  两部分:

$$q(x, r, \varphi, t) = \bar{q}(x, r, t) + q'(x, r, \varphi, t) \quad (3)$$

对于可压流,给出该参数密度加权周向平均  $\bar{\bar{q}}$  的定义:

$$\bar{\bar{q}} = \frac{\bar{\rho q}}{\bar{\rho}} \quad (4)$$

其中  $\rho$  为密度。同理,可压流的流动参数  $q$  也可以分解为周向平均值  $\bar{\bar{q}}$  和周向不均匀值  $q''$ :

$$q(x, r, \varphi, t) = \bar{\bar{q}}(x, r, t) + q''(x, r, \varphi, t) \quad (5)$$

N-S 方程通过通道平均和密度平均法进行周向平均,得到相对坐标系下的周向平均控制方程<sup>[7]</sup>:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_{\text{vol}} U dV + \\ & \int_{\text{vol}} \left\{ \frac{1}{br} \cdot \frac{\partial [br(F - F_v)]}{\partial x} + \frac{1}{br} \cdot \frac{\partial [br(G - G_v)]}{\partial r} \right\} dV = \\ & \int_{\text{vol}} (S + F_b + F_f + P) dV \end{aligned} \quad (6)$$

方程中各项定义如下:

$$\begin{aligned}
\mathbf{U} &= \begin{bmatrix} \rho \\ \rho w_x \\ \rho w_r \\ \rho w_u \\ \rho e_w^* \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho w_x \\ \rho w_x w_x + p \\ \rho w_r w_x \\ \rho w_u w_x \\ \rho h_w^* w_x \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho w_r \\ \rho w_x w_r \\ \rho w_r w_r + p \\ \rho w_u w_r \\ \rho h_w^* w_r \end{bmatrix}, \\
\mathbf{F}_v &= \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xr} \\ \tau_{xu} \\ \tau_{xx} w_x + \tau_{xr} w_r + \tau_{xu} w_u - q_x \end{bmatrix}, \\
\mathbf{G}_v &= \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xr} \\ \tau_{rr} \\ \tau_{ru} \\ \tau_{xr} w_x + \tau_{rr} w_r + \tau_{ru} w_u - q_r \end{bmatrix}, \\
\mathbf{S} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\rho(w_u + \omega r)^2 + p - \tau_{uu}}{r} \\ \frac{-\rho w_r(w_u + 2\omega r) + \tau_{ru}}{r} \\ \rho w_r \omega^2 r \end{bmatrix}, \\
\mathbf{F}_b &= \frac{N}{2\pi b} \begin{bmatrix} 0 \\ p_s \frac{\partial \varphi_s}{\partial x} - p_p \frac{\partial \varphi_p}{\partial x} \\ p_s \frac{\partial \varphi_s}{\partial r} - p_p \frac{\partial \varphi_p}{\partial r} \\ \frac{p_p - p_s}{r} \\ 0 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{F}_f &= \frac{N}{2\pi b r} \begin{bmatrix} 0 \\ (\tau_{bwx})_p + (\tau_{bwx})_s \\ (\tau_{bwr})_p + (\tau_{bwr})_s \\ (\tau_{bwu})_p + (\tau_{bwu})_s \\ 0 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{P} &= - \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} (br\rho w_x'' w_x'') + \frac{\partial}{\partial r} (br\rho w_x'' w_r'') \\ \frac{\partial}{\partial x} (br\rho w_r'' w_x'') + \frac{\partial}{\partial r} (br\rho w_r'' w_r'') - \frac{\rho w_u'' w_u''}{r} \\ \frac{\partial}{\partial x} (br\rho w_u'' w_x'') + \frac{\partial}{\partial r} (br\rho w_u'' w_r'') + \frac{\rho w_r'' w_u''}{r} \\ \frac{\partial}{\partial x} (br\rho i'' w_x'') + \frac{\partial}{\partial r} (br\rho i'' w_r'') \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

其中  $x$ 、 $r$  分别为轴向、径向坐标; 下标  $x$ 、 $r$ 、 $u$  分别表征轴向、径向、周向方向;  $\rho$  为密度;  $w$  为速度;  $e_w^*$  为单位相对总内能;  $p$  为静压;  $h_w^*$  为单位相对总焓;  $\tau_{bw}$  为叶片壁面切应力;  $q$  为单位面积热流量;  $\omega$  为角速度;  $b$  为堵塞系数。通道平均参数(如应力、压力、密度等)和密度平均参数(速度)的上标在本方程中被忽略了。 $\mathbf{U}$  是守恒量,  $\mathbf{F}$  和  $\mathbf{G}$  是对流通量,  $\mathbf{F}_v$  和  $\mathbf{G}_v$  是黏性通量,  $\mathbf{S}$  是方程由绝对直角坐标系变换到相对柱坐标系后, 牵连运动中的离心力及哥氏力和相对运动中的惯性力、黏性力产生的附加项,  $\mathbf{F}_b$  是无黏叶片力项, 表征叶片对气流的折转作用,  $\mathbf{F}_f$  是黏性叶片力项, 表征叶片对气流的摩擦作用,  $\mathbf{P}$  是方程在周向平均过程中, 由于周向不均匀性产生的周向脉动应力项。

对于 Newton 流体, 根据 Stokes 假设, 可以将表面应力张量  $\tau_{ij}$  表示成层流黏性系数  $\mu$  以及雷诺应力  $-\rho \overline{u_i' u_j'}$  的函数。根据涡黏性假设, 雷诺应力

又可以表示成涡动力黏性系数  $\mu_t$  的函数。 $\mu$  可以采用 Sutherland 公式进行求解,  $\mu_t$  可以用湍流模型进行求解。至此, 周向平均控制方程得以封闭。

在周向平均 N-S 通流模型中, 方程式(6)等号右侧除去  $\mathbf{S}$  之外的另外三个源项  $\mathbf{F}_b$ 、 $\mathbf{F}_f$  和  $\mathbf{P}$  都无法通过表达式直接求得, 需要进行建模, 下面分别进行介绍。

## 2 无黏叶片力模型

基于周向平均 N-S 方程组的通流模型的建立, 最重要的工作即为叶片力的模化。方程式(6)的三个源项  $\mathbf{F}_b$ 、 $\mathbf{F}_f$  和  $\mathbf{P}$  中, 无黏叶片力项  $\mathbf{F}_b$  占据主导作用<sup>[8-10]</sup>。无黏叶片力的模化是基于以下假设建立的: 无黏叶片力的作用是使气流折转并且不产生熵增, 因而无黏叶片力必须垂直于平均流面, 即气流在无黏叶片力的作用下沿着平均流面流动。由于通流计算中没有考虑叶片的存在, 叶片对气流

的折转作用正是通过无黏叶片力的影响来体现。

## 2.1 传统无黏叶片力模型

传统的无黏叶片力模型包括基于时间迭代的无黏叶片力模型(显式求解)和基于大粒子方法的无黏叶片力模型(隐式求解)。

在基于时间迭代的无黏叶片力模型中,无黏叶片力被模化为一个时间相关的未知项并迭代求解。研究者提出了设计和分析两种计算无黏叶片力的公式。分析公式首先由 Baralon 等<sup>[11]</sup>提出,然后由 Simon 加以改进<sup>[12]</sup>,如式(7)所示;设计公式由 Sturmayer 和 Hirsch<sup>[13]</sup>首先给出,如式(8)所示。

$$\frac{\partial(\rho f_b)}{\partial t} = -C\rho(w_x n_{bx} + w_r n_{br} + w_u n_{bu}) \quad (7)$$

$$\frac{\partial(\rho f_b)}{\partial t} = C\rho(w_u^{\text{target}} - w_u) \quad (8)$$

其中 $f_b$ 为无黏叶片力的模; $n_{bx}$ 、 $n_{br}$ 和 $n_{bu}$ 为平均流面的单位法向量的分量; $t$ 为时间; $C$ 为迭代常数,可以调节迭代过程中的收敛性; $w_u^{\text{target}}$ 为给定的目标切向速度。

该模型的不足之处在于存在迭代常数 $C$ ,计算过程中发现 $C$ 的取值对迭代的收敛性具有很大影响,取值不当则有可能造成计算收敛的困难,严重时甚至会导致迭代不收敛。

在基于大粒子方法的无黏叶片力模型<sup>[14-15]</sup>中,无黏叶片力的求解分为两步:第一步在动量方程中不考虑无黏叶片力的影响;第二步则是在动量方程中仅考虑无黏叶片力的影响。通过这种方式将第一步中求解得到的动量在平均流面的切向方向进行投影,修正后得到新的动量与平均流面相切,从而可以避免显式求解无黏叶片力,也就不会出现因迭代常数取值不当而出现的收敛问题。而无论采用上述何种模型算法,都需要计算平均流面的法向量。平均流面由叶片的中弧面叠加内部脱轨角确定,其计算方法详见文献[16]。

## 2.2 计入叶型影响的无黏叶片力模型

上述传统无黏叶片力模型均是建立在平均流面假设的基础上,假设气流沿平均流面流动,无黏叶片力的作用仅是使气流产生折转,而不产生熵增,因此无黏叶片力必须垂直于平均流面。然而这种基于平均流面的假设在周向平均通流模型中并不适用,这种形式的无黏叶片力模型仅需要通过平均流面相关参数便可建立,而叶型对流动的影响则未考虑在内,这也就由此导致了无黏叶片力模型与实际情况有所出入。万科<sup>[17]</sup>构建的无黏叶片力模型计入了叶片厚度的影响,模型预

测精度明显提高。

根据叶片中弧面的定义 $\varphi_m = \varphi_m(x, r)$ ,叶片的吸力面和压力面分别可以表示为

$$\begin{aligned} \varphi_s &= \varphi_m + \frac{\pi}{N}(1+b) \\ \varphi_p &= \varphi_m + \frac{\pi}{N}(1-b) \end{aligned} \quad (9)$$

则方程式(6)中的无黏叶片力项可以转化为

$$F_b = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{N(p_s - p_p)}{2\pi b} \left( \frac{\partial \varphi_m}{\partial x} \right) + \frac{p_s + p_p}{2} \left( \frac{\partial b}{b \partial x} \right) \\ \frac{N(p_s - p_p)}{2\pi b} \left( \frac{\partial \varphi_m}{\partial r} \right) + \frac{p_s + p_p}{2} \left( \frac{\partial b}{b \partial r} \right) \\ \frac{N}{2\pi r b} (p_p - p_s) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

又由于 $\left( r \frac{\partial \varphi_m}{\partial x}, r \frac{\partial \varphi_m}{\partial r}, -1 \right)^T$ 表征了叶片中弧面的法向量,因此可以得出:

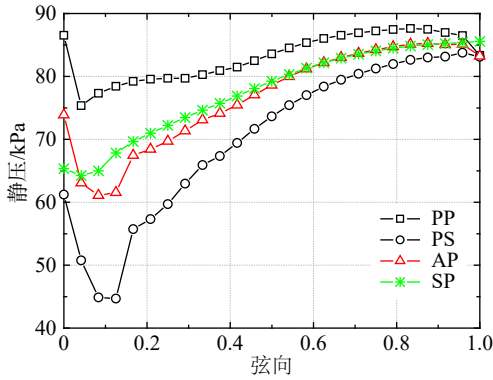
$$\begin{cases} F_{bx} = -F_{bu} \tan \lambda_m + \frac{p_s + p_p}{2} \left( \frac{\partial b}{b \partial x} \right) \\ F_{br} = -F_{bu} \tan \gamma_m + \frac{p_s + p_p}{2} \left( \frac{\partial b}{b \partial r} \right) \\ F_{bu} = \frac{N(p_p - p_s)}{2\pi r b} \end{cases} \quad (11)$$

其中 $\lambda_m$ 和 $\gamma_m$ 分别为叶片中弧面的轴向流面角和径向流面角,满足如下表达式:

$$\begin{cases} \tan \gamma_m = \frac{r \partial \varphi_m}{\partial r} \\ \tan \lambda_m = \frac{r \partial \varphi_m}{\partial x} \end{cases} \quad (12)$$

在以往的无黏叶片力模型中,与堵塞系数及叶片表面静压相关的项被忽略了,叶型的影响并未反映在无黏叶片力中。实际上,由式(11)可知,当叶片厚度或叶片表面静压变化较大时,轴向和径向叶片力也会随之发生变化,使之不再仅仅与周向叶片力及平均流面相关,不再垂直于平均流面。在对式(11)中的叶片表面压力和堵塞系数相关项建模时,由于本文中周向平均方法所针对的是分析问题,叶片几何固定,因此堵塞系数随轴向或径向的偏导数可直接计算得到,而叶片吸、压力面的表面静压则无法在周向平均计算中直接获取,需进行建模。

图2给出了可控扩散叶型(controllable diffusion airfoils, CDA)叶栅叶中截面的静压分布,图

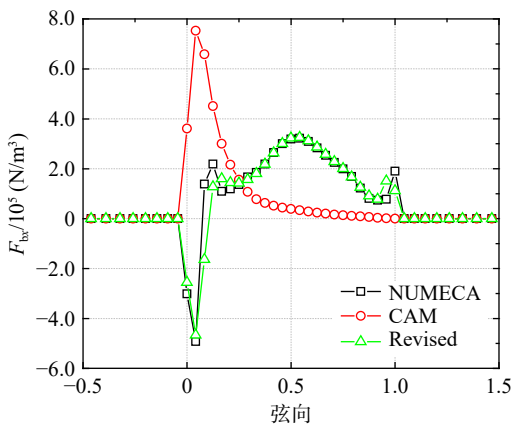
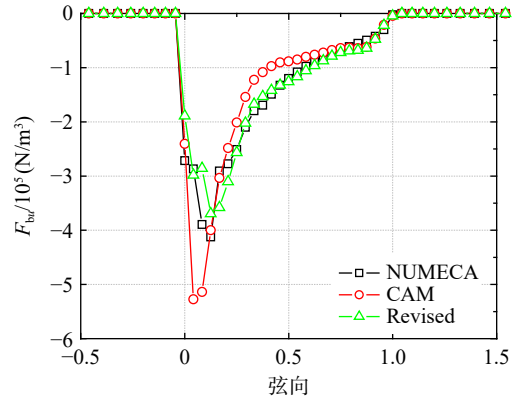
图 2 CDA 叶栅叶中截面静压分布图<sup>[17]</sup>Fig. 2 Static pressure distribution at midspan in CDA cascade<sup>[17]</sup>

中 PP 和 PS 分别表示叶片压力面和吸力面的表面静压, AP 为吸力面和压力面静压的平均值, 即式(11)中的  $\frac{p_s + p_p}{2}$ , SP 为叶中截面三维数值计算周向平均后的静压值。

从图中可以看出, AP 与 SP 有类似的分布趋势, 尤其在叶片区中后部, 两者几乎重合。由于周向平均通流模型中无法计算叶片吸力面、压力面表面静压, 因此考虑可以利用周向平均静压  $\bar{p}$  代替  $\frac{p_s + p_p}{2}$ , 从而式(11)可变为

$$\begin{cases} F_{bx} = -F_{bu} \tan \lambda_m + \bar{p} \frac{\partial b}{b \partial x} \\ F_{br} = -F_{bu} \tan \gamma_m + \bar{p} \frac{\partial b}{b \partial r} \\ F_{bu} = \frac{N(p_p - p_s)}{2\pi r b} \end{cases} \quad (13)$$

式(13)即为改进后的考虑叶型影响的无黏叶片力模型。对于某低速叶栅, 将采用改进无黏叶片力模型以及传统无黏叶片力模型的周向平均结果与三维计算的周向平均结果进行对比, 改进后的轴向叶片力及周向叶片力如图 3 和图 4 所示

图 3 CDA 叶栅叶中截面轴向叶片力分布图<sup>[17]</sup>Fig. 3 Axial blade force distribution at midspan in CDA cascade<sup>[17]</sup>图 4 CDA 叶栅叶中截面周向叶片力分布图<sup>[17]</sup>Fig. 4 Circumferential blade force distribution at midspan in CDA cascade<sup>[17]</sup>

(图中 CAM 为采用传统无黏叶片力模型的周向平均计算结果, Revised 为本文改进无黏叶片力模型后的周向平均程序计算结果, NUMECA 为软件计算的三维结果周向平均处理到子午场上的结果)。从图中可以看出, 轴向叶片力有明显改善, 在考虑叶型对无黏叶片力的影响后, 轴向叶片力的分布趋势与三维数值模拟结果已经十分接近。同时可以注意到, 在轴向叶片力的影响下, 周向叶片力的分布趋势也有所改善。更多针对跨声叶栅以及高负荷低速风扇的模型验证, 参见文献 [17]。

### 3 黏性叶片力、损失和落后角模型

方程式(6)中与叶片表面摩擦力相关的附加源项  $F_t$  被模化为黏性叶片力, 黏性叶片力的作用就是在计算中引入损失。关于黏性叶片力的模化, 最著名的模型是分布损失模型<sup>[18]</sup>, 该模型通过引入一种分布的体积力(黏性叶片力)来计入流动损失的影响。黏性叶片力平行于相对速度并且反向, 所做功仅产生熵增, 即将黏性叶片力项的求解转化为了对流向熵增的求解。又由于理想气体的熵增可以由叶片前尾缘的相对总温、相对总压求得, 相对总压又与叶片排的相对总压损失系数关联, 因此只要通过损失和落后角模型给出叶片排的相对总压损失系数, 就能结合叶片排前缘流场求出叶片排尾缘流场, 进而求得熵增, 最终求出黏性叶片力项。具体逻辑关系如图 5 所示。至此, 只需给定损失和落后角模型, 黏性叶片力即可求解。下面介绍压气机中常用的传统损失和落后角模型以及本文基于机器学习方法建立的损失模型。

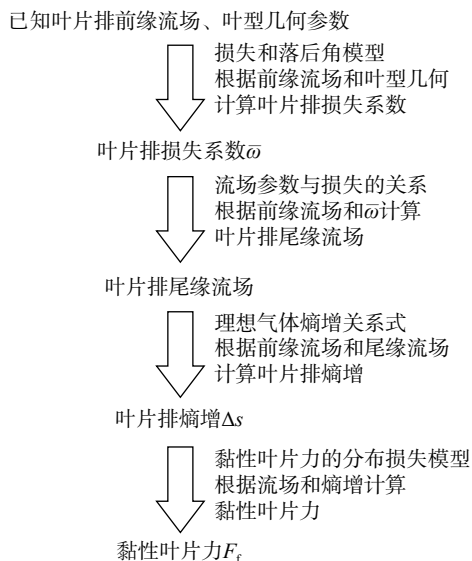


图 5 利用损失和落后角模型求解黏性叶片力

Fig. 5 Solving viscous blade force using loss deviation angle model

### 3.1 传统设计点损失模型

对于压气机近设计点损失的预估,一般将损失分为三类,即叶型损失、激波损失和三维损失(二次流和间隙等三维效应带来的损失)。

$$\omega_{\text{design}} \approx \omega_{\text{profile}} + \omega_{\text{shock}} + \omega_{3d} \quad (14)$$

叶型损失在通流模型的损失预估中起着重要作用,本文采用几种经典的叶型损失模型: Lieblein 模型<sup>[19]</sup>、NASA-SP-36 模型<sup>[20]</sup>,以及 Lieblein 模型的改进模型 Koch & Smith 模型<sup>[21]</sup>和 Hennecke 模型<sup>[22]</sup>。大体上,这些模型都是基于理论分析和/或试验数据统计的半经验或经验模型,将叶型损失与叶片稠度、进出口气流角、动量厚度、相对扩散因子等进行了关联。各模型的最佳适用范围和对损失的预估能力依赖一定经验,本文也对各模型的特点做了一定对比分析。

激波损失模型可以预估激波带来的损失。压气机叶栅通道内的激波系结构是十分复杂的,尤其是在高马赫数的条件下,由此造成激波损失的预估计算也是比较麻烦的,因而激波损失模型中往往存在一些经验和简化假设。本文采用的是压气机设计和分析中应用最广泛的激波损失模型之一——M-L-H(Miller-Lewis-Hartmann)模型<sup>[23]</sup>。该模型是在 Schwenk、Lewis 和 Hartmann 等人 1957 年发表的研究<sup>[24]</sup>基础上建立的,适用于超声速来流的情况,只对通道激波带来的损失予以考虑。Creveling 和 Carmody 在 1968 年对该模型做

了一定改动<sup>[25]</sup>,使其可以适合于超临界亚声的相对来流。这里介绍 M-L-H 模型本身,超声压气机叶栅的复杂波系被简化为图 6,以此对激波损失大小进行估算。该模型认为叶片前缘前点 A 处波前马赫数与来流的相对马赫数相等,吸力面冲击点 S 处的波前马赫数按照弱压缩波或膨胀波计算。

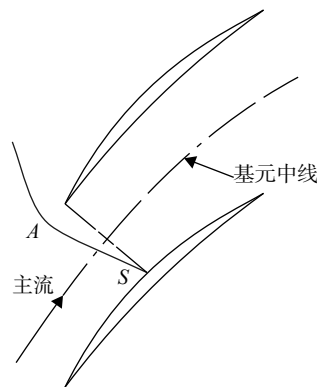
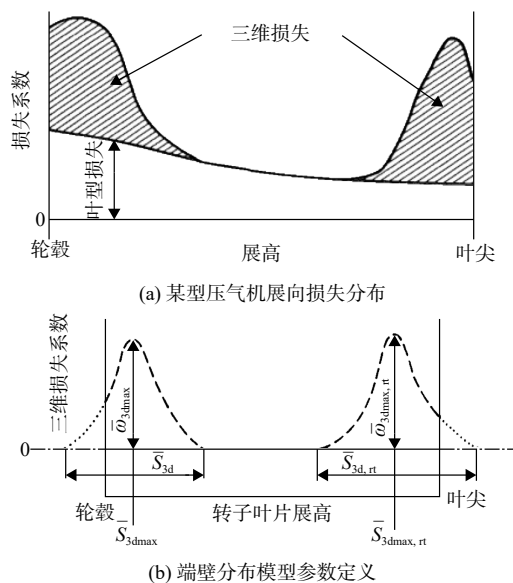


图 6 用于估算槽道激波损失的简化通道激波结构

Fig. 6 Simplified channel shock structure for estimating shock loss

需要注意的是,在周向平均通流模型中,虽然利用激波损失模型计入了激波的损失,但由周向平均的定义(式(1)、式(4))可知,周向平均方法本身是流场变量在周向的广义积分之后的平均,因此计算出的准三维流场本身不应该出现激波结构。

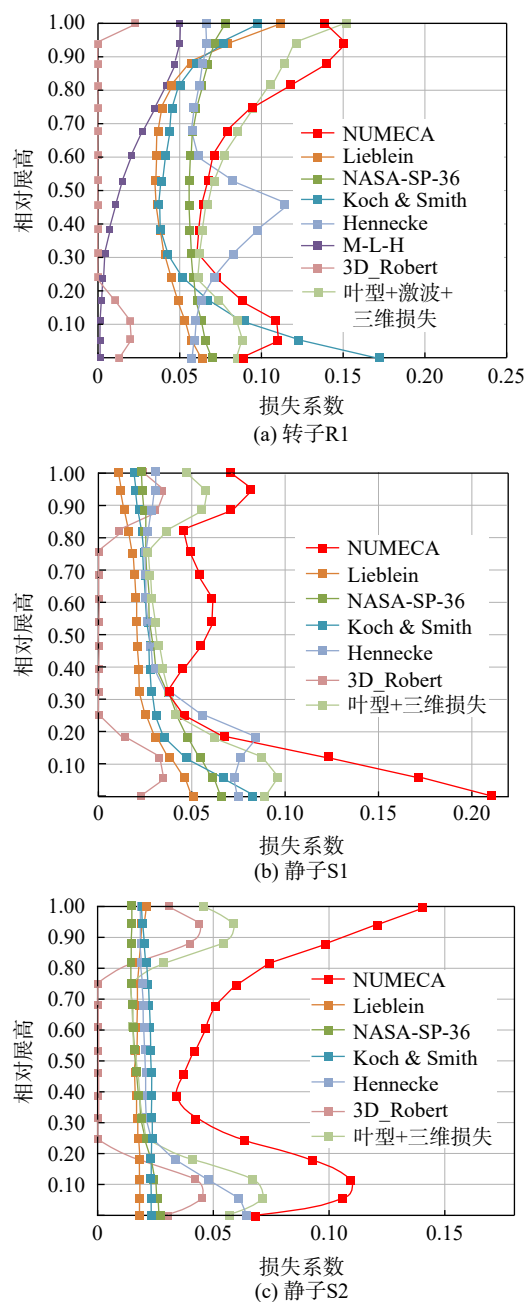
三维损失模型用来预估在压气机中,端壁二次流、间隙泄漏等带来的损失。这类模型较少,最为著名的是 Roberts 等<sup>[26]</sup>在 1988 年通过总结一定量试验数据给出的经验公式。其思想是将端壁二次流带来的损失从总的损失中扣除,认为在叶片中部的端壁二次流损失为 0,从而通过全展高的损失减去叶中损失得到端壁二次流(三维)损失系数。通过对大量试验数据的分析总结,其认为压气机损失沿展高的分布存在图 7 所示的典型分布特征,即在叶片两端各存在一个“凸包”,并且该两端的损失分布接近正态/二次分布。因而需要确定三个参数,即端区最大端壁损失系数、最大损失位置和三维损失区的大小。确定这三个参数后,因端区泄漏引起的三维损失即可求解。图中  $\bar{S}_{3d}$  表示近轮毂处存在三维损失的展高范围,  $\bar{S}_{3dmax}$  表示近轮毂处最大三维损失的展向位置,  $\bar{\omega}_{3dmax}$  表示近轮毂处最大三维损失系数;  $\bar{S}_{3d,rt}$  表示转子叶尖处存在三维损失的展高范围,  $\bar{S}_{3dmax,rt}$  表示转子叶尖处最大三维损失的展向位置,  $\bar{\omega}_{3dmax,rt}$  表示转子叶尖处最大三维损失系数。

图 7 压气机叶片典型损失分布特征<sup>[26]</sup>Fig. 7 Typical loss distribution characteristics of compressor blades<sup>[26]</sup>

确定上述三种损失后,依据式(14)即可得到压气机叶片排近设计点的损失。李泽峰<sup>[27]</sup>选用 WP11 轴流压气机为例在设计点对前述各种损失和落后角模型进行对比和分析,以对各模型的特点和计算精度进行验证和分析。结果如图 8 所示。图中 NUMECA 代表对使用 NUMECA 软件设计点全三维黏性计算模拟结果进行后处理得到的损失, Lieblein 代表 Lieblein 叶型损失模型, NASA-SP-36 代表 NASA-SP-36 叶型损失模型, Koch & Smith 代表 Koch & Smith 叶型损失模型, Hennecke 代表 Hennecke 的叶型损失模型, 3D\_Robert 代表 Robert 的三维损失模型, M-L-H 代表 M-L-H 激波损失模型, 叶型+激波+三维损失或者叶型+三维损失代表不同类型损失的总和,其叶型损失采用 Lieblein 的损失模型。后续分析时,一方面分析对比不同模型对叶型损失的预估差异,另一方面,分析对比叶型+激波+三维损失或者叶型+三维损失用传统损失模型预估的损失之和与 NUMECA 三维模拟计算出的损失的差异。

从图 8(a)可以看到在轴流转子 R1 中,经典的 Lieblein 模型与激波损失及 Robert 给出的三维损失加起来与三维计算在 20%~80% 展高吻合较好,根部和尖部损失的预估则略为偏低。Koch & Smith 及 Hennecke 的叶型损失模型则适合更高速度高负荷的叶片,对转子 R1 的损失预估偏高。

再对比分析图 8(b)和图 8(c)中的两排静叶,可以看到不同叶型损失模型对静子 S1 及 S2 的损

图 8 WP11 轴流压气机采用不同损失模型计算的各叶片排损失系数对比<sup>[27]</sup>Fig. 8 Comparison of loss coefficient of each blade row in axial compressor of WP11 using different loss models<sup>[27]</sup>

失系数预估差异较小,只有 Hennecke 模型在静子根部预估的损失略高,静子中没有激波损失,整体叶型损失和三维损失之和在 S1 根部及 S2 尖部较三维计算偏低,这主要是本文的三维损失系数模型预估精度还不够高导致的,不过整体来说偏差在可接受范围内。李泽峰还分别以低速风扇 TA36 和 NASA 公开的 energy efficient engine(E3)计划的高压压气机第一级加进口导叶为对象,进行了模型的对比分析,具体内容见文献<sup>[27]</sup>。

### 3.2 落后角模型

影响落后角的因素是多种多样的, 想要准确预估压气机叶片的落后角是十分困难的, 目前常用的方法还是以经验/半经验的关联模型为主。最为经典的是 Carter 公式<sup>[28]</sup>和 Cetin 等<sup>[29]</sup>在 1987 年的 NASA AGARD(National Aeronautics and Space Administration Advisory Group for Aerospace Research and Development)报告中给出了一种 Carter 公式的修正公式。

图 9 给出了在近设计点三维计算(用 NUMECA 表示)、Carter 公式计算(用 Carter 表示)及 Cetin 修正的 Carter 公式计算(用 Cetin 表示)的 WP11 轴流压气机转子和两排静子的落后角的计算结果, 可以看到在转子中 Cetin 修正后的 Carter 公式更适合这种高速流动的转子, 计算结果与三维结果更接近, 这也在一定程度上说明了 WP11 压气机轴流转子的先进性。而在两排静子叶片中原始的 Carter 公式则与三维结果更加接近, 也充分说明了 Carter 公式在静子中的高适用性。以 TA36 和 E3 高压压气机前一级半为算例的模型对比分析见文献<sup>[27]</sup>。

### 3.3 非设计点损失和落后角的关联

前面已经给出了设计点损失、落后角的预估

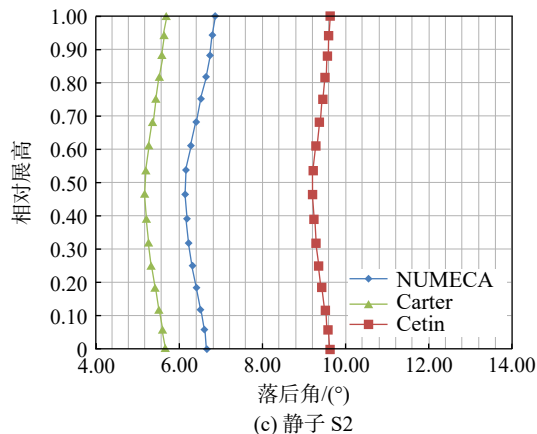
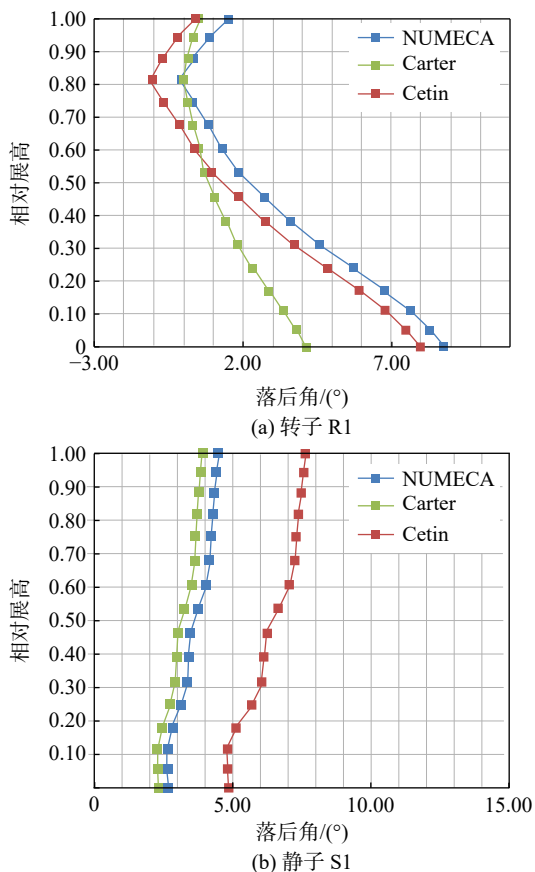


图 9 WP11 轴流压气机级各叶片排落后角<sup>[27]</sup>

Fig. 9 Deviation angle of blade rows in axial compressor of WP11<sup>[27]</sup>

模型, 这些都是在设计点, 即最小损失状态下的损失和落后角, 要实现对压气机气动性能的计算则必须对非设计点的损失和落后角进行预估。事实上, 这类非设计点损失和落后角关联模型大都是采用的同一种方式: 定义一个或者多个参考状态, 将非设计状态或实际状态下的落后角损失与迎角、 $D$  因子的改变量、进口马赫数等参数进行关联, 计算损失时将设计点叶型损失作为参考损失, 非设计点叶型损失使用关联关系计算, 激波损失和三维损失直接按原模型计算。落后角则是按模型预估的作为参考状态, 非设计点的落后角按相关非设计模型关联。本文选用了两种比较常用的非设计点损失和落后角关联模型: Creveling 模型<sup>[30]</sup>和 Miller 模型<sup>[31]</sup>, 具体公式见相关原始文献。

### 3.4 基于机器学习的压气机展向分布损失模型

现有模型存在适用范围狭窄、展向分布损失预测精度不足等问题, 难以满足我国现代压气机自主研制发展的需求。因此, 本文基于机器学习方法, 开展压气机流场分析研究, 以构建适用于通流方法的展向分布损失预测模型。

岳梓轩<sup>[32]</sup>进行了大量的数值模拟, 建立了一个包含一千多个压气机叶栅数值样本的数据库用于训练和测试模型, 数值模拟经过了网格验证, 其精度与 CDA077 叶型试验数据进行了校核, 详细过程请参考文献<sup>[32]</sup>; 选取了临界马赫数作为关键参数来清洗样本; 确定了扩散因子、轴向密流比和二次流强度等几个变量用于特征工程和变量选择; 使用了基于机器学习的支持向量回归算法作为选择器,  $K$  近邻回归算法作为估计器, 建立了

总压损失系数的展向分布模型。此模型可以同时用于设计点和非设计点的压气机叶片损失预估。

使用了数值测试集和两台高压压气机数据对所构建的模型进行了验证分析, 结果表明: 此构建的展向损失模型能够准确地预测总压损失系数的展向分布, 在数值测试集上平均绝对误差一般在 1% 左右, 可决系数  $R^2$  能够大于 0.8, 特别是在预测叶片展中位置的损失时, 模型表现出更好的性能, 在数值测试集上的可决系数  $R^2$  超过了 0.97。此外, 模型还能很好地对样本进行分类, 反映二次流的影响, 捕捉到端壁二次流向叶中截面延伸的情况。

图 10 给出了模型在整个数值测试集上展中截面处的表现。每个圆点代表每个数值测试样本的展中截面的总压损失系数(样本数量为 87 个), 横坐标代表三维数值模拟得到的总压损失系数, 纵坐标代表此模型预测的总压损失系数。

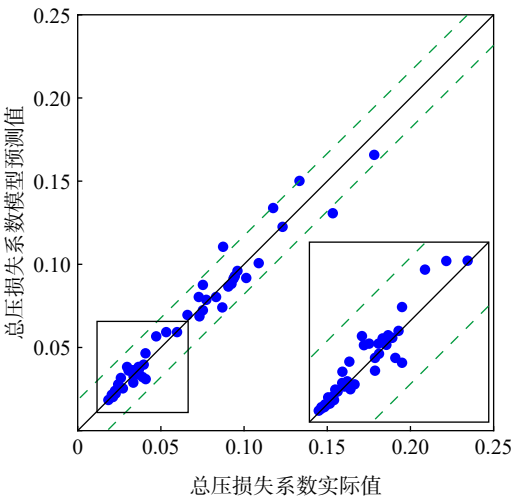


图 10 数值测试集所有算例展中截面的验证结果<sup>[32]</sup>  
Fig. 10 Verification results of all numerical sample at midspan in the numerical test set<sup>[32]</sup>

显然, 图 10 左下角到右上角的黑色直线段代表最佳预测结果, 与之越接近则代表预测得越准确。图中最佳结果线两侧有两条虚线构成的一条带状区, 这条带的宽度为数值测试集叶中截面总压损失系数的标准差。可见大多数样本点都落在了这条带状区域中间, 较为直观地体现模型在数值测试集上优秀的表现。

表 1 给出了整个数值测试集上全展高和展中截面处, 模型表现的具体参数, 包括平均绝对误差(MAE)、方均根误差(RMSE)和可决系数  $R^2$ 。可见对于全展高, 平均绝对误差已经小于 1%, 方

均根误差小于 2%, 可决系数  $R^2$  达到了 0.830 2, 已经有着很好的表现。如果聚焦于展中截面, 平均绝对误差已经小于 0.4%, 方均根误差小于 0.6%, 可决系数  $R^2$  更是达到了惊人的 0.971 8。这表明模型在全展高情况下已经有着很好的表现, 特别地, 对于传统模型经常使用的展中截面位置处, 本文的模型有着更好的表现。

表 1 数值测试集整体验证结果<sup>[32]</sup>  
Table 1 Overall verification results of numerical test set<sup>[32]</sup>

| 参数     | 全展高     | 展中截面    |
|--------|---------|---------|
| MAE/%  | 0.981 6 | 0.333 4 |
| RMSE/% | 1.992 5 | 0.585 9 |
| $R^2$  | 0.830 2 | 0.971 8 |

除了用测试集中的叶栅结果进行验证之外, 最理想的情况是使用试验数据进一步验证模型的准确性, 然而对于高压压气机, 要做到总压损失系数的多展高的分布式测量是较为困难的, 于是考虑了一些高压压气机的设计数据来进行验证。

这些设计数据是以往的高压压气机公开的设计数据, 它们也是通过通流计算得到的, 但是这些总压损失系数的分布并不是基于纯计算, 前文也有提到, 通流计算的结果很大程度上依赖经验公式的准确性, 而经验公式又大多是通过试验进行修正的, 因此尽管只是设计数据, 其背后也蕴含着大量的试验数据作为依靠。特别是 GE(General Electric)公司, 其准确的通流计算离不开大量的基于试验的经验公式。

图 11 给出了 E3 计划高压压气机 10 级静子上的总压损失系数沿着叶片不同展高的分布情况。黑色的圆点代表文献 [33] 中的 E3 压气机设计数据, 蓝色的三角形折线代表使用本文模型预测得到的结果。总的来说, 对于大多数叶片排, 从图中可以观测到非常好的结果, 总压损失系数模型预测结果与设计数据大体吻合一致。

表 2 给出了此损失模型在 E3 计划高压压气机 10 级静子上总压损失系数预测结果的具体表现, 平均绝对误差、方均根误差和可决系数  $R^2$  均列了出来。

这一结果能够很好地证明此模型的有效性, 因为此总压损失系数模型的训练过程是基于一个纯三维数值模拟方法得到的数据库, 但是能够与基于大量试验结果的一台真实的压气机设计数据相吻合。此总压损失系数模型既捕捉到了较为准

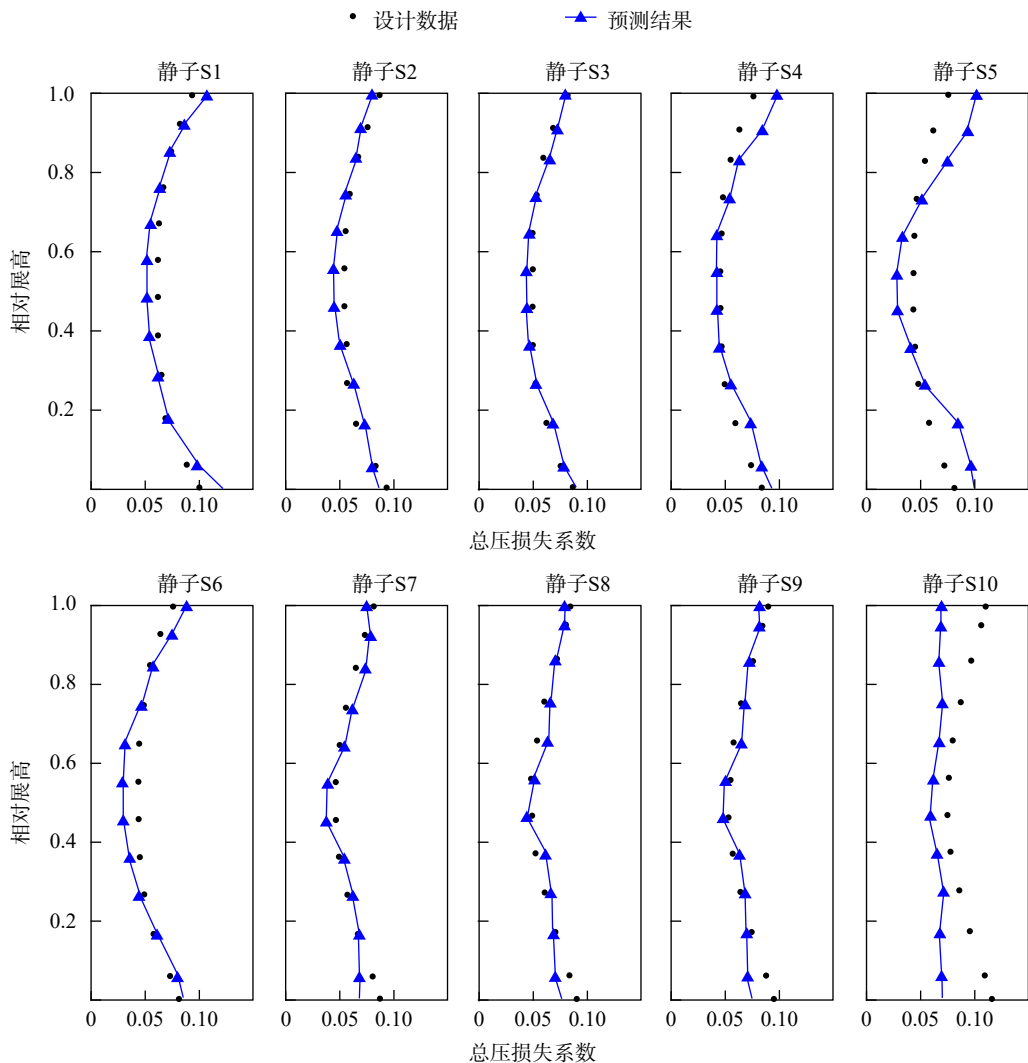


图 11 损失模型在 E3 压气机静子上的验证结果<sup>[32]</sup>

Fig. 11 Verification results of loss model on the E3 compressor stator<sup>[32]</sup>

表 2 损失模型在 E3 压气机静子上的验证结果<sup>[32]</sup>

Table 2 Verification results of loss model on the E3 compressor stator<sup>[32]</sup>

| 参数     | 静子 S1    | 静子 S2   | 静子 S3   | 静子 S4   | 静子 S5    |
|--------|----------|---------|---------|---------|----------|
| MAE/%  | 1.403 8  | 0.495 3 | 0.413 3 | 1.007 6 | 1.995 6  |
| RMSE/% | 1.690 6  | 0.639 1 | 0.501 4 | 1.268 0 | 2.157 8  |
| $R^2$  | -0.627 6 | 0.768 7 | 0.856 2 | 0.073 7 | -1.678 8 |

| 参数     | 静子 S6   | 静子 S7   | 静子 S8   | 静子 S9   | 静子 S10   |
|--------|---------|---------|---------|---------|----------|
| MAE/%  | 0.874 6 | 0.909 2 | 0.874 0 | 0.934 4 | 2.418 9  |
| RMSE/% | 1.051 4 | 1.053 1 | 1.004 7 | 1.211 2 | 2.765 1  |
| $R^2$  | 0.367 6 | 0.440 1 | 0.500 8 | 0.272 5 | -2.782 8 |

确的数值,也捕捉到了符合物理、符合设计数据的总压损失系数分布趋势。

这种基于大量数据库建立的机器学习模型在预测现代高负荷全三维叶型时能够表现出更好的预测效果,而传统损失较为简单,在预测一些简单问题时更加方便。目前程序中采用的是传统损失模型,后续计划将机器学习模型应用到程序中。

#### 4 周向不均匀性模型

方程式(6)中的 $\boldsymbol{P}$ 为周向脉动应力项,表征了航空发动机中流动的周向不均匀性。在控制方程中计入周向不均匀性的影响,可以解除传统叶轮机降维仿真方法中的轴对称假设,提高仿真精度。叶轮机进口周向不均匀性是由叶片通道内的无黏叶片力作用向上游传递的结果,是叶片力在上游

的表现形式<sup>[34]</sup>。为了模化周向脉动应力源项  $\mathbf{P}$ , 唐明智等采用代数模型<sup>[35]</sup> 和压力输运模型<sup>[7]</sup> 来模化无黏叶片力引发的周向不均匀性, 分析周向不均匀性的作用。

#### 4.1 代数模型

为了建立周向不均匀性模型, 其中一种最简单的方式就是假定流动参数沿周向的分布, 然后根据定义算出周向脉动应力项, 本文基于这一想法, 提出了一种代数模型。代数模型中存在两个关键的假设。

假设一: 由于重点是对叶片通道进口处的周向不均匀性进行建模, 本节的建模过程主要是基于势流分析。受吴仲华所提出的中心流线法<sup>[36-37]</sup> 的启发, 假设在绝对坐标系中, 流动是无旋的, 同时将可以引发周向不均匀性的二次流等因素忽略。

在未发生大范围分离的情况下, 叶片表面边界层厚度有限, 主流占据着通道的大部分范围, 势流特征依然占据主导作用, 而上游叶片排尾迹对下游叶片排的影响则要归结于确定应力的作用, 因此这一简化具有一定的适用性<sup>[38]</sup>。

假设二: 假设速度、密度这些流动参数的周向分布可以通过傅里叶级数来描述, 同时为了简化, 本小节中的速度、密度沿周向的傅里叶级数展开只保留到 1 阶, 即

$$\begin{cases} \rho = \bar{\rho} + \frac{\partial \rho}{\partial \varphi} (\varphi - \varphi_0) \\ w_i = \bar{w}_i + \frac{\partial w_i}{\partial \varphi} (\varphi - \varphi_1) \end{cases} \quad (15)$$

式中  $\varphi_0$  和  $\varphi_1$  分别为密度平均值和速度平均值各自对应的周向角度;  $i=x, r, u$ 。

因此本节假设了速度、密度沿周向呈线性分布, 这一假设固然与叶片通道外参数的周期性条件存在偏差, 但参数的周向分布在经过一定重新排布后可以表现出近似线性分布特征。此外, 为获得更高的精度, 可以将傅里叶级数保留到更高阶数。傅里叶级数展开在出现强激波的情况下将会不适用, 因此本文尚未考虑强激波出现的状况。考虑到密度加权平均的定义,  $\varphi_0$  和  $\varphi_1$  之间满足关系

$$\varphi_1 = \frac{(\Delta \varphi)^2}{12\bar{\rho}} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial \varphi} + \varphi_0 \quad (16)$$

在引入上述两个假设后, 只要能够得到速度、密度的周向偏导数, 即可实现周向不均匀项的求解。考虑三维连续方程和无黏形式下的能量方程, 结合无旋假设, 可推导出三个速度分量和密度的

周向偏导数, 其形式如下:

$$\begin{cases} \frac{\partial w_x}{\partial \varphi} = \frac{\partial w_u r}{\partial x} \\ \frac{\partial w_r}{\partial \varphi} = \frac{\partial w_u r}{\partial r} + 2\omega r = \frac{\partial v_u r}{\partial r} \\ \frac{\partial w_u}{\partial \varphi} = \\ \gamma RT \left[ \frac{\partial(r\rho w_r)}{\partial r} + \frac{\partial(r\rho w_x)}{\partial x} \right] - \rho w_u \left( w_x \frac{\partial w_x}{\partial \varphi} + w_r \frac{\partial w_r}{\partial \varphi} \right) \\ \rho(w_u^2 - \gamma RT) \\ \frac{\partial \rho}{\partial \varphi} = \frac{\rho \left( w_x \frac{\partial w_x}{\partial \varphi} + w_r \frac{\partial w_r}{\partial \varphi} \right) - w_u \left[ \frac{\partial(r\rho w_r)}{\partial r} + \frac{\partial(r\rho w_x)}{\partial x} \right]}{w_u^2 - \gamma RT} \end{cases} \quad (17)$$

式中  $v_u$  为绝对周向速度,  $R$  为气体常数,  $T$  为静温,  $\gamma$  为比热比。

由此可获得各参数沿周向的分布情况, 从而实现周向不均匀项的求解。具体建模过程及验证详见文献<sup>[35]</sup>。

#### 4.2 应力输运模型

类似雷诺平均后所产生的雷诺应力项, 方程式(6)中的周向脉动应力项  $\overline{w_i'' w_j''}$  (即  $w_x'' w_x''$ 、 $w_u'' w_u''$  等, 式(6)中为简化, 省略了表征密度加权平均的双横线)代表着周向不均匀性所带来的影响, 下面简要介绍周向脉动应力项的应力输运模型, 详细建模过程可参考文献<sup>[7]</sup>。类比湍流模型中的应力输运模型, 可以推导出对于周向脉动应力项的应力输运方程, 以张量形式表示的无黏形式的应力输运方程如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(b r \bar{\rho} \overline{w_k'' w_i'' w_j''})}{b r \partial x_k} = & - \left( \overline{\rho w_i'' w_k''} \frac{\partial \bar{w}_j}{\partial x_k} + \overline{\rho w_j'' w_k''} \frac{\partial \bar{w}_i}{\partial x_k} \right) - \\ & \frac{\partial(b r \overline{\rho w_k'' w_i'' w_j''})}{b r \partial x_k} - \left( w_i'' \frac{\partial p}{\partial x_j} + w_j'' \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) + \\ & (\overline{w_i'' S_j} + \overline{w_j'' S_i}) \end{aligned} \quad (18)$$

式中  $S$  为应变率;  $i=x, r, u$ ;  $j=x, r, u$ ;  $k=x, r, u$ 。方程左侧为对流项, 右侧第 1 项为生成项、第 2 项为输运项、第 3 项为速度-压力关联项(简称压力项)、第 4 项为速度-源项(V-S)关联项。其中生成项表征了应力输运方程与平均后的轴对称流场之间的关联, 速度-压力关联项表征了由于压力的脉动性而做的功。在方程式(18)中, 输运项、压力项及速度-源项关联项均无法直接获得, 需要进行建模, 而在这几项中, 压力项为关键项, 其余几项则可忽略, 故下面简要介绍压力项的建模方法, 详细过程可参考文献<sup>[7]</sup>。

假设速度和压力可沿周向进行傅里叶级数展开,并保留到 1 阶,则压力项可进一步推导为

$$\overline{w_i'' \frac{\partial p}{\partial x_j}} = \frac{\partial w_i}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x_j \partial \varphi} \cdot \frac{(\Delta \varphi)^2}{12} - \frac{\partial w_i}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} (\varphi_1 - \varphi_0) + \frac{\partial w_i}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial p}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \varphi_0}{\partial x_j} (\varphi_1 - \varphi_0) \quad (19)$$

其中  $\varphi_0$  和  $\varphi_1$  之间满足关系式(16)。

从式(19)中可以看出,当确定三个速度和压力的周向偏导数后,可解出压力项。进一步引入  $S_2$  流面无黏形式的周向动量方程以及绝对坐标系下流动无旋假设,并结合连续方程和无黏形式下的能量方程,可推导出压力和三个速度分量的周向偏导数,其形式如下:

$$\frac{\partial p}{\partial \varphi} = -\rho w_x \frac{D(v_u r)}{Dx} \quad (20)$$

其中三个速度分量的周向偏导数如式(17)。由此可实现对压力项的求解,从而实现应力输运方程的封闭。

### 4.3 模型对比分析

从式(20)和式(17)中可以看出,引发速度和压力的周向不均匀性的一个主要因素是环量沿轴向和径向的偏导数,即负荷的分配情况,而文献[39]中也基于  $S_2$  流面上周向动量方程分析了周向不均匀性产生的原因,认为对于定常问题周向不均匀性来源于黏性力的存在和气流的环量沿流线的导数不为零,而在未发生大范围分离时,相比黏性力,环量改变所反映的无黏叶片力是最主要的源项,因此环量改变对周向不均匀性的产生应占主要作用。

环量的分布特征在设计问题中是给定量,在分析问题中则主要是源于无黏叶片力的作用,因此两种模型同时适用于设计问题与分析问题。对于设计过程中不同的环量分布形式所带来的不同的负荷加载方式,必然也会导致不同的周向不均匀项分布;同时,当叶片采用掠设计时,由于叶片的空间构型发生变化,环量沿径向的梯度必然随之改变,也同样会对周向不均匀项造成改变,而这些改变都会反过来以周向脉动源项的形式来影响流场。

唐明智<sup>[40]</sup>以前掠  $20^\circ$  叶栅为例,以三维计算结果为基准,对模型进行初步考核,图 12 给出了三种计算得到的展中截面各周向脉动源项分量  $P_x$ 、 $P_r$  和  $P_u$  沿轴向的分布情况,图中  $x$  为轴向位置,  $c$  为弦长,NUMECA 是软件三维计算结果,AM 是代

数模型计算结果,STM 是压力输运模型计算结果。

从图 12 中可以看出,对于  $P_x$  和  $P_r$ ,两种模型的结果与三维计算结果存在一定的偏差,其中两种模型之间的相对偏差大部分在 10% 以内。对于  $P_x$ ,两种模型与三维计算结果在前缘之前的相对偏差在 60% 以内;而对于  $P_r$ ,两种模型与三维计算结果在前缘之前的相对偏差则在 50% 以内,三维计算结果算出的这两个周向脉动源项分量的

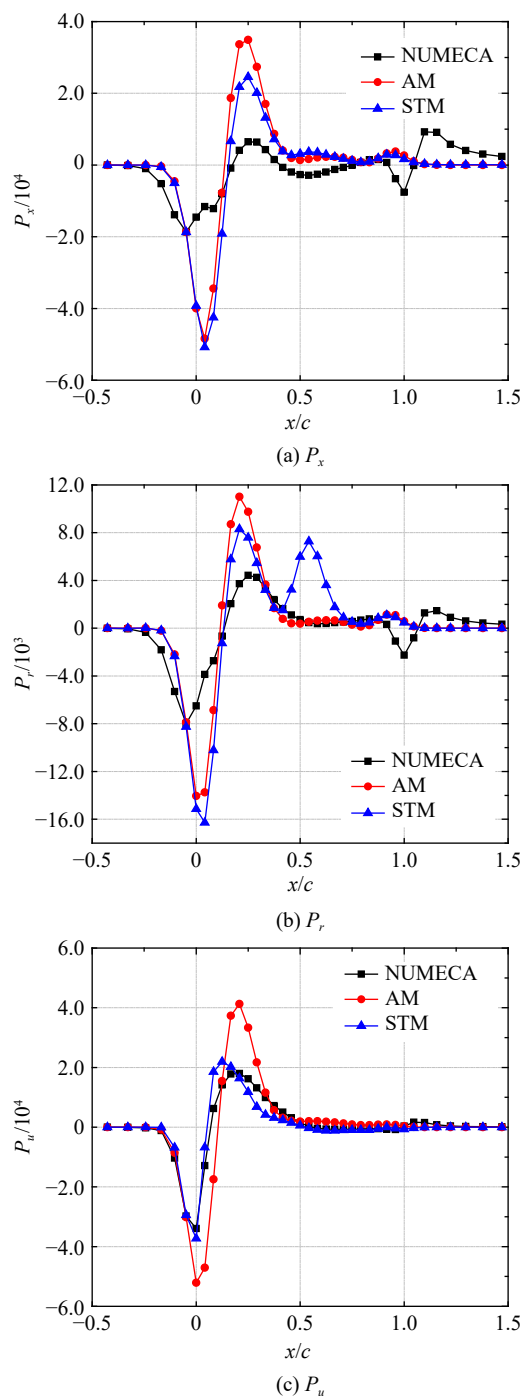


图 12 前掠  $20^\circ$  叶栅展中各周向脉动源项沿轴向分布<sup>[39]</sup>

Fig. 12 Axial distribution of circumferential fluctuations source term at mid-span in the forward-swept  $20^\circ$  cascade<sup>[39]</sup>

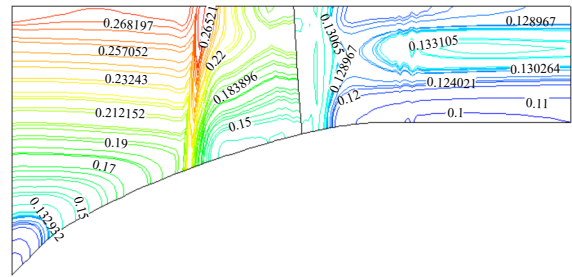
其中一个峰值出现在前缘之前,而两种模型计算出来的峰值则在前缘偏后,同时,如前面所述,两种模型所能描述的周向压力的不均匀性前传特征弱于三维计算结果,所以在前缘前计算得到的 $P_x$ 和 $P_r$ 要略小于三维计算结果。但总体来看,两种模型计算得到的 $P_x$ 和 $P_r$ 在分布趋势上与三维计算结果一致,在量级上也与三维计算结果一致。两种模型计算得到的 $P_u$ 与三维计算结果的吻合程度则要明显好于 $P_x$ 和 $P_r$ ,其中应力输运模型计算得到的 $P_u$ 不论是在分布趋势上还是在数值上都与三维计算结果几乎一致,而代数模型计算得到的 $P_u$ 在叶片区域要略高于三维计算结果,而在前缘之前两种模型计算得到的 $P_u$ 与三维计算结果十分一致,与三维计算结果的相对偏差都在 10% 以内,说明两种模型都能够较好地描述周向压力梯度所引发的不均匀性在周向的影响,程序中可以任选一种模型进行计算。这种根据经验和理论得出的模型,建模需要很好的物理认知,简单易用,但是由于引入一部分简化假设,对模型的精度稍有影响。

## 5 整机周向平均稳态仿真

### 5.1 叶轮机部件周向平均稳态仿真

通过上文对周向平均控制方程式(6)等式右边源项的建模,此周向平均方法(CAM)N-S 通流模型已经可以进行叶轮机部件的考虑周向不均匀性(即解除传统轴对称假设)的黏性稳态准三维仿真。TA36 低速风扇(具体几何参数及试验测量详见文献[41])的准三维仿真的堵塞系数分布图及相对马赫数等值线图如图 13 所示,设计转速特性与三维计算及试验结果的对比如图 14 所示。

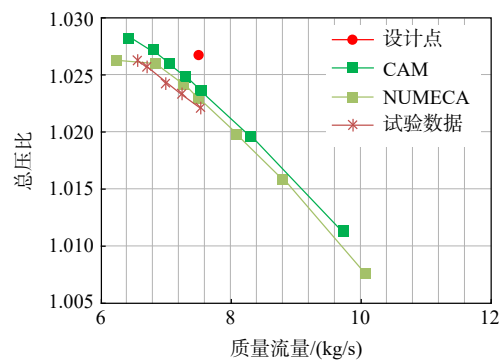
至此已经实现了叶轮机部件的周向平均准三维仿真功能。在航空发动机中,燃烧室不是叶轮机部件,其几何结构复杂,火焰筒存在大量孔缝,其数值仿真存在诸多技术挑战。因此,为了实现



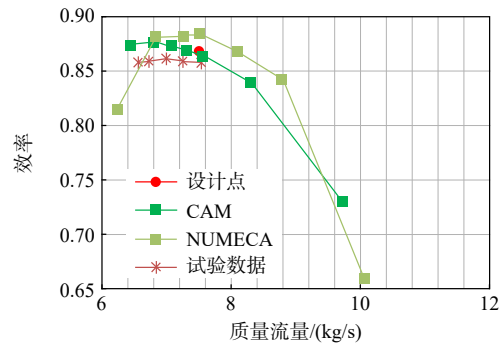
(b) 相对马赫数等值线图

图 13 TA36 风扇周向平均准三维仿真<sup>[27]</sup>

Fig. 13 Quasi-3D simulation of TA36 fan using CAM<sup>[27]</sup>



(a) 质量流量-总压比特性



(b) 质量流量-效率特性

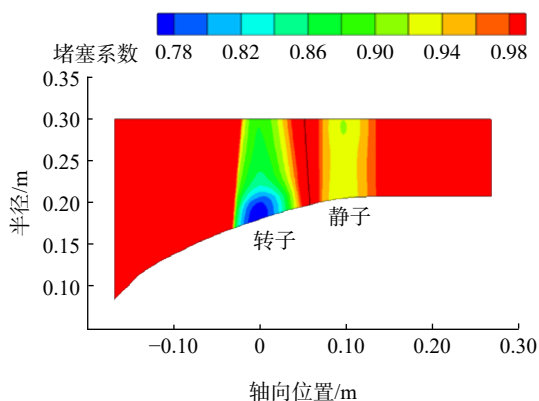
图 14 TA36 风扇设计转速特性<sup>[27]</sup>

Fig. 14 Design speed characteristics of TA36 fan<sup>[27]</sup>

航空发动机整机的周向平均准三维仿真,还需要对燃烧室进行准三维建模研究。

### 5.2 燃烧室复杂几何准三维建模

折流燃烧室中包含两类典型的孔结构:主燃孔及进气斗。其中,主燃孔位于火焰筒内壳/外壳前锥上,以小孔和窄缝的形式存在。该类结构尺寸小、数量多,如果像三维一样对该结构进行网格划分,需要大量的网格计算点,耗费较大的计算资源及较长的计算时间,这对于燃烧室的快速数值仿真是非常不利的。为了解决该类结构仿真问题,刘晓恒等<sup>[42]</sup>在准三维数值仿真中采用均匀渗透边界方法,以边界条件的形式对该结构进行当地局部数值模拟。另外,进气斗结构在准三维



(a) 堵塞系数分布图



而实现对两种流动结构分别进行模拟。

对上述折流环形燃烧室采用并行网格计算, 其网格示意图如图 18 所示。在空间利用两套位置重合的网格对进气斗结构进行刻画, 其中红色区域对应进气斗内部空间计算网格, 蓝色区域对应进气斗间隙计算网格。按照上述方法即可将两种不同的流动结构分别进行刻画, 实现进气斗区域的并行网格计算。更加详细的建模以及考核过程见文献 [43]。

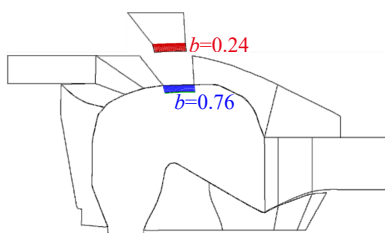


图 18 某型折流环形燃烧室并行网格结构示意图<sup>[43]</sup>

Fig. 18 Schematic diagram of parallel grid structure of a baffled annular combustor<sup>[43]</sup>

利用均匀渗透边界模型和并行网格方法实现燃烧室复杂几何结构的降维建模后, 刘晓恒<sup>[43]</sup>参考俄罗斯 S2 程序给出了燃油分布规律, 在方程式 (6) 中引入了燃油连续方程和化学反应热方程, 实现了燃烧室的准三维仿真, 结果如图 19 所示。

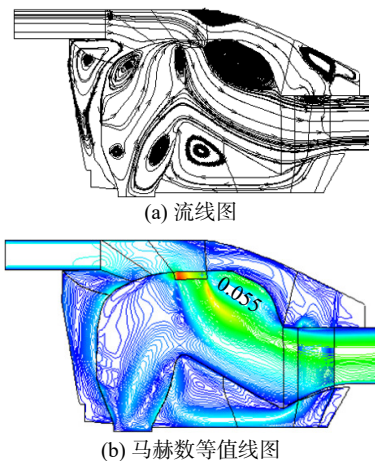


图 19 WP11 折流燃烧室准三维仿真<sup>[43]</sup>

Fig. 19 Quasi-3D simulation of WP11 baffled combustor<sup>[43]</sup>

### 5.3 涡喷发动机整机准三维稳态仿真

综合前文介绍的各种周向平均通流方程相关模型, 自主发展的周向平均降维仿真程序实现了 WP11 发动机的整机稳态准三维仿真。流场图如图 20、图 21 所示。

自主发展的周向平均准三维程序 CAM 与俄罗斯 S2 程序 AES-S2 的整机设计点计算结果对

比如图 22、图 23 和表 3 所示。

图 23 给出了俄罗斯 S2 程序 AES-S2 与周向平均准三维程序 CAM 对于 WP11 发动机设计点的仿真结果的收敛曲线。表 3 给出了仿真的具体数值波动范围以及其相对于平均值的误差。由图 23 和表 3 可知, 俄罗斯 S2 程序 AES-S2 由于涡轮流场计算的偏差, 导致涡轮质量流量的振荡幅度较大, 范围为 12.41~15.47 kg/s, 相对误差为 -9.15%~13.25%; 进而导致发动机推力振荡幅度较大, 范围为 6.197~9.867 kN, 相对误差为 -27.1%~16.1%。周向平均准三维程序 CAM 对折流环形燃烧室出口温度分布计算准确度提高后(见图 22), 涡轮流场计算精度更高, 流量振荡幅度减小为 13.50~13.72 kg/s, 相对误差为 -1.17%~0.44%; 进而发动机整机推力振荡幅度减小为 8.1899~8.3285 kN, 相对误差为 -1.75%~-0.09%。



图 20 某涡喷发动机 100% 转速设计点流场流线图<sup>[43]</sup>

Fig. 20 Streamline traces at 100% speed design point of a turbojet engine<sup>[43]</sup>

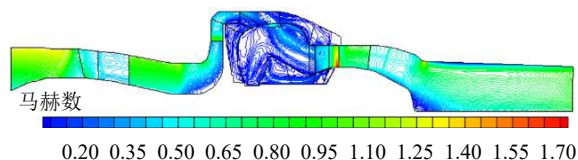


图 21 某涡喷发动机 100% 转速设计点马赫数等值线图<sup>[43]</sup>

Fig. 21 Contour map of Mach number at 100% speed design point of a turbojet engine<sup>[43]</sup>

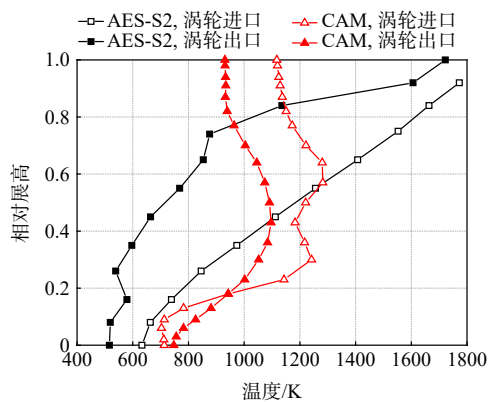


图 22 某涡喷发动机 100% 转速设计点涡轮进出口温度展向分布对比<sup>[43]</sup>

Fig. 22 Comparison of spanwise temperature distribution at turbine inlet and outlet temperature at 100% speed design point of a turbojet engine<sup>[43]</sup>

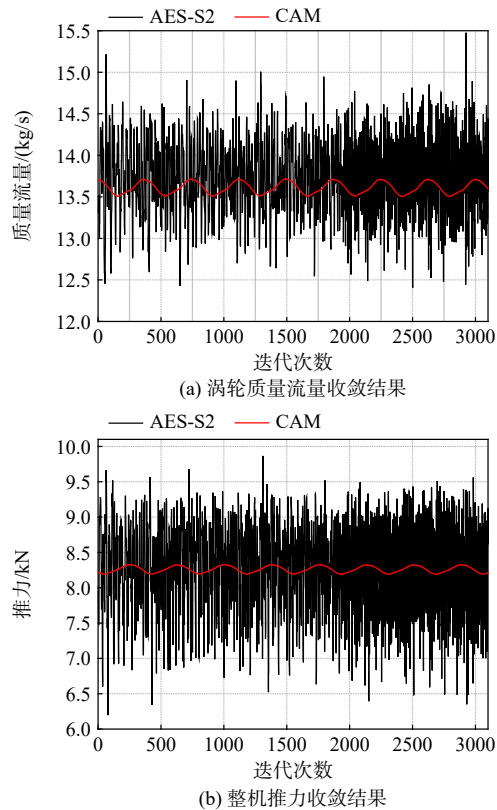


图 23 某涡喷发动机 100% 转速设计点涡轮质量流量及整机推力收敛结果对比<sup>[43]</sup>

Fig. 23 Comparison of turbine mass flow and thrust convergence history at 100% speed design point of a turbojet engine<sup>[43]</sup>

表 3 俄罗斯 S2 程序 AES-S2 与周向平均程序 CAM 的 WP11 整机设计点计算结果对比

Table 3 Comparison of calculation results of design point of WP11 whole aero-engine between Russian S2 program AES-S2 and circumferentially averaged program CAM

| 参数          | 计算结果        |                 |
|-------------|-------------|-----------------|
|             | AES-S2      | CAM             |
| 涡轮流量/(kg/s) | 12.41~15.47 | 13.50~13.72     |
| 涡轮流量相对误差/%  | -9.15~13.25 | -1.17~0.44      |
| 发动机推力/kN    | 6.197~9.867 | 8.189 9~8.328 5 |
| 发动机推力相对误差/% | -27.1~16.1  | -1.75~-0.09     |

## 6 结 论

周向平均准三维仿真方法以其理论严谨、预测快速的同时能提供一定的流场细节、可以利用试验结果修正模型以提高仿真精度的特点,具有重要的工程实用价值。主要研究结论如下:

1) 改进传统无黏叶片力模型,引入了堵塞系数及平均静压,提出了一种可以计入叶型影响的无黏叶片力模型,可以有效提高周向平均通流模

型对性能特性及流场的预测精度。

2) 传统损失、落后角模型具有一定的模型精度,但适用范围存在局限性。基于机器学习方法发展的展向损失模型,可以很好地预测总压损失系数的数值和分布趋势,解决了叶轮机械降维仿真中模型预测精度不足和适用范围较窄的困难,是降维仿真方法中建模的有效途径。

3) 针对周向不均匀源项建立的代数模型和应力输运模型,可以有效计入掠叶片对周向不均匀性的影响,提升对性能特性及叶片通道内部流场的仿真能力。

4) 基于 N-S 方程周向平均通流模型建立了航空发动机整机准三维气动热力数值仿真程序 CAM,与俄罗斯 S2 仿真程序 AES-S2 计算结果对比分析表明,其收敛性更好、仿真精度更高,可为航空发动机及燃气轮机“预测设计”发展和数值试车系统的建立提供技术支持。

## 参考文献:

- [1] 施发树,刘兴洲.一体化小涡扇发动机系统的气动热力数值模拟[J]. *推进技术*, 2000, 21(2): 8-11.  
SHI Fashu, LIU Xingzhou. Aerodynamic and thermodynamic numerical simulation of integrated small turbofan engine system[J]. *Propulsion Technology*, 2000, 21(2): 8-11. (in Chinese)
- [2] 黄家骅,于廷臣,冯国泰.某小型涡扇发动机全流道准三维数值解法[J]. *航空发动机*, 2005, 31(2): 42-45.  
HUANG Jiahua, YU Tingchen, FENG Guotai. Quasi three dimensional numerical solution of the whole flow passage of a small turbofan engine[J]. *Aeroengine*, 2005, 31(2): 42-45. (in Chinese)
- [3] 于龙江,陈美宁,朴英.航空发动机整机准三维流场仿真[J]. *航空动力学报*, 2008, 23(6): 1008-1013.  
YU Longjiang, CHEN Meining, PIAO Ying. Quasi three dimensional flow field simulation of aeroengine[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2008, 23(6): 1008-1013. (in Chinese)
- [4] 曹志鹏,刘大响,桂幸民,等.某小型涡喷发动机二维数值仿真[J]. *航空动力学报*, 2009, 24(2): 439-444.  
CAO Zhipeng, LIU Daxiang, GUI Xingmin, et al. Two dimensional numerical simulation of a small turbojet engine[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2009, 24(2): 439-444. (in Chinese)
- [5] 金东海,桂幸民.某涡扇发动机考虑级间引气的二维数值模拟[J]. *航空动力学报*, 2011, 26(6): 1346-1351.  
JIN Donghai, GUI Xingmin. Two dimensional numerical simulation of a turbofan engine considering interstage bleed[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2011, 26(6): 1346-1351. (in Chinese)
- [6] 刘晓恒,赵洋,桂幸民,等.某型发动机整机匹配数值仿真试验研究报告[R].北京:中国航空学会,2016.  
LIU Xiaoheng, ZHAO Yang, GUI Xingmin, et al. Research report on numerical simulation test of whole engine matching[R]. Beijing: China Aeronautical Society, 2016. (in Chinese)
- [7] TANG Mingzhi, JIN Donghai, GUI Xingmin. Modeling and numerical investigation of the inlet circumferential fluctuations of swept and bowed blades[J]. *Journal of Thermal Science*, 2017, 26(1): 1-10.

- [8] BARALON S, ERIKSON L E, Hall U. Evaluation of high-order terms in the throughflow approximation using 3D Navier-Stokes computations of a transonic compressor rotor [R]. ASME 99-GT-74, 1999.
- [9] PERRIN G, LEBOEUF F. Investigation of throughflow hypothesis in a turbine cascade using a three-dimensional Navier-Stokes computation[J]. *Transactions of the ASME Journal of Turbomachinery*, 1995, 117: 126-132.
- [10] SIMON J F. Contribution to throughflow modelling for axial flow turbomachines[D]. Liège, Belgium:University of Liège, 2007.
- [11] BARALON S, ERIKSON L E, HALL U. Viscous throughflow modelling of transonic compressors using a time-marching finite-volume solver[R]. Chattanooga, US:13th International Symposium on Airbreathing Engines, 1997.
- [12] SIMON J F, LEONARD O. A throughflow analysis tool based on the Navier-Stokes equations[R]. Lille, France:6th European Turbomachinery Conference, 2005.
- [13] STURMAYR A, HIRSCH C. Through-flow model for design and analysis integrated in a 3D Navier-Stokes solver[J]. *Journal of Power and Energy*, 1999, 213(4): 263-273.
- [14] 宁方飞. 考虑真实几何复杂性的压气机内部流动的数值模拟[D]. 北京:北京航空航天大学, 2002.  
NING Fangfei. Numerical simulation of compressor internal flow considering real geometric complexity[D]. Beijing:Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2002.(in Chinese)
- [15] GENTRY R A, MARTIN R E, DALY B J. An Eulerian differencing method for unsteady compressible flow problems[J]. *Journal of Computational Physics*, 1966, 1(1): 87-118.
- [16] 金海良. 周向平均方法在多级轴流风扇/压气机设计与分析中的应用[D]. 北京:北京航空航天大学, 2011.  
JIN Hailiang. Application of circumferentially averaged method in design and analysis of multistage axial fan/compressor[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011.(in Chinese)
- [17] 万科. 航空叶轮机周向平均方法建模与分析应用研究[D]. 北京:北京航空航天大学, 2014.  
WAN Ke. Research on modeling and analysis application of circumferentially averaged method for aviation turbine[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014.(in Chinese)
- [18] BOSMAN C, MARSH H. An improved method for calculating the flow in turbo-machines, including a consistent loss model[J]. *Journal of Mechanical Engineering Sciences*, 1974, 16: 25-31.
- [19] LIEBLEIN S. Loss and stall analysis of compressor cascades[J]. *ASME Journal of Basic Engineering*, 1959, 81(3): 387-397.
- [20] BULLOCK R O, JOHNSEN I A. Aerodynamic design of axial flow compressors[M]. Washington, US:Scientific and Technical Information Division, National Aeronautics and Space Administration, 1965.
- [21] KOCH C C, SMITH L H. Loss sources and magnitudes in axial-flow compressors[J]. *Journal of Engineering for Power*, 1976, 98(3): 411-424.
- [22] KONIG W M, HENNECKE D K, FOTTNER L. Improved blade profile loss and deviation angle models for advanced transonic compressor bladings: part I a model for subsonic flow[J]. *Journal of Turbomachinery*, 1996, 118(1): 73-80.
- [23] MILLER G R, LEWIS G W, HARTMANN M J. Shock losses in transonic compressor blade rows[R]. ASME 60-WA-77, 1961.
- [24] SCHWENK F C, LEWIS G W, HARTMANN M J. A preliminary analysis of the magnitude of shock losses in transonic compressors [R]. NACA RM E57A30, 1957.
- [25] CREVELING H F, CARMODY R H. Axial flow compressor design computer programs incorporating full radial equilibrium: part 2 radial distribution of total pressure and flow path or axial velocity ratio specified/program 3[R]. NASA CR-54531, 1968.
- [26] ROBERTS W B, SEROVY G K, SANDERCOCK D M. Design point variation of 3-D loss and deviation for axial compressor middle stages[R]. ASME 88-GT-57, 1988.
- [27] 李泽峰. 周向平均通流模型及其在叶轮机中的应用研究[D]. 北京:北京航空航天大学, 2020.  
LI Zefeng. Investigation on circumferentially averaged through-flow model and its application in turbomachinery[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2020.(in Chinese)
- [28] CARTER A D S. The low speed performance of related aerofoils in cascades[R]. ARC CP 29, 1950.
- [29] CETIN M, UECER A S, HIRSCH C, et al. Application of modified loss and deviation correlations to transonic axial compressors [R]. NASA AGARD-R-745, 1987.
- [30] CREVELING H F. Axial-flow compressor computer program for calculating off-design performance[R]. NASA CR 72472, 1968.
- [31] MILLER D C, WASDELL D L. Off-design prediction of compressor blade losses[R]. London, UK:Institute of Mechanical Engineering, 1987.
- [32] YUE Zixuan, ZHOU Chenghua, JIN Donghai, et al. A spanwise loss model for axial compressor stator based on machine learning [EB/OL]. [2022-05-13]. <https://doi.org/10.1016/j.cja.2022.05.013>.
- [33] HOLLOWAY P, KOCH C, KNIGHT G, et al. Energy efficient engine: high pressure compressor detail design report[R]. NASA-CR-165558, 1982.
- [34] 朱芳. 民用航空发动机高通流高效率风扇/增压级设计技术研究[D]. 北京:北京航空航天大学, 2013: 37-57.  
ZHU Fang. Study on design techniques of high through-flow and high efficiency fan/booster of civil aero-engine[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013: 37-57.(in Chinese).
- [35] 唐明智, 金东海, 郭昕, 等. 叶轮机通流模型周向脉动应力项建模及分析[J]. *工程热物理学报*, 2018, 39(9): 1935-1944.  
TANG Mingzhi, JIN Donghai, GUO Xin, et al. Modeling and analysis of circumferential fluctuating stress term in turbine flow model[J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2018, 39(9): 1935-1944. (in Chinese)
- [36] WU C H, BROWN C A. A theory of the direct and in-verse problems of compressible flow past cascade of arbitrary airfoils[J]. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 1952, 19(3): 183-196.
- [37] WU C H, BROWN C A, PRIAN V D. An approximate method of determining the subsonic flow in an arbitrary stream filament of revolution cut by arbitrary turbomachine blades[R]. NACA-TN-2702, 1952.
- [38] THOMAS J P, LÉONARD O. Investigating circumferential non-uniformities in throughflow calculations using a harmonic reconstruction[R]. ASME GT2008-50328, 2008.
- [39] 李根深, 陈乃兴, 强国芳. 船用燃气轮机轴流式叶轮机械气动热力学(原理、设计与试验研究)[M]. 北京:国防工业出版社, 1980.
- [40] 唐明智. 叶轮机周向不均匀性建模及对弯掠特性影响的研究[D]. 北京:北京航空航天大学, 2018.  
TANG Mingzhi. Modeling and analysis of circumferential non-uniformity in turbomachinery and its influence on blade bow and sweep characteristics[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018.

- tics and Astronautics, 2018.(in Chinese)
- [41] 金东海. 轴流压气机叶片/叶型正问题数值优化设计研究[D]. 北京:北京航空航天大学, 2007.
- JIN Donghai. Numerical design optimization of axial compressor blades and airfoils[D]. Beijing:Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007.(in Chinese)
- [42] LIU Xiaoheng, JIN Donghai, GUI Xingmin. Throughflow method for a combustion chamber with effusion cooling modelling[R]. Oslo, Norway:Turbo Expo:Power for Land, Sea, and Air, 2018.
- [43] 刘晓恒. 周向平均方法在燃气轮机燃烧室及整机数值仿真中的应用研究[D]. 北京:北京航空航天大学, 2021.
- LIU Xiaoheng. Research on application of circumferentially averaged method in combustion chamber and whole gas turbine engine simulation[D]. Beijing:Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021.(in Chinese)
- [44] MENDEZ S, NICOUD F. Adiabatic homogeneous model for flow around a multiperforated plate[J]. *AIAA Journal*, 2008, 46(10): 2623-2633.

(编辑:秦理曼)